

Corelații cuantice între atomi plasați în cavități optice cuplate

Bazgan Sergiu

Institutul de Fizică Aplicată
Chișinău, Republica Moldova
bizgan_s@yahoo.com

Rezumat — În această lucrare este studiat un sistem cuantic format din două cavități optice cuplate, dopate cu radiatori cu două nivele. Cuplajul dintre cavitățile optice este realizat prin peretele semitransparent comun. Peretele comun este supus vibrațiilor mecanice clasice. Va fi demonstrată influența vibrațiilor mecanice asupra stării de inseparabilitate cuantică a atomilor plasați în cavități optice diferite. Au fost obținute soluțiile exacte pentru ecuația Schrödinger și ecuația Master. S-a analizat influența vibrațiilor asupra transferului de energie dintr-o cavitate optică în alta. Manipularea transferului de energie prin intermediul vibrațiilor mecanice clasice deschide noi perspective în domeniul utilizării cavităților optice la construcția calculatoarelor cuantice și procesarea cuantică a informației.

Termeni cheie—Cavitate optică, inseparabilitate cuantică, corelație cuantică, q-bit

Abstract — In this paper it is studied the quantum system formed of two coupled cavities, doped with two level radiators. The coupling between the optical cavities is achieved by the common semitransparent wall. The common wall is subjected to the classical mechanical vibrations. Was studied the influence of mechanical vibrations on the state of quantum inseparability of atoms placed in different optical cavities. Were obtained the exact solutions for the Schrödinger equation and the Master equation. Was analyzed the influence of vibrations on the transfer of energy from one optical cavity to the other. The manipulation of energy transfer through classical mechanical vibrations opens new perspectives in the field of optical cavity utilization in quantum computers and quantum processing of information.

Keywords—Optical cavity, quantum entanglement, quantum correlation, q-bit

I. INTRODUCERE

În ultimul timp, o atenție sporită este acordată problemelor legate de un număr mare de q-biți (atomi sau cavități) care interacționează prin intermediul CEM (câmpului electromagnetic). De exemplu, combinația atom – cavitate optică și sistemele fotonice oferă noi oportunități în dezvoltarea noilor dispozitive. În [1] este studiată problema sistemelor fotonice periodice în aproximația unui singur polariton. Pe de altă parte, pentru un număr mic de atomi și cavități, în [2, 3] sunt propuse soluțiile pentru ecuațiile Schrödinger și Master pentru sisteme cuantice atom-cavitate.

Studiile recente sunt dedicate interacțiunii foton-fonon. În [4,5] este propus un sistem cuantic format din o cavitate optică

ce conține în interior o cavitate acustică. Interacțiunea foton-fonon este privită ca o metodă de amplificare, de obținere a fononilor coerenți și poate servi ca punct de pornire pentru dispozitive electronice cuantice ale viitorului. Un alt aspect al interacțiunii foton-fonon este propus în [6], unde microcavitățile optice și din domeniul microundelor, de dimensiuni mai mici decât lungimea de undă, au fost utilizate pentru a spori considerabil interacțiunea de presiune a radiațiilor dintre undele electromagnetice captate în cavitate și vibrațiile mecanice ale peretelui cavității. Acest efect poate fi utilizat pentru fabricarea de noi dispozitive cuantice pentru demonstrarea unor noi fenomene cum ar fi răcirea laser a rezonatoarelor mecanice [7], transparența electromagnetică indusă opto-mecanic [8], etc. Posibilitatea utilizării cavităților optomecanice multiple pentru realizarea aplicațiilor în procesarea cuantică și clasică a informației a fost discutată în [9-11].

În [12] este studiat procesul de formare a stării de inseparabilitate sau „entanglement” cuantic a doi q-biți plasați în două cavități cuplate. S-a obținut soluția numerică a ecuației master, care este o propunere fezabilă pentru corelarea pe distanțe lungi a doi q-biți utilizând plasmonii în locul fotonilor.

În această lucrare propunem studierea influenței vibrațiilor mecanice ale peretelui comun al două cavități, asupra corelației cuantice dintre radiatorii plasați în acestea. A fost obținută soluția exactă pentru ecuația Schrödinger pentru două radiatoare localizate în cele două cavități cuplate. După cum vom demonstra, vibrația clasică a oglinzilor optice joacă un rol important în transmiterea energiei dintr-o cavitate în altă cavitate, realizând în acest mod dirijarea stării de inseparabilitate cuantică dintre radiatorii plasați în diferite cavități.

II. HAMILTONIANUL SISTEMULUI

În limita unui factor înalt de calitate a cavităților (lipsa pierderilor pentru CEM din cavitate), Hamiltonianul sistemului cuantic format din două cavități optice cuplate prin intermediul peretelui comun semitransparent, dopate cu radiator cu două nivele, poate fi prezentat sub următoarea formă

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I + \tilde{H}, \quad (1)$$

unde, au fost notate prin

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= \hbar \sum_{i=1}^2 \{\omega(\hat{a}_i^+ \hat{a}_i + \hat{R}_{zi})\} + \hbar \sum_k \omega_k \hat{b}_k^+ \hat{b}_k, \\ \hat{H} &= \hbar \sum_{i=1}^2 \sum_k G_k (\hat{b}_k^+ + \hat{b}_k) \hat{a}_i^+ \hat{a}_i, \\ \hat{H}_I &= \hbar g (\hat{R}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{R}_2^+ \hat{a}_2 + H.c.) + \hbar \chi (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_1).\end{aligned}\quad (2)$$

Aici \hat{a}_i^+ și \hat{a}_i reprezintă operatorii bozonici pentru CEM de cavitate, \hat{b}^+ , \hat{b} - sunt operatorii bozonici pentru fononii din peretele comun al cavităților, \hat{R}_{zi} , \hat{R}_i^+ și \hat{R}_i^- operatorii pentru radiatorul din cavitatea „i”. Acești operatori satisfac următoarele relații de comutare: $[\hat{b}, \hat{b}^+] = 1$, $[\hat{a}_j, \hat{a}_i^+] = \delta_{i,j}$, $[\hat{R}_i^+, \hat{R}_j^-] = 2\delta_{i,j} \hat{R}_{zi}$, și respectiv, $[\hat{R}_{zi}, \hat{R}_j^\pm] = \pm \delta_{i,j} \hat{R}_{zi}$. Parametrul χ reprezintă parametrul care descrie posibilitatea trecerii fotonilor dintr-o cavitate în alta, g este constanta de interacțiune dintre fotonii din cavitatea optică și atomii. Prin partea Hamiltonianului \hat{H} este prezentă interacțiunea foton-fonon. Intensitatea cuplajului foton-fonon se conține în parametrul G_k . Dacă considerăm vibrații clasice ale peretelui cavităților, atunci, putem utiliza aproximația $G_k (\hat{b}_k^+ + \hat{b}_k) = A_k \cos(\omega_k t) = f_k(t)$. Astfel Hamiltonianul reprezentat în Ec. 1 poate fi redus la următoarea formă

$$\begin{aligned}\hat{H}_0 &= \hbar \sum_{i=1}^2 \{\omega(\hat{a}_i^+ \hat{a}_i + \hat{R}_{zi})\} + \sum_k \omega_k \hat{b}_k^+ \hat{b}_k, \\ \hat{H}(t) &= \hbar \sum_k f_k(t) (\hat{a}_1^+ \hat{a}_1 - \hat{a}_2^+ \hat{a}_2) \\ \hat{H}_I &= g (\hat{R}_1^+ \hat{a}_1 + \hat{R}_2^+ \hat{a}_2 + H.c.) + \hbar \chi (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2 + \hat{a}_2^+ \hat{a}_1).\end{aligned}\quad (3)$$

Dacă vibrațiile din peretele ce desparte cavitățile sunt realizate la o singură frecvență, atunci suma după indicele „k” va fi exclusă.

III. ECUAȚIA SCHRÖDINGER. SOLUȚIA ECUAȚIEI SCHRÖDINGER

Vom scrie ecuația Schrödinger în următoarea reprezentare

$$[\hat{H}_I + \hat{H}(t)]|\psi_I\rangle = i\hbar \partial_t |\psi_I\rangle / \partial t \quad (4)$$

Aici s-a notat prin $|\tilde{\psi}\rangle = \exp(-i\hat{H}_0 t / \hbar) |\psi\rangle$, $|\psi\rangle$ este funcția de undă a sistemului. Ecuația 4 se obține datorită faptului că partea liberă a Hamiltonianului comută cu partea Hamiltonianului indicată în Ec. 2. Vom utiliza teoria perturbațiilor pentru soluționarea ec. 4. Astfel vom căuta soluția pentru (4) sub forma

$$|\psi_I(t)\rangle = \exp(-i \int \hat{H} dt / \hbar) |\tilde{\psi}\rangle \quad (5)$$

Utilizând ec. 5, din relația 4 obținem ecuația Schrodinger în reprezentarea interacțiune, rezolvarea căreia a fost prezentată în lucrările [13-15]. Astfel, pentru o singură excitație, observăm patru stări degenerate posibile ale sistemului

$$\begin{aligned}|\psi_1\rangle &= |e_1, g_2\rangle |0_1\rangle |0_2\rangle; \quad |\psi_2\rangle = |g_1, g_1\rangle |1_1\rangle |0_2\rangle; \\ |\psi_3\rangle &= |g_1, e_2\rangle |0_1\rangle |0_2\rangle; \quad |\psi_4\rangle = |g_1, g_2\rangle |0_1\rangle |1_2\rangle;\end{aligned}\quad (6)$$

Utilizând teoria perturbațiilor, caz degenerat, vom determina stările și valorile proprii ale Hamiltonianului de interacțiune sub forma unei superpoziții din stările prezentate în ec. 6.

Astfel, pentru funcția de undă, obținem

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n,m,j=1}^4 \sum_{l=1}^2 B_m A_n^{(l)} c_{n,j} \exp\left[-i\left(\lambda_n t + \int_0^t f(\tau) d\tau\right)\right] |\psi_j\rangle \quad (7)$$

Aici $c_{n,j}$ - sunt coeficienții superpoziției pentru stările proprii determinate pentru \hat{H}_I , $A_n^{(l)}$ - coeficienții determinați din teoria perturbațiilor, la includerea termenului $\hat{H}(t)$ în Hamiltonian, legat de vibrațiile peretelui cavităților. Coeficienții B_m sunt determinați din condițiile inițiale. Pentru determinarea calcularea corelațiilor cuantice, este nevoie de găsit matricea de densitate. Astfel, aceasta poate fi exprimată prin funcția de undă în felul următor

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{i,j=1}^4 \tilde{B}_{i,j}(t) |\psi_i\rangle \langle \psi_j| \quad (8)$$

În ec. 8 am notat prin $\tilde{B}_{i,j}(t) = \tilde{B}_i(t) \tilde{B}_j^*(t)$ și $\tilde{B}_j(t) = \sum_{n,m=1}^4 \sum_{l=1}^2 B_m A_n^{(l)} c_{n,j} \exp\left[-i\left(\lambda_n t + \int_0^t f(\tau) d\tau\right)\right]$.

Pentru analiza influenței oscilațiilor mecanice asupra transferului de energie dintr-o cavitate în alta, mai jos prezentăm graficul dependenței probabilității realizării stării $|\psi_4\rangle$ pentru o stare inițială a sistemului $|\psi_2\rangle$. Din ec. 6 observăm că asta ar însemna probabilitatea transferului de energie din prima cavitate optică, prezent sub formă de unii foton, în cea de-a doua cavitate optică. În Fig. 1 s-a construit graficul dependenței de timp pentru două cazuri particulare, când lipsesc oscilațiile mecanice și în prezența lor. După cum observăm din figură, oscilațiile mecanice modifică semnificativ probabilitatea transferului energiei. Astfel prin oscilațiile mecanice poate fi manipulat cu corelația cuantică dintre atomii plasați în cavități optice diferite.

IV. CONCLUZII

În această lucrare s-a studiat sistemul cuantic format din două cavități optice cuplate, dopate cu radiatori. Peretele semitransparent comun este supus oscilațiilor mecanice. S-a demonstrat că prin intermediul oscilațiilor mecanice se poate dirija transferul de energie dintre cavități, astfel se poate dirija cu corelația cuantică ce apare între atomii plasați în cavități optice diferite. Posibilitatea manipulării cu starea cuantică deschide noi perspective de utilizare a acestui sistem în domeniul calculatoarelor și prelucrării cuantice a informației.

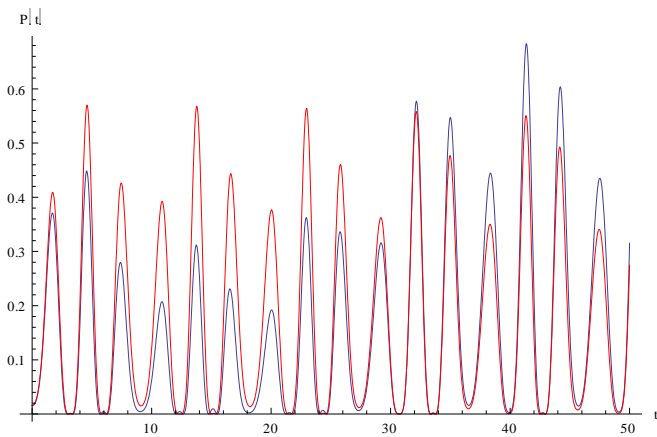


Fig. 1. Dependența probabilității stării $|\psi_4\rangle$ ca funcție de timp (graficul roșu) pentru cazul când amplitudinea oscilațiilor mecanice este zero (graficul roșu) și amplitudine diferită de zero (graficul albastru). Aici s-a considerat $g = 0,8$; $\chi = 0,8$; $\omega_k = 0,1$;

MULȚUMIRI

Această lucrare a fost realizată cu suportul obținut în cadrul proiectului cu cifrul 18.80012.50.33A

BIBLIOGRAFIE

- [1] J. Quach, M. I. Makin, C.-H. Su, A.D. Greentree and L. C. L. Hollenberg, "Band structure, phase transitions, and semiconductor analogs in one-dimensional solid light systems," *Phys. Rev. A*, vol. 80, pp. 063838-7, 2009
- [2] M. Scala, R. Migliore and A. Messina, "Dissipation and entanglement dynamics for two interacting qubits coupled to independent reservoirs," *J. Phys. A: Math. Theor.*, vol. 41(43) pp. 435304, 2008.
- [3] B.-G. Englert, H. J. Briegel, "Quantum optical master equations: The use of damping bases," *Phys. Rev. A*, vol. 47, pp. 3311, 1993.
- [4] P. Lacharmoise and A. Fainstein, "Optical cavity enhancement of light-sound interaction in acoustic phonon cavities," *Appl Phys. Lett.*, vol. 84, pp. 3274-3276, 2004.
- [5] J. M. Worlock and M. L. Roukes, "Son et lumière," *Nature London*, vol. 421, pp. 802, 2003.
- [6] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg and F. Marquardt, "Cavity optomechanics," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 86, pp. 1391-1452, 2014.
- [7] J. D. Teufel, T. Donner, D. Li, J. W. Harlow, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker, K. W. Lehnert and R. W. Simmonds, "Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state," *Nature*, vol. 475, pp. 359-363, 2011.
- [8] J. D. Teufel, D. Li, M. S. Allman, K. Cicak, A. J. Sirois, J. D. Whittaker and R. W. Simmonds, "Circuit cavity electromechanics in the strong-coupling regime," *Nature*, vol. 471, pp. 204-208, 2011.
- [9] A.H. Safavi-Naeini and O. Painter, "Proposal for an optomechanical traveling wave phonon-photon translator," *New J. Phys.*, vol 13, pp. 013017, 2011.
- [10] S. J. M. Habraken, K. Stannigel, M. D. Lukin, P. Zoller and P. Rabl, "Continuous mode cooling and phonon routers for phononic quantum networks," *New J. Phys.*, vol. 14, pp. 115004, 2012.
- [11] M. Schmidt, M. Ludwig and F. Marquardt, "Optomechanical circuits for nanomechanical continuous variable quantum state processing," *New J. Phys.*, vol 14, pp. 125005, 2012.
- [12] A. Gonzalez-Tudela, D. Martin-Cano, E. Moreno, L. Martin-Moreno, C. Tejedor, and F. J. Garcia-Vidal, "Entanglement of Two Qubits Mediated by One-Dimensional Plasmonic Waveguides," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, pp. 020501, 2011.
- [13] N. Enaki, S. Bazgan, "Symmetry of packing of doped cavities and its influence on the emission spectrum of entangled states," *Rom. Reports in Phys.*, vol. 67(4), pp. 1322, 2015.
- [14] N. Enaki, S. Bazgan, "Collective excitations of atoms and field modes in coupled cavities," *Phys. Scr.*, vol. 2014, pp. 014010, 2014.
- [15] N. Enaki, S. Bazgan, "Exact solution for energy transfer between radiators localized in separate coupled cavities," *Phys. Scr.*, vol. 2013, pp. 014022, 2013.