

# ORIGINILE ANALIZEI DIMENSIONALE

Ion CERNICA

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Rezumat:** Într-o ordine firească se prezintă cele mai importante fapte și momente, care au jucat un rol decisiv în evoluția analizei dimensionale, ca metodă generală de cercetare. Se arată că prima aplicare de anvergură a analizei dimensionale în știință se datorează matematicianului francez Pierre-Marie-François Daviet de Foncenex și nu fizicianului francez Jean Baptiste Joseph Fourier, cum era considerat până în prezent. Autorul adevărat al teoremei  $\Pi$  trebuie considerat matematicianul francez Joseph Louis François Bertrand, care în 1878, pe baza unor probleme de electrodinamică și de teoria conducției termice, a demonstrat primul această teoremă și a dat indicații clare cu privire la aplicarea ei la modelarea fenomenelor fizice.

**Cuvinte cheie:** mărime, unitate, fenomen fizic, dimensiune, omogenitate dimensională, analiză dimensională.

## 1. Introducere

Analiza dimensională, numită deseori și teoria dimensională, a apărut din necesitatea de a descrie și a cunoaște calitativ lumea fizică, atunci când nu au putut fi aplicate metodele și principiile fizicii generale. Ca și întreaga știință fizică, analiza dimensională are la bază concepția materialist-dialectică cu privire la caracterul indestructibil dintre materie și atributul ei esențial – mișcarea. Cum această legătură există independent de conștiința noastră, tot așa fenomenele fizice asociate mișcării materiei nu depind de alegerea unităților mărimilor fizice fundamentale. Este absolut evident că în afara acestui adevăr analiza dimensională nu s-ar fi putut dezvolta sub nici o formă.

Majoritatea aplicațiilor practice ale analizei dimensionale nu trezesc îndoieli sau suspiciuni, deoarece au fost confirmate prin numeroase experiențe. Discuțiile în jurul bazelor teoretico-filosofice ale metodei par să continue și în prezent. Dacă matematicienii găsesc argumentele de bază ale metodei analizei dimensionale nejustificate și doresc să reexamineze problema în maniera lor, atunci fizicienii și inginerii par să fie neîncredători în importanța fizică a condițiilor de aplicare a ei. Problema constă într-aceea că analiza dimensională se situează la un astfel de nivel de dezvoltare a științei, încât majoritatea savanților și inginerilor pierd din esența metodei. Pentru a înțelege principiile care au stat la baza ei, trebuie să revii neapărat la originile analizei dimensionale. Numai astfel poți să înțelegi prezentul și viitorul unei științe.

## 2. Formularea problemei

În perioada 1975-2005, în domeniul abordat, au fost publicate câteva articole științifice cu caracter istoric, care aduc lumină asupra unor fapte și momente importante în evoluția analizei dimensionale, ca metodă generală de cercetare. În această ordine de idei, aici se reamintesc doar patru lucrări, care au avut influență majoră asupra evoluției ulterioare a analizei dimensionale. Este vorba de lucrarea cercetătorului american Enzo O. Macagno de la Universitatea din Iowa [9], de lucrarea profesorului german Henry Görtler de la Universitatea din Freiburg [7] și de două lucrări ale cercetătorului Roberto de Andrade Martins de la Universitatea Federală din Paraná, Brazilia, [12, 13]. În situația creată, se impunea ca absolută necesitate rescrierea istoriei analizei dimensionale, lucru care în limba română lipsește cu desăvârșire.

## 3. Originile analizei dimensionale

Istoric vorbind, analiza dimensională apare încă în antichitate, ca rezultat al extinderii noțiunii de similitudine geometrică la fenomenele fizice [1, 2, 9]. Printre precursorii ei se numără matematicienii greci Euclid (cca 325-265 î. Hr.), care în „Elementele” sale a descris natura diferitor mărimi și a aplicat restricții de omogenitate operațiilor cu mărimi geometrice, Ptolomeu (cca 90-168 d. Hr.), care în monografia „On dimension” (O dimensiune) a formulat teza cu privire la imposibilitatea ca corpurile să aibă mai mult de trei dimensiuni geometrice, și Pappus (cca 290-350 d. Hr.). În legătură cu acest principiu, Pappus scria în „Mecanica” sa [9]: „Cu toate că în geometrie există trei dimensiuni, recent, unii scriitori fac afirmații cu privire la multiplicarea pătratică rectangulară, fără să aducă careva explicații dar ce înțeleg ei prin asta”. Referindu-se la originile analizei dimensionale, renumitul matematician și fizician francez Jean Baptiste

*Joseph Fourier (1768-1830)* în capitolul II, compartiment IX, al celebrei sale lucrări „*Théorie analytique de la chaleur*” (Teoria analitică a căldurii) [6], publicată în 1822, afirma precum că grecii antici cunoșteau deja dimensiunile ariei și volumului.

Ideile lor au fost preluate în secolul al XVI-lea de genialul fizician italian *Galileo Galilei (1564-1642)*, care le dă deja o semnificație mai profundă decât predecesorii săi și care aplică analiza dimensională la soluționarea unor probleme de importanță științifică și tehnică, determinând pe această cale rezistența mecanică a grinzilor de un anumit material în funcție de dimensiunile lor liniare [1, 2]. Considerând intuitiv că ruperea grinzii se produce atunci când tensiunea depășește o anumită mărime maximă, caracteristică pentru materialul ei, Galileo Galilei ajunge la concluzia că valoarea sarcinii ce revine unei unități de volum este invers proporțională cu lungimea ei, anticipând astfel mulți cercetători cu renume în domeniu.

Analiza dimensională se conturează ca metodă de cercetare abia la sfârșitul secolului al XVII-lea, când ideile lui Galileo Galilei sunt preluate și implementate de fizicianul francez *Edme Mariotte (1620-1684)* în lucrările „*Traité de la percussion ou choc des corps*” (Tratat cu privire la ciocnirea cu șoc a corpurilor) (1673) [10] și „*Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*” (Tratat cu privire la mișcarea apelor și altor corpuri fluide) (1686) [11] și de marele fizician englez *Isaac Newton (1643-1727)* în lucrarea „*Great principle of similitude*” (Marele principiu al similitudinii), publicată în capodopera sa „*De philosophiae naturalis principia mathematica*” (Principiile matematice ale filosofiei naturale) la 1687 [15]. De studiul problemelor analizei dimensionale a fost preocupat și *Leonhard Euler (1707-1783)*, unul dintre cei mai mari oameni de știință pe care i-a avut omenirea. În lucrarea sa „*Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*” (Teoria mișcării corpurilor solide și rigide) [9], publicată în 1765, Euler a dedicat un întreg capitol acestor probleme. Dar spre deosebire de mecanica punctului material și mecanica particulei fluide, studiile lui Euler cu privire la dimensiunile mărimilor fizice și principiul de omogenitate erau bazate pe axiome nejustificate. Cercetătorul american Enzo O. Macagno de la Universitatea din Iowa susține că ideile obscure ale lui Euler nu au afectat nicidecum evoluția ulterioară a analizei dimensionale [9].

Dar numai Fourier a stabilit existența unor anumite „unități fundamentale”, în raport cu care fiecare mărime fizică are anumite „dimensiuni” [2, 6]. Lui Fourier îi aparțin, de asemenea, ideile principale cu privire la scrierea dimensiunilor mărimilor fizice ca produse ale unor puteri și omogenitatea dimensională a relațiilor fizice. Fără nici o demonstrație matematică, tot el formulează principiile de bază ale analizei dimensionale, punând astfel bazele fizice ale analizei dimensionale.

În anul 1981 cercetătorul Roberto de Andrade Martins de la Universitatea Federală din Paraná, Brazilia, publică lucrarea „*The origin of dimensional analysis*” (Originile analizei dimensionale) [12] în care susține ideea precum că prima aplicație a analizei dimensionale în știință este legată de numele matematicianului francez *Pierre-Marie-François Daviet de Foncenex (1734-1799)*. Pentru a demonstra viabilitatea ideii înaintate, Roberto de A. Martins publică în 2004 un studiu și mai amplu cu privire la dezvoltarea științei la sfârșitul secolului al XVIII-lea și originile analizei dimensionale [13]. Într-adevăr, François Daviet de Foncenex publică lucrarea „*Sur les principes fondamentaux de la mécanique*” (Asupra principiilor fundamentale ale mecanicii) [5] în 1761, deci cu 61 de ani mai înainte de capodopera lui Fourier [6], unde aplică cel dintâi argumentul dimensional la demonstrația legilor fundamentale ale mecanicii.

Tot în această perioadă se remarcă *Simon Denis Poisson (1781-1840)*, cunoscut matematician, fizician și mecanician francez. În analiza dimensională, Poisson s-a făcut vestit prin lucrarea „*Traité de Mécanique*” (Tratat de mecanică) [9], publicată la Paris în anul 1811 și în care aplică argumentul dimensional a lui Foncenex, fără să facă vreo referire la sursele bibliografice folosite.

Cunoscut se face, de asemenea, matematicianul francez *Adrien-Marie Legendre (1752-1833)* prin lucrarea „*Éléments de géométrie*” (Elemente de geometrie) [8], publicată la Paris în 1794 și în care aplică principiul de omogenitate la deducerea unor formule geometrice generale și la justificarea postulatului al cincilea al lui Euclid. Spre deosebire de Poisson, Legendre remarcă folosirea metodei de Foncenex.

Dar primele aplicații serioase ale analizei dimensionale la soluționarea unor probleme de fizică și tehnică datează din anul 1872 și sunt legate de numele renumitului fizician englez *John William Strutt (lord Rayleigh) (1842-1919)*, care și-a publicat teoria sa în 1877, în lucrarea „*The theory of sound*” (Teoria undelor) [19]. El a fost primul care a precizat condițiile în care omogenitatea dimensională a relațiilor fizice, indicată încă de Foncenex, Poisson, Legendre și Fourier, poate fi folosită ca metodă generală de cercetare, contribuind astfel la fundamentarea teoriei analizei dimensionale ca un instrument fundamental, care stă la baza edificării întregii științe. Problemele abordate de Rayleigh au stârnit discuții aprinse cu privire la ipotezele acceptate anterior tacit și limitele de aplicabilitate ale analizei dimensionale, discuții care nici astăzi nu par să fie terminate.

Dezvoltarea teoriei dimensionale a fost impulsionată, în mare măsură, de studiile fizicienilor englezi *Osborne Reynolds (1842-1912)*, *William Froude (1810-1879)* și *George Gabriel Stokes (1819-1903)* în

domeniul mecanicii fluidelor și *James Clerk Maxwell (1831-1879)* în domeniul electricității și magnetismului [2, 14, 22]. Contribuții importante la dezvoltarea analizei dimensionale în secolul al XIX-lea au fost aduse, de asemenea, de matematicienii francezi *Joseph Louis François Bertrand (1822-1900)*, *Aimé Vaschy (1857-1899)* și *Emmanuel Carvallo (1856-1945)*, precum și de fizicianul francez *Félix Savart (1791-1841)* [1, 2, 20, 22].

Pentru prima oară analiza dimensională a fost expusă metodic de către membrul de onoare al Academiei de Științe a fostei URSS *Nicolai Alexandrovici Morozov (1854-1946)* în monografia sa „*Osnovî cacestvennogo fizico-matematiceskogo analiza i novâe fiziceschie factorî, obnarujuivaemâe im v razlicinâh iavleniah prirodî*” (Bazele analizei fizico-matematice calitative și noi factori fizici descoperiți de ea în diverse fenomene ale naturii) [3], publicată în 1908. Referindu-se la importanța aplicării analizei dimensionale, el scria [3]: „Fizicienii se folosesc frecvent de analiza dimensională ca procedeu teoretic de recunoaștere, pentru a întui mersul rezolvării unei probleme complexe, cu excepția unui factor constant”.

Însă, aplicarea analizei dimensionale la scară largă s-a produs abia după 1914, când fizicianul american *Edgar Buckingham (1867-1940)* demonstrează teorema produselor [4], iar laureatul premiului Nobel pentru fizică *Percy W. Bridgman* publică în 1922 monografia „*Dimensional analysis*” (Analiza dimensională) [3], devenită cunoscută și înalt apreciată în mediile universitare și academice din lume. Majoritatea istoriografilor analizei dimensionale leagă demonstrarea teoremei produselor, denumită și teorema  $\Pi$  sau teorema Vaschy-Buckingham, de numele matematicianului francez *Aimé Vaschy* [21], care a enunțat această teoremă în 1892, și al fizicianului american *Edgar Buckingham* [4], care a precizat-o în 1914.

Ar fi o eroare dacă nu am menționa aportul unor personalități de vază ale științei mondiale la fundamentarea științifică a teoremei produselor. Autorul adevărat al teoremei  $\Pi$  trebuie considerat totuși *Bertrand* [1], care încă în 1878, pe baza unor probleme din electrodinamică și teoria conducției termice, a demonstrat primul această teoremă și a dat indicații clare cu privire la aplicarea ei la modelarea fenomenelor fizice. Primele aplicații ale teoremei în știință și tehnică se datorează însă lui *Maxwell (1873)* și lordului *Rayleigh (1877)*, care au folosit-o la soluționarea unor probleme de electricitate și magnetism [14], respectiv de mecanica fluidelor [20]. Fără nici un suport științific, de afirmațiile teoremei s-a folosit fizicianul englez *Jeans*, când a studiat legile radiației [17]. Profesorul german *Henry Görtler* de la Universitatea din Freiburg susține ideea precum că o demonstrație generală a teoremei  $\Pi$  a fost dată în 1911 de *Alexandr Alexandrovici Federmann (1888-1925)*, profesor de fizică la Institutul Politehnic din Sankt-Petersburg [7].

Asupra importanței aplicării analizei dimensionale a indicat și academicianul sovietic *Serghei Ivanovici Vavilov (1891-1951)*. În prefața traducerii în limba rusă a ediției din 1932 a cărții lui *Percy W. Bridgman* el scria [3]: „Teoria dimensională este examinată doar ca o metodă comodă de trecere de la un sistem la altul și numai în cel mai favorabil caz și ca un procedeu de prim control al corectitudinii ecuațiilor fizice”.

Începutul secolului al XX-lea a fost marcat prin dezvoltarea rapidă a tehnicii, care a impulsionat aplicarea analizei dimensionale în mecanica fluidelor, transferul de căldură și masă, construcția corăbiilor maritime, instalațiile de forță, mecanica construcțiilor elastice și plastice, teoria electromagnetică, astrofizică, teoria exploziilor nucleare subterane și terestre, teoria reacțiilor chimice, etc. Importante rezultate științifice în domeniile menționate au obținut pe această cale fizicienii germani *Ludwig Prandtl (1875-1953)* și *Ernst Kraft Wilhelm Nusselt (1882-1957)*, fizicienii englezi *James Hopwood Jeans (1877-1946)* și *Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975)*, savanții sovietici *Andrei Nicolaevici Kolmogorov (1903-1987)* și *Leonid Ivanovici Sedov (1907-1999)*. Drept mărturie a aplicării analizei dimensionale în știință și tehnică servesc două exemple, devenite între timp celebre [16]: calculul estimativ al puterii unei bombe atomice, efectuat de fizicianul englez *Taylor* în 1945, și modelul de turbulență izotropă omogenă, propus de matematicianul sovietic *Kolmogorov*.

Ca urmare a progreselor înregistrate, analiza dimensională ajunge să tindă spre generalizări și aprofundări tot mai mult legate de progresul general al științei și tehnicii. La etapa actuală de dezvoltare a științei și tehnicii, metodele analizei dimensionale sunt aplicate în astrofizică (*R. Kurth, 1972*), dinamica construcțiilor inginerești (*W. E. Baker, P. S. Westine și F. T. Dodge, 1973*), chimia industrială (*M. Lokarnik, 1991*), economie (*de Jong, 1967*), în biologie (*T. A. McMahon și J. T. Bonner, 1983*) [17], și chiar la calculul unor constante fizice universale (*D. P. Dănescu, 2010*, și *D. Valev, 2012*).

La dezvoltarea analizei dimensionale și-au dat aportul și oamenii de știință români. În România, prima lucrare științifică originală de analiză dimensională este comunicarea „*Sur la structure des formules et la synthese des lois de similitude en mécanique*” (Asupra structurii formulelor și sintezei legilor similitudinii în mecanică) [22] a profesorului de mecanica fluidelor *Dionisie Germani (1877-1948)* de la Institutul Politehnic din București, prezentată la Congresul Internațional de mecanică aplicată din Stockholm, 1930. Pe baza problemelor discutate în cadrul seminariilor și prelegerilor de mecanica fluidelor ținute la Institutul

Politehnic din Galați în perioada 1953-1967, profesorul Alexandru A. Vasilescu (d. 2013) a publicat prima monografie de analiză dimensională, intitulată „Analiza dimensională și teoria similitudinii” (1969) [22]. Însă primile studii importante în domeniul analizei dimensionale au fost făcute de către *Constantin I. Staicu* (n. 1924), prezentate în mai bine de 30 de articole științifice și în teza sa de doctorat „Dezvoltarea analizei dimensionale cu aplicare în studiul convecției termice”. Rezultatele științifice obținute de Constantin I. Staicu sub îndrumarea profesorului de termofizică *Nicolae P. Leonăchescu* (n. 1934) de la Universitatea Tehnică de Construcții din București au fost sintetizate în monografia „Analiza dimensională generală” [18], publicată în anul 1976 la editura Tehnică din București și reeditată în limba engleză, în 1982, la editura Abacus Press din Londra sub numele „*Restricted and general dimensional analysis*” (Restricții și analiză dimensională generală). De la monografiile menționate, timp de 30 de ani nu a mai fost publicată nici o carte.

#### 4. Concluzii

Autorul prezentei lucrări consideră absolut necesară introducerea în planurile de studii ale numeroaselor specialități din universități a unui curs de „Mărimi fizice și unități”. Cunoașterea acestuia la nivel de definiții, folosire a metodelor analizei dimensionale la soluționarea diferitor probleme științifice și practice, simboluri, principii de formare a unităților derivate, multipli și submultipli, prefixe, reguli de utilizare și de scriere a unităților ar fi utilă în procesul de instruire a tinerii generații de specialiști, dar și unui cerc larg de persoane interesate. Soluționarea acestei probleme nu poate fi amânată, deoarece în anul 2015 se așteaptă un eveniment științific de primă importanță pentru comunitatea metrologică mondială, și anume: redefinirea celor șapte mărimi fundamentale, pe care se bazează astăzi Sistemul Internațional de Unități.

#### Bibliografie

- Bertrand, J. *Sur l'homogénéité dans les formules de physique*. Comptes rendus des séances de L'Académie des Sciences, 86 (15), 1878, p. 916-920.
- Биркгоф, Г. *Гидродинамика. Методы, факты, подобие*. Издательство иностранной литературы, Москва, 1963, 244 с.
- Бриджмен, П. *Анализ размерностей*. Научно-издательский центр „Регулярная и хаотическая динамика”, Москва Ижевск, 2001, 148 с.
- Buckingham, E. *On physically similar systems: illustrations of the use of dimensional analysis*. Physical Review, 4 (4), 1914, p. 345-376.
- Foncenex, F. D. *Sur les principes fondamentaux de la mécanique*. Mélanges de Philosophie et Mathématique de la Société Royale de Turin, 2, 1760-1761, p. 299-322.
- Fourier, J. B. *Théorie analytique de la chaleur*. Paris, 1822.
- Görtler H. *Zur geschichte des  $\Pi$  - theorems*. ZAAM, 55, 1975, p. 3-8.
- Legendre, A. M. *Éléments de géométrie*. Firmin Didot, Paris, 1794.
- Macagno, E. O. *Historico-critical review of dimensional analysis*. Journal of the Franklin Institute, 292, 1971, p. 391-402.
- Mariotte, E. *Traité de la percussion ou choc des corps*. Paris, 1673.
- Mariotte, E. *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides*. Paris, 1686.
- Martins, R. A. *The origin of dimensional analysis*. Journal of the Franklin Institute, 1981, 311, p. 331-337.
- Martins, R. A. *A busca da ciência a priori no final do século XVIII e a origem da análise dimensional*. Filosofia e história da ciência no Cone Sul: 3º Encontro. Campinas. AFHIC, 2004, p. 391-402.
- Maxwell, J. C. *A treatise on electricity and magnetism*. Clarendon Press, Oxford, 1, 1873, p. 1-6.
- Newton, I. *De philosophiae naturalis principia mathematica*. London, 1687.
- Седов, Л. И. *Методы подобия и размерности в механике*. Наука, Москва 1977, 440 с.
- Sonin, A. A. *The physical basis of dimensional analysis*, second edition. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, 2001, 55 p.
- Staicu, C. I. *Analiza dimensională generală*. Editura Tehnică, București, 1976, 204 p.
- Strutt, J. W. (lord Rayleigh). *The theory of sound*. Macmillan and Company, London, 1877, 984 p.
- Strutt, J. W. (lord Rayleigh). *On the question of the flow of liquids*. Philosophical magazine, 34, 1892, p. 59-70.
- Vaschy, A. *Sur les lois de similitude en physique*. Annales Télégraphiques, 1892, 19, p. 25-28.
- Vasilescu, Al. A. *Analiza dimensională și teoria similitudinii*. Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1969, 210 p.