# Metodă practică de evaluare a puterii active maxime admisibile printr-o secţiune a sistemului electroenergetic

Gropa Victor [1], Stratan Ion [2] and Macovei Ilie [3]

[1] Universitatea Tehnica a Moldovei/ Catedra Electroenergetica, Chisinau, Republica Moldova, vgropa@gmail.com

[2] Universitatea Tehnica a Moldovei/ Catedra Electroenergetica, Chisinau, Republica Moldova, ipstratan@gmail.com

[3] Universitatea Tehnica a Moldovei/ Catedra Electroenergetica, Chisinau, Republica Moldova, iliemac@mail.md

***Abstract* — Lucrarea de faţă prezintă o metodă practică de evaluare a puterii active maxime admisibile printr-o secţiune a sistemului electroenergetic (SEE). Se analizează posibilitatea de utilizare a unui algoritm simplificat ce duce la o reducere pronunţată a duratei e timp necesară efectuării calculului.**

***Keywords— matricea Iacobi, determinantul matricei Iacobi, indice integral, stabilitatea statică aperiodică.***

## I. Introducere

Determinarea puterii active maxime transfersabile printr-o secţiune a SEE, este o problemă actuală la etapa de proiectare şi respectiv cea de exploatare a SEE, are o însemnate atât de sine stătător, cât şi este o parte componentă a diverselor probleme electrotehnice, legate de asigurarea economicităţii şi siguranţei funcţionării SEE.

Astăzi actualitatea problemei privind determinarea transferurilor maxime de putere activă prin reţeaua de transport (RET) a crescut esenţial datorită creării complexelor informaţionale operative pentru soluţionarea problemelor ce ţin de dirijarea automată a SEE, şi, nu în ultimul rând, datorită implementării surselor distribuite. Trebuie de menţionat că puterile transfersabile maxime prin RET pot fi determinate utilizând una din următoarele ipoteze de calcul:

- Iacobianul sistemului de ecuaţii algebrice liniare, ce descrie regimul permanent de funcţionare a SEE, devine egal cu zero;
- Iacobianul sistemului de ecuaţii diferenţiale neliniare, ce descriu procesele tranzitorii în SEE, liniarizat în punctul static de funcţionare a SEE, devine egal cu zero. În acest caz transferurile limită de putere activă printr-o secţiune a SEE corespund limitei stabilităţii statice de tip aperiodic. Dacă se îndeplinesc unele condiţii Iacobianul din ipoteza de calcul doi este egal cu Iacobianul din ipoteza unu.

Una din dificultăţi ce apare la determinarea puterilor limită constă în formalizarea slabă a problemei, deoarece nu există o legătură funcţională directă dintre Iacobianul şi parametrii SEE.

În legătură cu aceasta problema elaborării unei metode practice de evaluare a puterii active maxime admisibile printr-o secţiune a SEE prezintă interes.

## II. Aspecte teoretice

Sistemul de ecuaţii nodale, ce descrie regimul de funcţionare al SEE la un pas oarecare al procesului iterativ, în formă matriceală compactă, utilizând forma de scriere a bilanţului puterilor la noduri cu exprimarea tensiunilor în formă polară, se poate prezenta sub forma:

$$-\left[J\right]\begin{bmatrix}\Delta\delta \\ \Delta U\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}W_p \\ W_q\end{bmatrix}; \qquad (1)$$

unde $\left[J\right]$ este matricea Jacobi cu dimensiunile $2_{n\text{-}m}\times 2_{n\text{-}m}$ (unde $n+1$ este numărul nodurilor independente şi $m$ este numărul nodurilor în care se impune $P$ şi $\left|U\right|$);

$[\Delta\delta]$ şi $[\Delta U]$ sunt subvectorii valorilor corecţiilor, reprezentând necunoscutele la pasul respectiv,

iar $[W_p]$, $[W_q]$ sunt subvectorii valorilor erorilor puterilor la noduri, la acelaşi pas al procesului iterativ.

Se consideră că, s-au modificat elementele liniilor *i, j* şi *k* ale matricei Jacobi $\left[J\right]$. Modificările elementelor matricei Jacobi pot să aibă loc atât în urma conectării sau deconectării elementelor reţelei electrice (RE), cât şi în urma variaţiilor puterilor absorbite din noduri sau injectate în ele. În acest caz matricea Jacobi modificată, notată prin $\left[\hat{J}\right]$ se determină cu relaţia:

$$\left[\hat{J}\right]=\begin{bmatrix}J_1\\ \vdots\\ J_i\\ \vdots\\ J_j\\ \vdots\\ J_k\\ \vdots\\ J_{2n-m}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0_{1\times 2n-m}\\ \vdots\\ \hat{J}_i-J_i\\ \vdots\\ \hat{J}_j-J_j\\ \vdots\\ \hat{J}_k-J_k\\ \vdots\\ J_{2n-m}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_1\\ \vdots\\ J_i\\ \vdots\\ J_j\\ \vdots\\ J_k\\ \vdots\\ J_{2n-m}\end{bmatrix}+ \qquad (2)$$
$$+\left[e_{i,j\ldots k}\right]\left[\hat{J}_{i,j\ldots k}-J_{i,j\ldots k}\right]$$

unde $J_{i,}$ $i=1...2n-m$– liniile matricei Jacobi;

$\hat{J}_{i,j...k}$ sunt liniile matricei Jacobi modificate;

$\left[\hat{J}\right]$ este matricea Jacobi modificată;

$\left[e_{i,j...k}\right]$ este o matrice pătrată cu dimensiunile ($2n-m\times 2n-m$) cu elementele egale cu 1 ce se află la intersecţiile liniilor şi coloanelor $i$, $j$ şi $k$, iar celelalte sunt nule.

Relaţia (2) în formă matriceală compactă se poate scrie sub forma:

$$\left[\hat{J}\right]=\left\|\left[J\right]+\left[e_{i,j...k}\right]\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\right\|. \qquad (3)$$

Se pune problema de identificat dacă matricea modificată $\left[\hat{J}\right]$ este inversabilă, fără de a determina determinantul ei [1-3].

În continuare se propune o dezvoltare şi generalizare a metodei propuse în [1-3]. Determinantul matricei Jacobi modificate $\left[\hat{J}\right]$ (3) se determina cu relaţia:

$$\det\left[\hat{J}\right]=\det\left(\left[J\right]+\left[e_{i,j...k}\right]\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\right). \qquad (4)$$

Expresia (4) se poate scrie şi sub altă formă:

$$\det\left[\hat{J}\right]=\det\left(\left[U\right]+\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\cdot\left[J^{-1}\right]\left[e_{i,j...k}\right]\right)\cdot\det(J) \qquad (5)$$

Pentru a demonstra acest lucru se utilizează matricea împărţită pe blocuri în două dimensiuni, notată prin L:

$$\left[L\right]=\left\|\begin{array}{c:c}\left[J\right] & \left[e_{i,j...k}\right]\\ \hdashline -\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right] & \left[U\right]\end{array}\right\|; \qquad (6)$$

unde $[U]$ este o matrice unitară de ordinul $2n-m\times 2n-m$.

În conformitate cu teorema Schura [4,5], privind determinarea determinantului matricei împărţită pe blocuri $[L]$ se poate scrie:

$$\det(\left[L\right])=\det\left(\left[J\right]+\left[e_{i,j...k}\right]\left[U^{-1}\right]\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\right)\cdot\det(\left[U\right]). \qquad (7)$$

Pentru a obţine relaţia (7) linia doi a matricei $[L]$ se înmulţeşte la stânga cu $\left[e_{i,j...k}\right]\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]$ şi se scade din linia unu.

Întrucât matricea $[U]$ este o matrice unitară relaţia (7) devine:

$$\det(\left[L\right])=\det\left(\left[\hat{J}\right]\right)=\det\left(\left[J\right]+\left[e_{i,j...k}\right]\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\right). \qquad (8)$$

Din analiza relaţiilor (4) şi (8) rezultă că determinantul matricei $[L]$ este egal cu determinantul matricei Jacobi modificate $\left[\hat{J}\right]$.

Prin înmulţirea la stânga a matricei $[L]$ cu matricea:

$$\left\|\begin{array}{c:c}\left[J\right]^{-1} & \left[0\right]\\ \hdashline \left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1} & \left[U\right]\end{array}\right\|; \qquad (9)$$

$$\left\|\begin{array}{c:c}\left[J\right]^{-1} & \left[0\right]\\ \hdashline \left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1} & \left[U\right]\end{array}\right\|\cdot\left\|\begin{array}{c:c}\left[J\right] & \left[e_{i,j...k}\right]\\ \hdashline -\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right] & \left[U\right]\end{array}\right\|= \qquad (10)$$
$$=\left\|\begin{array}{c:c}\left[U\right] & \left[\left[J\right]^{-1}\right]\left[e_{i,j...k}\right]\\ \hdashline \left[0\right] & \left[U\right]+\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]\end{array}\right\|$$

Trecând la determinarea determinantului, şi ţinând seama de (6) şi (8) se obţine:

$$\det\left(\left[J^{-1}\right]\right)\cdot\det\left(\left[\hat{J}\right]\right)=\det\left(\left[U\right]+\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\cdot\left[J\right]^{-1}\cdot\left[e_{i,j...k}\right]\right) \qquad (11)$$

Prin înmulţirea ambelor părţi ale relaţiei (10) cu det($[J]$), şi ţinând seama că $\det(\left[J\right])\cdot\det\left(\left[J\right]^{-1}\right)=1$, se obţine relaţia dorită (5).

Din analiza relaţiei (5) reiese ca condiţia necesară privind nesingularitatea matricei Jacobi modificate $\left[\hat{J}\right]$ se îndeplineşte atunci dacă are loc strict inegalitatea:

$$\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]\neq\left[U\right]. \qquad (12)$$

Deci relaţia (12) poate fi utilizată în calitate de indice integral privind identificarea inversabilităţii matricei Jacobi modificate $\left[\hat{J}\right]$, în urma perturbaţiilor locale care au loc permanent în SEE, în ipoteza că matricea Jacobi iniţiată $[J]$ este inversabilă. În calitate de matricea Jacobi iniţială se propune de utilizat matricea [J] aferentă regimului la mers în gol. Pentru a evalua modificările matricei Jacobi $[J]$ ce duc la singularitatea ei relaţia (12) se scrie sub forma:

$$\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]=-\left[U\right]. \qquad (13)$$

de unde rezultă că:

$$\left[\hat{J}_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]=-\left[U\right]+\left[J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]. \qquad (14)$$

Întrucât $\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]$ reprezintă coloanele $i,j...k$ ale matricei $\left[J\right]^{-1}$ rezultă că:

$$\left[J_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]=\left[U\right], \qquad (15)$$

şi atunci, ţinând seama de (15) relaţia (13) devine:

$$\left[\hat{J}_{i,j...k}\right]\left[J\right]^{-1}\left[e_{i,j...k}\right]=\left[0\right], \qquad (16)$$

Trebuie de menţionat, că dacă are loc numai modificarea a unei linii a matricei $[J]$ atunci relaţia (11) se scrie sub forma:

$$\det\left(\left[\hat{J}\right]\right)=\det\left(1+\left[\hat{J}_{i,j...k}-J_{i,j...k}\right]\cdot\left[J\right]^{-1}\cdot\left[e_{i,j...k}\right]\right)\cdot\det(\left[J\right]), \qquad (17)$$

Cum reiese din relaţia (1) prin modificarea puterii active absorbite dintr-un nod oarecare al reţelelor electrice oarecare se modifică elementele matricei Jacobi. Însă mai pronunţat se modifică elementele liniei aferente nodului în care a avut loc modificarea.

Ulterior prin înmulţirea elementelor liniei respective la elementele coloanei corespunzătoare ale matricei inverse Jacobi iniţiale se obţine coeficientul $Ki$. Variaţia acestui coeficient în funcţie de valoarea puterii $Pi$ este prezentată în figura 1.

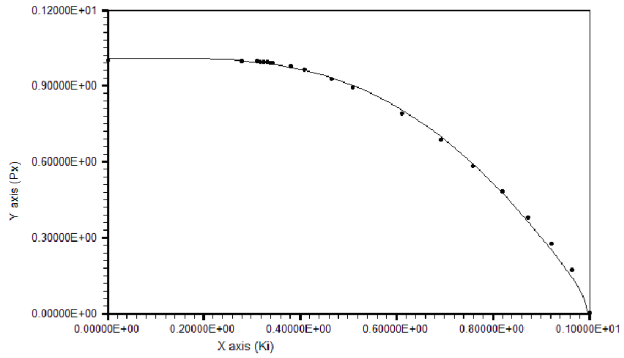


Fig. 1. Dependenţa *Px = f(Ki)*.

Dacă se utilizează valoarea relativă a puterii active se obţine una şi aceeaşi curbă, indiferent de schema analizată (similară curbei din figura 1). Această curbă poate fi descrisă utilizând polinomul:

$$P_* = 0{,}049 \cdot e^{\frac{(K_i - 4{,}680)^2}{16{,}634}} + \frac{0{,}133 + K_i}{0{,}163 + 0{,}031 \cdot K_i^2} - 5{,}859 \cdot K_i \text{ ,} \quad (18)$$

## III. STUDIU DE CAZ

Se consideră o reţea electrică de 330 kV schema de principiu a căreia este prezentată în Fig. 2.

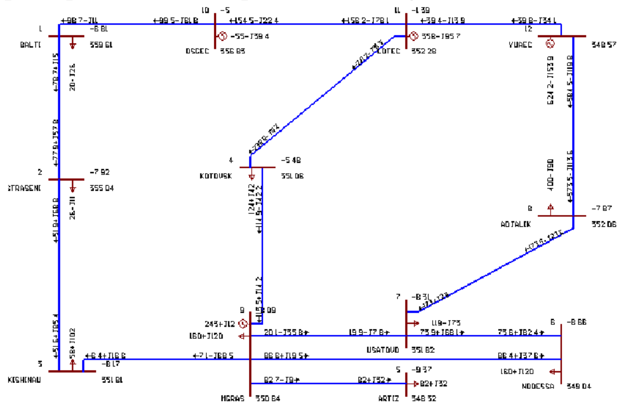

Fig. 2. Schema de principiu a RE.

Rezultatele obţinute sunt prezentate în Tabelul I.

TABELUL I.
REZULTATE OBŢINUTE

| | *Ki* | |
|---|---|---|
| *P, MW* | regim | polinom |
| 300 | 0,903 | 0,9020 |
| 600 | 0,744 | 0,7446 |
| 900 | 0,487 | 0,4796 |

## IV. ALGORITMUL DE ESTIMARE A PUTERII ACTIVE MAXIME

Algoritmul prezentat poate fi utilizat pentru estimarea puterii maxime fără a efectua calculul regimului permanent de funcţionare, care este o problemă dificilă condiţionată de convergenţa procesului iterativ.

Pentru a determina puterea maximă trebuie de parcurs următorii paşi:

1. Se efectuează calculul regimului cu modificarea puterii într-un nod;

$$[Si] := \begin{vmatrix} -(58 + J\cdot 102) \\ -(124 + J\cdot 42) \\ -(82 + J\cdot 32) \\ -(160 + J\cdot 120) \\ -(119 - J\cdot 73) \\ -(400 - J\cdot 90) \end{vmatrix} \quad [Sm] := \begin{vmatrix} -(300 + J\cdot 102) \\ -(124 + J\cdot 42) \\ -(82 + J\cdot 32) \\ -(160 + J\cdot 120) \\ -(119 - J\cdot 73) \\ -(400 - J\cdot 90) \end{vmatrix}$$

2. Se determină coeficientul *Ki* ca produsul liniei corespunzătoare a matricei Jacobi modificate la coloana respectivă a inversei matricei Jacobi iniţiale;

$$\begin{aligned} Ki := \; & \text{for } z \in 1..\text{rows}([Si]) \qquad = 0.903 \\ & \quad i \leftarrow z \text{ if } [Sm]_z \neq [Si]_z \\ & \text{for } x \in 1..\text{cols}([Ji]) \\ & \quad C1_{1,x} \leftarrow [Jm]_{i,x} \\ & \text{for } y \in 1..\text{rows}\left([Ji]^{-1}\right) \\ & \quad C2_{y,1} \leftarrow \left([Ji]^{-1}\right)_{y,i} \\ & C1\cdot C2 \text{ if Disp} = 3 \\ & \text{"n/a" otherwise} \end{aligned}$$

3. În baza polinomului (18) se determină raportul dintre puterea modificată către puterea maximă;

$$\begin{aligned} Px(P, Ki) := \; & \text{for } x \in 0, \varepsilon .. 1 \\ & \quad f(x) \leftarrow Y_1 \cdot e^{\frac{(x - Y_2)^2}{Y_3}} + \frac{Y_4 + x}{Y_5 + Y_6 x^2} + Y_7 x \\ & \quad Px \leftarrow f(x) \text{ if } |x - Ki| < \varepsilon \\ & Px \end{aligned}$$

$$Px(300, 0.903) = 0.305$$

4. Se determină puterea maximă în baza raportului obţinut.

$$Pmax := \frac{P}{Px} = 983.986$$

## V. CONCLUZII

Pe baza metodei dezvoltare în lucrare s-a elaborat un algoritm privind analiza stabilităţii statice aperiodice a SEE. Algoritmul propus în lucrare permite de a estima limita stabilităţii statice prin efectuarea calculului numai a unui regim permanent de funcţionare, care se află departe de limită. Aceasta duce la o reducere pronunţată a duratei de timp necesară pentru estimarea puterii limită.

## BIBLIOGRAFIE


[1] Мирихaнов М.Ш., Рябченко В.Н. *Метод решения алгебраических систем с локально изменяемыми матрицами для оперативного управления в электроэнергетике.* // Автоматика и телемеханика. 2006, №5. С.133-141.

[2] Мирихaнов М.Ш., Рябченко В.Н. *Быстрый алгоритм решения алгебраических систем уравнений при оперативном управлении режимами энергосистемы.* Третья Международная научно-практическая конференция «Энергосистема: управление, конкуренция, образование». – Екатеринбург, 2008.

[3] Мирихaнов М.Ш., Рябченко В.Н. *Алгебраический метод оценки запасов статической устойчивости электроэнергетической системы.* //Электро. 2010, №5. С.17-21.

[4] Прасолов В.В. *Задачи и теоремы линейной алгебры.* – М.: 2008.

[5] Фадеев Д.К. *Лекции по алгебре.* – М.: Наука, 1984, 415с.