

# Algoritm Iterativ de Acordare a Regulatorilor la Obiecte cu Inerție de Ordinul Doi, Timp Mort și Fază Neminimă

Bartolomeu IZVOREANU

Technical University of Moldova  
izvor@mail.utm.md

**Abstract** — In this paper is proposed the iterative algorithm of tuning the typical controllers P, PI, PID to the model objects with inertia second order, time delay and nonminimal phase. In the proposed algorithm it is using the maximal stability degree method for tuning controllers. In the result of this studying it is proposed the algorithm of tuning controllers and the procedure of determining the system's performance in dependence of maximal stability value.

**Index Terms** — maximal stability degree method, iterative algorithm, tuning of controllers.

## I. INTRODUCTION

La automatizarea proceselor industriale modelele matematice atașate procesului condus în unele cazuri sunt prezentate ca modele cu inerție de ordin respectiv, timp mort și fază neminimă [1-5]. Operațiile cu termeni transcendenți sunt dificile. Procedura de acordare a regulatorilor la procese cu inerție, timp mort și fază neminimă este dificilă. Pentru acordarea regulatorilor la astfel de modele ale obiectelor se utilizează metode frecvențiale, metoda modulului etc. Metodele frecvențiale sunt însoțite cu calcule grafo-analitice dificile, iar metoda modulului este dificilă la realizarea algoritmilor cu anticipație. În lucrare se analizează modelul obiectului (părții fixate) cu inerție de ordinul doi, timp mort și fază neminimă cu funcția de transfer (f.d.t) prezentată în forma

$$H_{PF}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s-1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2 + a_1s - a_2}, \quad (1)$$

unde  $k$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\tau$  sunt parametrii obiectului, iar  $a_0=T_1T_2$ ,  $a_1=T_1-T_2$ ,  $a_2=-1$ . Pentru modelul (1) există două cazuri: 1)  $T_1-T_2<0$  și  $a_1<0$ ; 2)  $T_1-T_2<0$  și  $a_1<0$ . În lucrare vom analiza cazul când  $a_1<0$ . La modelul obiectului (1) cu parametrii cunoscuți  $k$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\tau$  se propune de a acorda regulatorii tipizate P, PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [6-9]. De analizat dinamica SA și determinarea performanțelor impuse SA precum și evidențierea avantajelor metodei propuse pentru modelele analizate.

## II. ALGORITMUL DE ACORDARE A REGULATORILOR

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat alcătuită din regulator cu f.d.t  $H_R(s)$  și obiect cu f.d.t (1) prezentată în fig.1.

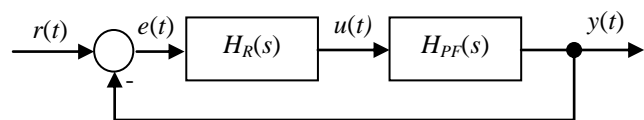


Fig.1. Schema bloc structurală a sistemului automat.

Vom acorda algoritmi tipizați de reglare P, PI și PID respectiv la modelul obiectului (1) cu parametri cunoscuți, folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [6-9].

Pentru SA cu modelul obiectului (1) acordarea regulatorului P se efectuează după metoda GMS utilizând expresiile algebrice care sunt expresii analitice de forma

$$-\tau a_0 J^2 + J(\tau a_1 + 2a_0) + \tau a_2 - a_1 = 0, \quad (2)$$

$$k_p = (\exp(-\tau J)/k)(-a_0 J^2 + a_1 J + a_0). \quad (3)$$

Pentru SA cu modelul obiectului (1) acordarea regulatorului PI se efectuează după metoda GMS utilizând expresiile algebrice care sunt expresii analitice de forma

$$-\tau^2 a_0 J^3 + J^2(\tau^2 a_1 + 6\tau a_0) - J(6a_0 + 4\tau a_1 - \tau^2 a_2) + 2a_1 - 2\tau a_2 = 0, \quad (4)$$

$$k_p = (\exp(-\tau J)/k)(\tau a_0 J^3 - J^2(\tau a_1 + 3a_0) + J(2a_1 - \tau a_2) + a_2), \quad (5)$$

$$k_i = 1/T_i = (\exp(-\tau J)/k)(a_0 J^3 - a_1 J^2 - a_2 J) + k_p J. \quad (6)$$

În cazul acordării parametrilor regulatorului PID după metoda GMS se utilizează expresii algebrice care sunt expresii analitice de forma

$$\tau^3 a_0 J^3 - J^2(\tau^3 a_1 + 9\tau^2 a_0) + J(18\tau a_0 + 6\tau^2 a_1 - \tau^3 a_2) - 6a_0 - 6\tau a_1 + 3\tau^2 a_2 = 0, \quad (7)$$

$$k_p = (\exp(-\tau J) / k) (\tau a_0 J^3 - J^2 (\tau a_1 + 3a_0) + J(2a_1 - \tau a_2) + a_2) + 2k_d J, \quad (8)$$

$$k_i = 1/T_i = (\exp(-\tau J) / k) (a_0 J^3 - a_1 J^2 - a_2 J) - k_d J^2 + k_p J. \quad (9)$$

$$k_d = (\exp(-\tau J) / 2k) (\tau^2 a_0 J^3 - J^2 (\tau^2 a_1 + 6\tau a_0) + J(6a_0 + 4\tau a_1 - \tau^2 a_2) - 2a_1 + 2\tau a_2). \quad (10)$$

Parametrii de acord ai reguletoarelor P, PI și PID -  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  din expresiile (4), (5)-(6) și (8)-(10) sunt funcții de parametrii cunoscuți ai obiectului și de gradul de stabilitate necunoscut  $J$  al SA sintetizat:  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$ . Conform acestor relații la valorile cunoscute ale parametrilor obiectului și la variația gradului de stabilitate la SA  $J \geq 0$  în limitele respective se efectuează calculele respective și se construiesc curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$  și  $k_i=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  pentru reguletoarele P, PI și PID. După curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$  și  $k_i=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  se aleg iterativ seturi de valori ale parametrilor reguletoarelor P, PI, PID respectiv și SA se simulează pe calculator, se apreciază performanțele sistemului care se compară cu cele impuse sistemului și procedura se repetă până când vor fi satisfăcute performanțele impuse sistemului.

### III. APLICAȚII ȘI SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru verificarea metodei iterative propuse de acordare a reguletoarelor P, PI și PID la modelul obiectului (1) vom admite valori arbitrare ale parametrilor obiectului  $k=0,5$ ,  $T_1=15$ ,  $T_2=10$ ,  $\tau=2$ , iar  $a_0=150$ ,  $a_1=10$ ,  $a_2=1$ . Vom efectua calculele respective pentru funcțiile  $k_p=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$  și  $k_i=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  folosind procedura expusă mai sus.

Rezultatele calculelor funcțiilor  $k_p=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$  și  $k_i=f(J)$ ,  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  pentru reguletoarele P, PI și PID respective acordate după metoda GMS folosind procedura expusă mai sus sunt prezentate în fig. 2, a, b, c. Valorile optime ale parametrilor reguletoarelor respectiv P, PI, PID conform relațiilor din fig. 2 acordate după metodele GMS, Ziegler-Nichols și optimizarea în MATLAB se prezintă în tabelul 1.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea reguletoarelor P, PI, PID la modelul obiectului (1) după metoda GMS cu iterații s-au efectuat calculele respective după metoda Ziegler-Nichols și s-au obținut parametrii critici ai SA  $k_{cr}=5$ ,  $T_p=69.92$  s, iar parametrii optimați ai reguletoarelor P, PI, PID calculați după această metodă sunt prezentați în tabelul 1. Simularea pe calculator a SA cu reguletoare P, PI, PID respectiv acordate după metodele GMS, Ziegler-Nichols și optimizarea în MATLAB s-a realizat în pachetul MATLAB (figura 3).

Rezultatele simulării pe calculator a SA sunt prezentate în fig. 4, a, b: în fig.4, a sunt prezentate procesele tranzitorii optime ale SA cu reguletoare P cu parametrii acordați după metoda GMS - curba 1; metoda Ziegler-Nichols - curba 2; optimizarea MATLAB - curba 3; iar în fig. 4, b sunt prezentate procesele tranzitorii ale SA cu reguletoare PID cu parametrii acordați după metoda GMS curbele 1-5; optimizarea MATLAB - curba 6. Sistemul automat cu reguletoare PI acordate după metodele GMS și

Ziegler-Nichols sunt instabile (metodele respective nu dau rezultatele pozitive pentru acest tip de obiect cu parametrii dați).

SA cu reguletoare PID acordate după metoda GMS permite de a realiza performanțele impuse sistemului, care sunt mai ridicate decât performanțele SA cu reguletoare PID acordate după metoda optimizării parametrice în MATLAB.

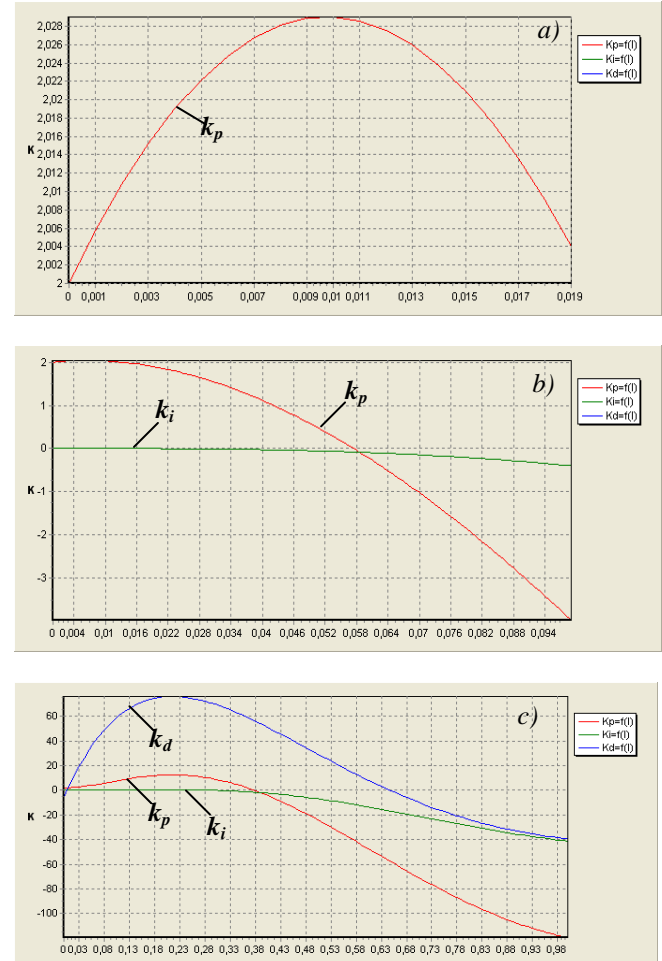


Fig. 2. Dependența parametrilor reguletoarelor P, PI și PID de gradul de stabilitate al SA.

Tabelul 1. Parametrii de acord ai reguletoarelor.

Tip reg.	Nr. cur.	Metoda acordare	$J$	$k_p$	$k_i$	$k_d$
P	1	GMS	0.009	2.29		
	2	ZN		2.5		
	3	Matlab		2.719		
PI		GMS	0.006	2.038	8.187	
		ZN		2.25	0.02	
PID	1	GMS	0.09	5.88	0.096	49.03
	2	GMS	0.11	7.37	0.163	57.31
	3	GMS	0.13	8.8	0.242	63.83
	4	GMS	0.16	10.64	0.366	70.73
	5	GMS	0.23	12.49	0.526	76.14
	6	ZN		3	0.026	6.39
	6	Matlab		13.54	0.275	91.0



Fig. 3. Schema de simulare pe calculator a SA.

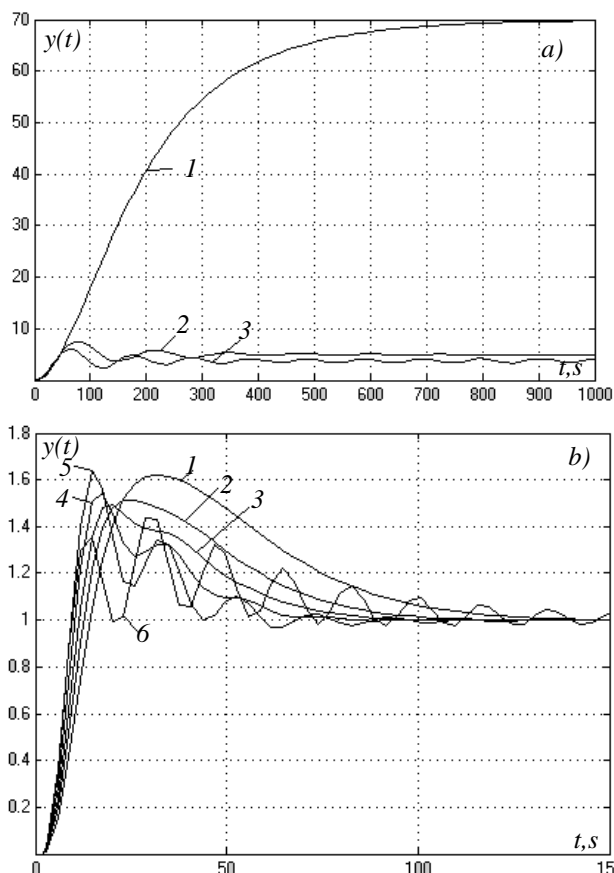


Fig.4. Procese tranzitorii ale SA cu regulatorul P, PID.

După cum se observă din fig. 2, c pentru gradul optimal de stabilitate  $J_{opt}$  setul de valori ale parametrilor de acord ai reguletoarelor PID sunt maximale (vezi rândul 4 în tabelul 1) dar performanțele sistemului (curba 4) pentru valorile date ale parametrilor modelului obiectului (1) nu sunt optimale (timpul de creștere  $t_c$  și timpul de reglare  $t_r=55$  s sunt minimale în comparație cu aceiași parametri ai curbelor 1-3 și 5-6, iar suprareglajul  $\sigma = 60\%$  și este puțin mai ridicat în comparație cu curbele 2, 3, 6 și mai mic decât la curbele 1, 5).

Numărul curbei procesului tranzitoriu a SA din figura 4, a, b corespunde cu numărul curbei indicate în tabelul 1.

Pentru a ilustra posibilitățile metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații în figura 5 sunt prezentate procesele tranzitorii ale sistemului automat cu regulatorul PID acordat după metoda GMS cu iterații (curba 1, ceea ce corespunde curbei 4 din figura 4, b și valorilor parametrilor din rândul 4 al tabelului 1), după metoda Ziegler-Nichols - curba 2 și metoda optimizării parametrice în MATLAB curba 3.

Din analiza proceselor tranzitorii ale sistemului automat cu regulatorul PID prezentat în figura 5 se observă că procesul tranzitoriu al sistemului automat cu regulatorul PID acordat după metoda Ziegler-Nichols este oscilant neamortizat, iar procesul tranzitoriu al sistemului automat cu regulatorul PID acordat după metoda optimizării

parametrice MATLAB are un număr mare de oscilații relativ mici de asupra regimului staționar și foarte lent tinde către regimul staționar, în schimb procesul tranzitoriu al sistemului automat cu regulatorul PID acordat după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații în comparație cu cele două tipuri de procese este lent oscilant cu amplitudine mică și care tinde cu mult mai rapid la regimul staționar.

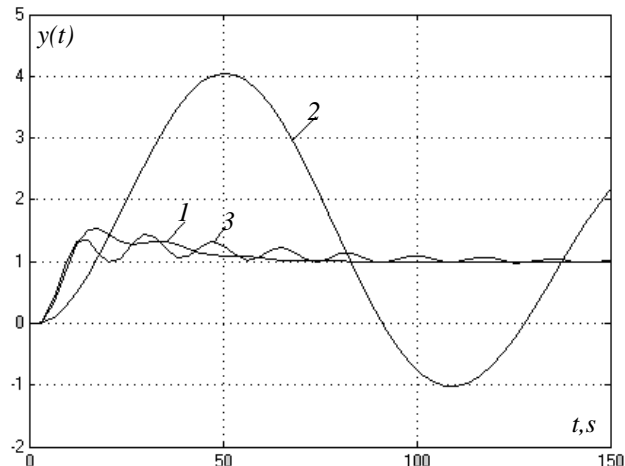


Fig.5. Procese tranzitorii ale SA cu regulatorul PID.

Analizând rezultatele obținute la acordarea regulatorului PID după metoda GMS cu iterații la modelul obiectului (1) se constată că alegând diferite seturi de valori  $J - k_p, k_i, k_d$  pentru regulatorul PID (vezi figura 2, c și tabelul 1) permite de a alege performanțele optimale ale sistemului automat după metoda propusă.

#### IV. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică cu iterații în baza metodei GMS de acordare a reguletoarelor P, PI, PID la modele de obiecte cu inerție de ordinul doi, timp mort și faza neminimă prezentate prin modelul (1) care conține un pol negativ și un pol pozitiv.

- Pentru SA cu regulatorul P acordat după metoda GMS procesul tranzitoriu al sistemului este aperiodic și optimal, dar foarte lent și cu timpul de reglare  $t_r=480$  s. Se observă că regimul staționar atinge valoarea  $y_{st}=70$ , ceea ce este cu mult mai mare decât regimul staționar la acordarea acestui regulator prin metoda Ziegler-Nichols și optimizarea în MATLAB pentru care  $y_{st}=5$ . Acest fenomen se datorează regimului staționar în obiect care este egal cu -1.

- Pentru SA cu regulatorul PI acordat după metoda GMS și Ziegler-Nichols sistemul automat este instabil, ceea ce ne indică că pentru modelul (1) cu parametrii cunoscuți și luată în calcul metoda GMS nu dă rezultate pozitive.

- Pentru SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS folosind metoda iterațiilor și alegând diverse seturi de valori ale parametrilor regulatorului PID la variația gradului de stabilitate  $J - k_p, k_i, k_d$  și efectuând simularea pe calculator a sistemului automat pentru seturile alese pentru regulatorul PID se analizează performanțele sistemului. În rezultat este posibilitatea de a alege performanțele optimale posibile ale sistemului automat pentru parametrii dați ai modelului obiectului (1).

- Metoda Ziegler-Nichols nu dă rezultate pozitive la acordarea regulatorului PID la modelul obiectului (1).
- Optimizarea parametrică în MATLAB a parametrilor regulatorului PID pentru modelul obiectului (1) procesul tranzitoriu în sistem este foarte oscilant.

#### BIBLIOGRAFIE

- [1] R. K. Dorf, R. X. Bishop. *Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoria Bazovîh Znaniî, 2004. - 832s.
- [2] V. Ia. Rotach. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia termoenergheticheskimi protzessami*. – Moskva: Energoatomizdat, 1985.-292 s.
- [3] V. A. Lukas. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia*. – Moskva: Nedra, 1990.- 416 s.
- [4] G. I. Zagarii, A. M. Shubladze. *Sintez system upravlenia na osnove kriteria maksimalnoi stepeni ustoiichivosti*. - Moskva: Energoatomizdat, 1998,198 s.
- [5] Ş. Preitl, R. E. Precup. *Introducere în ingineria reglării automate*.-Timişoara: Editura Politehnica, 2001.-334 p.
- [6] I. Dumitrache şi al. *Automatizări electronice*. - Bucureşti: EDP, 1993.- 660 p.
- [7] B. Izvoreanu, I. Fiodorov, F. Izvoreanu. “The Tuning of Regulator for Advance Delay Objects According to the Maximal Stability Degree Method” / In: *Proceedings of the 11th International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS-11)*, Bucureşti, 1997, V.I. – pp. 179-184.
- [8] B. Izvoreanu, I. Cojuhari. “Contribuţii la acordarea reguletoarelor tipizate În sisteme de reglare în cascadă cu două contururi cu inerţie” / În: *Materialele Conferinţei Tenico - Ştiinţifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor şi Studenţilor UTM, Chişinău, 2007, V.I.*
- [9] B. Izvoreanu, I. Fiodorov, I. Cojuhari, “Tuning of Controllers to the Third Order Advance Delay Objects” / In: *Proceedings of the 5th International Conference on Microelectronics and Computer Science (ICMCS-2007)*, Chişinău, 2007, V.I. – pp. 250-253.