

**DESCRIEREA MATEMATICĂ A DEPENDENȚEI  
REZISTENȚEI LA AMESTECARE ÎN MALAXOARELE CU  
BARE DE COEFICIENTUL DE UMLERE A TOBEI ȘI  
DIAMETRUL BARELOR**

*dr. Serghei ANDRIEVSCHI*

*dr. Valeriu LUNGU*

*dr. Alexandr LOZAN*

*Universitatea Tehnică a Moldovei*

**ABSTRACT**

*Using the D-optimal plan for two factors, experiments were made to determine the dependence on resistance in the headway of mixer with working bodies in the form of bars of coefficient of the drum fill and the bar diameter. The regression analysis of the experimental data led to obtaining of the second degree polynomial, which adequately describes the investigated process. A nomogram has been built that allows rapid determination of drag resistance according to factor values.*

Cercetările precedente au demonstrat că asupra rezistenței la amestecare în malaxoarele cu organe de lucru în formă de bare o influență semnificativă o au coeficientul de umplere a tobei cu amestec și diametrul barei. Este important să depistăm interacțiunea dintre acești doi factori, deoarece la majorarea coeficientului de umplere masa de material crește și bara trebuie să reziste la forțe mai mari.

Cu acest scop s-au efectuat cercetări în conformitate cu planul D-optimal pentru doi factori (tabelul 1): coeficientul de umplere  $\tilde{x}_1 = 0,3 \pm 0,2$ ; diametrul barei  $\tilde{x}_2 = 15 \pm 5 \text{ mm}$ . Valoarea codificată a factorului se determină cu formula

$$x_i = \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_{0i}}{I},$$

unde:  $x_i$  – valoarea codificată a factorului;

$\tilde{x}_i$  – valoarea reală a factorului;

$\tilde{x}_{0i}$  – valoarea reală la nivelul zero;

$I$  - intervalul de variație a factorului.

S.Andrievschi, V.Lungu, A.Loza

**Descrierea matematică a dependenței rezistenței la amestecare în malaxoarele cu bare de  
coeficientul de umplere a tobei și diametrul barelor**

---

Factorii menținuți la nivel constant în procesul experimentării: mediul în care se efectuează experimentele – calcar fărâmițat cu dimensiunea particulelor  $a = 10 - 15$  mm; umiditatea calcarului  $W = 4$  %; diametrul tobei malaxorului  $D = 300$  mm; luftul dintre capetele barelor și suprafața interioară a tobei  $\varepsilon = 27$  mm.

Tabelul 1

Planul D-optimal pentru doi factori [1] și rezultatele determinării rezistenței la înaintare

Numărul experienței	Factorii (valori codificate)		Rezistența la înaintare Z, N
	coeficientul de umplere, $x_1$	diametrul barei, $x_2$	
1	+1	+1	220
2	+1	-1	165
3	-1	-1	8
4	-1	+1	15
5	+1	0	190
6	-1	0	15
7	0	+1	100
8	0	-1	80
9	0	0	82

Calculul coeficienților ecuației de regresie se efectuează cu relațiile [2]:

$$b_0 = 0,555555(0Z) - 0,333333[(11Z) + (22Z)] = 85,77;$$

$$b_1 = 0,166667(1Z) = 89,5;$$

$$b_2 = 0,166667(2Z) = 13,67;$$

$$b_{12} = 0,25(12Z) = 12;$$

$$b_{11} = 0,5(11Z) - 0,333333(0Z) = 14,83;$$

$$b_{22} = 0,5(22Z) - 0,333333(0Z) = 2,3.$$

Sumele (0Z), (1Z), (2Z), (12Z), (11Z) și (22Z) sunt prezentate în matricea de calcul (tabelul 2).

Polinomul obținut

$$Z = 85,77 + 89,5x_1 + 13,67 x_2 + 12 x_1x_2 + 14,83x_1^2 + 2,3 x_2^2.$$

Pentru estimarea semnificativității coeficienților de regresie se determină valoarea critică a coeficienților cu formula

$$b_{cr} = tS\{b_i\},$$

unde:  $b_{cr}$  – valoarea critică a coeficientului de regresie;  
 $t$  – valoarea criteriului Student care se adoptă din [1] funcție de numărul de grade de libertate  $f = n-1$  și nivelul de semnificație  $\alpha = 5\%$ ; aici  $n$  – numărul de experiențe paralele; pentru  $n = 3$ ,  $f = 2$ ,  $t = 4,303$ ;  
 $S\{b_i\}$  – abaterea medie pătratică a coeficientului de regresie.

Tabelul 2. Matricea de calcul

N	$X_0Z$	$X_1Z$	$X_2Z$	$X_1 X_2Z$	$X_1^2Z$	$X_2^2Z$	$Z^2$
1	220	220	220	220	220	220	48400
2	165	165	-165	-165	165	165	27225
3	8	-8	-8	8	8	8	64
4	15	-15	15	-15	15	15	225
5	190	190	0	0	190	0	36200
6	15	-15	0	0	15	0	225
7	100	0	100	0	0	100	10000
8	80	0	-80	0	0	80	6400
9	82	0	0	0	0	0	6724
	$\sum 0Z$ = 875	$\sum 1Z$ = 537	$\sum 2Z$ = 82	$\sum 12Z$ = 48	$\sum 11Z$ = 613	$\sum 22Z$ = 588	$\sum Z^2$ = 135363

Pentru planul D-optimal devierea medie pătratică a coeficienților de regresie se determină cu relațiile:

$$S\{b_i\} = \sqrt{0,166667} S\{Z\};$$

$$S\{b_{ij}\} = \sqrt{0,25} S\{Z\};$$

$$S\{b_{ii}\} = \sqrt{0,5} S\{Z\};$$

$$S\{b_0\} = \sqrt{0,555555} S\{Z\},$$

unde:  $S\{Z\}$  – devierea medie pătratică a rezistenței la înaintare a barei prin material,  $S\{Z\} = 4,55$ .

Substituim  $S\{Z\} = 4,55$  în relațiile de mai sus și obținem  $b_{cr.i} = 7,99$ ;  $b_{cr.ij} = 9,79$ ;  $b_{cr.ii} = 13,84$ ;  $b_{cr.0} = 14,59$ .

Observăm că numai coeficientul pe lângă  $x_2^2$  este nesemnificativ:  $b_{22} = 2,3 < b_{cr.ii} = 13,84$ . De aceea el poate fi eliminat din ecuație.

Verificarea corespunderii ecuației de regresie obținute cu procesul cercetat. Pentru aceasta în tabelul 3 este prezentat calculul valorilor teoretice  $\hat{Z}$  ale rezistenței la înaintare a barei în conformitate cu ecuația de regresie pentru fiecare rând al planului de experimentare, valorile experimentale  $Z$ , diferența  $\hat{Z} - Z$  la pătrat și suma pătratelor  $SS_{rem}$ .

Dispersia necorespunderii  $S_{necor}^2$  se determină cu formula

$$S_{necor}^2 = \frac{SS_{rem}}{f_{necor}} = \frac{84,69}{2} = 42,345,$$

unde:  $f_{necor}$  – numărul de grade de libertate la determinarea sumei  $SS_{rem}$ ;  $f_{necor} = N - k - 1 = 9 - 6 - 1 = 2$ . Aici  $N$  - numărul de rânduri ale planului de experimentare,  $k$  – numărul de coeficienți de regresie în ecuația obținută.

Criteriul  $F$  se determină cu relația

$$F = \frac{S_{necor}^2}{S^2\{Z\}} = \frac{42,345}{20,70} = 2,04 < F_t = 19,00 (f_1 = 2; f_2 = 2; \alpha = 0,05).$$

Deoarece valoarea experimentală a criteriului Fischer este mai mică decât valoarea lui teoretică facem concluzia că ecuația de regresie obținută descrie adecvat procesul studiat.

Tabelul 3. Calcularea sumei remanente a pătratelor  $SS_{mm}$

N	B <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>12</sub>	B <sub>11</sub>	B <sub>22</sub>	$\hat{Z}$	Z	$(\hat{Z} - Z)^2$
1	85,77	89,5	13,67	12	14,83	2,3	218	220	4
2	85,77	89,5	13,67	12	14,83	2,3	167	165	2,99
3	85,77	89,5	13,67	12	14,83	2,3	12	8	13,9
4	85,77	89,5	13,67	12	14,83	2,3	15	15	0
5	85,77	89,5	0	0	14,83	0	190	190	0,01
6	85,77	89,5	0	0	14,83	0	11	15	15,2
7	85,77	0	13,67	0	0	2,3	102	100	3,03
8	85,77	0	13,67	0	0	2,3	74	80	31,36
9	85,77	0	0	0	0	0	86	82	14,21

$SS_{rem} = 84,69$

Analiza ecuației de regresie.

Toți coeficienții au semnul plus ceea ce înseamnă că la majorarea variabilelor  $x_1$  și  $x_2$  rezistența la înaintare a barei tot crește. Cea mai mare influență asupra rezistenței o are coeficientul de umplere a tobei cu material  $x_1$ , coeficientul de regresie  $b_1 = 89,5$  și este cel mai mare în comparație cu ceilalți coeficienți. La majorarea coeficientului de umplere de la -1 până la +1 (ceea ce înseamnă creșterea coeficientului de umplere de la 0,1 până la 0,5) rezistența crește de la 11,1 N până la 190 N. Dependența  $Y = f(x_1)$  este pătratică crescătoare (fig.1).

Diametrul barei influențează asupra rezistenței la înaintare de 6,5 ori mai slab decât coeficientul de umplere. La majorarea diametrului barei de la 10 mm până la 20 mm pentru  $\tilde{x}_1 = const = 0,3$  rezistența crește de la 74,4 N până la 101,74 N, deci cu 27,34 N.

Efectul interacțiunii  $b_{12}$  este semnificativ,  $b_{12} = 12$ . La majorarea și a coeficientului de umplere și a diametrului barei (creșterea factorilor s-a adoptat cu unul și același pas  $p = 0,2$  codificat) are loc majorarea rapidă a rezistenței la înaintare.

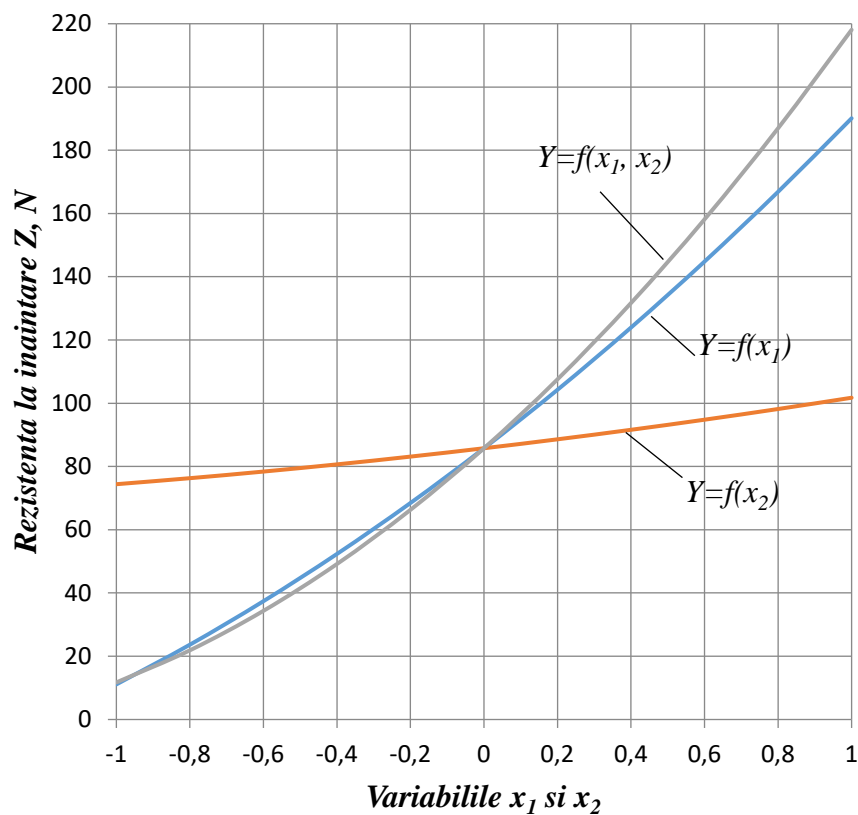


Fig. 1. Dependența rezistenței la înaintare de coeficientul de umplere  $x_1$  (pentru  $x_2 = 0$ ), diametrul barei  $x_2$  (pentru  $x_1 = 0$ ) și de interacțiunea  $x_1x_2$

Așa, rezistența la înaintare pentru  $x_1 = -1$  și  $x_2 = -1$  constituie 11,73 N, iar pentru  $x_1 = 1$  și  $x_2 = 1$  218,07 N (fig.1 și 2).

Construirea nomogramei. Pentru determinarea operativă a valorii rezistenței la înaintare a barei prin material funcție de coeficientul de umplere a tobei cu material și de diametrul barei s-a construit nomograma prezentată în fig.2.

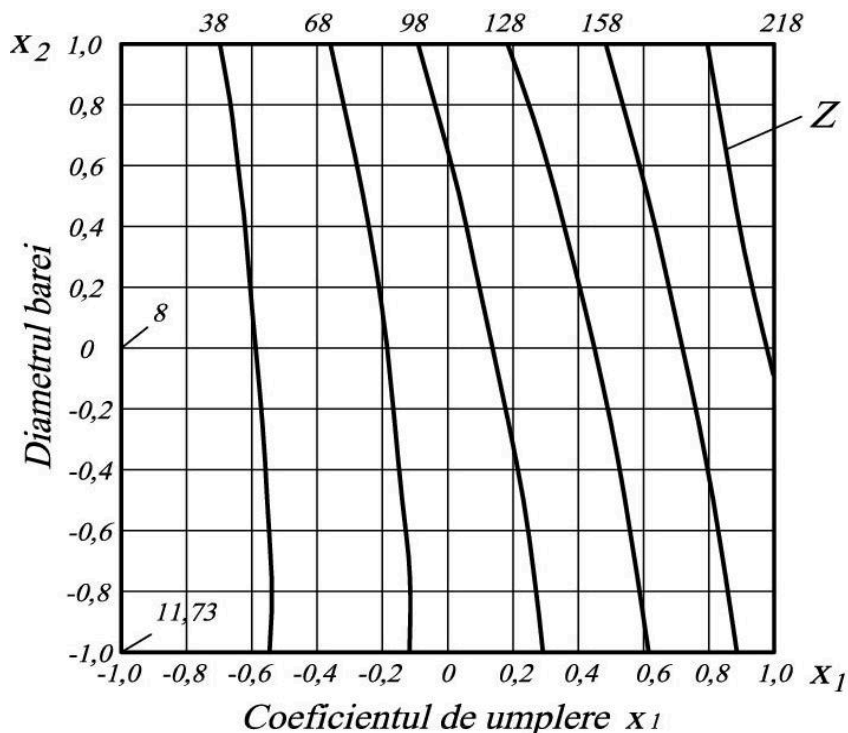


Fig.2. Nomograma pentru determinarea rezistenței la înaintare  $Z$  de coeficientul de umplere a tobei și diametrul barelor

La coeficienți de umplere mari este rațional de utilizat diametre cât mai mici ale barelor. Aceasta conduce la micșorarea rezistenței la înaintare. Totodată trebuie să avem în vedere rezistența barei la încovoiere.

Concluzii:

1. În malaxoarele de tip nou cu organe de amestecare în formă de bare majorarea concomitentă a coeficientului de umplere a tobei și a diametrului barei conduce la creșterea rapidă a rezistenței la înaintare.
2. Pe baza experiențelor efectuate conform planului D-optimal pentru doi factori s-a obținut modelul matematic de gradul doi care descrie adecvat dependența rezistenței la înaintare de factorii cercetați  $x_1$  – coeficientul de umplere și  $x_2$  – diametrul barelor.

## BIBLIOGRAFIA

1. Каталог планов второго порядка/Голикова Т.И., Панченко Л.А., Фридман М.З. –М.: Изд-во Моск. Ун-та, 1974. -387 с.
2. Voznesenschi V. A. Statisticeschie metodî planirovania âcsperimenta v tehnico-âconomiceschih issledovaniiah. -М.: Statistica,1974. -192 s.