

# CALCULUL REGIMULUI PERMANENT UTILIZÂND ECUAȚIILE NODALE ÎN FORMĂ COMPLEXĂ

Cojocaru Ion  
Conducător științific: prof. univ. Ion Stratan

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Abstract:** *Continua creștere a ponderii resurselor regenerabile duce la evidențierea problemei determinării limitei de încărcare a nodurilor sistemului electroenergetic, deoarece elementele acestuia au fost dimensionate pentru alte date de intrare.. Pentru a putea determina limita de încărcare a elementelor este necesar de aplicat o metodă deosebită de calcul a regimului permanent, și anume aplicând ecuațiile nodale în formă complexă.*

**Cuvinte cheie:** *calculul regimului permanent, ecuații nodale în formă complexă, algoritmul Newton-Raphson, limita de încărcare.*

### 3 Introducere

Se știe că ecuațiile de stare ale regimului permanent în formă complexă pot fi prezentate atât în forma bilanțului curenților în noduri:

$$\begin{aligned} [Y] \cdot [U] + [J_0] &= [U_d^*]^{-1} \cdot [S^*] \quad \text{sau} \\ [Y^*] \cdot [U^*] + [J_0^*] &= [U_d]^{-1} \cdot [S]; \end{aligned} \quad (1)$$

cât și în forma bilanțului puterilor în noduri:

$$\begin{aligned} [U_d^*] \cdot ([Y] \cdot [U] + [J_0]) &= [S^*] \quad \text{sau} \\ [U_d] \cdot ([Y^*] \cdot [U^*] + [J_0^*]) &= [S]. \end{aligned} \quad (2)$$

unde:  $[Y]$  și  $[Y^*]$  sunt matricea admitanțelor proprii și mutuale ale nodurilor și conjugata ei;

$[U]$  și  $[U^*]$  – vectorul tensiunilor în noduri și conjugata lui;

$[S]$  și  $[S^*]$  – vectorul puterilor în noduri și conjugata lui;

$[U_d]$  și  $[U_d^*]$  – matricea diagonală a tensiunilor în noduri și conjugata ei;

$[J_0]$  – vector, elementele căruia se calculează cu relația  $Y_{i,0} \cdot U_0$ ;

$[J_0^*]$  – conjugata vectorului  $[J_0]$ .

Așadar, calculul regimului permanent se reduce la soluționarea sistemelor (1) și (2). În practică, de obicei se utilizează următoarele metode: iterațiilor simple, Gauss-Seidel, Newton-Raphson și diverse modificări ale acestora. Luând în considerare performanțele sporite ale calculatoarelor moderne, în prezent, programele de calcul al regimurilor permanente folosesc algoritmul Newton-Raphson, acesta având o eficiență foarte înaltă.

De menționat că soluționarea sistemelor (1) și (2) în numere complexe, aplicând algoritmul Newton-Raphson nu este posibilă, deoarece funcțiile complexe care formează sistemele (1) și (2) nu sunt derivabile în raport cu necunoscutele  $U_j$  ( $U_j^*$ ).

Pentru a obține soluțiile sistemelor (1) și (2), utilizând metoda Newton, problema dată se depășește divizând funcțiile complexe ale sistemului (1) sau (2) în partea lor reală și imaginară. Fiecare ecuație de stare în formă complexă (pentru fiecare din cele  $n$  noduri independente ale rețelei) se substituie cu două ecuații reale.

#### 4 Modelul matematic

Se va prezenta modelul matematic pentru forma bilanțului curenților în noduri. Pentru forma bilanțului puterilor în noduri, procedeul va fi similar.

Se introduce notația  $[V] = [U^*]$  și se consideră  $V_i$  ca fiind independentă de  $U_i$ . De asemenea se introduc funcțiile de dezechilibru  $F$  și  $F_c$ . Astfel se obține următorul sistem de ecuații

$$\begin{cases} [F] = [Y] \cdot [U] + [J_0] - [V_d]^{-1} \cdot [S^*] \\ [F_c] = [Y^*] \cdot [V] + [J_0^*] - [U_d]^{-1} \cdot [S] \end{cases} \quad (3)$$

sau în formă matricială:

$$\begin{bmatrix} [F] \\ [F_c] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Y] & [0] \\ [0] & [Y^*] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [U] \\ [V] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [J_0] \\ [J_0^*] \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [V_d] & [0] \\ [0] & [U_d] \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} [S^*] \\ [S] \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Deoarece  $U_i$  și  $V_i$  sunt privite ca variabile independente, la derivarea funcțiilor sistemului (5), în scopul determinării elementelor matricei Jacobi, nu apare problema neîndeplinirii condițiilor Cauchy-Riemann.

#### 5 Metoda de calcul

Se formează matricea Jacobi a sistemului (4):

$$[J] = \begin{bmatrix} \left[ \frac{\partial F}{\partial U} \right] & \left[ \frac{\partial F}{\partial V} \right] \\ \left[ \frac{\partial F_c}{\partial U} \right] & \left[ \frac{\partial F_c}{\partial V} \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [C] & [D] \end{bmatrix}, \quad (5)$$

unde  $[A] = [Y]$ ,  $[D] = [Y^*]$ ;

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{S_1^*}{V_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{S_2^*}{V_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{S_n^*}{V_n^2} \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} \frac{S_1}{U_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{S_2}{U_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{S_n}{U_n^2} \end{bmatrix}.$$

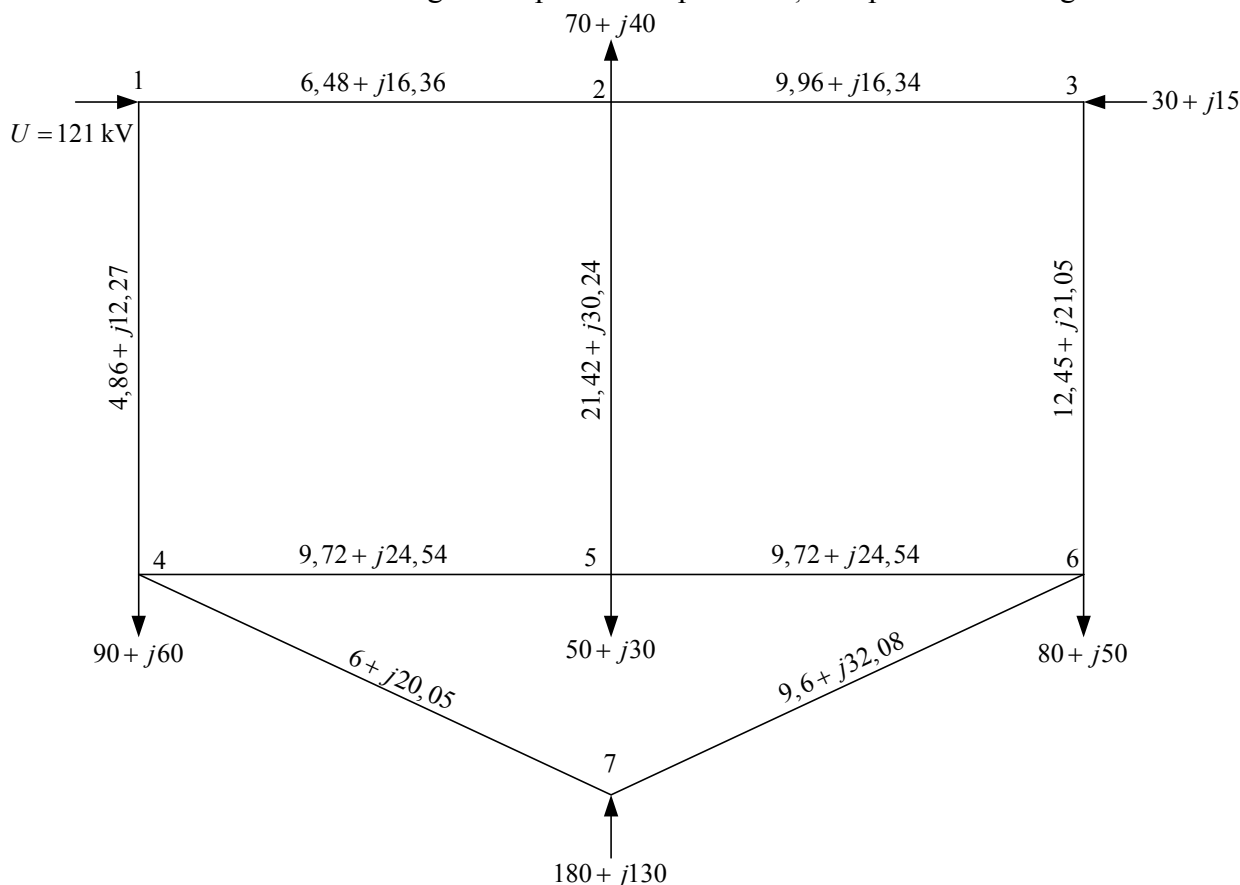
La fiecare iterație, conform algoritmului Newton-Raphson, se calculează corecțiile  $\Delta U_i$  și  $\Delta V_i$  care se adaugă la valorile variabilelor  $U_i$  și  $V_i$ , obținute din iterația precedentă. Corecțiile  $\Delta U_i$  și  $\Delta V_i$  se calculează soluționând următorul sistem de ecuații liniare:

$$\begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [C] & [D] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [\Delta U] \\ [\Delta V] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [F] \\ [F_c] \end{bmatrix}. \quad (6)$$

De menționat că soluționarea sistemului (1) oferă rezultate ce caracterizează atât regimurile existente (dacă  $[V] = [U^*]$ ), cât și pe cele inexistente (dacă  $[V] \neq [U^*]$ ). Aceasta permite determinarea puterii limită pentru fiecare dintre elementele sistemului.

## 6 Rezultatele calculului unei rețele

În baza celor expuse mai sus s-a elaborat un program utilizând mediul de programare MATLAB care execută calculul regimului permanent pentru rețeaua prezentată în fig. 1.



**Figura 1** – Schema monofilară a rețelei studiate

Rezultatele calculului utilizând programul elaborat (tabelul 1) au fost comparate cu cele obținute cu ajutorul unui program specializat, care utilizează metoda clasică Newton-Raphson. Pentru regimul normal de funcționare aceste rezultate au fost identice. În continuare s-a purces la modelarea unui regim inexistent prin majorarea puterii active, și apoi reactive, în nodul 2. Astfel, s-au determinat limitele de putere activă și reactivă pentru nodul 2. Astfel s-a observat că pentru cazul majorării puterii reactive în nodul 2, programul ce utiliza metoda clasică a încetat să prezinte rezultat la o valoare mult mai mică a puterii reactive decât valoarea limită determinată cu ajutorul programului elaborat.

**Tabelul 1** – Rezultatele obținute pentru regim normal de funcționare a rețelei

Nod	$U$ , kV	$V$ , kV	$ U $ , kV	$\delta$ , °
2	110,891-j6,134	110,891+j6,134	111,060	-3,166
3	113,009-j4,248	113,009+j4,24	113,088	-2,153
4	115,982-j1,769	115,982+j1,769	115,996	-0,8738
5	107,786-j7,02	107,786+j7,02	108,014	-3,726
6	109,445-j5,503	109,445+j5,503	109,583	-2,878
7	129,627+j11,681	129,627-j11,681	130,153	5,149

S-a elaborat încă un program orientat spre determinarea limitei de putere activă, reactivă și aparentă (puterea activă și reactivă s-au majorat proporțional cu valorile inițiale). Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelele 2-4 pentru puterea activă, reactivă și aparentă respectiv.

**Tabelul 2** – Rezultatele obținute la determinarea puterii limită active

Nod	2	3	4	5	6	7
Puterea limită, $P$ , MW	344,34	145,99	494,22	210,1	221,58	180

**Tabelul 3** – Rezultatele obținute la determinarea puterii limită reactive

Nod	2	3	4	5	6	7
Puterea limită, $Q$ , MVar	562,37	306,86	329,81	378,81	777,84	53,54

**Tabelul 4** – Rezultatele obținute la determinarea puterii limită aparente

Nod	2	3	4	5	6	7
Puterea limită, $S$ , MVA	248,62 + $j142,07$	114,9 + $j57,45$	328,45 + $j218,96$	284,6 + $j170,76$	159,33 + $j95,6$	169,58 + $j105,99$

## 7 Concluzii

Datorită faptului că această metodă oferă rezultate atât pentru regimurile existente cât și pentru cele neexistente, ea poate fi aplicată la calculul limitelor de putere pentru diferite elemente. Problema determinării puterii-limită pentru diferite elemente ale sistemului este una tot mai actuală, dat fiind faptul utilizării tot mai intense a surselor regenerabile.

## 8 Bibliografie

1. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., Неуймин В.Г. *Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах*, Москва, Наука, 2008.
2. Конторович А.М., *Решение уравнений установившихся режимов электрических систем без разделения на вещественные и мнимые составляющие*, Переходные и установившиеся режимы электрических систем и управление ими, Ленинград, 1984.
3. Stratan I., Canțâr A., Axente I., *The mathematical model for calculation of operation regime using the state equations in complex form*, Buletinul Institutului Politehnic, Iași, XLV (II), Fasc. 5B, 342-345, 1999.
4. Gerald Recktenwald, *Numerical Methods with MATLAB: Implementations and Applications*, Prentice Hall, 2000.