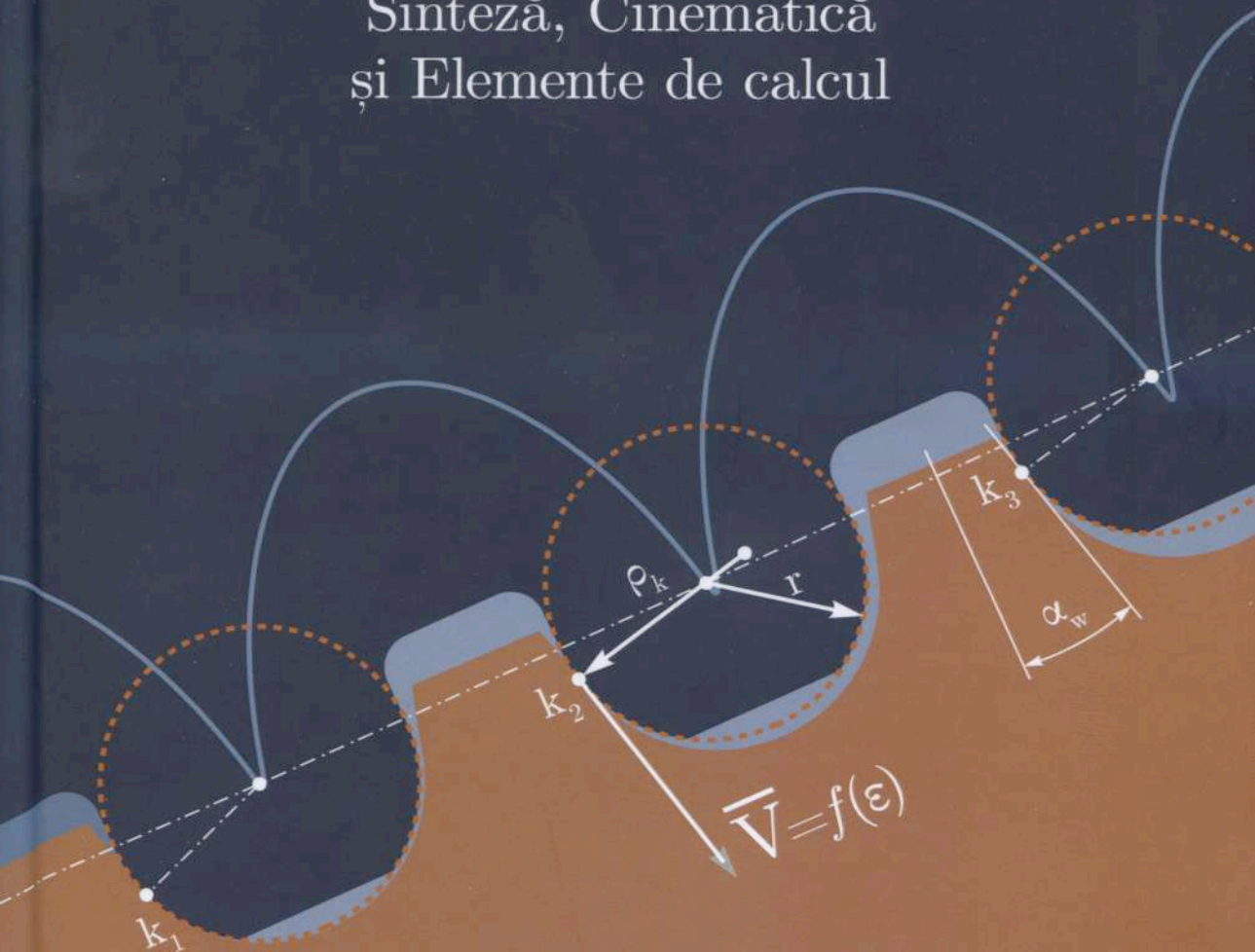


ION BOSTAN

TRANSMISII PRECESSIONALE

Volumul 1

Sintează, Cinematică
și Elemente de calcul



Chișinău 2019

TRANSMISII PRECESIONALE

Volumul 1

**Sinteză, Cinematică și
Elemente de calcul**

Ion Bostan

Chișinău 2019

CZU 621.833

B 71

Monografia *TRANSMISII PRECESIONALE* este compusă din două volume și este structurată în 10 capitole cu conținuturi distincte, care în ansamblul lor reflectă dezvoltarea transmisiilor precesionale de la idee până la implementare.

Volumul 1 – *Transmisii precesionale: Sinteză, Cinematică și Elemente de calcul* – include capitolele 1 – 6, consacrate studiilor de sinteză structurală și de cinematică a transmisiilor precesionale de tipurile $K-H-V$, $2K-H$ și combinate, indentificării criteriilor capacității de funcționare și metodelor de calcul la rezistență a angrenajelor cu bolțuri și celor dințate cu contact convex-concav, convex-rectiliniu și concav-concav.

Această monografie, prin modul de abordare a problemelor, reprezintă o interfață a manualului academic și a îndrumarului de cercetare-proiectare, cuprinzând toate etapele realizării unui produs: de la idee – la cercetare teoretică și experimentală; de la proiectare – la fabricare și implementare.

Lucrarea se adresează cercetătorilor din domeniul științelor exacte, inginerilor-constructori de mașini, studenților, masteranzilor și doctoranzilor din învățământul superior tehnic, precum și tuturor celor interesați de activitatea inovatoare.

Notă explicativă. Vederile generale ale unor reductoare cu angrenaje dințate și numele companiilor producătoare, fiind mărci comerciale sau mărci comerciale înregistrate, sunt folosite doar în scopul identificării evoluției domeniului, fără intenția de a încălca drepturile asupra lor.

Redactor științific: V. Bostan

Stilizator: L. Eršov

Paginare computerizată: M. Vaculenco, L. Kuleva

Prelucrare imagini: R. Ciobanu, O. Ciobanu, M. Guțu, N. Trifan

Copertă: V. Gonciar

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

Bostan, Ion.

Transmisii Precesionale [în 2 vol.] / Ion Bostan – Chișinău: S.n., 2019

Tipogr. (“Bons Offices”) – ISBN 978-9975-87-495-3.

Vol. 1: Sinteză, Cinematică și Elemente de calcul. – 2019. – 477 p.: fig. –

Bibliogr.: p.407-477 (286 tit.). – 150 ex. – ISBN 978-9975-87-496-0.

ISBN 978-9975-87-495-3

ISBN 978-9975-87-496-0

© I. Bostan, 2019

*Dedic această monografie soției Dorina
și
feciilor noștri Viorel și Marcel*

Cuprins

Prefață	xi
Mulțumiri	xiii
Despre autor	xv
Introducere	xvii
Lista acronimelor	xxxiii
Lista abrevierilor	xxxv
Lista notațiilor	xxxvii
Lista indicilor inferiori	xliii
1 SCURT ISTORIC PRIVIND DEZVOLTAREA TRANSMISIILOR PRIN ANGRENAJE MULTIPARE	1
1.1 Tendințele de dezvoltare a transmisiilor prin angrenaje și cerințele consumatorilor	1
1.2 Geneza transmisiilor cu angrenare multipară a dinților	3
1.2.1 Transmisii cicloidale cu bolțuri	5
1.2.2 Transmisii armonice	7
1.2.3 Transmisia armonică cu corpuri de rostogolire intermediare	10
1.2.4 Transmisii precesionale cu angrenare multipară	12
1.2.4.1 Transmisii precesionale cu angrenare prin bolțuri	13

1.2.4.2	Transmisii precesionale dințate	18
1.3	Tendințele de dezvoltare a geometriei contactului în angrenaje	25
1.3.1	Sinteza angrenajului Wildhaber-Novikov	27
1.3.2	Sinteza angrenajului excentric-cicloidă	34
1.3.3	Sinteza angrenajului precesional cu profilurile dinților în arc de cerc și rectiliniu, cu angrenare multipară ...	39
1.3.4	Sinteza angrenajului precesional cu profilurile dinților în arc de cerc și curbiliniu, cu grad redus de acoperire	42
1.3.4.1	Proiectarea contactului convex-concav al dinților cu angrenare singulară	43
1.3.4.2	Proiectarea contactului în arc de cerc-curbiliniu cu unghiul de profil $\alpha < 30^\circ$	46
1.4	Geometria contactului liniar și a contactului punctiform în angrenajul precesional	48
1.5	Deteriorarea flancurilor dinților și particularitățile calculului de rezistență a angrenajului precesional	53
1.6	Geometria contactului în angrenajul precesional și factorii de sarcină	57
1.7	Tehnologii de fabricație a roților dințate din transmisiile precesionale	59
1.7.1	Procedeu de generare $G_{r.s}^{con}$ prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma „trunchi de con”	62
1.7.2	Procedeu de generare $G_{r.s}^{disc}$ prin rostogolire-rulare spațială cu scula-disc profilată periferic	63
1.7.3	Procedeu de generare $G_{m.ax}^{cil}$ prin rostogolire-rulare spațială cu sculă cilindrică	63
1.7.4	Tehnologii neconvenționale de fabricație a roților dințate	63
1.7.5	Tehnologii de prototipare a roților dințate prin im- primare 3D	64
2	SINTEZA TRANSMISIILOR PRECESIONALE	65
2.1	Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale de tip $K-H-V$	65
2.2	Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale de tip $2K-H$	72
2.2.1	Coraportul numerelor de dinți ai roților angrenate ...	78
2.2.2	Șirul rapoartelor de transmitere posibile cu transmi- sia $2K-H$	95
2.2.3	Particularități structurale și avantaje	100

2.3	Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale complexe	101
2.4	Cutii de viteze și variatoare precesionale	103
2.5	Alegerea schemei structurale a transmisiei precesionale	107
3	TEORIA FUNDAMENTALĂ A ANGRENAJULUI PRECESIONAL MULTIPAR	113
3.1	Sinteza angrenajului precesional multipar cu profil convex/concav al dinților	113
3.2	Descrierea analitică a profilului dinților angrenajului precesional cu unghiul axoidei $\delta > 0$	114
3.3	Descrierea analitică a profilului dinților angrenajului precesional plan cu unghiul axoidei ($\delta = 0$)	126
3.4	Forma profilului dinților și multiplicitatea angrenării	133
3.4.1	Influența parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra formei profilului dinților roții centrale	133
3.4.2	Descrierea analitică a multiplicității angrenării	138
3.4.3	Influența parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra multiplicității angrenării dinților	142
4	CINETOSTATICA ȘI DINAMICA TRANSMISIILOR PRECESIONALE	151
4.1	Forțe în angrenajul precesional	152
4.1.1	Angrenaje A^B de tip $K-H-V$	152
4.1.2	Angrenaje A^B de tip $2K-H$	155
4.2	Coordonatele generalizate ale roții-satelit	157
4.3	Componentele vitezei unghiulare a roții-satelit	160
4.4	Viteză liniară a satelitului și a punctului de contact al dinților	162
4.5	Accelerațiile unghiulare și liniare ale satelitului	169
4.6	Dezechilibrul dinamic de poziție și de mișcare a satelitului. Ecuatiile dinamice ale lui Euler	171
4.7	Randamentul mecanic al transmisiei precesionale	180
4.8	Elaborarea modelelor computerizate pentru cercetarea-proiectarea-fabricarea transmisiilor precesionale	187
4.8.1	Modelul 3D al transmisiei precesionale parametrizat cu reflectarea particularităților geometrice și cinematice	188
4.8.2	Modelul dinamic bazat pe ecuațiile Euler	198

4.8.3	Modelul CAE	204
4.9	Analiza CAE a parametrilor funcționali ai transmisiilor precesionale	206
4.9.1	Studiul cinematicii	206
4.9.2	Momentul de torsiune și reacțiunile sumare în sprijinire	208
4.9.3	Forța normală din contact și distribuirea sarcinii între dinții deformabili	215
4.9.4	Factorul dinamicității sarcinii k_{HV} în funcție de parametrii geometrici și cinematici	218
5	CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A CARACTERISTICILOR FUNCȚIONALE ALE TRANSMISIILOR PRECESIONALE	225
5.1	Transmisii precesionale prin angrenaj cu bolțuri	225
5.1.1	Mostre de reductoare experimentale	225
5.1.2	Multiplicitatea angrenării și factorul distribuirii sarcinii între dinți k_{HP} . Metodologia cercetării și standurile	228
5.1.2.1	Metodologia cercetărilor	229
5.1.2.2	Standuri și roți-dinamometre pentru studiul multiplicității angrenării și al distribuirii sarcinii	231
5.1.2.3	Determinarea multiplicității angrenajului și a distribuirii sarcinii între dinții simultan angrenați	232
5.1.3	Randamentul mecanic. Metodologia cercetării și standurile	237
5.1.3.1	Metodologia încercărilor și standurile	237
5.1.3.2	Standuri de încercări universale	237
5.1.3.3	Rezultatele încercărilor	241
5.1.4	Parametrii cinematici și precizia cinematică. Metodologia cercetării și standurile	245
5.1.4.1	Parametrii cinematici	245
5.1.4.2	Precizia cinematică	249
5.1.4.3	Standurile și echipamentele de cercetări experimentale	250
5.1.4.4	Condițiile efectuării măsurărilor	252
5.1.4.5	Metodologia prelucrării datelor experimentale. Spectrul Fourier pentru eroarea cinematică	252
5.1.4.6	Eroarea cinematică a reductoarelor experimentale. Interpretarea rezultatelor	255

5.1.5	Rigiditatea torsională și momentul de pornire	261
5.1.5.1	Rigiditatea torsională.....	263
5.1.5.2	Momentul de pornire	266
5.1.6	Nivelul de vibrații și de zgomot	268
5.1.6.1	Standul experimental.....	268
5.1.6.2	Rezultatele cercetărilor	269
5.1.6.3	Caracteristicile inerțiale, de rigiditate și de vibrații	272
5.2	Transmisii precesionale cu angrenaj dințat	275
5.2.1	Mostre de reductoare experimentale	275
5.2.2	Randamentul mecanic și emisia de zgomot. Metodologia cercetării, standuri și rezultate.....	280
5.2.2.1	Randamentul mecanic și emisia de zgomot ..	280
5.2.2.2	Standuri de cercetări experimentale ale parametrilor funcționali	281
5.2.2.3	Rezultatele cercetărilor	283
6	CRITERIILE CAPACITĂȚII DE FUNCȚIONARE ȘI DE CALCUL AL TRANSMISIILOR PRECESIONALE	287
6.1	Deteriorarea angrenajelor	287
6.2	Aspectele și cauzele deteriorării flancurilor dinților în angrenajul precesional	290
6.3	Cinematica și geometria contactului în angrenajul multipar ..	295
6.3.1	Alunecarea din angrenare.....	295
6.3.2	Multiplicitatea angrenării și liniile de contact sumare	297
6.3.3	Determinarea coordonatei poziționării perechii de dinți maximal solicitate.....	298
6.3.4	Curbură redusă și factorul de proporționalitate a razelor de curbură a flancurilor conjugate.....	299
6.4	Alegerea parametrilor geometrici ai angrenajului precesional și a coeficienților de sarcină $k_{H\rho}$, $k_{H\beta}$, $k_{H\nu}$	306
6.5	Calculul de rezistență a angrenajului precesional cu bolțuri..	309
6.5.1	Criteriile capacității de funcționare și relațiile de calcul	309
6.5.2	Angrenaj $2K-H$ cu coroanele satelitului din bolțuri conice.....	313
6.5.3	Angrenaj tip $K-H-V$ cu roata centrală din bolțuri conice.....	317
6.5.4	Etapele proiectării unui reductor precesional $2K-H$.	319

6.5.5	Particularitățile proiectării reductoarelor planetare precesionale submersibile	326
6.5.6	Particularitățile proiectării multiplicatoarelor prece- sionale de tip $K-H-V$	328
Constatări, concluzii și remarci		333
Lista figurilor		338
Lista tabelelor		351
Anexa A	Rapoartele de transmitere realizate în transmisia precesională $2K-H$ funcție de numerele de dinți	353
Anexa B	Șirul rapoartelor de transmitere realizate în trans- misiile precesionale $2K-H$ funcție de configurația numerelor de dinți	401
Bibliografie		409



Prefață

Monografia *TRANSMISII PRECESIONALE* este dedicată cercetătorilor din domeniul științelor exacte, în particular inginerilor-constructori de mașini, interesați de cercetarea și implementarea transmisiilor mecanice.

Sper ca, în această lucrare, cititorul să găsească răspuns la întrebarea fundamentală referitoare la transformarea mișcării și transmiterea sarcinii: *Cum ar fi posibil să îmbinăm într-o singură transmisie mecanică trei performanțe: posibilități cinematice extinse, capacitate portantă înaltă și pierderi energetice minime?*

Pentru a conștientiza importanța majoră a acestor trei performanțe, este suficient să percepem dimensiunile eficienței economice obținute doar de la reducerea pierderilor energetice în transmisiile mecanice. Dacă considerăm că 80% din energia globală se transmite către mecanismele de acționare a mașinilor prin intermediul transmisiilor mecanice, atunci majorarea randamentului mecanic al acestora cu doar 1% va conduce la economisirea a 0,8% din energia produsă la nivel global.

Monografia *TRANSMISII PRECESIONALE*, compusă din volumele 1 și 2, este structurată în 10 capitole cu conținuturi distincte, consacrate studiilor de Sinteză structurală, Cinematică, Elemente de calcul, Geometria contactului, Generarea suprafețelor și Aplicații, care în ansamblul lor reflectă dezvoltarea transmisiilor precesionale de la idee până la implementare.

Volumul 1 – *Transmisii precesionale: Sinteză, Cinematică și Elemente de calcul* - include sinteza structurală a transmisiilor precesionale de tipurile $K-H-V$ și $2K-H$ și combinate, analiza cinematicii transmisiilor precesionale și metodele de calcul la rezistență a angrenajelor cu bolțuri A^B și dințate A^D cu angrenările A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D și A_{CX-CV}^D .

Volumul 2 – *Transmisii precesionale: Geometria contactului, Generarea suprafețelor și Aplicații* - include dezvoltarea geometriei contactului $K_{CX-R} \rightarrow K_{CX-CV} \rightarrow K_{CV-CV} \rightarrow K_{CV-CV}^B$ sub aspectele de majorare a capacității portante și de diminuare a pierderilor energetice la alunecarea

cu frecare între flancurile dinților angrenărilor A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D și $A_{CV-CV}^{D,\beta}$, reflectă procedeele de generare a dinților cu profiluri de flanc convex/concave nestandardizate prin rostogolire-rolare spațială cu scule de forma “trunchi de con” $G_{r.s}^{con}$ și de forma “disc profilat periferic” $G_{r.s}^{disc}$, inclusiv cu scula cilindrică $G_{m.ax}^{cil}$ pe mașini-unelte multiaxiale cu comandă numerică; de asemenea, sunt prezentate exemple reprezentative de aplicații ale transmisiilor precesionale de putere și celor cinematice.

Sinteza structurală a angrenajelor precesionale A^B și A^D , dezvoltarea geometriei contactelor dinților K_{CX-R} , K_{CX-CV} , K_{CV-CV} și K_{CV-CV}^β procedeele de generare a profilurilor de flanc $G_{r.s}^{con}$, $G_{r.s}^{disc}$ și $G_{m.ax}^{cil}$ sunt bazate pe cinematica corpului solid cu mișcare sferospațială cu un punct fix, descrisă cu ecuațiile cinematice ale lui Euler, și parțial sunt interpretate pe platforma de cercetare-proiectare CAD/CAM/CAE.

Rezultatele cercetărilor teoretice au fost validate prin cercetări experimentale pe modele fizice și prin modelarea CAE pe modelele virtuale ale transmisiilor precesionale de tipurile $K-H-V$, $2K-H$ și combinate. Rezultatele mai importante ale cercetărilor au fost publicate în lucrările [8–13, 15, 16, 20–24, 27, 32, 34, 35, 76, 77, 107–118, 126, 133–143] și au fost implementate prin proiectele [36–57 și 59–75].

Întrebarea fundamentală: *Cum să îmbinăm într-o singură transmisie mecanică cele trei performanțe?* a dominat în obiective pe tot parcursul cercetării - dezvoltării transmisiilor precesionale, iar răspunsul rezumă din următoarele constatări concludente:

- *extinderea posibilităților cinematice* rezidă în înseși structurile cinematice elaborate $K-H-V$, $2K-H$ și $3K-2H$, care prin diapazonul rapoartelor de transmitere realizate nu au analogi printre transmisiile mecanice cunoscute;
- *sporirea capacității portante* a angrenajelor A^B se datorează multiplicității angrenării dinților, iar a angrenajelor A^D și $A^{D,\beta}$ – geometriei contactului concav-concav cu diferență mică a razelor de curbură;
- *majorarea randamentului mecanic* se datorează diminuării alunecării de frecare între flancurile conjugate prin asigurarea rostogolirii acestora din contul mișcării sferospațiale a satelitului.

Această monografie, prin modul de abordare a problemelor, reprezintă o interfață a manualului academic și a îndrumarului de cercetare-proiectare, cuprinzând toate etapele realizării unui produs: de la idee la cercetarea teoretică și experimentală; de la proiectare la fabricare și implementare.



Mulțumiri

Împart succesul și aprecierea rezultatelor expuse în această lucrare cu doctoranzii mei, cu care am dus tot greul caracteristic cercetărilor ingineresti, și le sunt recunoscător pentru contribuția semnificativă, adusă la editarea monografiei.

Exprim grațitudine colegilor de catedră, de facultate și de universitate, care pe parcursul a 40 de ani au participat onest și cu râvnă la realizarea a peste 50 de proiecte internaționale în domeniul transmisiilor precesionale, la care am fost conducător științific.

Aduc mulțumiri colegilor din întreprinderile industriale și din instituțiile de cercetare-proiectare constructiv-tehnologică pentru ajutorul consultativ și suportul tehnic acordate în cadrul realizării numeroaselor proiecte.

Ion Bostan



Despre autor



Ion Bostan,
academician al AȘM,
profesor universitar, doctor habilitat

În anul 1971 a obținut diploma de inginer-constructor de mașini, în 1977 a susținut teza de doctor, iar în 1989 – teza de doctor habilitat în științe tehnice la Universitatea Tehnică de Stat *N.E. Bauman* din Moscova, Rusia.

După absolvirea universității în 1971, trei ani a lucrat în industrie în calitate de inginer-constructor de mașini.

Din anul 1974 activează la Universitatea Tehnică a Moldovei, în prezent – în calitate de profesor universitar al cursurilor: *Bazele proiectării mașinilor; Mecanica aplicată; Inginerie mecanică; Organe de mașini; Creativitate tehnică.*

Domeniile de interes științific sunt cercetarea transmisiilor mecanice și a tehnologiilor de generare a dinților roților dințate, în particular a inventat și a dezvoltat **transmisia planetară precesională** cu angrenare multipară, a elaborat teoria fundamentală a angrenajului precesional, a sintetizat peste 30 de structuri cinematice ale transmisiilor precesionale, a elaborat

angrenaje cu contact convex-concav multipar și cu contact concav-concav cu diferența mică a razelor de curbură a flancurilor dinților conjugați, a propus procedee de generare prin rostogolire-rulare spațială a dinților cu profiluri nestandardizate, a elaborat calculele de rezistență a angrenajelor precesionale la presiunea de contact.

Activitatea administrativă:

- rector al Universității Tehnice a Moldovei (1992 – 2015);
- președinte al Asociației Inginerilor din Republica Moldova (1994 – prezent);
- președinte al Consiliului Rectorilor Universităților din Republica Moldova (2007 – 2014);
- director al Centrului Național de Tehnologii Spațiale (2015 – prezent).

Distincții de stat, onorifice și titluri:

- Premii de Stat în domeniul Științei și Tehnicii (1977, 1999);
- academician al Academiei de Științe a Moldovei (1994);
- Ordinul Republicii (1994);
- Ordinul pentru știință *Meritul European*, Bruxelles (1999);
- Ordinul *Steaua României*, București (2000);
- Ordinul *Courtoisie Europeen*, Uniunea Europeană (2003);
- Premiul CSI pentru știință *Stelele Comunității* 2018, Astana;
- Doctor Honoris Causa al 9 universități;
- membru al Academiei Europene de Științe și Arte din Salzburg (2019).

Activitatea științifică:

Este autor și coautor al: 19 monografii, peste 700 de lucrări științifice și circa 230 de brevete și patente de invenție.



Introducere

Enunțul lucrării:

Cum să îmbinăm într-o singură transmisie mecanică posibilități cinematice cât mai extinse, capacitate portantă înaltă și pierderi energetice cât mai mici?

Cercetările științifice expuse în această monografie în esență au scopul de a răspunde la întrebarea: *Cum să îmbini într-o singură transmisie mecanică posibilități cinematice cât mai extinse, capacitate portantă înaltă și pierderi energetice cât mai mici?*

Realizarea acestor trei performanțe într-o singură transmisie mecanică s-a încercat prin a propune și a dezvolta:

- un nou principiu cinematic de transformare și transmitere a mișcării cu interacțiune sferospațială a dinților conjugați;
- angrenarea multipară cu până la 100% perechi de dinți aflați simultan în contact;
- geometria contactului concav-concav al dinților cu profiluri de flanc convex/concave variabile cu diferența minimă a razelor de curbură și alunecare cu frecare redusă între flancuri.

Aceste trei soluții inovaționale în ansamblu definesc transmisia planetară precesională (TPP), căreia îi sunt consacrate cercetările complexe expuse în monografia de față.

În lucrare, în premieră se prezintă simbolizarea structurală ale angrenajelor precesionale, ale contactului și angrenărilor dinților cu geometrie, cinematică și grad de acoperire diferite, inclusiv ale procedeele de generare a profilurilor de flanc cu următoarele notificări: A^B – angrenaje cu bolțuri, A^D – angrenaje dințate cu dinți drepți și $A^{D,\beta}$ – cu dinți înclinați; K_{CX-R} – contact al dinților cu geometrie convex-rectilinie, K_{CX-CV} – cu geometrie convex-concavă, K_{CV-CV} – cu geometrie concav-concavă cu dinți drepți și K_{CV-CV}^β – cu dinți înclinați; A_{CX-CV}^B – angrenare cu bolțuri cu contact convex-concav,

A_{CX-R}^D – angrenări dințate cu contact convex-rectiliniu, A_{CX-CV}^D – cu contact convex-concav, A_{CV-CV}^D – cu contact concav-concav cu dinți drepți și $A_{CV-CV}^{D,\beta}$ – cu dinți înclinați; $G_{r,s}^{con}$ – procedee de generare ale dinților prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma “trunchi de con”, $G_{r,s}^{disc}$ – de forma “disc profilat periferic”, $G_{m.ax}^{cil}$ – de forma cilindrică pe mașini-unelte multiaxiale cu comanda numerică pentru dinți drepți și $G_{m.ax}^{cil,\beta}$ – pentru dinți înclinați.

Dezvoltarea transmisiilor planetare precesionale în ordinea cronologică a cercetărilor a cuprins angrenajul cu bolțuri A^B cu angrenarea *dinte - bolt* cu contact convex-concav A_{CX-CV}^B urmat de angrenajul dințat A^D cu angrenările cu contact convex-rectiliniu A_{CX-R}^D , convex-concav A_{CX-CV}^D , concav-concav A_{CV-CV}^D cu dinți drepți și $A_{CV-CV}^{D,\beta}$ cu dinți înclinați.

Diseminarea transmisiilor precesionale cu profiluri de flanc nestandardizate a cuprins evident și elaborarea procedeeleor și a echipamentelor de generare a dinților. Astfel, au fost elaborate procedeele de generare a dinților roților centrale cu profiluri de flanc convex/concave variabile prin rostogolire-rulare spațială în două variante: cu sculă de forma “trunchi de con” $G_{r,s}^{con}$ și cu sculă de forma “disc profilat periferic” $G_{r,s}^{disc}$, inclusiv procedeele de generare cu scula cilindrică a flancurilor dinților drepți $G_{m.ax}^{cil}$ și a dinților înclinați $G_{m.ax}^{cil,\beta}$ pe mașini-unelte multiaxiale cu comandă numerică.

Procedeul $G_{r,s}^{con}$ cuprinde de asemenea generarea dinților roților centrale conice cu profil de flanc convex/concav cu modificări longitudinale și de profil, inclusiv generarea dinților coroanelor satelitului cu profil de flanc cicloidal și în arc de cerc.

Pentru dezvoltarea transmisiilor precesionale cinematice, au fost aplicate de asemenea tehnologii neconvenționale de fabricare a roților dințate prin turnare din mase plastice, prin presare din pulberi metalice, prin electroeroziune și prin imprimare 3D, etc.



Scurt istoric

Primele brevete de invenție privind angrenajul cu bolțuri A^B au fost: *Transmisia planetară precesională* cu angrenare multipară A_{CX-R}^B , înregistrată la 30.05.1983 (SU 1020667 A) cu prioritatea din 11.02.1981, și cu angrenare multipară A_{CX-CV}^B , înregistrată la 07.06.1988 (SU 1401203 A1) cu prioritatea din 26.05.1986, iar prima invenție cu angrenaj dințat A^D – *Transmisia precesională dințată* cu angrenare multipară A_{CX-R}^D a fost înregistrată la 30.01.1989 (SU 1455094 A1) cu prioritatea din 13.05.1986, autor Ion Bostan.

Modificarea geometriei profilului convex/concav al flancurilor dinților în angrenarea A_{CX-CV}^B și dependența acestuia de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$ au fost formulate în brevetul de invenție (SU 1563319) din 29.09.1987, cu aplicarea protecției Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

Concomitent cu cercetarea-dezvoltarea angrenajelor precesionale A^B și A^D , au fost dezvoltate și tehnologiile de fabricație a roților conice cu profiluri de flanc nestandardizate. Astfel, la 05.01.1988 a fost înregistrat brevetul de invenție a procedurii $G_{r.s}^{con}$ și a utilajului pentru generarea prin rostogolire-rulare spațială a dinților roților conice cu profil de flanc convex/concav (SU 1663857 A1), cu aplicarea protecției Secret de stat prin parafa “Uz de serviciu”. Procedura și utilajul asigură generarea unei infinități de profiluri convex/concave variabile cu scula generatoare de profil cu aceeași formă geometrică, inclusiv cu modificare longitudinală și de profil a flancurilor dinților conform invenției (SU 1646818 A1) din 07.05.1991 cu prioritatea din 27.06.1988.

Conform brevetelor de invenție (SU 1563319 A1), (SU 1648818 A1), (SU 1663857 A1) și (SU 1758941 A1), la 16.06.1995, ROSPATENT, Federația Rusă, a înregistrat patru patente cu numerele corespunzătoare cu atribuirea dreptului de proprietate deținătorului – SRL *Precesia*, Republica Moldova.

Teoria fundamentală a angrenajelor precesionale multipare A^B și A^D și teoria generării profilurilor de flanc convex/concave ale dinților prin procedura de generare cu rostogolire-rulare spațială $G_{r.s}^{con}$ au fost elaborate în cadrul tezei de doctor habilitat *Elaborarea transmisiilor planetare precesionale cu angrenaj multipar* (cu parafa “Uz de serviciu”), susținută de autor la 17.12.1989 la Universitatea Tehnică de Stat *N.E. Bauman* din Moscova.

În perioada de până la susținerea tezei respective de doctor habilitat, în domeniul transmisiilor precesionale și al procedurilor de generare a dinților roților conice cu profil convex/concav au fost publicate două monografii, aproximativ 80 de articole științifice și obținute peste 50 de brevete de invenție, dintre care 28 cu protecție Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”. În această perioadă, la Universitatea Tehnică a Moldovei au fost create Laboratoarele de cercetare *Transmisii Mecanice* (TM) și *Tehnologii de Generare* (TG) a roților dințate.

Este de menționat că durata de protecție a parafei “Uz de serviciu” a expirat și orice informație privind transmisiile precesionale poate fi plasată în circuitul public.

Autorul are o experiență de peste 40 de ani în domeniul cercetării-proiectării transmisiilor mecanice și a tehnologiilor de fabricație a roților dințate prin generare cu rostogolire. În domeniul TPP a publicat 18 monografii (4 singur autor), 560 de articole științifice și peste 200 de brevete de invenție și patente.



Originalitatea și autenticitatea monografiei

Această monografie este originală prin soluțiile inovative propuse pentru dezvoltarea constructiv-funcțională a transmisiilor planetare precesionale, prin abordarea complexă a problemelor și a conceptelor de dezvoltare, precum și prin metodele privind soluționarea acestora.

Monografia este unică prin aria și complexitatea problemelor abordate, care cuprind cercetări în spectrul tematic de la concepte structurale ale transmisiilor precesionale până la abordări teoretice și experimentale pe modele fizice, de la forme nestandardizate de profiluri de flanc ale dinților până la elaborarea procedeele de generare a acestora, de la proiectarea constructiv-funcțională a diferitor transmisii până la aplicația lor industrială.

Unicitatea monografiei mai constă în noutatea dezvoltării geometriei profilurilor de flanc convex/concave ale dinților roților centrale, care asigură un contact concav-concav cu diferență mică a razelor de curbură și reducerea alunecării de frecare între flancurile conjugate.

Lucrarea este una originală și unică prin autenticitatea rezultatelor obținute, a soluțiilor inovative propuse și dezvoltate de către autor.



Destinația monografiei

Lucrarea de față este destinată cercetătorilor din domeniul științelor exacte, inginerilor-constructori de mașini și inginerilor-tehnologi, în particular celor preocupați de dezvoltarea transmisiilor mecanice, dar în special celor interesați de dezvoltarea și diseminarea transmisiilor planetare precesionale. Monografia se adresează mediului academic – studenților, masteranzilor și doctoranzilor din învățământul superior tehnic, precum și tuturor celor preocupați și interesați de activitatea inovațională.



Structura monografiei

Această monografie este divizată în două volume și este structurată pe 10 capitole, bibliografie și anexe. Volumul 1 este compus din Capitolele 1–6, Bibliografie și Anexe referitoare la volum, iar volumul 2 conține Capitolele 7–10, Bibliografia și Anexe la volum. Fiecare volum conține liste de abrevieri, notații și indici inferiori, precum și lista figurilor și tabelor.



Capitolul 1

Acest capitol debutează cu un scurt istoric privind dezvoltarea transmisiilor mecanice cu angrenare multipară a dinților conjugați. Sunt expuse tendințele de dezvoltare și cerințele consumatorilor față de transmisiile mecanice.

Sunt prezentate premisele primelor invenții ale transmisiilor planetare precesionale, debutul cercetărilor științifice și extinderea ariei tematice a acestora. Sunt menționate condițiile și circumstanțele care au impulsionat dezvoltarea transmisiilor precesionale cu bolțuri (TPB) și a celor dințate (TPD).

Se constată rolul primordial al geometriei contactului dinților în sporirea capacității portante și a randamentului mecanic al unei transmisii. Este supusă unei analize de conținut dezvoltarea angrenajului Wildhaber-Novikov, bazată pe soluțiile tehnice protejate cu brevetul de invenție și patentele autorilor în evoluție istorică.

Sunt descrise condițiile și cerințele sintezei angrenajului precesional cu bolțuri A^B și dințat A^D în racordare cu performanțele funcționale distincte, argumentate prin elementele de calcul al geometriei contactului liniar sau punctiform.

Apriori, sunt identificați factorii de influență asupra capacității portante a contactului flancurilor dinților conjugați multipar în transmisia precesională.

Sunt descrise principiile generale ale procedeeleor de generare a dinților cu profil de flanc convex/concav nestandardizat.



Capitolul 2

Capitolul dat este consacrat sintezei și studiului cinematic al transmisiilor planetare precesionale. Sunt prezentate structura și cinematica TPP, separate în clasele $K-H-V$, $2K-H$ și complexe, cu angrenare A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D , ce reprezintă peste 30 de scheme structurale elaborate în primii 10 ani de la prima invenție a transmisiei precesionale cu angrenare multipară. De asemenea, sunt redade vederile generale ale primelor reductoare precesionale de tipurile $K-H-V$, $2K-H$ și combinate, fabricate în anii 1980, în calitate de mostre experimentale pentru cercetarea randamentului mecanic, preciziei cinemate, rigidității torsionale, distribuției sarcinii între dinți, emisiei de zgomot și vibrații etc. Sunt prezentate tabelar recomandările coraportului numărului de dinți ai roților conjugate

și șirurile rapoartelor de transmitere posibile în transmisia de tip $2K-H$, considerate raționale din punctul de vedere al funcționării în regim de reductor, multiplicator sau diferențial.

În acest capitol mai sunt prezentate avantajele și dezavantajele constructiv-cinematice ale TPP de tipurile $K-H-V$, $2K-H$ și combinate, cu angrenajele A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D , și recomandările de utilizare a acestora la elaborarea reductoarelor precesionale cu destinație generală sau specială, inclusiv a mecanismelor de acționare a mașinilor în baza TPP.



Capitolul 3

Este expusă teoria fundamentală a angrenajului precesional A^B cu angrenare multipară A_{CX-CV}^B .

Sunt prezentate condițiile de respectare a principiului continuității funcției de transformare a mișcării, conformată la legea fundamentală a angrenării în cazul transmisiilor precesionale. Se prezintă modelul matematic al angrenajului precesional A_{CX-CV}^B cu mișcare sferospațială a interacțiunii dinților roților conjugate expusă prin unghiurile Euler (ψ, θ, φ) .

Profilul dinților roții-satelit se prescrie cu o curbă în arc de cerc cu raza bolțului conic în secțiune pe sfera de raza R , iar profilul de flanc al dinților roților centrale se determină analitic, utilizând prezentarea vectorială a angrenării dinților și operațiuni de transformare matriciale.

Profilul de flanc al dinților roților centrale se determină prin descrierea cu ecuațiile cinematice Euler a traiectoriei mișcării unui punct D de referință de pe satelit în coordonatele X_D, Y_D, Z_D pe sfera de raza R . Utilizând prezentarea vectorială a vitezei punctului D , sunt determinate coordonatele parametrice ale profilului dinților roților centrale pe sferă. Profilul dinților de pe sferă, prin procedurile trigonometriei sferice, se proiectează pe un plan în coordonate carteziane ζ și ξ . Funcția $\zeta_1 = \zeta(\xi_1)$ reprezintă traiectoria mișcării punctului D al satelitelui, iar $\zeta = f(\xi)$ – profilul de flanc al dinților roților centrale în coordonate carteziane.

Prin aplicațiile CAD/CAM este dovedită unicitatea variabilității formei profilului de flanc al dinților roților TPP, în funcție de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$ și de influența asupra formei profilului a fiecărui parametru al angrenajului precesional.

Prin analiza funcțiilor $\zeta_1 = \zeta(\xi_1)$ și $\zeta = \zeta(\xi)$ se prezintă dependența multiplicității angrenării ε de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ și corelarea acesteia cu forma profilului de flanc al dinților roților centrale. Prin aplicațiile CAD/CAM sunt identificate direcția și gradul de influență asupra formei profilului de flanc al dinților roților centrale, implicit și asupra

multiplicității angrenării ε , a unghiului de nutație θ , a unghiului axoidei conice δ , a conicității bolțurilor β , a numerelor de dinți Z_1 și Z_2 ai roților conjugate și a coraportului ± 1 al acestora.

Capitolul se finalizează cu recomandări privind alegerea valorilor parametrilor geometrici ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ raționali pentru proiectarea TPP cu regim de funcționare de reductor sau de multiplicator.



Capitolul 4

Acest capitol este dedicat analizei cinetostatice și dinamice a transmisiilor precesionale și se începe cu descrierea relațiilor de calcul al forțelor în angrenajul A_{CX-CV}^B pentru schema structurală $K-H-V$ ($\delta = 90^\circ$) cu roata satelitului cu coroană din bolțuri și cu coroană dințată, iar pentru schema structurală $2K-H$ – cu roata-satelit cu două coroane din bolțuri. Sunt determinate coordonatele generalizate, componentele vitezelor unghiulare și liniare ale roții-satelit, prezentate prin punctul de referință D . Viteza liniară a punctului D se examinează pentru diferite configurații parametriche $[Z_g - \theta, \pm 1]$, diferite gabarite diametrale ale angrenajului și frecvențe de turații ale arborelui-manivelă.

Analitic sunt descrise accelerațiile unghiulare și cele liniare ale satelitului și influența acestora asupra sarcinilor dinamice suplimentare, generate în reazemele arborelui-manivelă și ale satelitului. Se examinează dezechilibrul dinamic de poziție și de mișcare axială a satelitului, bazat pe ecuațiile dinamice ale lui Euler. În baza analizei ecuațiilor momentului cantității de mișcare sunt determinate reacțiunile suplimentare în reazeme în funcție de frecvența turațiilor, de caracteristicile masă/gabarit și erorile de execuție și montaj al componentelor nodului precesional al TPP. Sunt examinate diferite situații posibile de dezechilibru al satelitului TPP și sunt propuse diverse soluții de minimizare a sarcinilor dinamice în reazeme. Sunt analizate componentele dinamice în reazeme în funcție de unghiul de nutație θ , de frecvența turațiilor n ale arborelui-manivelă, de dimensiunile de gabarit și masa satelitului, de deplasările centrelor maselor pe direcțiile axială și radială etc.

Este prezentat algoritmul calculului teoretic al randamentului mecanic al TPP, cu specificarea pierderilor energetice pe cuplele cinematice.

Este descrisă consecutivitatea elaborării modelului 3D parametrizat al TPP, cu reflecția particularităților sale constructiv-cinematice. Utilizând aplicațiile CAD/CAM, a fost efectuată analiza dinamică a TPP, identificând valorile coeficienților de sarcină k_{HV} , neuniformității repartizării sarcinii între dinți k_{HP} și pe lungimea lor $k_{H\beta}$. În baza modelului CAE al TPP

cu angrenarea A_{CX-CV}^B au fost validați parametrii funcționali și cinematici, inclusiv coeficienții de sarcină, determinați anterior prin experimentări clasice bazate pe modele fizice ale TPP.



Capitolul 5

Sunt expuse rezultatele cercetărilor experimentale ale majorității parametrilor funcționali ai TPP, care, conform normelor și standardelor de produs, reprezintă nivelul tehnic al unui reductor cu transmisie mecanică.

Sunt prezentate vederile generale ale mostrelor experimentale de reductoare de tipurile $K-H-V$, $2K-H$ și combinate, fabricate în anii '80; sunt expuse caracteristicile și parametrii funcționali ai acestora, precum și standurile experimentale din laboratorul *Transmisii Mecanice* din cadrul UTM pentru cercetarea TPP de putere și celor cinematice.

În reductoarele precesionale cu angrenare A_{CX-CV}^B au fost determinate multiplicitatea angrenării ε în funcție de momentul de torsiune la arborele condus, randamentul mecanic, neuniformitatea distribuirii sarcinii între dinții simultan angrenați, momentul și timpul de pornire, nivelul de zgomot și de vibrații etc.

În reductoarele precesionale cu angrenare A_{CX-CV}^D au fost determinate randamentul mecanic, emisia de zgomot și vibrațiile.

O atenție deosebită a fost acordată influenței nivelului lubrifianului din reductoarele precesionale asupra pierderilor hidraulice. S-a demonstrat pe cale experimentală că reductoarele precesionale submersibile nu au analogii printre transmisiile clasice privind pierderile hidraulice foarte mici, chiar la temperaturi joase de $2^{\circ}-4^{\circ}C$ și presiuni hidrostatice de ordinul $60-70 MPa$, caracteristice condițiilor de exploatare pe fundul Oceanului Planetar. Acest efect se datorează specificului mișcării sferospațiale a satelitului.

Toți parametrii funcționali ai TPP cu angrenare A_{CX-CV}^B , A_{CX-CV}^D și A_{CX-R}^D determinați experimental pe modele fizice au fost validați pe modele parametrizate CAE, fiind demonstrată o coincidență satisfăcătoare a rezultatelor, cu o divergență de $\pm 2 - \pm 5\%$.



Capitolul 6

Capitolul dat este dedicat studiului cauzelor ce conduc la deteriorarea suprafețelor active ale profilurilor de flancuri ale dinților roților angrenate. S-a stabilit experimental că mecanismul de deteriorare este identic cu cel al transmisiilor evolventice clasice, adică prin ciupirea suprafețelor aflate

în contact, iar calculul de rezistență se efectuează la presiunea de contact ținând cont de geometria angrenajului.

Au fost supuse cercetărilor experimentale reductoare $K-H-V$ și $2K-H$ cu angrenare A_{CX-CV}^B , cu bolțurile fabricate din diverse materiale, inclusiv din oțel 40 Cr10 (40X), cu duritatea 40 – 45 HRC, oțel 20 CrMo4 (20 XHP) cu duritatea 50 – 55 HRC și din oțel 102 Cr6 (III X-15) cu duritatea 58 – 62 HRC. S-a constatat că rolele din toate aceste materiale sunt supuse deteriorării prin pitting la numărul de cicluri pulsatorii de circa $N = 1,08 \cdot 10^8$ pentru oțel 40 Cr10 și, respectiv, de $N = 1,2 \cdot 10^9$ și $N = 1,4 \cdot 10^9$ pentru oțelurile 20XHP și 102 Cr6.

S-a constatat prezența dominantă a deteriorării prin pitting anume la role, din motivul ca acestea în angrenare reprezintă elementul pasiv al cuplei cinematice dinte – rolă de clasa superioară. Prin acest fapt se argumentează necesitatea determinării tensiunilor admisibile în contactul cuplei cinematice dinte - rolă cu considerarea alunecării relative între corpurile aflate în contact în angrenajul A_{CX-CV}^B .

Prin analiza multiplicității angrenării pe cale experimentală pe modele fizice de reductoare și pe calea simulărilor computerizate pe modele virtuale, a fost determinată coordonata unghiulară a poziționării perechii de dinți maximal sollicitată și în rezultat s-au construit nomogramele dependenței unghiului de presiune α_w de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

Este prezentată metodică determinării curburii reduse a flancurilor conjugate prin introducerea factorului de proporționalitate ν a razelor de curbura variabile ale flancurilor conjugate pentru angrenările A_{CX-CV}^B și A_{CX-CV}^D . Sunt expuse dependențele coeficientului de proporționalitate de fiecare parametru al configurației $\nu = f [Z_g - \theta, \pm 1]$.

De asemenea, este prezentată metodică alegerii parametrilor geometrici raționali ai angrenajelor A^B și A^D cu angrenările A_{CX-CV}^B și A_{CX-CV}^D și a factorilor de sarcină k_{HP} , $k_{H\beta}$ și k_{HV} .

Este redat algoritmul de calcul la presiunea de contact a angrenajelor A^B și A^D cu angrenările A_{CX-CV}^B și A_{CX-CV}^D pentru transmisiile $2K-H$ și $K-H-V$. De asemenea, sunt prezentate particularitățile proiectării transmisiei precesionale cu regim de funcționare de reductor și de multiplicator, inclusiv submersibile.



Capitolul 7

Acest capitol este consacrat cercetării-dezvoltării transmisiilor precesionale cu roți dințate cu angrenare A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D . Inițial sunt prezentate geneza minitransmisiilor mecanice cu angrenaje dințate, evoluția

aplicațiilor și cerințele caracteristice domeniilor de interes sporit, cum sunt robotehnica, industria automobilelor, avionica, sistemele mecanice de precizie înaltă, utilajul tehnologic, mecanica fină etc. Sunt descrise avantajele TPP aparate pe structurile cinematice $K-H-V$, $2K-H$ și complexe, care interferează cu cerințele domeniilor menționate. Se descrie evoluția TP dințate în ansamblu și în particular a soluțiilor tehnice care definesc angrenările A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D .

Primul brevet de invenție (SU 1455094 A1) *Transmisia precesională dințată* cu prioritatea din 13.05.1986, în etapa inițială s-a dezvoltat cu angrenările A_{CX-R}^D , iar ulterior cu A_{CX-CV}^D , fiind utilizate în mai multe mecanisme de acționare (v. capitolul 10), inclusiv de mică putere.

Se menționează că debutul dezvoltării angrenării A_{CX-R}^D se datorează faptului că din gama extinsă de profiluri variabile dependente de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$, anume profilul rectiliniu aproximat putea fi realizat în roțile conice la mașini-unelte Glison cu oprirea mișcării de rostogolire a capului cu cuțite generatoare de profil. Sunt descrise particularitățile geometrice ale profilurilor de flanc, care definesc multiplicitatea conjugării dinților în angrenarea A_{CX-R}^D cu unul dintre profilurile de formă rectilinie prin aproximare. Prin modernizarea angrenajului A_{CX-R}^D conform invenției BI SU 1563319 A1 (*ДЦП*) și datorită elaborării procedurii de generare a dinților prin rostogolire-rolare spațială $G_{r,s}^{con}$ conform BI SU 1663857 A1, se elaborează angrenajul A_{CX-CV}^D cu profil convex/concav al dinților roților centrale și cu contact K_{CX-CV} multipar convex-concav.

Se constată că în angrenările A_{CX-R}^D și A_{CX-CV}^D , interacțiunea contactului dinților are loc cu alunecare de frecare, motiv din care randamentul mecanic este mic, iar uzura suprafețelor active ale flancurilor dinților este semnificativă. Totodată, se menționează că în angrenările A_{CX-R}^D și A_{CX-CV}^D , capacitatea portantă este limitată de raza de curbură echivalentă a profilurilor de flanc în contact.

În scopul diminuării alunecării relative între flancurile conjugate și majorării capacității portante a contactului flancurilor conjugate, s-a propus angrenarea A_{CV-CV}^D cu contact K_{CV-CV} concav-concav, asigurat prin modificarea formei profilurilor de flanc al dinților conjugăți.

În acest capitol se prezintă descrierea analitică a profilurilor de flanc ale dinților roților centrale, dependent de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$, și ale dinților satelitului prescris de o curbă arbitrară LEM cu raza de curbură constantă. S-a constatat că diferența razelor de curbură a profilurilor de flanc ale dinților conjugăți în contactele $k_0 \dots k_4$ se micșorează odată cu diminuarea coordonatei unghiulare ψ_i a contactului respectiv al dinților.

Utilizând diagramele vectoriale ale contactelor dinților K_{CX-CV} și K_{CV-CV} și ale vitezelor lor liniare, se descrie cinematica punctului de contact. În consecință se determină ecuațiile vitezelor și accelerațiilor și ale vitezelor re-

lative în punctul de contact, inclusiv ecuațiile diferenței drumurilor parcurse în funcție de ψ .

În baza analizei geometriei și cinematicii contactului, se propune angrenarea A_{CV-CV}^D cu patru, trei, două și cu o pereche de dinți concomitent angrenați.

Concluzia de bază expusă în capitol este următoarea: proiectarea geometriei contactului dinților conjugați K_{CV-CV} în funcție de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ trebuie să preceadă proiectarea angrenajului precesional A^D .



Capitolul 8

Capitolul dat este axat pe tehnologiile de fabricație a roților dințate conice cu profil de flanc convex/concav variabil. Variabilitatea profilului de flanc al dinților roților angrenajelor precesionale impune procedului tehnologic de fabricație condiții de universalitate, prin care scula cu una și aceeași formă geometrică să asigure generarea unei game cât mai largi de profile de flancuri, dependente de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$. În baza acestui principiu au fost elaborate procedeele de generare a dinților roților conice prin rostogolire-rolare spațială, cărora li se atribuie notația $G_{r.s.}$.

Procedeul $G_{r.s.}^{con}$ de generare a dinților cu scula de forma “trunchi de con” a fost înregistrat la 05.01.1988 ca invenție BI SU 1663857 A1, cu aplicarea protecției Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”, iar la 16.06.1995 a fost înregistrat de Rospatent FR drept patent de invenție pentru deținătorul SRL *Precesia*, Republica Moldova.

Utilizând ecuațiile Euler, este descrisă cinematica procedului de generare $G_{r.s.}^{con}$ cu excluderea erorii de schemă, specifică mecanismelor cu mișcare sferospațială. În acest scop se descrie înfășurătoarea $\Phi(X, Y, Z, \psi)$ a familiei conturilor generatoare ale sculei în formă de trunchi de con cu originea razelor de curbură amplasată pe sfera de raza R și pe traiectoria mișcării unui punct de referință de pe satelitul transmisiei reale. Sunt prezentate înfășurătoarele conturilor generatoare ale sculei pentru diferite configurații parametriche $[Z_g - \theta, \pm 1]$ ale angrenajului transmisiei reale.

Pentru fabricația danturilor roților centrale cu diametre mai mici de 50 mm și totodată pentru majorarea productivității procesului tehnologic, a fost propus procedeul de generare ai dinților $G_{r.s.}^{disc}$ cu scula de forma “disc profilat periferic”, protejată cu brevetele de invenție MD nr. 2120 C2 și MD nr. 3532 C2. Sunt expuse cinematica și descrierea analitică a liniei de contact al conturului generator al sculei cu dintele roții-semifabricat. Sunt

prezentate ecuațiile mișcării sculei în sistemul mobil de coordonate $O\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ legat cu semifabricatul și construite profilogramele generării profilurilor de flanc ale dinților roților centrale.

În capitolul dat sunt descrise de asemenea ecuațiile interacțiunii conturului generator al sculei și semifabricatului cu legătura cinematică sculă-batiu, care în cadrul procedurii de generare a dinților $G_{r,s}^{con}$ să ne permită să generăm dinților roților conice cu profiluri de flanc de forme cicloidale și în arc de cerc.

Sunt prezentate descrierile dispozitivelor de realizare a procedeelor de generare $G_{r,s}^{con}$, $G_{r,s}^{disc}$ și ale formelor geometrice ale sculelor, inclusiv cu suprafața hiperboloidală pentru modificarea longitudinală a profilurilor flancurilor.



Capitolul 9

În acest capitol sunt prezentate aplicațiile reprezentative ale TPP de putere. Sunt descrise avantajele TPP în raport cu alte tipuri de transmisii mecanice, care în principiu definesc ariile lor posibile de aplicații.

Majoritatea aplicațiilor în baza TPP au fost protejate cu peste 200 de brevete de invenție și patente, dintre care 28 de invenții au fost protejate cu aplicația Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

La începutul capitolului sunt descrise condițiile tehnice specifice de fabricație, asamblare și exploatare a TPP, pe care consumatorul de transmisii mecanice trebuie să le cunoască. În continuare sunt prezentate construcții și descrieri ale reductoarelor precesionale și ale mecanismelor de acționare în baza TPP, elaborate conform schemelor structurale $K-H-V$, $2K-H$ și combinate cu angrenajele A^B și A^D și angrenările A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D .

Pornind de la convingerea că în mediul concurențial al reductoarelor o transmisie mecanică “relativ nouă” poate fi competitivă, în special în cazurile în care aceasta se deosebește de cele clasice prin anumite avantaje unice, anume astfel de exemple de aplicații sunt aduse în acest capitol.

Un exemplu elocvent sunt aplicațiile TPP în domeniul mecanismelor de acționare submersibile, prezentate în subcapitolul *Motoreductoare planetare precesionale submersibile pentru Complexul Robotizat de Extracție a Concrețiunilor Feromanganice de pe Fundul Oceanului Planetar*, elaborate în baza contractelor economice cu VNIPI *Okeanmash*, Federația Rusă. Acest exemplu demonstrează importanța și eficiența aplicației TPP, datorate unui avantaj definitoriu pentru domeniu, descoperit întâmplător. Avantajul constă în reducerea neînsemnată a randamentului mecanic în condițiile

de exploatare submersibilă la adâncimi mari pe fundul oceanului, adică la presiuni hidrostatice de $60-70\text{MPa}$ și temperaturi de $2^{\circ}-4^{\circ}\text{C}$.

Referitor la mecanismele submersibile sunt menționate și alte avantaje complementare ale TPP, printre care: posibilitatea asigurării vitezelor unghiulare și de deplasare mici, datorate rapoartelor de transmitere mari; mase și gabarite mici, datorate capacității portante înalte; fiabilitate sporită în exploatare, datorată multiplicității angrenării dinților; posibilitatea elaborării reductoarelor nonpoluante, datorită posibilității exploatării angrenării cu bolțuri din metaloceramică în mediul apei de mare etc.

Se menționează că toate mecanismele de acționare submersibile pentru CECFM OP au fost elaborate în baza schemei structurale $2K-H$ cu angrenare A_{CX-CV}^B și doar mecanismul de acționare a aerliftului – în baza angrenării A_{CX-CV}^D .

În capitol de asemenea sunt descrise avantajele determinante ale TPP privind utilizarea lor în tehnica cosmică de zbor, printre care rapoartele de transmitere mari, precizia cinematică și capacitatea portantă înalte, gabarite și mase reduse, rigiditate torsională înaltă, momente inerțiale neesențiale la pornire și oprire etc.

Sunt prezentate electromodulele precesionale de înaltă precizie cinematică, elaborate în baza schemei structurale $2K-H$ cu angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CX-CV}^B pentru acționarea și orientarea în spațiu a componentelor aparatelor cosmice de zbor, inclusiv pentru sateliți geostaționari, fabricate la comanda IKI, NPO *Kometa* și a Întreprinderii $\Gamma 4805$, Federația Rusă.

Este descrisă construcția mecanismului de acționare cu raportul de transmitere $i = 12.960.000$ cu structura cinematică $3K-2H$, elaborat special pentru un radar cu destinație cosmică.

Este prezentată sinteza hidromotoarelor clasice îmbinate constructiv și funcțional cu transmisia precesională de tip $2K-H$ cu angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D , astfel se comasează într-o singură construcție funcțiile de hidromotor și de transmisie mecanică. Construcția acestor hidromotoare precesionale asigură posibilitatea reglării line a momentului de torsiune și a vitezei, obținerea unor momente de torsiune mari la gabarite mici, masă și presiuni joase ale lichidului sub presiune.

În acest capitol se descriu și perspectivele utilizării TPP cu angrenările A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D și A_{CX-CV}^B în roțile-motor ale mijloacelor de transport, datorate avantajelor TPP, cum sunt coaxialitatea arborilor conducători și condus; compactitatea și capacitatea portantă înalte ale angrenajelor, gabaritele și masele reduse etc. Se menționează eficacitatea utilizării TPP cu efect cinematic înalt, de exemplu în turbomotoare precesionale cu ejecție; de asemenea eficacitatea folosirii reductoarelor cu separarea puterii pe două fluxuri în mecanismele de acționare cu diametre restrânse. Sunt descrise

diverse construcții de variatoare precesionale, multiplicatoare și diferențiale pentru tehnica specială și cu destinație generală etc.

Majoritatea elaborărilor prezentate sunt însoțite de profilogramele contactului dinților construite cu aplicațiile CAD/CAM, care deschid oportunități de a releva apriori caracteristicile funcționale ale TPP în baza analizei funcțiilor $\zeta_1 = f(\xi_1)$ și $\zeta = f(\xi)$ pentru fiecare dintre angrenajele utilizate – A_{CX-CV}^B , A_{CX-CV}^D sau A_{CV-CV}^D .



Capitolul 10

Sunt prezentate aplicațiile TPP cinematice, elaborate doar cu angrenajul A^D cu angrenările A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D . La începutul capitolului sunt expuse tendințele de miniaturizare a sistemelor mecanice și corelarea acestora cu avantajele descrise ale TPP cu angrenaj A^D .

Printre domeniile cu interes prioritar pentru transmisiile precesionale cu angrenaj A^D se consideră industria de automobile. Se menționează că în acest domeniu de concurență sporită, pentru a asigura costuri reduse și competitivitate, este necesar de aplicat tehnologiile neconvenționale de fabricație a roților dințate prin turnare sau prin presare din pulberi metalice. În acest context se subliniază că aplicațiile CAD/CAM facilitează în termene și costuri restrânse proiectarea și fabricarea inclusiv a matrițelor cu profiluri negative, realizate la mașini-unelte cu comandă numerică multiaxială.

Se menționează că transmisiile planetare precesionale cinematice (TPPC), datorită specificului mișcării sferospațiale a satelitului, prezintă interes pentru elaborarea mecanismelor de acționare cu transmitere a mișcării și a sarcinii în spații etanșe, izolate prin diafragme gofrate sau prin pereți-membrane deformabile – aplicații avantajoase pentru tehnica cosmică, industria atomică, chimică etc.

Sunt prezentate exemple reprezentative de utilizare a TPPC în diverse utilaje tehnologice, sisteme de mecanică fină, dispozitive și roboți industriali, elaborate cu angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D .



Anexe

La sfârșitul volumelor 1 și 2 ale monografiei sunt prezentate Anexe cu informații suplimentare, care vin să asigure înțelegerea mai profundă a materialului expus în capitolele de baza, să ajute inginerii-constructori și tehnologii preocupați de dezvoltarea și diseminarea TPP în parcurgerea

tuturor etapelor de proiectare-fabricare, apelând în mare parte doar la această monografie.

Astfel, în volumul 1, după capitolul 6 sunt prezentate anexele:

ANEXA A – Cinematica transmisiilor precesionale $2K-H$ și rapoartele de transmitere, funcție de coraportul numerelor de dinți;

ANEXA B – Șirul rapoartelor de transmitere în funcție de configurația raportului numerelor de dinți.

În Anexa A sunt prezentate rapoartele de transmitere pentru patru configurații ale numerelor de dinți ai roților conjugate în transmisia $2K-H$, recomandate preponderent pentru angrenajele A^B .

Alegerea rapoartelor de transmitere indicate în paranteze, conform Anexelor B1 și B2, necesită o analiză suplimentară a formei profilurilor de flanc ale dinților, astfel încât să se selecteze cel mai rațional coraport al numerelor de dinți.

În volumul 2 al monografiei sunt prezentate următoarele anexe:

ANEXA A – Particularități și caracteristici ale geometriei contactului dinților în angrenajul precesional dințat;

ANEXA B – Influența configurației parametrice $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra geometriei contactului dinților;

ANEXA C – Brevete de invenție. Transmisii precesionale $2-K-H$, $K-H-V$ și complexe cu angrenaje “dinte-bolț” și “dinte-dinte”;

ANEXA D – Brevete de invenție. Generarea prin rostogolire-rolare spațială a dinților cu profiluri convexe/concave și în arc de cerc cu scula precesională de forma “trunchi de con”;

ANEXA E – Brevete de invenție. Generarea prin rostogolire-rolare spațială a dinților cu profil convex/concav cu scule precesionale de forma “disc profilat periferic” și de formă cilindrică;

ANEXA F – Brevete de invenție. Procedee neconvenționale de fabricare prin electroeroziune cu profil convex/concav, inclusiv negativ;

ANEXA G – Brevete de invenție. Hidromotoare, motoreductoare, varia-toare și utilaj tehnologic cu angrenaje precesionale $2K-H$ și $K-H-V$.

Conținutul acestor anexe vine să ajute inginerii-proiectanți și cercetătorii să înțeleagă mai profund particularitățile geometrice și avantajele angrenajelor precesionale A^B și A^D , precum și să analizeze soluțiile tehnice inovative

protejate cu brevete de invenție și patente din perspectiva utilizării acestora la dezvoltarea în continuare a TPP de putere și cinematische.

Pentru ușurarea înțelegerii abordărilor teoretice expuse în formule și ecuații, inclusiv a descrierilor parametrice ale angrenajului precesional și a geometriei contactului dinților în angrenare, la începutul monografiei sunt prezentate listele acronimelor, abrevierilor, notațiilor și indicilor inferiori, folosiți în monografie.

De asemenea, pentru înlesnirea înțelegerii interpretărilor grafice și utilizării corecte a recomandărilor făcute pe tot parcursul lucrării, la sfârșitul monografiei sunt prezentate listele figurilor, schemelor de calcul și de geometrie a angrenajelor elaborate și a particularităților contactului dinților conjugați, inclusiv lista tabelor cu recomandările valorice ale parametrilor geometrici din configurația $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

Voi fi recunoscător și voi aprecia mult toate sugestiile constructive, care ar contribui la îmbunătățirea și completarea conținutului acestei monografii.

Ion Bostan,
academician al AȘM,
profesor universitar, doctor habilitat



Lista acronimelor

- BPM – Bazele Proiectării Mașinilor
- CAD – Computer–Aided Design (proiectare asistată de calculator)
- CAE – Computer–Aided Engineering
(simulare asistată de calculator)
- CAM – Computer–Aided Manufacturing
(fabricare asistată de calculator)
- CAGD – Computer–Aided Geometrical Design
(design geometric asistat de calculator)
- CAQ – Computer–Aided Quality (calitate asigurată de calculator)
- CECFM OP – Complex (robotizat) de Extracție a Concrețiilor Feromanganice de pe Fundul Oceanului Planetar
- CFM – Concrețiuni feromanganice
- CIM – Computer Integrated Manufacturing
(fabricare integrată pe calculator)
- CITA – Centrul de Implementare a Tehnologiilor Avansate
- CNC – Computer Numerical Control
(mașină-unealtă cu comandă numerică)
- CYCLO – Transmisie cu profil cicloidal al dinților
- HB – Brinell Hardness (duritatea după Brinell)
- HV – Vickers Hardness (duritatea după Vickers)
- HRC – Rockwel C-scale Hardness (duritatea în scara Rockwel)
- ICTCM – Institutul de Cercetare în Tehnologia Construcțiilor de Mașini
- IKI – Institut Kosmicheskikh Issledovaniy
(Institutul de Cercetări Cosmice)
- KS – Kosmicheskaya stantsiya (stație cosmică)
- LRV – Laboratorul de Realitate Virtuală

- LVAM – Laboratorul de Vibroacustică, *Moldovahidromaş*
- MAV – Măsurări acustice și vibrații
- MEF – Metoda elementului finit
- MGTU – Universitatea Tehnică de Stat *N.E. Bauman* din Moscova
- MPP – Metallo-poroshkovaya promyshlennost’
(industria pulberilor metalice)
- MSEM – Microsistem electromecanic
- NIPKTI – Nauchino-Issledovatel’skiy Proiektno-Konstruktorskiy Tehnologicheskiy Institut (Institutul de Cercetare Științifică și Proiectare Constructiv-Tehnologică)
- NPO – Nauchnoe proizvodstvennoe ob’iedinenie
(asociație de cercetare și de producere)
- PDM – Product Data Management
(managementul informației despre produs)
- PLM – Product Lifecycle Management
(gestionarea întregului ciclu de viață al produsului)
- TACRI – Transmisie armonică cu corpuri de rostogolire intermediare
- TG – Tehnologii de generare
- TM – Transmisie mecanică
- TM și OM – Teoria Mașinilor și Organe de Mașini
- TP – Transmisie precesională
- TPB – Transmisie precesională cu bolțuri
- TPC – Transmisie precesională cinematică
- TPD – Transmisie precesională dințată
- TPP – Transmisie planetară precesională
- ТНПО – Centralnoe Nauchno-Proizvodstvennoie Ob’iedinenie *Kometa* (Asociația Centrală de Cercetare și Producere *Cometa*)
- UAM – Uzina *Azovmaş* din Mariupol
- UTB – Universitatea *Transilvania* din Braşov
- UTM – Universitatea Tehnică a Moldovei
- VNIPI – Vsesoyuznyj Nauchno-Issledovatel’skiy Proiektnyj Institut *Okeanmash* (Institutul Unional de Cercetare Științifică și Proiectare *Okeanmaş*)
- VT – Vrashhayushhchijsya traduktor (traductor rotativ)
- W–N – Angrenaj Wildhaber-Novikov
- ДМВ – Dvigatel’ modul’nyj vstroennyj (motor modular încorporat)



Lista abrevierilor

- A^B – Angrenaj precesional cu bolțuri
- A^D – Angrenaj precesional dințat
- $A^{D,\beta}$ – Angrenaj precesional cu dinți înclinați
- A_{CX-R}^B – Angrenare precesională cu bolțuri cu contact *convex-rectiliniu*
- A_{CV-CV}^B – Angrenare precesională cu bolțuri cu contact *convex-concav*
- A_{CV-CV}^D – Angrenare precesională dințată cu contact *concav-concav*
- A_{CX-CV}^D – Angrenare precesională dințată cu contact *convex-concav*
- A_{CX-R}^D – Angrenare precesională dințată cu contact *convex-rectiliniu*
- $A_{CV-CV}^{D,\beta}$ – Angrenare precesională dințată cu contact *concav-concav* al dinților înclinați
- $G_{r.s}$ – Generarea flancurilor dinților prin rostogolire-rolare spațială
- $G_{r.s}^{disc}$ – Generarea flancurilor dinților cu sculă de forma “disc profilat periferic”
- $G_{r.s}^{con}$ – Generarea flancurilor dinților cu sculă de forma “trunchi de con”
- $G_{m.ax}^{cil}$ – Generarea flancurilor dinților cu sculă cilindrică pe mașini-unelte multiaxiale cu comandă numerică
- $G_{m.ax}^{cil,\beta}$ – Generarea flancurilor dinților înclinați cu sculă cilindrică pe mașini-unelte multiaxiale cu comandă numerică
- K_{CV-CV} – Contact *concav-concav* al dinților
- K_{CX-CV} – Contact *convex-concav* al dinților
- K_{CX-R} – Contact *convex-rectiliniu* al dinților

- K_{CV-CV}^β – Contact *concau-concau* al dinților înclinați
- $2K-H$ – Transmisie planetară precesională cu două roți centrale ($2K$) și un arbore-manivelă (H)
- $3K$ – Transmisie planetară precesională cu trei roți centrale
- $3K-2H$ – Transmisie planetară precesională complexă cu trei roți centrale și doi arbori-manivelă
- $K-H-V$ – Transmisie planetară precesională cu o roată centrală (K), un arbore-manivelă (H) și o legătură a satelitului cu arborele condus (V)
- $[Z_g - \theta, \pm 1]$ – Configurație parametrică generală a angrenajului precesional
- $[Z_g - \theta, -1]$ – Configurație parametrică a angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor
- $[Z_g - \theta, +1]$ – Configurație parametrică a angrenajului precesional cu regim de funcționare de multiplicator
- $\omega_{cr(+1)}^b, \omega_{cr(-1)}^b$ – Viteza unghiulară a bilelor rulmenților satelitului TPP $2K-H$, pentru coraportul dinților $Z_{1,4} = Z_{2,3} + 1$ și, respectiv, $Z_{1,4} = Z_{2,3} - 1$
- $\omega_{cr(+1)}^r, \omega_{cr(-1)}^r$ – Viteza unghiulară a rolelor rulmenților satelitului TPP $2K-H$, pentru coraportul dinților $Z_{1,4} = Z_{2,3} + 1$ și, respectiv, $Z_{1,4} = Z_{2,3} - 1$



Lista notațiilor

- A – Amplitudinea mișcării sferice a satelitului
- \mathbf{A} – Matricea de rotație
- \mathbf{A}^T – Matricea transpusă matricei \mathbf{A}
- a, b – Semiaxele elipsei (amprente) tensiunilor de contact
- a_h, d_h, l_h, ρ_h – Parametrii generalizatori ai suprafeței hiperboloidale a sculei pentru generarea $G_{r.s}^{con}$ a dinților modificați longitudinal
- α_w – Unghiul de presiune (de formă) a profilului dinților roții centrale
- α – Unghiul de centru a zonei de angrenare
- β – Unghiul de vârf al bolțurilor conice
- β_g – Unghiul de înclinare a dinților în angrenajul $A^{D,\beta}$
- δ – Unghiul axoidei conice
- b_w – Lungimea de lucru a dintelui roții centrale
- b – Lățimea danturii
- C – Coeficientul rigidității torsionale
- $C(x_c, y_c, z_c)$ – Punct de referință al mecanismului de legătură satelit - batiu
- D – Punct de referință de pe satelit în angrenarea A_{CX-CV}^B
- d_{mr} – Diametrul median al bolțului conic
- $d_{m1} d_{m4}$ – Diametrul median al roților centrale din angrenajul $K-H-V$, respectiv $2K-H$
- $E_{(\psi)}$ – Punctul de contact curent al flancurilor conjugate în funcție de ψ
- E_1, E_2 – Modulul Yang ale materialelor corpurilor contactante
- E_e – Modulul de elasticitate echivalent al materialelor dinților
- ε – Multiplicitatea angrenării

- ε_m – Multiplicitatea angrenării cu profilul modificat al dinților în angrenarea A_{CV-CV}^D
 ε_r – Multiplicitatea de referință a angrenării dinților în angrenarea A_{CV-CV}^D
 ε_a^β – Grad de acoperire axial al dinților înclinați în angrenarea $A_{CV-CV}^{D,B}$
 ε_f^β – Grad de acoperire frontal al dinților înclinați în angrenarea $A_{CV-CV}^{D,B}$
 F_n, F_t, F_a – Forțele normală, tangențială și axială în angrenajul A^B
 \mathbf{F}_o^e – Vectorul rezultat al forțelor exterioare determinante ale reacțiunilor dinamice suplimentare din reazeme
 f_o – Coeficientul de înălțime a dinților modificați
 G – Punct de referință de pe satelit în angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D
 h – Adâncimea admisibilă a stratului uzat
 $\pm i$ – Raport de transmitere
 I_h – Intensitatea uzurii dinților
 I_X, I_Y, I_Z – Momentele de inerție axiale ale roții-satelit în raport cu axele X, Y, Z
 k_1 – Coeficientul condițiilor de ungere și al materialului dinților
 k_3 – Coeficient adimensional
 K_a – Coeficientul de profil rectiliniu aproximat al flancurilor dinților roții centrale cu angrenarea A_{CX-R}^D
 k_{HV} – Coeficientul dinamicității sarcinii
 $k_{H\beta}$ – Coeficientul distribuirii sarcinii pe lungimea dinților
 k_{HP} – Coeficientul distribuirii sarcinii între dinții simultan angrenați
 k_i – Punctele de contact ale flancurilor dinților concomitent angrenați
 $K_{i(i=0,1,2,\dots)}$ – Punctul de contact al flancurilor dinților roților centrale cu angrenarea A_{CX-R}^D
 k_r – Coeficientul de frecare la rostogolire
 K_θ – Constanta de influență a nutației asupra rotirii bolțului
 K_ω – Constanta de influență a geometriei angrenajului asupra rostogolirii bolțului fără alunecare

- l_e – Lungimea sumară a liniilor de contact
 LEM – Curba prescrisă profilului dinților satelitului
 L_X, L_Y, L_Z – Momentele cinetice ale roții-satelit în raport cu X, Y, Z
 L_o – Momentul cinetic al roții-satelit în raport cu punctul fix în sistemul $OX_1Y_1Z_1$
 L_p – Nivelul puterii sonore în bandă octavă
 L_{pA} – Nivelul puterii sonore corectate
 M_X^e, M_Y^e, M_Z^e – Proiecțiile momentelor sarcinii roții-satelit pe X_1, Y_1, Z_1
 M_o^e – Momentul rezultat al forțelor de reacțiune în raport cu centrul de precesie O
 N_h – Numărul ciclurilor de încărcare a dinților angrenați
 n – Frecvența turațiilor
 η – Randament mecanic
 η_a – Randamentul mecanic al angrenajului precesional cu angrenarea A_{CV-CV}^B
 O – Centru de precesie
 $OXYZ$ – Sistem fix de coordonate
 $OX_1Y_1Z_1$ – Sistemul mobil de coordonate definit în unghiurile Euler
 $O\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ – Sistemul mobil de coordonate legat cu roata centrală în raport cu conturul generator al sculei
 p – Distanța minimă de la punctul de contact al dinților până la axa instantanee de rotire a roții-satelit în transmisia $2K-H$
 q – Sarcina specifică în angrenare
 R_a – Rugozitatea suprafețelor active ale flancurilor dinților
 R_c – Raza de curbură a flancului dintelui satelitului cu angrenarea A_{CX-R}^D
 R_A, R_B, R_D, R_E – Reacțiunile dinamice suplimentare în reazeme
 r – Raza de curbură a profilului de flanc al dintelui satelitului în arc de cerc
 r_c – Raza cercului înscris în grosimea dintelui satelitului cu angrenarea A_{CX-R}^D
 $R_{m_1} R_{m_4}$ – Raza medie a roților centrale din angrenajul $K-H-V$, respectiv $2K-H$

- R – Raza sferei cu originea în centrul de precesie
 $S_{E_1(\psi)}$ – Distanța parcursă de punctul de contact E_1 de pe flancul dintelui roții centrale
 $S_{E_2(\psi)}$ – Distanța parcursă pe punctul de contact E_2 de pe flancul dintelui satelitelui
 ΔS – Diferența distanțelor parcurse $S_{E_1(\psi)}$ și $S_{E_2(\psi)}$ pentru aceleași valori ale unghiului de precesie ψ
 T – Moment de torsiune
 T_n – Momentul de torsiune nominal
 T_p – Momentul de torsiune de pornire
 $\mathbf{V}_{Eal(\psi)}$ – Varierea vectorului vitezei relative de alunecare între flancurile conjugate în punctul de contact curent E în funcție de ψ
 $\mathbf{V}_{E_1(\psi)}$ – Vectorul vitezei liniare a punctului E_1 de pe profilul dintelui roții centrale în funcție de ψ
 $\mathbf{V}_{E_2(\psi)}$ – Vectorul vitezei liniare a punctului E_2 de pe profilul dintelui satelitelui în funcție de ψ
 \mathbf{V}_D – Vectorul vitezei punctului de referință D de pe satelit în angrenarea A_{CX-CV}^B
 \mathbf{V}_G – Vectorul vitezei punctului de referință G de pe satelit în angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D
 V_{alk_i} – Viteza liniară relativă de alunecare între flancurile conjugate în punctele de contract k_i
 W_f – Caracteristica tribogeometrică a mecanismului de legătură a satelitelui cu arborele condus în transmisia $K-H-V$
 $\bar{X}_D, \bar{Y}_D, \bar{Z}_D$ – Coordonatele punctului de referință D de pe satelit în sistemul rotativ de coordonate, legat cu semifabricatul
 X_D, Y_D, Z_D – Coordonatele punctului de referință D de pe satelit în sistemul fix de coordonate în angrenarea A_{CX-CV}^B
 X_E, Y_E, Z_E – Coordonatele punctului de contact curent E al dinților în sistemul fix de coordonate
 X_G, Y_G, Z_G – Coordonatele punctului de referință G de pe satelit în sistemul fix de coordonate în angrenarea A_{CV-CV}^D
 X_i, Y_i, Z_i – Coordonatele înfășurătoarei conturului generator al sculei, respectiv ale profilului dinților roții centrale în sistemul fix

- $X_{E_m}, Y_{E_m}, Z_{E_m}$ – Coordonatele punctului de contact al dinților în secțiunea mediană
 $X_{G_m}, Y_{G_m}, Z_{G_m}$ – Coordonatele originii razelor de curbură a dinților satelitului în secțiunea mediană
 Z_ϵ – Numărul perechilor de dinți simultan angrenate
 $Z_{1,4}$ – Numărul de dinți, respectiv ai roții centrale fixă și mobilă
 Z_2, Z_3 – Numărul dinților coroarelor satelitului
 $Z_1 = Z_2 \pm 1$ – Numărul dinților roții centrale fixe
 $Z_4 = Z_3 \pm 1$ – Numărul dinților roții centrale mobile
 Z_M – Constanta elastică a materialelor dinților conjugați
 $Z_1, Z_2, \delta, \beta, \theta$ – Parametrii configurației angrenajului care influențează forma profilului de flanc al dinților roților centrale
 $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3$ – Configurație ale numerelor de dinți posibile în transmisia precesională $2K-H$
 σ_H – Tensiuni de contact
 σ'_{Hp} – Tensiunile de contact admisibile la rostogolire cu alunecare
 τ – Tensiunile tangențiale în contact
 “–” – Arborii conducător și condus se rotesc în contrasens
 “+” – Arborii conducător și condus se rotesc în același sens
 Δ – Dimensiune caracteristică a contactului corpurilor
 Δ – Prestrângerea în angrenare
 $\Delta\delta$ – Abaterrea feței frontale a roții centrale mobile de la perpendicularitate în raport cu axa găurii
 $\Delta\varphi''$ – Eroare cinematică
 $\Delta\varphi_2$ – Unghi de torsiune
 $\Delta\varphi_{luft}$ – Luftul în angrenare
 $\Delta\psi_3$ – Eroarea de schemă (de poziție a sculei) la generarea $G_{r,s}^{con}$ și generarea $G_{r,s}^{disc}$
 ζ, ξ – Coordonatele carteziane plane ale profilului de flanc al dinților roții centrale
 $\zeta = f(\xi)$ – Profilul dintelui roții centrale în forma analitică
 ζ_1, ξ_1 – Coordonatele carteziane plane ale traiectoriei mișcării centrului bolțului în angrenarea A_{CX-CV}^B , respectiv ale originii

- razei de curbură a profilului de flanc al dinților satelitului în angrenajul A_{CX-CV}^D
- $\zeta_1 = f(\xi_1)$ – Traiectoria mișcării centrului bolțului în angrenarea A_{CX-CV}^B sau a originii razei de curbură a profilului dinților satelitului în angrenările A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D
- θ – Unghi de nutație (de înclinare a arborelui-manivelă)
- ν_1, ν_2 – Coeficienții Poisson ai materialelor corpurilor contactante
- ν – Coeficientul de proporționalitate a razelor de curbură a flancurilor conjugate
- ρ_e, θ – Parametrii de formă generalizatori ai dinților angrenați
- ρ_i – Raza de curbură a profilului de flanc al dinților roții centrale în funcție de ψ
- ρ_{k_i} – Raza de curbură a profilului de flanc al dinților roții centrale în punctele de contact k_i
- $\rho_{k_i} - r$ – Diferența razelor de curbură a profilurilor de flanc, conjugate în punctele de contact k_i
- ρ_{long} – Raza de curbură a flancului dinților modificați longitudinal
- ρ_r, ρ_d – Razele de curbură a flancurilor conjugate
- φ – Unghi de rotire proprie a satelitului
- ψ – Unghi de precesie (de rotire a arborelui-manivelă)
- ψ_{k_i} – Unghiul de poziționare a punctelor de contact k_i ale flancurilor dinților concomitent angrenați
- Ψ_{k_i} – Unghiul de precesie corespunzător contactelor dinților k_i
- ψ, θ, φ – Unghiurile Euler
- $\Phi(x, y, z, \psi)$ – Înfășurătoarea familiei profilurilor de flanc ale dinților satelitului în arc de cerc pe sfera de raza R
- Ω – Viteza unghiulară instantanee a roții-satelit
- $\Omega_X, \Omega_Y, \Omega_Z$ – Proiecțiile pe axele X, Y, Z a vectorului vitezei unghiulare instantanee a roții-satelit



Lista indicilor inferiori

- a, b, c, d, \dots – Roți dințate, dinți, coroane
- al – Alunecare între flancurile conjugate
 - B – Angrenare cu bolturi
 - $CV-CV$ – Contact *concau-concau* al flancurilor dinților
 - $CX-CV$ – Contact *convex-concau* al flancurilor dinților
 - $CX-R$ – Contact *convex-rectiliniu* al flancurilor dinților
 - cil – Sculă de forma cilindrică
 - con – Sculă de forma “trunchi de con”
 - $cr(-1)$ – Corpuri de rulare ale rulmenților cu rotirea inelelor în contrasens
 - $cr(+1)$ – Corpuri de rulare ale rulmenților cu rotirea inelelor în același sens
 - $disc$ – Sculă de forma “disc profilat periferic”
 - D – Angrenare dințată
 - d, din – Dinamic, dinamică
 - e – Echivalent
 - E_1 – Punct de pe profilul dintelui roții centrale
 - E_2 – Punct de pe profilul dintelui satelitului
 - β_g – Dinți înclinați
 - ε – Angrenare multipară
 - g – Satelit, dinți, coroane
 - h – Suprafața hiperboloidală a sculei pentru generarea $G_{r,s}^{con}$ cu

- modificare longitudinală a flancurilor
- i – Numărul de ordine al perechii de dinți angrenate, al contactului flancurilor și al coordonatei unghiulare
- i, j, k** – Vectori unitari pe direcția axelor de coordonate
- i – Înfășurătoarea contururilor generatoare ale sculei
- long* – Longitudinal
- luft* – Joc tehnologic garantat în angrenare
- m – Modificat
- m.ax* – Multiaxial
- max* – Maximum
- m, med* – Medie
- min* – Minimum
- ∞ – Raport de transmisie infinit
- n – Normal (perpendicular)
- nec* – Neconvențional
- opt* – Optim
- st* – Statică
- Ψ – Coordonată unghiulară
- (ψ) – Funcție de unghiul de precesie
- H, ω – Indici ai elementelor de structură și ai parametrilor cinematici
- ω, θ – Indici geometrici
- f_r, f – Indici tribologici
- \sum – Sumar, total
- r.s* – Rostogolire-rulare spațială
- sat* – Satelit
- $H\beta, HP$ – Indici la parametrii distribuirii sarcinii pe lungimea dinților și, respectiv între dinți
- HV – Indice la parametrii de dinamicitate a sarcinii în agrenare



SCURT ISTORIC PRIVIND DEZVOLTAREA TRANSMISIILOR PRIN ANGRENAJE MULTIPARE

1.1 Tendințele de dezvoltare a transmisiilor prin angrenaje și cerințele consumatorilor

Transmisiile mecanice au un rol important în dezvoltarea industrială globală atât sub aspect de diversificare a produselor scientintensive performante, cât și sub aspect de modernizare tehnologică.

Actualmente, volumul producției anuale globale de transmisii mecanice utilizate în reductoare cu destinație generală sau specială, inclusiv în cutiile de viteze ale automobilelor, constituie peste 200 miliarde de dolari SUA. Totodată, este important să menționăm că circa 80% din energia produsă la scară mondială se consumă fiind transformată și transmisă către mecanismele de acționare ale mașinilor prin intermediul transmisiilor mecanice. Astfel, majorarea randamentului transmisiilor mecanice cu doar 1% este echivalentă cu economisirea a 0,8% din energia produsă pe glob.

Tehnica se modernizează continuu, devenind mai complexă sub diverse aspecte dictate de cerințele în creștere ale pieței de desfacere. Într-o asemenea evoluție, procesul de modernizare a tehnicii în corespundere cu cerințele consumatorilor duce la sporirea performanțelor funcționale și fiabilității mașinilor, implicit a componentelor acestora – transmisiile mecanice.

Diversitatea cerințelor înaintate de beneficiarii transmisiilor mecanice constă, în special, în sporirea fiabilității, posibilităților cinematice, randamentului și capacității portante, în reducerea masei și a gabaritelor. Se observă o tendință clară de creștere a necesității în transmisiile mecanice cu

rapoarte mai mari de reducere a mișcării, tendință generată de apariția motoarelor electrice cu viteze mai mari, gabarite și masă mai reduse.

Conform cerințelor consumatorilor, necesarul de reductoare după criteriul raportului de transmitere se exprimă printr-o curbă logaritmică normală, cu densitatea maximă în zona rapoartelor de transmitere egală cu 31,7 (fig. 1.1). Totodată, reductoarele cu raportul de transmitere $i = 16 - 54$ reprezintă circa 75% din totalul acestora utilizate pe plan mondial. Actualmente, tendința este spre deplasarea maximumului necesității în reductoare după criteriul “raport de transmitere” spre dreapta, în zona rapoartelor mai mari.

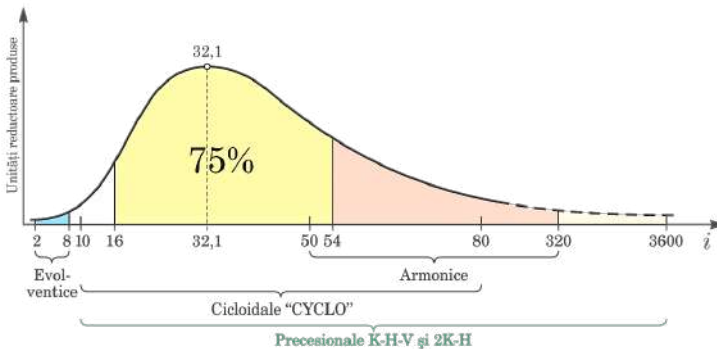


Figura 1.1. Diagrama densității rapoartelor de transmitere utilizate în reductoare și posibilitățile cinematice ale transmisiilor într-o treaptă

Diagrama demonstrează că rapoartele de transmitere $i = 1 - 8$ sunt realizate plener, cu eficiență maximă și cost minim, de transmisiile ordinare (cilindrice, conice, elicoidale ș.a.), iar pentru a realiza rapoarte de transmitere mai mari, transmisiile ordinare trebuie asamblate în două, trei și mai multe trepte. În acest caz, cresc brusc gabaritele reductorului, numărul componentelor și, în final, costul acestor transmisi.

Astfel, satisfacerea cerințelor menționate prin modernizarea parțială a transmisiilor tradiționale devine tot mai dificilă. Problema vizată a fost soluționată inovativ prin elaborarea unor noi tipuri de transmisi, cu angrenaje bazate pe alte principii cinematice de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii decât în cele ordinare.

Alte cerințe restrictive dure impuse de consumatori se referă la capacitatea portantă și precizia cinematică înalte, emisie de zgomot și vibroactivitate reduse, masă și gabarite mici, consum redus de materiale. Realizarea acestor cerințe prin modernizarea angrenajelor evolventice clasice, bazate pe principiile elaborate de Leonard Euler încă în 1754, devine tot mai dificilă, uneori imposibilă. De aceea, pentru acoperirea întregului spectru de exigențe, cercetătorii și inginerii consacrați domeniului au cercetat și au inventat noi

tipuri de transmisii mecanice cu angrenare multipară a dinților. Astfel, au fost inventate și dezvoltate transmisiile planetare cicloidală CYCLO cu diapazonul raporturilor de transmitere de la 10 până la 119, în care 100% din bolțurile cilindrice ale roților centrale angrenează simultan cu dinții sateliților cu profil cicloidal (epi-, hipo-, epihipocicloidal).

O altă transmisie cu angrenare multipară, inventată pentru acoperirea unor cerințe specifice ale consumatorilor, este transmisia armonică, în care multiplicitatea angrenării poate fi de până la 25 – 30% perechi de dinți, iar diapazonul raporturilor de transmisie poate fi de la 80 până la 300.

O transmisie modernă în dezvoltare este și transmisia planetară precesională. Analiza diagramei densității rapoartelor de transmitere utilizate în reductoare arată că transmisiile planetare precesionale doar într-o singură treaptă acoperă, practic, întreaga gamă de rapoarte de transmitere mai frecvent folosite de industrie, iar multiplicitatea angrenării poate fi de până la 100% dinți simultan conjugăți, ceea ce deschide perspective largi de utilizare în domenii cum sunt robotica, avionica, industria de automobile, tehnologiile spațiale etc.

Luând în considerație posibilitățile cinematice unice ale transmisiilor precesionale, cercetările privind modernizarea geometriei contactului dinților cu scopul majorării capacității portante și a randamentului mecanic al angrenajului precesional sunt de o importanță deosebită.

1.2 Geneza transmisiilor cu angrenare multipară a dinților

Dezvoltarea în ascensiune a mijloacelor de circulație terestre (auto-vehicule, trenuri), aeriene (avioane, aparate cosmice de zbor), maritime (vapoare), a mijloacelor de producție (mașini-unelte, roboți industriali), a tehnicii agricole și de prelucrare a producției agroalimentare (combine, tractoare, linii tehnologice etc.) a condus la diversificarea cerințelor mereu crescândă atribuite mecanismelor de acționare ale acestora, în consecință a impus necesitatea modernizării continue a angrenajelor transmisiilor mecanice sub diverse aspecte.

Diversitatea cerințelor înaintate de beneficiari transmisiilor mecanice de putere constă, în special, în sporirea fiabilității, randamentului și a capacității portante, în reducerea masei și a gabaritelor. Perfecționarea angrenajelor este una dintre soluțiile problemei. Un exemplu elocvent în acest sens sunt angrenajele Wildhaber-Novikov, care au ridicat simțitor capacitatea portantă a transmisiilor [206, 281, 282]. Satisfacerea exigențelor mereu crescândă ale consumatorilor industriali prin modernizarea parțială a transmisiilor clasice devine tot mai dificilă. Problema vizată poate fi soluționată cu un efect deosebit prin elaborarea unor tipuri de transmisii

mecanice cu angrenare simultană multipară a dinților, bazate pe principii noi de transformare și transmitere a mișcării.

Evoluția transmisiilor cu angrenaje conturează următoarele observații:

- *transmisiile mecanice* sunt componente care definesc gradul de modernitate a mașinilor din care fac parte;
- *angrenajele* sunt componente de bază ale transmisiilor mecanice, care definesc eficiența și fiabilitatea procesului de transformare și transmitere a mișcării și a puterii;
- *dantura roților dințate* este cel mai important element al angrenajului și definește capacitatea portantă, nivelul emisiei de zgomot și al vibrațiilor, longevitatea și, în general, fiabilitatea și stabilitatea mașinii în ansamblu.

Importanța ierarhizată pe componente și elemente, expusă mai sus, demonstrează că în orice mașină modernă cu transmisii mecanice cu roți dințate, *dintele*, prin forma sa geometrică, este un element decisiv care determină indicatorii funcționali ai transmisiei mecanice și definește fiabilitatea și performanțele mașinii în general.

Este de remarcat că încă din epoca Renașterii, marii inventatori ai omenirii s-au dedicat transmisiilor mecanice și studiului profilului dinților, lăsând generațiilor ulterioare o mare diversitate de angrenaje cu profiluri pentru dinți evolventice, cicloidale, epicicloidale, epihipocicloidale, în arc de cerc, octoidale etc., folosite și azi în tehnica modernă. Așa se explică și faptul că evoluția tehnicii în ansamblul ei, prin abordarea unor cerințe crescând și din ce în ce mai complexe, continuă să genereze probleme și întrebări privind transmisiile mecanice. Necesitatea adaptării mașinilor și a utilajelor la regimuri de funcționare variate, în funcție de multitudinea de variabile tehnologice, de cerințe diferite sub aspectul productivității și al calității produselor, presupune realizarea unor transmisiilor mecanice de mare eficiență.

Tendința generală în construcția de mașini orientată spre reducerea consumului de materiale, creșterea fiabilității și a capacității portante se referă, evident, și la angrenaje. De aici rezultă și necesitatea elaborării unor noi tipuri de transmisii mecanice cu performanțe ridicate, care să ia în considerație și diversitatea factorilor de exploatare.

Cercetătorii din domeniul istoriei științelor tehnice consideră că în secolul trecut o dată la 15 – 25 de ani se inventa un tip principal nou de transmisie mecanică prin angrenaj. Astfel, în 1928, inginerul german L.K. Braren inventează transmisia cicloidală CYCLO [220], în 1944, inginerul rus A. Moskvitin – transmisia armonică cu fricțiune [251], iar în 1959, inginerul american C.W. Musser – transmisia armonică cu angrenaj [253].

În marea diversitate a transmisiilor mecanice, transmisiile planetare cu angrenaj multipar ocupă un loc deosebit, posedând o serie de avantaje, și anume: capacitate portantă înaltă, coaxialitate, compacitate, masă redusă, precizie cinematică ridicată, posibilitatea obținerii unor rapoarte de transmitere mari, funcționare silențioasă etc. Transmisiile planetare cu angrenaj multipar, în ultimele decenii, sunt răspândite pe larg în diferite domenii ale construcției de mașini și cunosc o modernizare în creștere continuă.

1.2.1 Transmisii cicloidale cu bolțuri

Transmisiile cicloidale cu bolțuri, în literatura de specialitate denumite „transmisii CYCLO” [220] (fig. 1.2), au fost patentate în Germania în 1928, cu prioritatea din 30.11.1926, autor fiind Lorenz Konrad Braren.

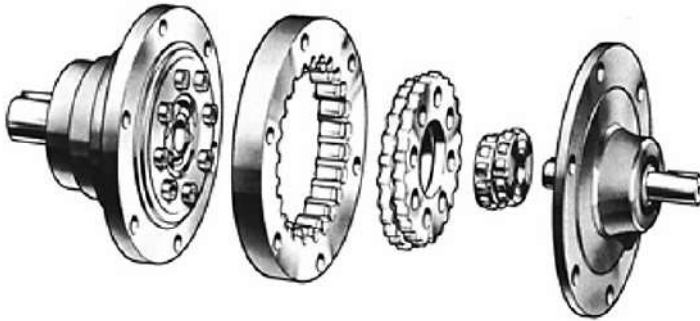


Figura 1.2. Transmisie cicloidă cu bolțuri în desfășurare

Transmisiile CYCLO sunt intens studiate până în prezent și capătă o răspândire tot mai largă, posedând avantaje și caracteristici incontestabile: capacitate portantă ridicată datorită participării simultane în angrenaj a unui număr mare de dinți; gabarite mici; randament ridicat datorită angrenajului dinte – rolă; rapoarte de transmitere mari (până la 119 într-o treaptă). Angrenajul cu bolțuri cilindrice este un caz particular al angrenajului cicloidal (dinții roților-satelit sunt descriși de curbe cicloidale – epicloidale, hipocicloidale, epihipocicloidale). Elementele de bază ale transmisiei sunt (fig. 1.3): roata imobilă cu rolele 1 instalate pe axele 2; mecanismul 3 de transmitere a mișcării de rotație reduse; arborele excentric 4; roțile-satelit 5 și 6 cu profil cicloidal al dinților. Numărul de dinți ai roților 5 și 6 este același și este cu un dinte mai mic decât cel al rolelor 1.

Reductoarele cicloidale cu bolțuri cu destinație generală sau specială, într-o gamă largă de rapoarte de transmisie, sunt produse în serie de mai multe întreprinderi industriale, printre care: *Braren Lorenz CYCLO Getrebau* ($i = 7 - 71$, $T = 10 - 680 \text{ Nm}$, $T_{max} = 70 - 2000 \text{ Nm}$, $G = 10^4 - 3 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$, $\eta = 0,94$); *Sumitomo Heavy Industries* ($i = 59, 87, 119$; $P = 0,26 - 7,16 \text{ kW}$;

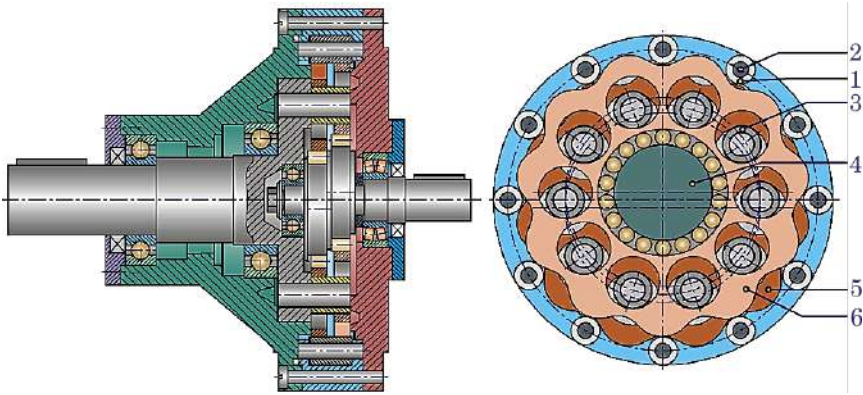


Figura 1.3. Transmisie planetară cu bolțuri

$T = 111 - 5430 \text{ Nm}$; $\eta = 0,84$); *Wellman Bibby* ($i = 11 - 87$ într-o treaptă; $i < 7569$ – în două trepte și $i < 658303$ – în trei trepte; $P = 0,6 - 160 \text{ kW}$); *Gram* (SUA) în licență cu *Shimpo* (Japonia) produc reductoare CYCLO cu profil cicloidal, epicloidal și în arc de cerc (fig. 1.4).

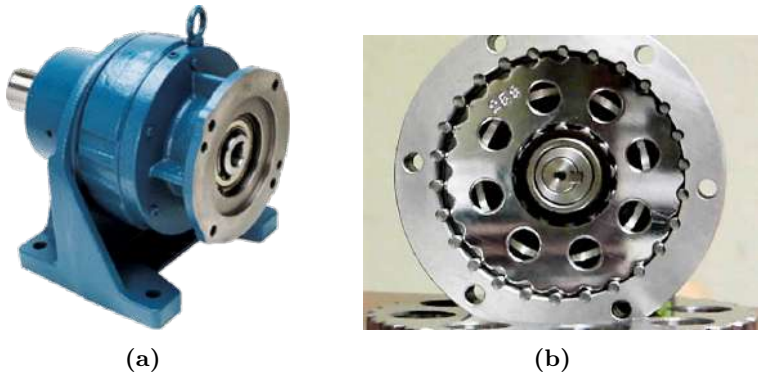


Figura 1.4. Reductor planetar cicloidal produs de *Gram* (SUA) în licență cu *Shimpo* (Japonia): vedere generală (a), în secțiune (b)

În figura 1.5 este prezentat un reductor cicloidal într-o treaptă cu două roți-satelit cicloidale din gama foarte largă produsă de *Sumitomo Drive Technologies*, care asigură raporturi de transmitere în intervalele 6 – 119 (într-o treaptă) și 104 – 7569 (în două trepte). Aceste transmisiile se află în continuă dezvoltare [199, 200, 203, 214, 215, 218, 267].

Dezavantajele transmisiilor CYCLO constau în necesitatea respectării preciziei înalte de execuție a danturii cu bolțuri și a mecanismului de transmitere a mișcării de rotație de la satelit către arborele condus. Totodată, uzura elementelor angrenajului (bolțurilor, axurilor și a profilului cicloidal)

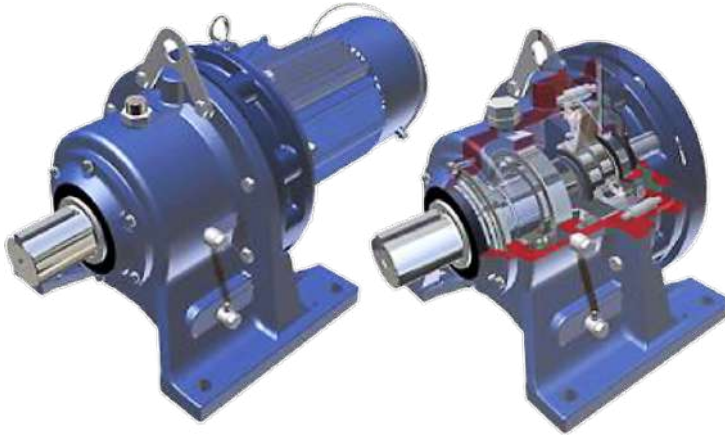


Figura 1.5. Reductor planetar CYCLO, *Sumitomo Drive Technologies*

conduce la majorarea neuniformității distribuției sarcinii între bolțuri. Un alt dezavantaj major constă în solicitarea rulmenților manivelei cu sarcina mare a arborelui condus la frecvențele de rotație înalte ale arborelui conducător.

1.2.2 Transmisii armonice

Transmisia armonică reprezintă o transmisie mecanică cu angrenare interioară multipară a două roți cu diferența numărului de dinți $\pm 1, 2, 3, 4$, una dintre roți (de regulă, interioară) este flexibilă și supusă încontinuu deformațiilor [188, 216, 217], astfel constituind un nou principiu de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii.

Pentru prima dată, principiul de funcționare a transmisiei armonice a fost brevetat [253], cu prioritatea din 21.03.1955, de către inginerul american Clarence Walton Musser în anul 1959 (fig. 1.6).

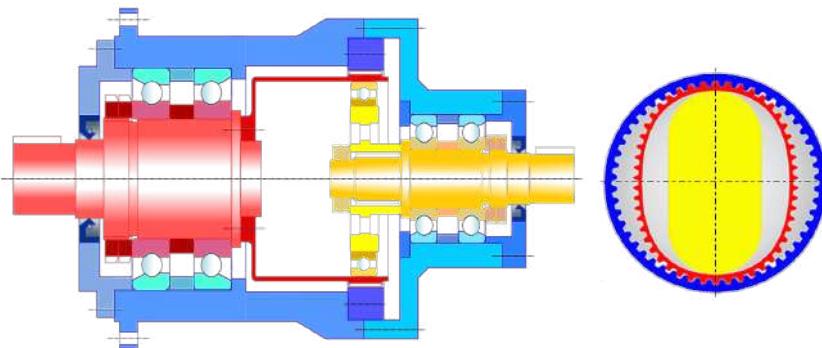


Figura 1.6. Schema principală a transmisiei armonice

Începând cu acest an, C.W. Musser a brevetat un număr mare de scheme constructive ale transmisiilor armonice (dințate, cu fricțiune, cu filet) și cuplaje pentru transmiterea mișcării și sarcinii în spații etanșe. Ulterior, prin dezvoltarea constructiv-tehnologică și funcțională, a demonstrat posibilitățile și avantajele principiului nou de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii în transmisia armonică. Astfel, în 1963 Firma americană *Harmonic Drive LLC* pentru prima dată la scară industrială a produs transmisia armonică pentru industria de elicoptere.

În figura 1.7 este prezentată schema principală de funcționare a transmisiei armonice, conform căreia, la rotirea generatorului de unde la 360° , roata flexibilă se rotește cu unghiul cuprins între numărul de dinți egal cu numărul undelor de deformare a roții flexibile.

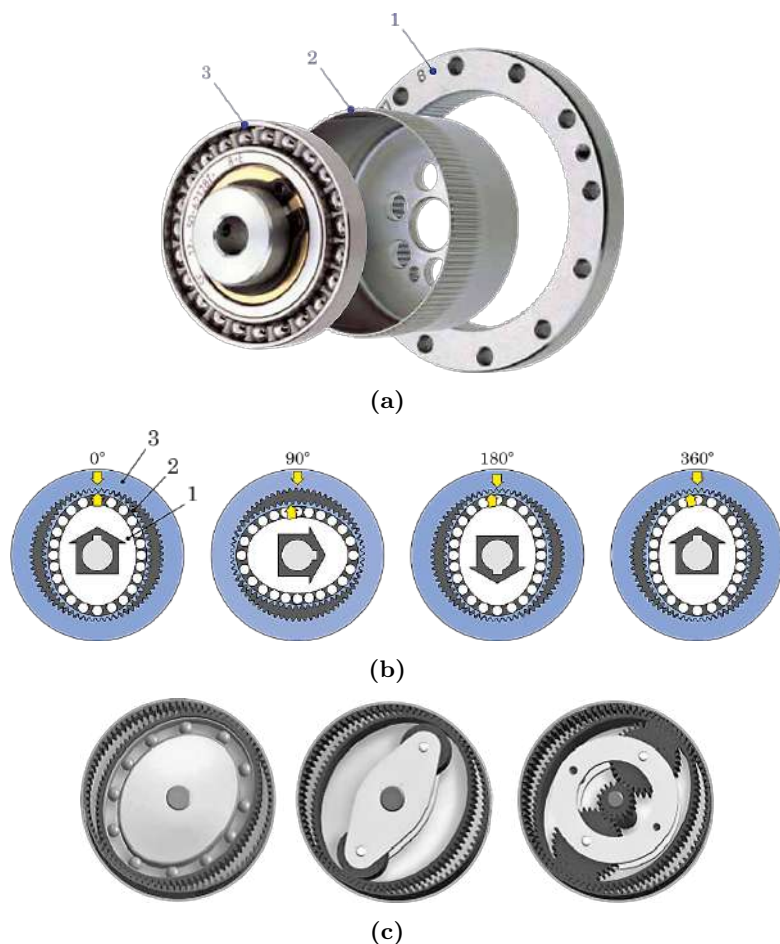


Figura 1.7. Componentele transmisiei armonice (a), evoluția deformării roții flexibile la o rotație a generatorului de unde (b) și tipuri de generatoare (c)

Transmisia armonică include doar trei componente de bază într-o treaptă: o roată rigidă 1, ai cărei dinți angrenează cu dinții unei roți flexibile 2, deformate de un generator de unde 3 (fig. 1.7).

Datorită cinematicii speciale, la interacțiunea dintre roata flexibilă și roata centrală se asigură un raport de transmitere considerabil: 80 – 300 (într-o singură treaptă) și până la 100000 (în două trepte). În funcție de construcția generatorului, se disting trei tipuri de bază (fig. 1.7 c): generator-camă; generator cu 2, 3 și, mai rar, 4 role de deformare; generator cu role de deformare executate în formă de sateliți ai transmisiei planetare amplasate în interiorul roții flexibile.

Transmisiile armonice sunt compacte, au capacitate portantă ridicată, asigură precizie cinematică înaltă și posibilitatea transmiterii mișcării în medii etanșate, unul din avantajele de bază ale transmisiilor armonice.

În figura 1.8 este prezentată secțiunea axială a transmisiei armonică cu generator de unde în formă de camă cu corpuri de rostogolire.

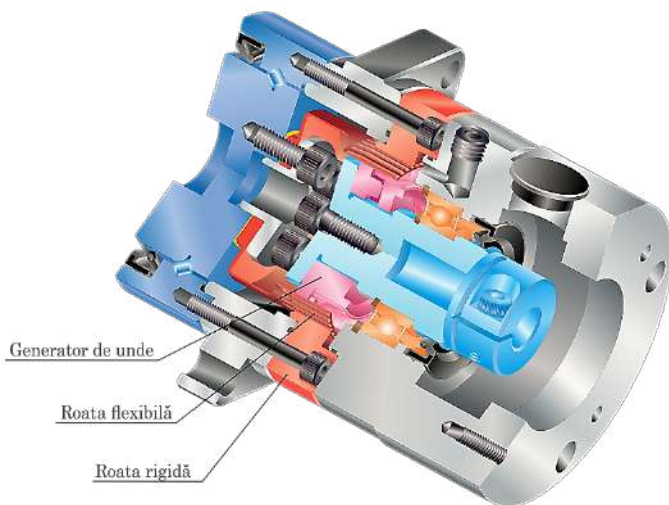


Figura 1.8. Secțiunea axială a transmisiei armonică cu generator de unde în formă de camă cu corpuri de rostogolire

În figura 1.9 sunt prezentate modele industriale ale reductoarelor armonice produse de Firma *Harmonic Drive LLC*.

Drept dezavantaje ale transmisiilor armonice pot fi evidențiate: fiabilitatea redusă, limitată de rezistența la oboseală a materialului roții flexibile supuse procesului de deformare continuă (și, deci, a transmisiei în general); capacitatea redusă de funcționare la viteze mari; unele dificultăți tehnologice legate de generarea dinților danturii roții flexibile etc. Dezavantajele menționate ale transmisiilor armonice cu roți deformabile sunt complet înlăturate în transmisiile armonice cu corpuri de rostogolire intermediare.



Figura 1.9. Modele industriale ale reductoarelor armonice produse de *Harmonic Drive LLC*

1.2.3 Transmisia armonică cu corpuri de rostogolire intermediare

Dezvoltarea rapidă a roboticii în SUA, Japonia, Coreea de Sud și alte țări conduce la generarea unei diversități largi de mecanisme de acționare bazate pe reductoare de dimensiuni mici și mijlocii, cu posibilități de reducere extinse și de asigurare a preciziei cinematice înalte de transformare a mișcării de rotație-translație.

Printre acestea poate fi considerată și transmisia armonică cu corpuri de rostogolire intermediare (TACRI), care este prezentată în figura 1.10, constituită din: roata centrală profilată interior, angrenată cu corpurile de rostogolire mobile, generatorul de unde în formă de excentric și separatorul cu caneluri radiale.

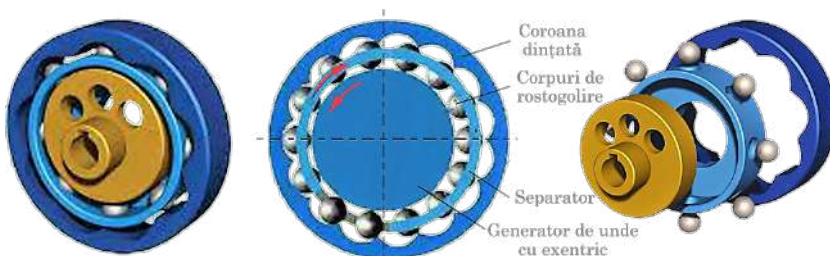


Figura 1.10. Transmisie armonică cu corpuri intermediare

La rotația generatorului de unde cu excentric, corpurile de rostogolire se deplasează radial în canelurile separatorului și în același timp, rostogolindu-se pe profilul ulterior al danturii, transmite separatorului mișcare de rotație.

La fiecare rotație a generatorului cu excentric, separatorul se rotește la un unghi egal cu unghiul de 360° împărțit la numărul de corpuri de rostogolire. Astfel, raportul de transmitere a transmisiei este egal cu numărul corpurilor de rostogolire.

Principalele avantaje ale TACRI în comparație cu transmisiile armonice cu roți deformabile sunt fiabilitatea sporită (datorată excluderii din construcție a roții deformabile), compacitatea constructivă, rapoarte de transmitere extinse, randament mecanic și longevitate în exploatare înalte, simplitate constructivă și de montaj.

Capacitatea portantă înaltă a TACRI se datorează multiplicității angrenării absolute de 100% a corpurilor de rostogolire cu profilul coroanei dințate. În comparație cu angrenajele evolventice, în care sarcina se transformă și se transmite prin două perechi de dinți angrenate, în TACRI sarcina se transmite prin 50% de dinți angrenați concomitent. Astfel, în transmisia cu raportul de transmitere $i = 30$ sarcina se transmite prin intermediul a 15 corpuri de rostogolire angrenate simultan cu dantura profilată, ceea ce depășește de 7 ori capacitatea portantă a transmisiei evolventice cu roți cilindrice, este de 4 ori mai compactă, iar diapazonul reducerii mișcării de rotație într-o treaptă este $i = 11 - 50$.

Pentru asigurarea balansării statice și dinamice a generatorului de unde cu excentric, TACRI standardizată este structurată în 4 rânduri defazate unghiular la 90° . În acest caz, numărul corpurilor intermediare, respectiv și capacitatea portantă, se majorează de 4 ori pentru aceleași dimensiuni diametrale, cu o majorare neesențială a gabaritelor axiale.

Considerând atât avantajele, cât și dezavantajele enumerate, în prezent în baza TACRI au fost elaborate mecanisme de acționare cu destinație specială sau generală pentru tehnica agricolă, de construcții și de minerit, pentru mașini și dispozitive din industria chimică și cea atomică, unde sunt restricții de compacitate, de gabarite și de masă.

Lideri mondiali în cercetarea-proiectarea și dezvoltarea tehnologică a TACRI sunt Companiile *Synkinetics*, *Advanced Energy Concepts 81* și *Compudrive*. Soluții tehnice importante privind dezvoltarea TACRI sunt protejate cu patente în Marea Britanie, Danemarca și Japonia, acestea fiind recomandate pentru tehnica cu destinație specială și mai puțin generală.

În literatura de specialitate, concomitent cu descrierea și analiza avantajelor funcționale și constructive ale TACRI, sunt identificate și dezavantajele, printre care: rigiditatea torsională scăzută, necesitatea în metale și în tehnologii de prelucrare chimico-termică relativ scumpe, lipsa tehnologiilor de fabricație a roții rigide cu dantură profilată etc.

1.2.4 Transmisii precesionale cu angrenare multipară

La începutul anilor 1980, autorul a elaborat *transmisia planetară precesională (TPP) cu angrenaj multipar*, bazată pe un principiu nou de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii utilizând mișcarea sfero-spațială a satelitului conjugat cu două roți centrale laterale (B.I. SU nr. 1020667 A, 1983, cu prioritatea din 11.02.1981 *Transmisia planetară precesională*). Profilul flancurilor dinților roților centrale este convex/concav variabil, dependent de parametrii geometrici ai angrenajului [8]. În anii 1981-1986, autorul a elaborat teoria fundamentală a angrenajului precesional multipar [9], teoria și principiile procedurii de generare a flancurilor dinților prin rulare cu sculă precesională [8, 111] și a propus metodele de calcul ingineresc al transmisiilor de putere și cinematice [9, 10]. Pe parcursul a peste 40 de ani, autorul a condus peste 50 de proiecte de cercetare științifică ce au cuprins spectrul de probleme de la idee până la implementarea diverselor aplicații ale transmisiilor planetare precesionale.

Multiplicitatea absolută (100%) a angrenării dinților roților conjugate în TPP este determinată de trei condiții interdependente:

- satelitul realizează o mișcare sferospațială cu un punct fix, în care se intersectează prelungirile generatoarelor dinților angrenați;
- diferența dintre numărul de dinți ai danturilor conice în ansamblul “satelit – roți dințate” nu poate fi decât ± 1 , iar diferența dintre numărul de role (dinți) ale coroanelor satelitului poate fi de 1, 2, 3, ...;
- respectarea continuității funcției de transformare a mișcării de rotație.

S-a constatat că multiplicitatea absolută a angrenării (100%) cu respectarea celor trei condiții poate avea loc doar în cazul utilizării profilului convex/concav variabil al flancurilor dinților, de regulă a roților centrale, dependent de cinci parametri geometrici ai angrenajului spațial. S-a mai constatat că profilul dinților roților conjugate variază de la angrenaj la angrenaj, în funcție de valorile unghiurilor axoidei conice, de nutație, de conicitatea dinților, precum și de numărul dinților roților și coraportul acestora.

Trebuie de menționat faptul că datorită variabilității profilului dinților TPP nu au analogi printre transmisiile clasice utilizate la scară mondială. Aceste particularități constructiv-cinematice unice determină, în ansamblul lor, avantajele de bază ale TPP. Pentru generarea profilurilor convexe/concave variabile ale dinților au fost elaborate tehnologii noi de generare prin rulare cu sculă precesională, care permite fabricarea unei infinități de profiluri cu o sculă cu aceeași formă geometrică.

Multiplicitatea absolută a angrenajului precesional (până la 100% perechi de dinți simultan aflate în angrenare, comparativ cu 5 – 7% în angrenajele

clasice) asigură capacitate portantă și precizie cinematică sporite, gabarite și masă reduse. Un alt avantaj al transmisiilor precesionale constă în asigurarea într-o singură treaptă a rapoartelor de transmitere mari $i = \pm 8 - 3600$, comparativ cu $\pm 80 - 300$ în transmisiile armonice sau $\pm 0 - 80$ în transmisiile CYCLO. Aceste avantaje deschid perspective largi de utilizare a TPP în diverse domenii ale construcției de mașini.

Transmisiile planetare precesionale s-au dezvoltat pe două direcții distincte: prima se referă la transmisiile de putere (TP), iar a doua se referă la transmisiile cinematice (TPC).

1.2.4.1 Transmisii precesionale cu angrenare prin bolțuri

Transmisia precesională cu angrenaj cu bolțuri (TPB) [8], prezentată în figura 1.11, include următoarele elemente de bază: arborele-manivelă 1, pe care este amplasat blocul-satelit 2, ale cărui coroane cu bolțuri conice angrenează cu dinții roților centrale fixă 3 și mobilă 4. Ultima este legată cu arborele condus 5.

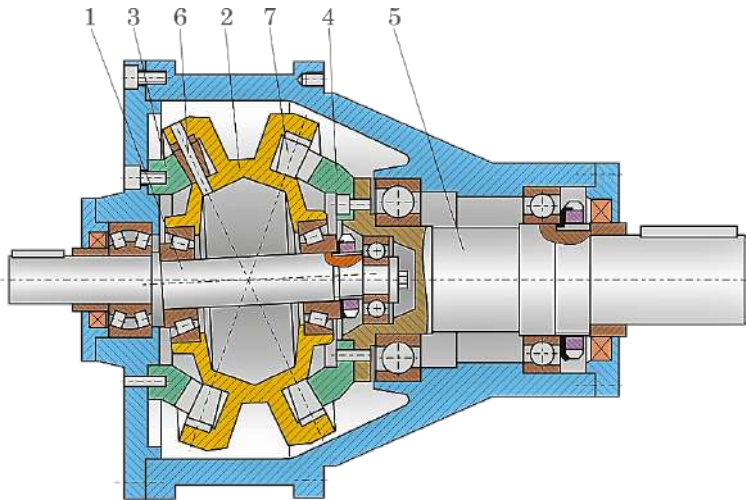


Figura 1.11. Transmisie planetară precesională

În scopul ameliorării randamentului și soluționării unor probleme tehnologice, dinții coroanelor blocului-satelit sunt executați în formă de role conice 6 și 7 instalate pe osii. În figura 1.12 sunt prezentate elementele de bază ale unei transmisii planetare precesionale de putere.

S-a constatat că multiplicitatea angrenării și forma profilului flancurilor dinților roților centrale sunt interdependente și determină geometria contactului dinților în angrenare. Profilul dinților roților centrale este descris prin ecuații parametrice conform modelului matematic prezentat în [9] și

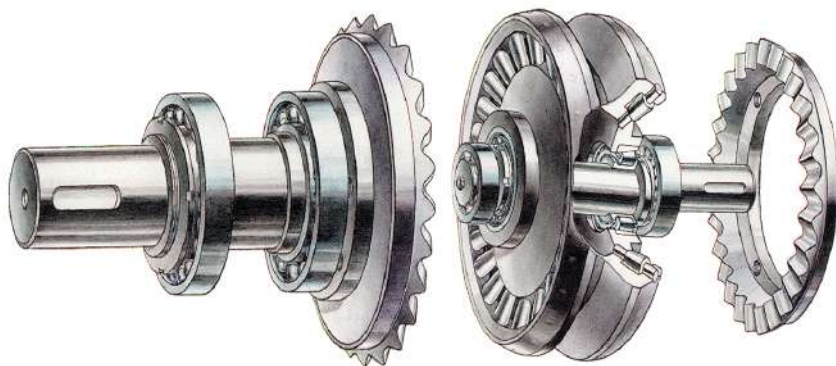


Figura 1.12. Elementele de bază ale transmisiei planetare precesionale

depinde de configurația a cinci parametri geometrici ai angrenajului, printre care unghiul de nutație θ , unghiul de conicitate a roților β , unghiul axoidei conice δ , numerele de dinți ale roții centrale Z_1 și ale coroanei satelitului Z_2 angrenate între ele. La proiectarea angrenajului precesional cu bolțuri este necesar de luat în considerație gradul și direcția de influență a fiecărui parametru al angrenajului asupra multiplicității angrenării și a formei profilului dinților roților centrale.

În figura 1.13, curba $\zeta = f(\xi)$ reprezintă forma variabilă a profilurilor flancurilor dinților roții centrale, care asigură multiplicitatea angrenării de 59% (a) și, respectiv, 100% (b) perechi de dinți [9]. Curba $\zeta = f(\xi)$ este echidistantă traiectoriei $\zeta_1 = f(\xi_1)$ descrisă de centrul unei role a coroanei satelitului în mișcarea sa sferospațială. Profilul dinților în angrenajul precesional este variabil și depinde de parametrii geometrici ai acestuia [8].

În figura 1.13 (e, f) este prezentată influența asupra formei profilului dinților a numărului de dinți Z_1 și Z_2 ai roților conjugate, în figura 1.13 (g, h) – a unghiului de nutație θ , în figura 1.13 (c, d) – a unghiului de conicitate al roților conice $\beta(R_1)$ și în figura 1.13 (a, b) – a unghiului axoidei conice δ . Algoritmul de calcul al angrenajelor precesionale de putere (cu bolțuri) prevede alegerea după nomograme a celor cinci parametri geometrici în funcție de multiplicitatea angrenării ε [9].

Forțele de alunecare existente în angrenajul precesional cu bolțuri se transferă din contactul dinte - rolă către cupla cinematică rola - ax, astfel se exclud forțele de frecare cu alunecare din contactul cuplei cinemateice de clasă superioară. În acest caz, rola în cupla de clasă superioară se consideră drept element pasiv acționat de forțele de frecare prin alunecare din contactul dinte - rolă.

Procedeele de generare a flancurilor dinților roților centrale cu profil variabil pentru transmisiile precesionale de putere sunt descrise în cap. 8.

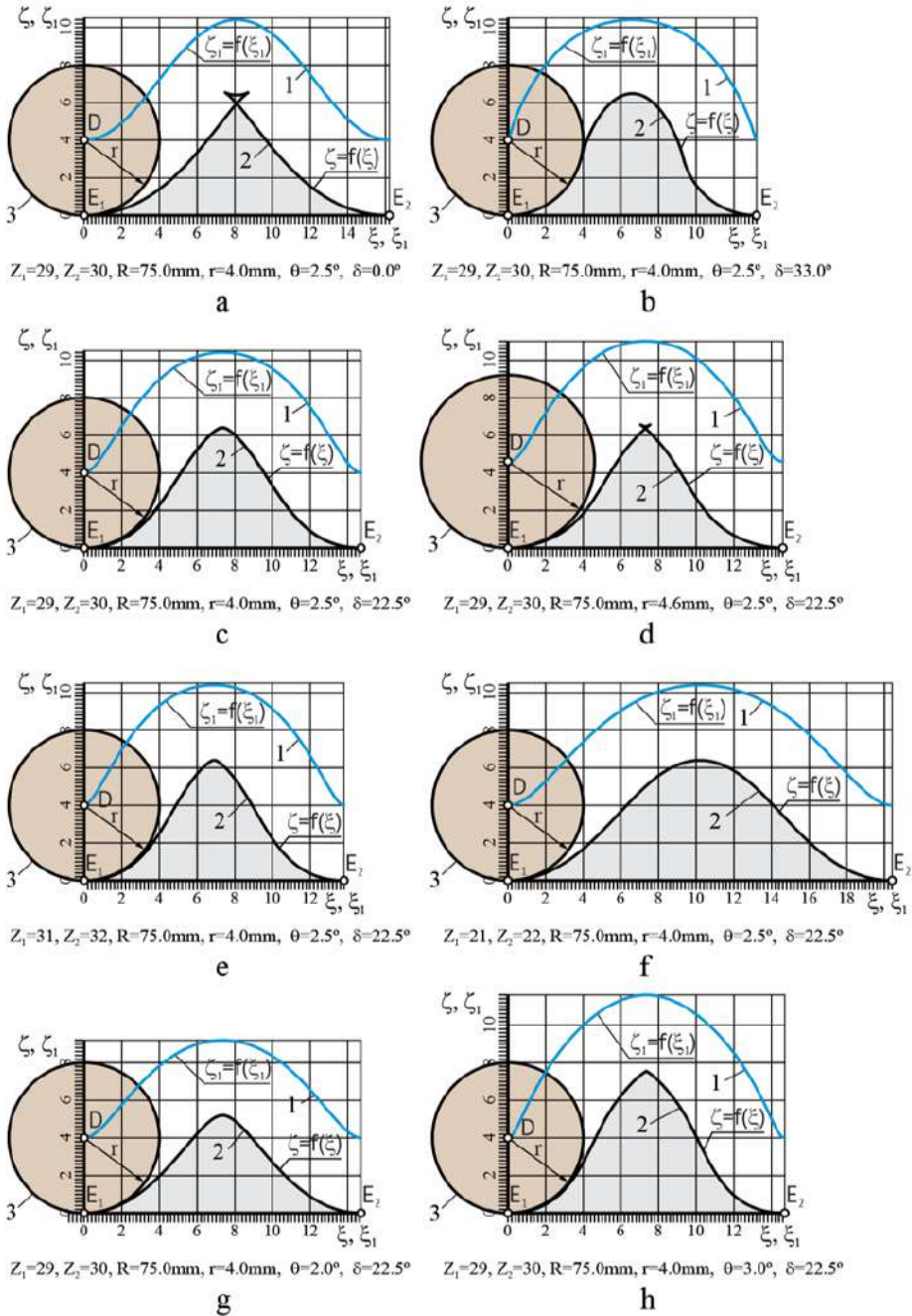


Figura 1.13. Influența asupra formei profilurilor dinților roților centrale a axoidei conice δ (a, b), a unghiului conicității roților $\beta(r)$ (c, d), a numărului de dinți Z_1 și Z_2 ai roților conjugate (e, f) și a unghiului de nutație θ (g, h)

În figura 1.14 este prezentat motoreductorul precesional cu destinație generală elaborat în baza structurii cinematice $2K-H$ în două variante constructive.

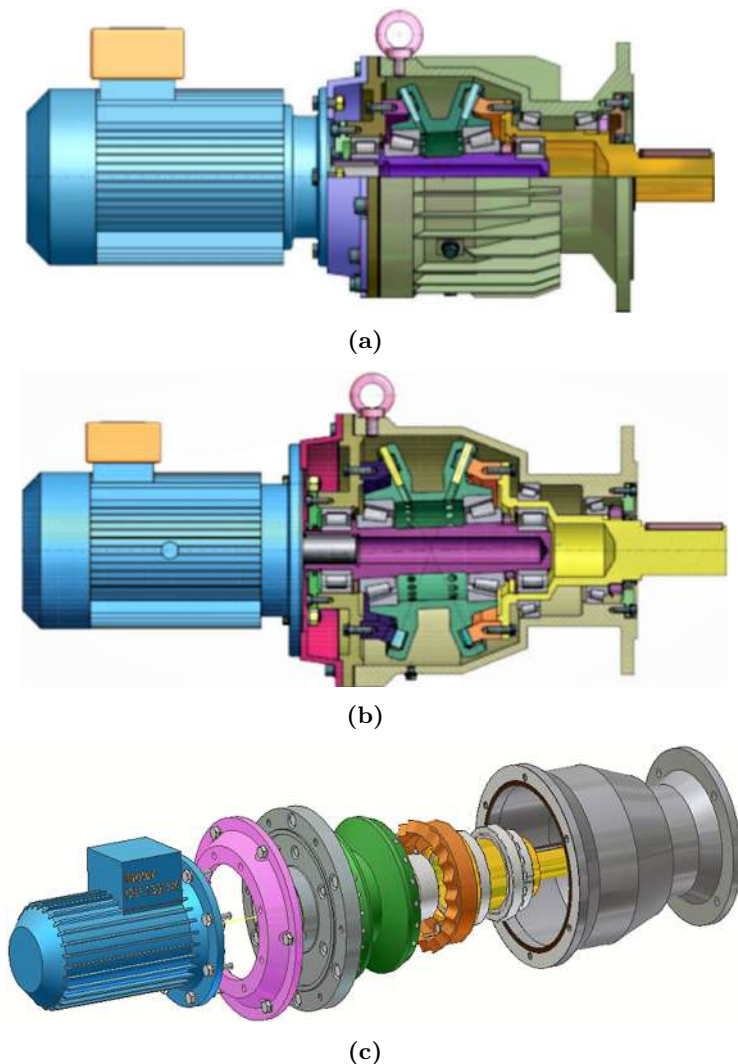


Figura 1.14. Motoreductor precesional $2K-H$: desene de ansamblu cu carcasă cu nervuri (a), fără nervuri (b) și desfășurata axială pe componente (c)

Motoreductoarele cu destinație generală sunt coaxiale și ușor montabile prin flanșe cu mecanismele de acționare ale mașinilor de lucru. Carcasa reductoarelor poate fi executată cu nervuri, pentru eliminarea mai eficientă a căldurii (fig. 1.14 a), sau fără nervuri (fig. 1.14 b), în funcție de regimul de exploatare. De asemenea, construcția reductoarelor asigură asamblarea

pieselor în noduri separate, iar a nodurilor – în ansamblul general. În figura 1.14 (c) este prezentată construcția motoreductorului în formă desfășurată cu componente aranjate în ordinea asamblării [46, 48, 51].

*Spre deosebire de transmisiile de putere clasice, transmisiile planetare precesionale, pe lângă avantajele lor constructiv-cinematice, au un **avantaj funcțional descoperit întâmplător**, care constă în generarea de pierderi hidraulice infime la exploatarea lor scufundate în băi de ulei. Acest efect funcțional a determinat deschiderea unui domeniu larg și valoros de utilizare a transmisiilor planetare precesionale, și anume în domeniul tehnicii submersibile exploatare la fundul oceanelor, la adâncimi de 5 – 6 km.*

Efectul descoperit se datorează principiului nou de transformare și de transmitere a mișcării și a sarcinii din transmisiile precesionale bazat pe mișcarea sferospațială a satelitului.

La adâncimi mari de 5 – 6 km, la presiuni hidrostatice de 50 – 60 MPa și la temperatura apei la această adâncime a oceanului de 3 – 4°C, viscozitatea uleiurilor utilizate pentru compensarea presiunii hidrostatice crește până la 2500 – 3000 sSt, iar transmisiile clasice în aceste condiții de exploatare se transformă în hidrofrâne. Transmisiile precesionale pot fi exploatare submersibil la adâncimi mari datorită efectului funcțional descoperit și determinat de specificul mișcării sferospațiale a satelitului cu punct fix.

Datorită efectului descoperit, transmisiile planetare precesionale au devenit componente indispensabile ale Complexului Robotizat pentru Extragerea Concrețiunilor Feromanganice de pe Fundul Oceanului Planetar (CECFM), conceptul URSS, Institutul *Okeanmaş* [8, 9, 70–72].

În cadrul unui contract coordonat de Ministerul Geologiei al URSS, în 1986 a fost format un consorțiu cu parteneri din URSS (Rusia, Ucraina și Moldova), Polonia și Finlanda. În baza acordului interstatal *OCEAN*, în cadrul consorțiului a fost elaborat conceptul sistemului de extragere a Concrețiunilor Feromanganice (CFM) de pe Fundul Oceanului Planetar.

Elementele-cheie ale complexului robotizat pentru extragerea CFM sunt mecanismele de acționare, care trebuie să funcționeze în condiții foarte dure. Pentru compensarea presiunii exterioare, reductoarele, de obicei, sunt umplute cu ulei. În acest caz, luând în considerație presiunile hidrostatice de 50 – 60 MPa și temperaturile joase de 2 – 4°C, randamentul transmisiilor mecanice tradiționale, care includ cel puțin un element cu viteză unghiulară ridicată, este foarte redus (0,1 – 0,2).

În figura 1.15 este prezentată vederea generală a mecanismului de acționare submersibil al troliului superior al CECFM cu reductor precesional de tip 2K–H, care posedă o serie de particularități legate de asigurarea securității funcționale a Complexului Robotizat în ansamblu [8]¹.

¹Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

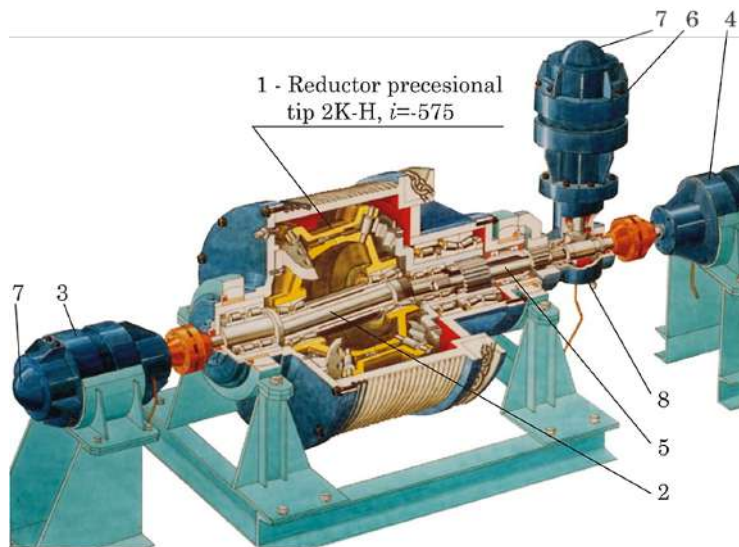


Figura 1.15. Mecanism submersibil de acționare a trolului complexului robotizat cu reductor precesional 2K-H

Arborele-manivelă conducător 2 este antrenat în mișcare de rotație de două electromotoare 3 și 4, iar pentru încărcarea lor uniformă cu moment de torsiune reactiv, unul dintre ele este cuplat la arborele conducător printr-un arbore torsionar 5. În cazuri accidentale (refuzul funcționării unuia dintre electromotoarele de bază), este prevăzută acționarea arborelui-manivelă conducător 2 de un electromotor de rezervă 6 printr-un reductor conic, fixat pe flanșa arborelui. Pentru compensarea presiunii hidrostatice ($p = 50 - 60 \text{ MPa}$), electromotoarele sunt dotate cu compensatoarele 7, iar reductorul precesional - cu compensatorul 8. Caracteristicile tehnice ale reductorului: raportul de transmitere $i = 575$, momentul de torsiune la arborele condus $T = 370000 \text{ Nm}$, puterea la arborele conducător $P = 2 \times 37 = 74 \text{ kW}$, masa reductorului $m = 8225 \text{ kg}$ (fără ulei), consumul specific de material $\nu = 0,022 \text{ kg/Nm}$.

1.2.4.2 Transmisii precesionale dințate

Transmisia precesională dințată (TPD) cu angrenare dinte - dinte a fost brevetată în anul 1989 cu prioritatea din 13.05.1986, [98]. Transmisiiile precesionale dințate (TPD) se deosebesc de cele cu bolțuri (TPB) prin forma profilurilor dinților aflați în angrenare și geometria contactului dinte - dinte. Utilizarea în transmisiile cinematice de mică putere a angrenajului dinte - rolă practic este imposibilă, din cauza impunerii dimensiunilor mici ale dinților.

Geometria profilurilor flancurilor dinților în angrenajul precesional dințat de tip $2K-H$ și interacțiunea lor se caracterizează prin următoarele condiții, cerințe și constrângeri:

- Angrenajul precesional cinematic este constituit din satelit cu două coroane laterale cu dinți cu profil în arc de cerc, angrenate cu două roți dințate centrale cu profil convex/concav;
- Prelungirile generatoarelor suprafețelor flancurilor dinților roților angrenate se intersectează într-un punct (centrul de precesie);
- Originile razelor de curbură r ale dinților satelitului în arc de cerc sunt plasate pe suprafețele a două axoide conice cu vârfurile plasate într-un punct comun pe axa satelitului;
- Profilul dinților roților centrale este convex/concav, descris prin ecuațiile parametrice prezentate în [9], și are raza de curbură r variabilă, dependentă de parametrii geometrici ai angrenajului θ, δ, β , numărul de dinți ai roții centrale $Z_{3(4)}$ și coraportul dintre numărul de dinți ai roților conjugate $Z_{3(4)} = Z_{6(7)} \pm 1$;
- Traectoria mișcării originii razei de curbură r a profilului dinților în arc de cerc coincide cu traectoria mișcării centrului roților din transmisia reală cu bolțuri;
- Dinții se angrenează în contact cu prezența frecării de alunecare dependente de faza precesiei în care se află perechea de dinți.

Datorită avantajelor specifice transmisiilor precesionale dințate (TPD), printre care și rapoartele de transmitere mari, gabarite și mase reduse, precizie cinematică înaltă, momente de pornire mici și rigiditate torsionară înaltă, acestea prezintă interes pentru tehnica cosmică de zbor, pentru tehnica specială de precizie, sisteme de control și comandă, robotică etc. Specificul constructiv al TPD permite asamblarea axială în gabarite mici a motoarelor solare, precum și a traductorilor de monitorizare și control continuu al poziționării arborilor de intrare și de ieșire, spre exemplu în tehnica cosmică de zbor, sau în sisteme mecanice de înaltă precizie.

În figura 1.16 (a) este prezentat motoreductorul precesional cu angrenaj dințat, elaborat la comanda Institutului de Cercetări Cosmice din Moscova, pentru acționarea antenelor sateliților geostaționari [8, 9, 73, 74]².

Raportul de transmitere a reductorului precesional $i = -2115$ și contactul convex/concav al dinților angrenați au fost asigurate prin următoarea configurație a parametrilor geometrici ai angrenajului: numărul de dinți $Z_1 = 46, Z_2 = 47, Z_3 = 46, Z_4 = 45$; raza mediană a axoidei conice $R_m = 31,2 \text{ mm}$; raza mediană a dinților cu profil în arc de cerc $r = 1,75 \text{ mm}$; unghiul axoidei conice $\delta = 6^\circ$; unghiul de nutație $\theta = 1,4^\circ$; multiplicitatea

²Secret de stat cu parafa "Uz de serviciu".

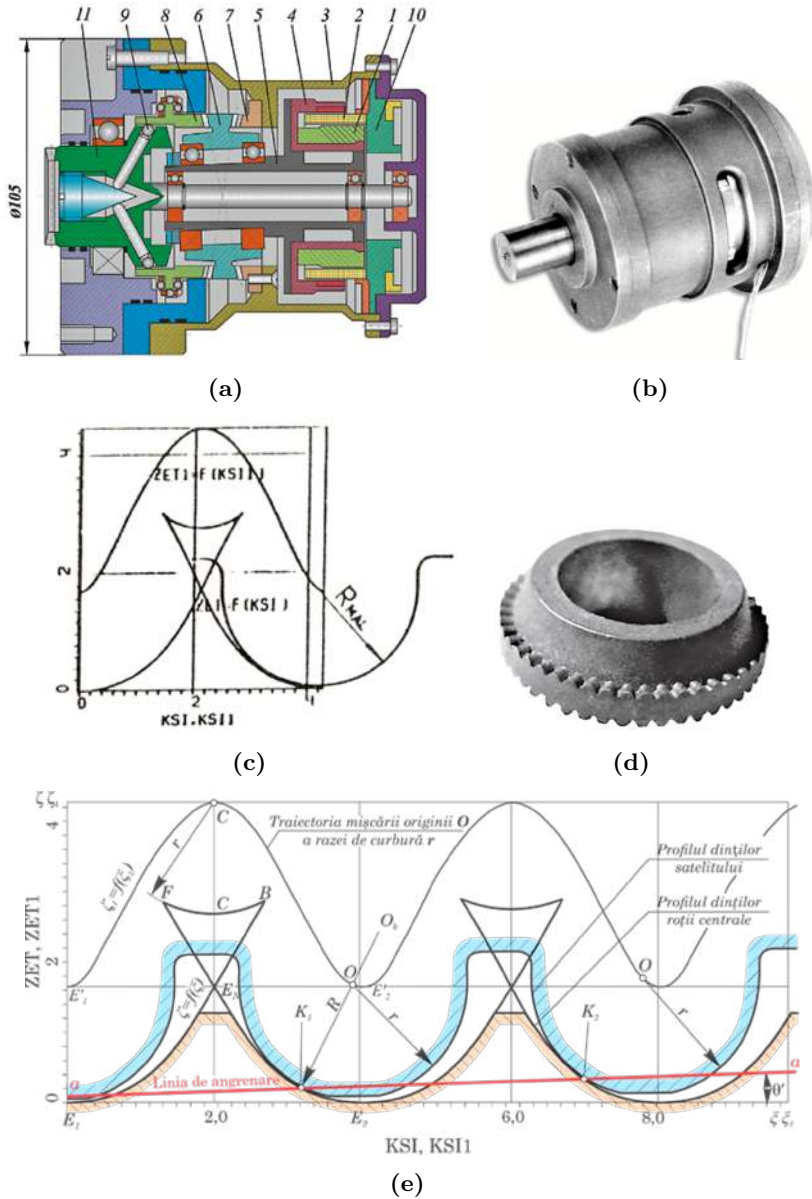


Figura 1.16. Motoreductor precesional de acționare a antenelor sateliților geostaționari $i = -2115$: desen de ansamblu (a), moștra motoreductorului precesional (b), profilograma dinților angrenajului $Z_3 - Z_4$ cu parametrii $Z_1 = 46, Z_2 = 47, Z_3 = 46, Z_4 = 45, R_m = 31,2 \text{ mm}, r = 1,7 \text{ mm}, \delta = 6^\circ, \theta = 1,4^\circ$ (c), roata-satelit fabricată prin sinterizare din pulberi metalice penetrată cu bisulfid de molibden (d), profilograma contactului dinților în desfășurare (e)

angrenajului ($Z_1 - Z_2$) $\varepsilon = 61\%$ și a angrenajului ($Z_3 - Z_4$) $\varepsilon = 56\%$. Forma geometrică a profilurilor flancurilor dinților în “arc de cerc - concav” din angrenajul ($Z_3 - Z_4$) este prezentată în figura 1.16 (c), iar profilograma contactului dinților angrenați în desfășurare în figura 1.16 (e). Profilul dinților roților centrale a fost descris analitic în ecuații parametrice conform teoriei fundamentale a angrenajului precesional, iar profilul dinților coroanelor roții-satelit – cu arc de cerc [9].

Arborele de ieșire 11, corpul cuplajului de siguranță al reductorului și arborele-manivelă 4, pe care este instalat rotorul 1 al electromotorului solar, au fost fabricate din titan, iar carcasa 3 – din aliajul *AlSiMgMn* (indicat parțial) a arborelui condus 11 tratat la suprafață prin anodare.

Pentru asigurarea ungerii suprafețelor flancurilor dinților în condiții cosmice, a fost utilizat lubrifiantul solid *MoS₂* penetrat prin presiune în microporii metaloceramicii roții-satelit.

Piese originale ale motoreductorului au fost fabricate la Uzina *Signal* din Chișinău (fig. 1.16 b), roțile-satelit din pilberi metalice au fost fabricate prin sinterizare cu presare dublă la Uzina *Industria pulberilor metalice* din Belarus (fig. 1.16 d), iar danturile roților centrale cu profil convex/concav nestandardizat au fost generate prin tehnologia cu sculă precesională în Laboratorul *Tehnologii Moderne* al Universității Tehnice din Moldova.

În figura 1.17 (a) este prezentat modulul electromecanic precesional cinematic de asemenea cu angrenaj dințat, elaborat la comanda întreprinderii NPO *Kometa* (or. Moscova, Federația Rusă) pentru acționarea cu precizie cinematică înaltă a platformei de scanare a stației cosmice de zbor interplanetar *VEGA* [8, 9, 73]³. Modulul a fost elaborat în baza transmisiei precesionale *2K-H* cu angrenaje executate în două variante constructive: cu bolțuri și cu roți dințate. Construcția modulului include electromotorul solar (model DMB 120-1-0,2-2), traductorii rotativi (model VT 60-12-0,4-0,16) de control al poziției arborilor condus și conducător ai reductorului precesional. Modulul are următoarele caracteristici tehnice: raportul de transmitere $i = -299$; randamentul mecanic $\eta = 0,75$ la sarcina nominală $T = 95 Nm$ cu prestrângere în angrenaj; momentul de pornire $Tp = 320 g \cdot cm$; rigiditatea torsionară $-1,5 \cdot 10^5 Nm/rad$; precizia cinematică $\phi'' = 60$ sec unghiulare; angrenaj ireversibil și fără joc.

Specificul constructiv al TPP permite amplasarea axială în gabarite limitate a motoarelor solare, precum și traductorilor de control și monitorizare continuă a poziționării arborilor de intrare și de ieșire. Acest avantaj deschide posibilități largi de utilizare a lor în mecanismele de acționare cu precizie înaltă, utilizate în tehnica cosmică de zbor.

³Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

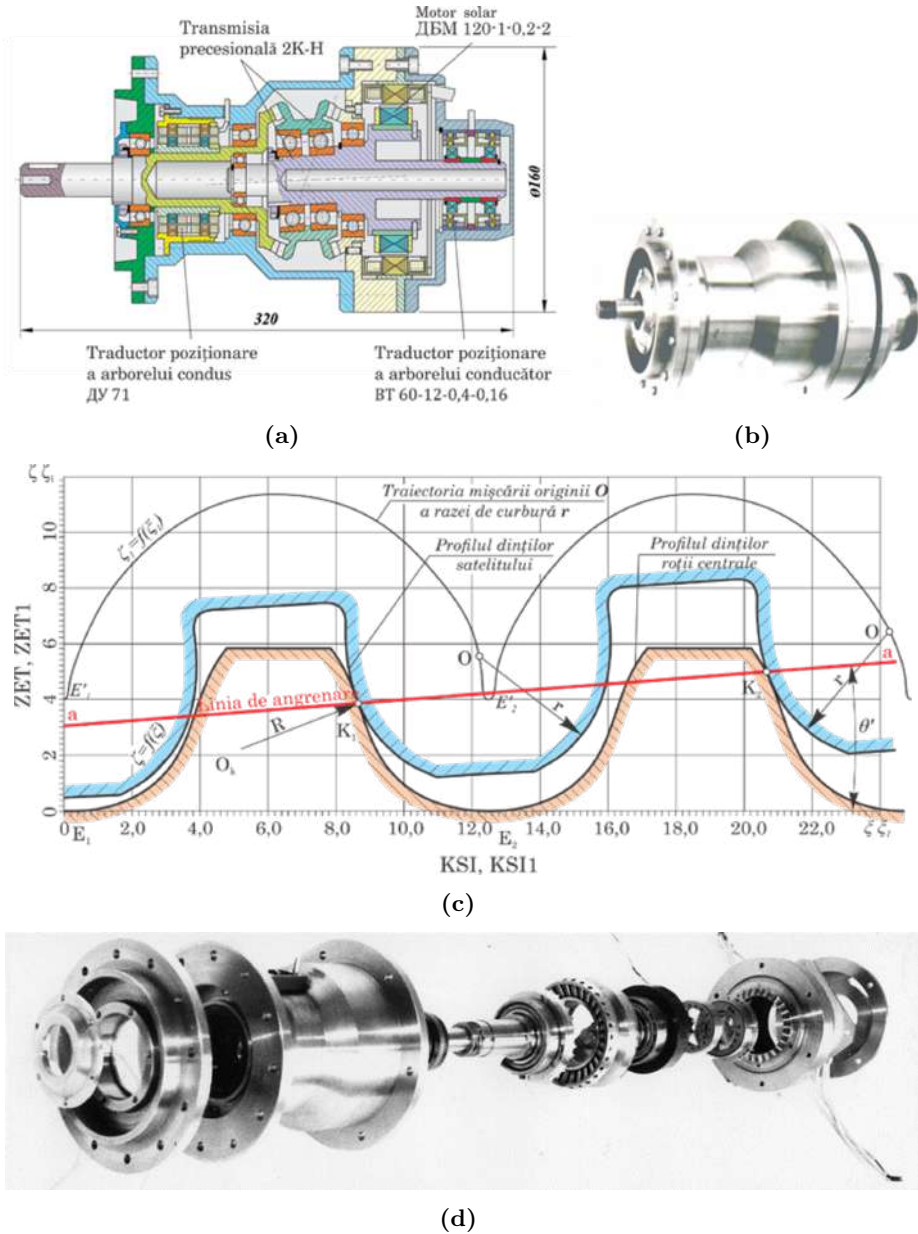
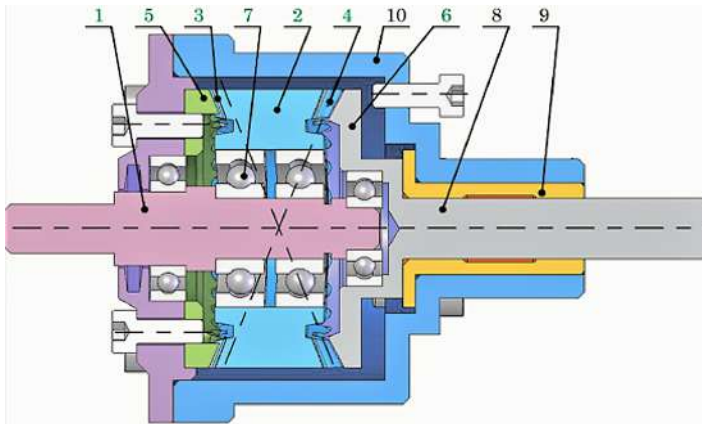


Figura 1.17. Modulul electromecanic precesional cinematic pentru tehnica cosmică de zbor $i = -299$: desen de ansamblu (a), mostra modulului electromecanic precesional (b), profilograma dinților angrenajului $Z_1 - Z_2$ cu parametrii: $Z_1 = 25, Z_2 = 26, Z_3 = 24, Z_4 = 23, R_m = 43,9 \text{ mm}, r = 4 \text{ mm}, \delta = 22^\circ 30', \theta = 2^\circ 30'$ (c), desfășurata axială pe componente (d)

În figura 1.17 (b) este prezentată imaginea modulului precesional fabricat la Uzina *Sciotmaș* din Chișinău, iar în figura 1.17 (d) – desfășurata axială pe componente.

Transmisiile precesionale cinematice cu angrenaje dințate se caracterizează prin capacități cinematice extinse ($i = \pm 10 - 3600$) posibil de realizat în construcții compacte cu doar cinci elemente structurale: roata-satelit, două roți centrale, arborele-manivelă, arborele condus.

Fiecare din aceste elemente poate avea una și aceeași configurație constructivă, fapt ce facilitează aplicarea tehnologiilor robotizate de fabricație. Roata-satelit și roțile centrale pot fi fabricate prin tehnologii înalt productive, spre exemplu, prin turnare din mase plastice sau prin sinterizare din pulberi metalice (a se vedea p. 8.8). Amplasarea axială a nodurilor de bază de asemenea facilitează aplicarea tehnologiilor robotizate de asamblare.



(a)



(b)



(c)

Figura 1.18. Reductor precesional cinematic de destinație generală: desen de ansamblu (a), roată-satelit din masă plastică (b) și din pulberi metalice (c)

În figura 1.18 (a) este prezentată schema structurală a transmisiei planetare precesionale cinematice, care include: arborele-manivelă 1, pe care este instalat în rulmenții 7 blocul-satelit 2, ale cărui coroane cu dinți 3

și 4 (fig. 1.18) cu profil în arc de cerc angrenează cu dinții cu profil convex/concav al roților dințate centrale imobilă 5 și mobilă 6. Arborele condus 8 este instalat în lagărul de alunecare 9 montat în carcasa 10.

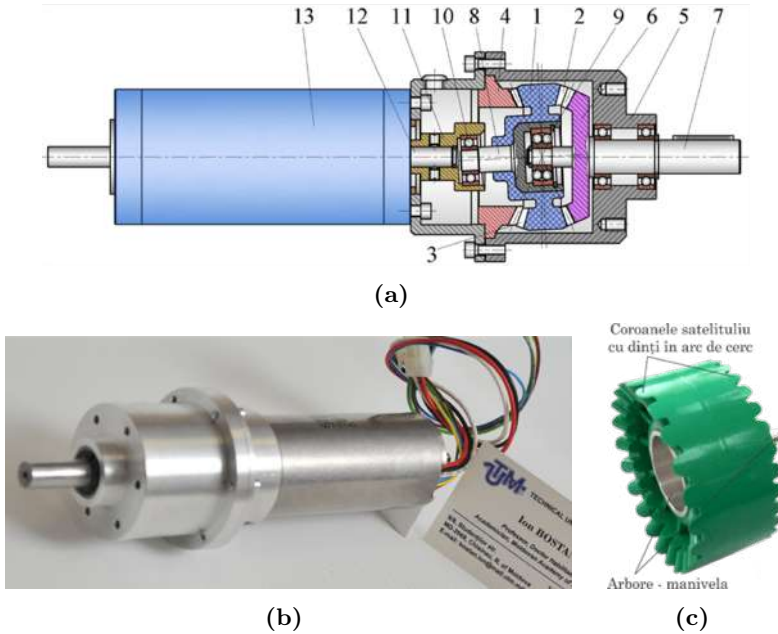


Figura 1.19. Motoreductor precesional cinematic: desen de ansamblu (a), vederea generală (b), roată-satelit cu arbore-manivelă înglobat (c)

Roțile dințate ale reductorului precesional cinematic au fost fabricate prin aplicarea tehnologiilor înalt productive, și anume: prin turnare din mase plastice (fig. 1.18 b) și prin sinterizare din pulberi metalice (fig. 1.18 c) [10, 30, 31, 108].

Un alt produs cu destinație generală este motoreductorul precesional cinematic prezentat în figura 1.19 (a). Acesta conține satelitul 1 cu două coroane de dinți 2 și 3 cu profil în arc de cerc, angrenate lateral, pe de o parte, cu roata centrală imobilă 4 montată pe carcasa 5 a reductorului, iar pe de altă parte – cu roata mobilă 6 instalată pe arborele condus 7. Dinții roților centrale 4 și 6 au profiluri convexe/concave descrise cu ecuații parametrice conform modelului matematic prezentat în [9].

În figura 1.19 (b) este prezentată vederea generală a motoreductorului. Roata-satelit 1 a reductorului precesional este turnată din masă plastică, fiind armată cu arborele-manivelă 8 (fig. 1.19 c), dotat în zona centrului de precesie cu lagărul/rulmentul sferic 9, iar la altă extremitate – cu rulmentul 10 instalat în excentricul 11 montat pe arborele 12 al electromotorului 13. Lagărul/rulmentul sferic este montat coaxial pe arborele condus.

Evident, angrenajul precesional cinematic posedă randament relativ mai redus decât cel de putere, din cauza specificului mișcării sferospațiale, care face imposibilă excluderea totală a frecării de alunecare din angrenaj. Din aceste considerente cercetarea-dezvoltarea angrenajului precesional cu roți dințate prezintă interes științific și practic privind modernizarea geometriei contactului, în scopul majorării performanțelor transmisiilor în ansamblu.

1.3 Tendințele de dezvoltare a geometriei contactului în angrenaje

Destinația unei transmisii mecanice rezidă în transformarea – cu reducere sau multiplicare – a mișcării de rotație (angrenaj *roată - roată*) sau/și de translație (angrenaj *roată - cremalieră*) cu transmiterea sarcinii între doi arbori (sau/și o cremalieră).

Misiunea duală de transformare și de transmitere a mișcării și a sarcinii în transmisiile cu angrenare, racordată la cerințele mereu crescânde ale consumatorilor, se realizează prin conceperea unor noi principii de funcționare a acestora și prin dezvoltarea performanțelor contactului dintre dinți.

Capacitatea portantă a unei transmisii cu angrenaje, făcând abstracție de materialul roților și prelucrarea lor chimico-termică, depinde de doi factori esențiali:

- geometria contactului;
- multiplicitatea angrenării dinților.

Astfel, majorarea capacității de încărcare a transmisiilor mecanice cu angrenaj a evoluat în direcții diferite, cu trei abordări separate:

1. Dezvoltarea performanțelor geometriei contactului;
2. Majorarea multiplicității angrenării dinților;
3. Sporirea capacității de încărcare prin sporirea concomitentă performanțelor contactului și majorarea multiplicității angrenării dinților.

Prima direcție se referă la majorarea capacității portante a transmisiilor cu angrenare singulară a dinților. În transmisiile cu angrenare singulară, profilurile flancurilor dinților preponderent considerate cu grad de acoperire < 2 , sunt realizate după o curbă ciclică, care trebuie să corespundă condițiilor:

- să satisfacă legea angrenării;
- dantura realizată să aibă o execuție simplă;
- să aibă o sensibilitate mică la erori;
- dantura obținută să aibă o capacitate mare de încărcare;
- să ofere interoperabilitate.

Dintre curbe, cel mai des este utilizată evolventa, aproximativ 98% din angrenaje fiind evolventice. Pentru angrenajele din mecanica fină (orologerie) se folosește cicloida și arcurile de cerc racordate.

Legea fundamentală a angrenării (teorema lui Willis) postulează faptul că: profilul dinților trebuie construit astfel încât să asigure un raport de transmitere constant, printr-o mișcare continuă, iar normala comună la cele două profiluri aflate în contact trebuie să treacă printr-un punct.

Legea fundamentală a angrenării are următorul enunț: în orice punct de contact al flancurilor conjugate, normala geometrică comună μ trebuie să fie perpendiculară pe viteza relativă respectivă ν_{21} :

$$\nu_{21} \cdot \mu = 0 \quad (1.1)$$

Pentru angrenaje cu axe paralele și concurente, legea fundamentală a angrenării este adecvată și în formularea: în orice punct de contact al flancurilor conjugate, normala geometrică comună intersectează axa instantanee Δ_{21} a mișcării de rotație relativă.

Angrenajele cu profil evolventic au o serie de dezavantaje: raze mici de curbura ale flancurilor dinților conjugați, în consecință performanță redusă la oboseala de contact; contact liniar pe toată lungimea dinților, și prin urmare abaterile direcției generatoarelor produc o repartitie neuniformă a sarcinii pe lățimea danturii; pierderi mari prin frecare.

Pentru a contracara aceste dezavantaje ale angrenajelor cu dantură evolventică dreaptă, cercetătorii, inginerii-proiectanți și inginerii-tehnologi au căutat soluții de a executa flancurile dinților din alte curbe, în general arcuri de cerc sau similare acestora. Astfel au apărut mai multe tipuri de angrenaje cu profil în arc de cerc, printre care: Bostock-Bramley-Moore și Walker (Marea Britanie), Wildhaber (SUA), Novikov (URSS).

A doua direcție de dezvoltare a transmisiilor mecanice cu angrenare ține de elaborarea noilor tipuri de angrenări cu contact multipar al dinților.

Majorarea multiplicității angrenării dinților a fost posibil de realizat, de regulă, prin elaborarea transmisiilor bazate pe noi principii de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii, printre care transmisiile cicloidale CYCLO, armonice și precesionale descrise în subcapitolul 1.1.

Cerințele în creștere ale consumatorilor de transmisii mecanice față de performanță deseori depășesc posibilitățile oferite de prima și a doua direcție de dezvoltare. Aceste cerințe pot fi satisfăcute prin **a treia direcție de dezvoltare** a transmisiilor mecanice, și anume prin soluții tehnice cu efect dual menit să asigure pe de o parte, modernizarea geometriei contactului, și pe de altă parte – majorarea multiplicității angrenării.

Această direcție, îmbină modificarea contactului dinților, formei profilului dinților și a multiplicității angrenării și este realizată prin cercetarea -

dezvoltarea angrenajelor și angrenărilor precesionale cu geometrie transformabilă a contactului dinților.

Remarca 1.1. *Domeniile și direcțiile de cercetare - dezvoltare a transmisiilor precesionale expuse în lucrare sunt notificate prin:*

A^B – angrenaj precesional cu bolțuri;

A^D – angrenaj precesional cu dinți drepecți;

$A^{D,\beta}$ – angrenaj precesional cu dinți înclinați;

A_{CX-R}^B – angrenare precesională cu bolțuri cu contact *convex-rectiliniu*;

A_{CX-CV}^B – angrenare precesională cu bolțuri cu contact *convex-concav*;

A_{CV-CV}^D – angrenare precesională dințată cu contact *concav-concav*;

A_{CX-CV}^D – angrenare precesională dințată cu contact *convex-concav*;

A_{CX-R}^D – angrenare precesională dințată cu contact *convex-rectiliniu*;

$A_{CV-CV}^{D,\beta}$ – angrenare precesională dințată cu contact *concav-concav* al dinților înclinați.

1.3.1 Sinteza angrenajului Wildhaber-Novikov

Premisele în evoluție istorică ce au condus la sinteza angrenajului convex-concav cu profiluri în arc de cerc și contact punctiform, cunoscut în literatura de specialitate cu denumirile *Wildhaber* (SUA, Germania, Marea Britanie etc.), *Novikov* (URSS și țările CAER⁴) sau *Wildhaber-Novikov*, pot fi identificate și partajate pe soluții tehnice concrete, protejate prin patentul SUA *Angrenaj elicoidal*, nr. 1.601.750 din 1926 (prioritatea din 2.11.1923), autor **Ernest Wildhaber**, și brevetul de invenție URSS *Transmisii dințate și mecanisme cu camă cu angrenare punctiformă*, nr. 109113 din 1956 (prioritatea din 19.04.1956, nr. 550525), autor **Mihail Novikov**.

Angrenajul elicoidal, autor Ernest Wildhaber. Soluțiile tehnice care au condus la sinteza angrenajului cu profiluri în arc de cerc și contact punctiform, propuse de E. Wildhaber, sunt prezentate grafic în figurile 1.20 și 1.21, descrise în patentul nr. 1.601.750 din 1926, cu prioritatea din 2.11.1923. Astfel, autorul prin patentul său protejează:

1. Angrenajul convex-concav cu profilurile dinților descrise cu arcuri de cerc și contact punctiform, caracterizat geometric prin:
 - 1.1. Propune pentru prima dată angrenajul elicoidal cu profilurile dinților descrise cu arcuri de cerc, cu originile deplasate, în care flancurile dinților pinionului au forma convexă, iar cele ale roții – forma concavă (fig. 1.20 b, 1.20 f).

⁴CAER – Consiliul de Ajutor Economic Reciproc.

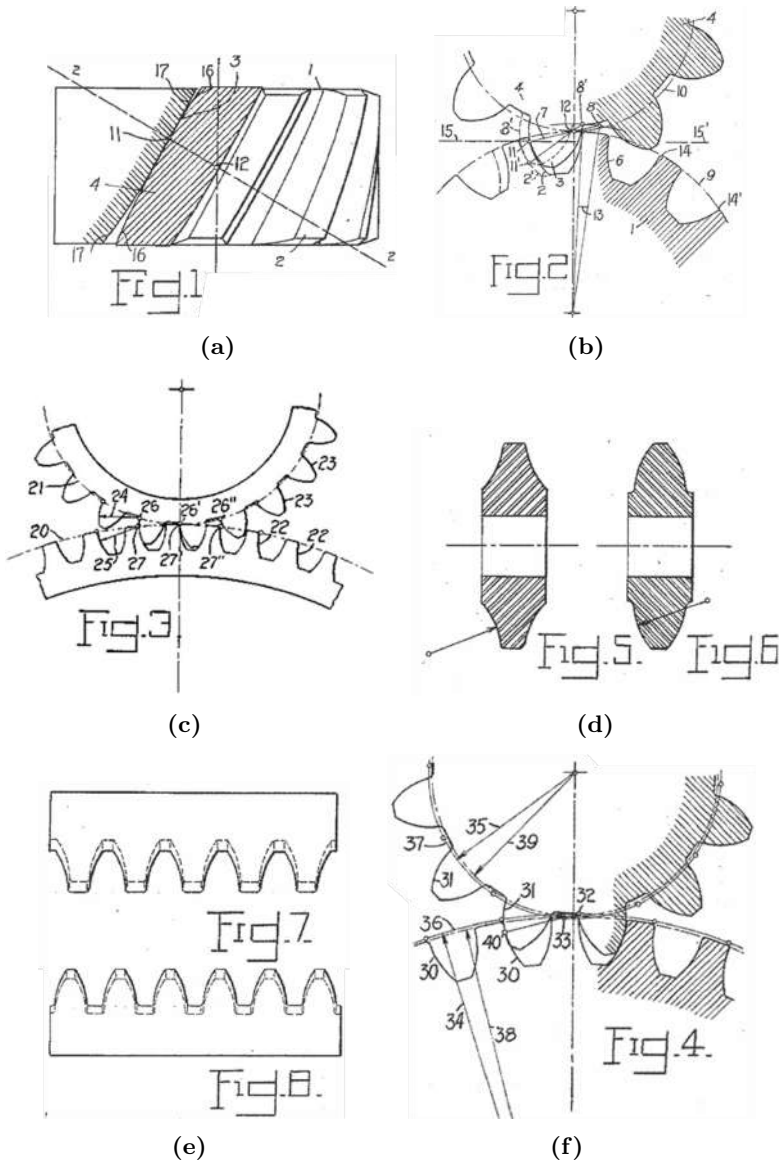


Figura 1.20. Soluții protejate prin patentul SUA nr. 1.601.750, anul 1926, autor E. Wildhaber. Vederea de sus a angrenajului (a), vederea frontală în secțiune normală pe dinți (b) și pe axe (c), scule de frezat prin copiere a golurilor dintre dinți (d) și cremaliere pentru generarea prin așchiere a danturilor roții și a pinionului (e)

- 1.2. Propune pentru prima dată angrenajul elicoidal, în care atât pinionul, cât și roata au dinții cu cap convex și picior concav (fig. 1.21 f), descriși cu arcuri de cerc cu originile deplasate.
- 1.3. Pentru profilurile flancurilor dinților conjugați conform angre-

najelor p. 1.1 și p. 1.2, propune raze de curbura cu diferență valorică minimă, dependentă de factorii tehnologici, de precizia de execuție și de parametrii geometrice ai angrenajului.

2. Procedeele și sculele de fabricare a danturilor cu dinți elicoidali cu profiluri în arc de cerc, printre care:

2.1 Propune geometria sculei-disc pentru frezarea prin copiere a golurilor dintre dinți cu profilurile flancurilor în arc de cerc - profil convex pentru dinții pinionului (fig. 1.20 *d* [Fig. 5]) și profil concav pentru dinții roții (fig. 1.20 *d* [Fig. 6]).

2.2 Propune geometria cremalierii cu dinți în arc de cerc pentru generarea prin așchiere cu rulare a profilurilor flancurilor dinților în arc de cerc - profil convex pentru dinții pinionului (fig. 1.20 *e* [Fig. 7]) și profil concav pentru dinții roții (fig. 1.20 *e* [Fig. 8]).

2.3 Propune geometria sculei-disc abrazive pentru generarea prin rulare cu rectificare a flancurilor dinților elicoidali cu profiluri în arc de cerc - profil concav pentru dinții roții (fig. 1.21 *c*) și profil convex pentru dinții pinionului (fig. 1.21 *d*).

Constatarea 1.1. *Geometria angrenajului, procedeele de generare și sculele pentru generare (fabricare) a flancurilor dinților, conform patentului "Angrenaj elicoidal", autor Ernest Wildhaber, sunt protejate cu 28 de clauze.*

Astfel, E. Wildhaber în 1926 pune bazele geometriei și tehnologiei de generare a angrenajului elicoidal cu profilurile flancurilor dinților în arc de cerc cu contact punctiform, iar prin patentul SUA nr. 3251236 din 1966 dezvoltă bazele teoretice fundamentale ale angrenajului respectiv.

În 1956, Mihail Novikov înregistrează brevetul de invenție URSS nr. 109113 *Transmisii dințate și mecanisme cu camă cu angrenare punctiformă* (cu prioritatea din 19.04.1956 nr. 550525).

Scopul declarat al invenției constă în sporirea capacității portante a transmisiilor cu roți dințate prin utilizarea angrenării dinților cu contact convex-concav cu profiluri descrise cu curbe în arc de cerc cu contact punctiform și diferența mică a razelor de curbura. Esența invenției este declarată fără a face referire la un analog sau prototip cunoscut anterior și e redată prin figura 1.22, în care:

- *DAD* constituie un arc circular cu originea în polul angrenării *P* și reprezintă hotarul de extindere a profilurilor dinților roților angrenate (aici suprapuse unul peste altul);
- *BAB* sunt curbe arbitrare de formă circulară, amplasate pe interiorul arcului circular *DAD*, răspândite în vecinătatea lui pe direcția corpului dintelui, care reprezintă profilul dinților uneia dintre roți;

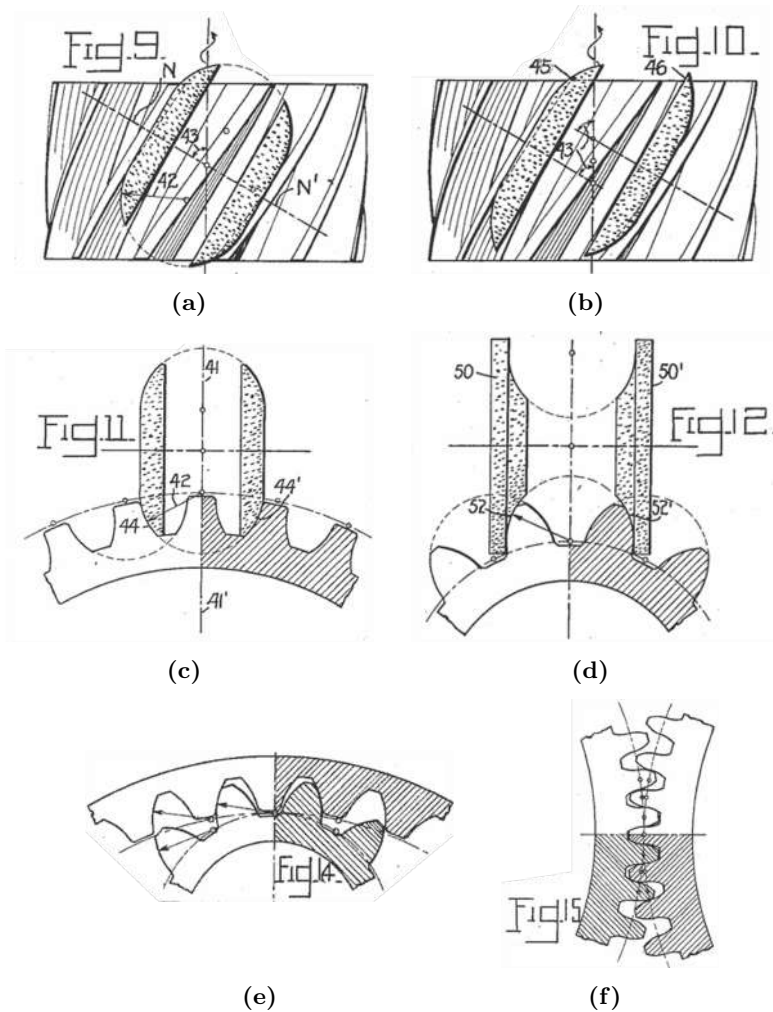


Figura 1.21. Soluții protejate prin patentul SUA nr. 1.601.750, anul 1926, autor E. Wildhaber. Rectificarea flancurilor dinților cu profil convex/concav în arc de cerc cu sculă abrazivă (a), vederea de sus (b), frontală a roții (c), frontală a pinionului (d), angrenaj intern (e), angrenaj extern (f)

- *CAC* sunt curbe arbitrare de formă circulară, amplasate pe exteriorul arcului circular *DAD*, răspândite în vecinătatea lui pe direcția corpului altui dinte, care reprezintă profilul dinților altei roți.

Profilurile flancurilor dinților conjugați au raze de curbură cu diferență valorică minimă și asigură un contact punctiform (în lipsa sarcinii).

Constatarea 1.2. Autorul *M. Novikov* declară că invenția sa se deosebește prin faptul că, în scopul majorării forțelor tangențiale transmise profilurilor dinților formate la intersecția suprafețelor lor de lucru cu un plan auxi-

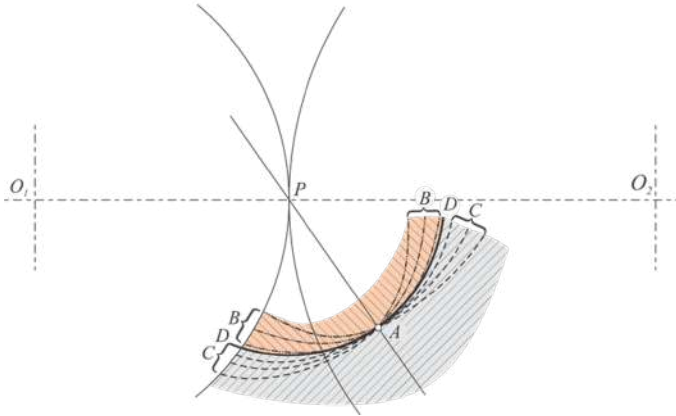


Figura 1.22. Soluții protejate prin brevetul de invenție USSR nr. 109113, anul 1956, autor M. Novikov: profilul flancurilor dinților în secțiune normală pe axa instantanee de rotire a roților

liar perpendicular pe axa instantanee a rotirii-alunecării și trecătoare prin poziția curentă a punctului angrenării, sunt arcuri de cerc sau alte curbe continue (line), approximate după formă și valoarea razei de curbură cu arcul circumferinței cu originea centrului comasată în punctul de intersecție a planului auxiliar cu axa instantanee, iar linia de angrenare, ce reprezintă locul geometric al punctelor angrenajului în spațiul în care sunt fixate axele de rotire a roților, reprezintă o linie dreaptă sau o curbă continuă (fără maximuri și minimuri).

Considerând importanța soluțiilor tehnice protejate prin patentul SUA nr. 1.601.750 din 1926, autor E. Wildhaber, și prin brevetul de invenție URSS nr. 109113, autor M. Novikov, angrenajul cu contact convex-concav punctiform cu profilurile dinților în arc de cerc cu diferența mică a razelor de curbură a intrat în literatura de specialitate cu denumirea **angrenajul Wildhaber-Novikov** (sau abreviat *W-N*).

După cum rezultă din figura 1.23, angrenajul Wildhaber-Novikov este format din două roți cilindrice cu profilul dinților în arc de cerc, fără deplasare de profil. Există trei variante de angrenaje:

- cu angrenare postpolară, amplasată după polul O (fig. 1.24 a), flancul pinionului este format din capul dintelui de formă convexă, iar cel al roții este format din piciorul dintelui de formă concavă;
- cu angrenare antepolară, amplasată până la polul O (fig. 1.24 b), flancurile dinților pinionului au profil concav, iar ale roții-profil convex;
- cu angrenare antepostpolară (fig. 1.24 c), adică intrarea și ieșirea dinților din angrenare sunt similare cu angrenajele evolventice, în care atât pinionul, cât și roata au dinții cu cap convex și picior concav.

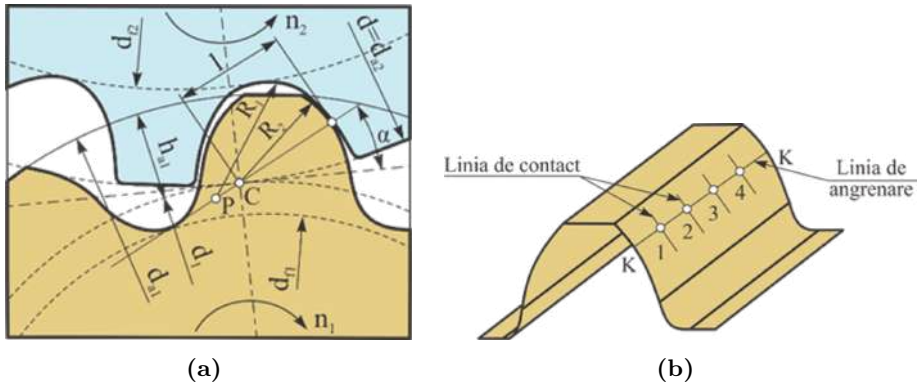


Figura 1.23. Angrenajul Wildhaber-Novikov postpolar (a), linia de angrenare și liniile de contact (b)

Angrenajele antepostpolare sunt o soluție mai nouă, iar datorită faptului că realizează un grad de acoperire axial ϵ_β mai mare decât celelalte două variante, au o portantă mai mare. De asemenea, au roți mai înguste, iar pinionul și roata cu aceeași freză, fapt datorită căruia reprezintă o soluție preferată în viitor.

În figura 1.23 (a) este prezentat un angrenaj postpolar la care diametrele de divizare-rostogolire ale roților sunt d_1 și d_2 . Parametrul principal al angrenării este punctul de rostogolire C . Razele de curbură ale flancurilor pot fi alese independent de diametrele de divizare ale roților.

Dacă se adoptă $R_1 = R_2$, contactul dinților, teoretic liniar pe toată înălțimea dintelui, ar fi perturbat de orice erori, mai ales ale distanței dintre axe. Pentru acest motiv, razele de curbură a dinților sunt diferite (de obicei, $R_1 = 1,40 \cdot m_n$ și $R_2 = 1,55 \cdot m_n$). Dinții în stare nerodată vor avea astfel un contact punctiform în punctul K , iar pe măsura rodării se ajunge la un contact liniar pe o parte din înălțimea dinților.

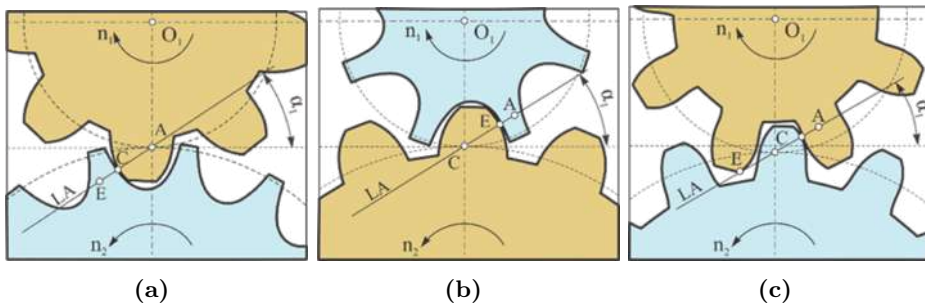


Figura 1.24. Variante ale angrenajului Wildhaber-Novikov: angrenaj postpolar (a), angrenaj antepolar (b), angrenaj antepostpolar (c)

Curbele celor doi dinți aflați în contact nu sunt însă reciproc înfășurătoare, astfel contactul nu se menține continuu între cele două flancuri. Angrenarea continuă nu se poate realiza decât cu dinții înclinați, adică $\varepsilon_\beta \geq 1$.

Angrenarea nu mai este frontală ca la angrenajul evolventic cu dinți drepți, ci longitudinală, punctul de contact K deplasându-se din poziția 1 în poziția 2 și așa mai departe pe lungimea dintelui (fig. 1.23 *b*). Linia de angrenare $K-K$ este locul geometric al acestor puncte și este amplasată de-a lungul dintelui. Pentru a exista o continuitate a angrenării este necesar un grad de acoperire axial ε_β :

$$\varepsilon_\beta = \frac{b}{\rho_x} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} \geq 1, \quad (1.2)$$

unde b este lățimea danturii, ρ_x este pasul axial al danturii, β – unghiul de înclinare al danturii, iar m_n – modulul normal. La angrenajele antepolare și cele postpolare, $\varepsilon_\beta = 1, 15 - 1, 3$, respectiv $\varepsilon_\beta = 2, 15 - 2, 3$.

Și la angrenajele Wildhaber-Novikov baza determinării elementelor geometrice și a angrenării danturii o formează o cremalieră de referință cu dinții înclinați. Elementele profilului de referință se precizează în secțiunea normală a cremalierii, unde apar și profilurile în arc de cerc, în funcție de modulul normal m_n și unghiul de divizare α .

Cauzele principale de scoatere din uz a angrenajelor în arc de cerc sunt deteriorarea flancurilor prin oboseala de contact și ruperea la baza dintelui prin oboseala la încovoiere.

Conform datelor experimentale, capacitatea portantă a angrenajelor Wildhaber-Novikov la oboseala prin contact a flancurilor este de 1, 5 – 1, 75 ori mai mare decât capacitatea angrenajelor evolventice cu dinți înclinați.

În angrenajele Wildhaber-Novikov, tensiunile de contact în comparație cu cele evolventice se micșorează considerabil, deoarece contactul flancurilor dinților cu profil evolventic convex este înlocuit prin contactul profilurilor convex și concav cu diferență mică a razelor de curbură. Pentru menținerea continuității funcției de transfer a mișcării, angrenajul $W-N$ se execută cu dinți înclinați cu $\varepsilon > 1$.

În angrenajul postpolar (fig. 1.24 *a*), profilul convex se atribuie dinților roții conducătoare și profilul concav – roții conduse, iar în angrenajul antepolar (fig. 1.24 *b*), profilul concav – dintelui roții conducătoare, și convex – roții conduse. În angrenajul antepostpolar (fig. 1.24 *c*), profilul dinților este executat astfel încât o parte din el să fie convexă, iar cealaltă – concavă, fapt ce asigură angrenarea dinților până la pol și după pol. În varianta angrenării antepostpolare, dinții pinionului și ai roții au profil identic, și anume convex la cap și concav la picior. În acest caz, piciorul dintelui pinionului contactează cu capul dintelui roții, iar la a doua pereche

de dinți conjugați – capul dintelui pinionului contactează cu piciorul dintelui roții, astfel formându-se două linii de angrenare.

Capacitatea de încărcare a angrenajului antepostpolar este evident mai mare decât în angrenajele cu o linie de angrenare. De aceea, angrenajul Wildhaber-Novikov antepostpolar se consideră preferențial. Dezavantajul de bază al transmisiilor $W-N$ constă în vulnerabilitatea lor la abaterile depărtării interaxiale α_ω a roților, fapt ce necesită precizie înaltă de execuție a roților și de montaj al arborilor cu o marjă mică a erorii α_ω . Acest dezavantaj a fost exclus în varianta angrenajului cu profilul dinților în arc de cerc elaborat de Compania *Symmark*, care a propus introducerea între profilurile capului și piciorului dinților în regiunea cercurilor de divizare a unei porțiuni rectilinii de profil orientate spre centrele roților.

Astfel, au fost reduse considerabil cerințele față de precizia de execuție a organelor de bază ale transmisiei. Totodată, constatăm că în perioada de la inventarea angrenajului Wildhaber-Novikov până în prezent, trecând prin anumite modernizări geometrice și tehnologice, aceste angrenaje nu și-au găsit o răspândire largă în industria reductoarelor, în mare parte din cauza tehnologiei de fabricație mai complicate și cerințelor de precizie mai stricte decât pentru cele evolventice.

Calculul angrenajelor Wildhaber-Novikov, datorită formei dinților și condițiilor de încărcare a contactului, are o serie de particularități, prezentate detaliat în literatura de specialitate [1, 170, 176, 184, 191, 226, 234, 275–280]. La dezvoltarea angrenajului $W-N$ au contribuit numeroase școli științifice din întreaga lume, cercetători, ingineri-constructori și tehnologi care au modernizat angrenajul în sensul majorării capacității portante și elaborării tehnologiilor de generare a danturilor cu profil în arc de cerc și contact punctiform.

1.3.2 Sinteza angrenajului excentric-cicloidal

Până în prezent, angrenajele evolventice rămân a fi cele mai răspândite în producerea globală a reductoarelor, constituind aproximativ 30% din totalul vânzărilor ramurii constructoare de mașini, estimate anual la 500 miliarde dolari SUA. Pe lângă performanțele energetice, de resurse și tehnologice incontestabile, angrenajele evolventice în dezvoltarea lor au atins limitele posibile privind majorarea capacității portante, determinată de dimensiunile dinților, iar diapazonul îngust al rapoartelor de transmitere într-o treaptă mărește masa, gabaritele, implicit consumul de materiale și costurile de producere.

De aceea, în contextul satisfacerii cerințelor mereu crescânde ale consumatorilor de transmisii cu rapoarte mari de transmitere și capacitate portantă înaltă, cercetarea-dezvoltarea angrenajelor este de maximă actua-

litate și prezintă interes deosebit pentru cercetătorii, inginerii-constructori și inginerii-tehnologi din domeniu. Recent au fost create premise pentru cercetarea-proiectarea angrenajelor pe platforme moderne CAD/CAM/CAE, bazate pe utilizarea produselor-program de modelare matematică a geometriei contactului și a tehnologiilor de generare-fabricare a profilurilor dinților pe utilaje cu comandă numerică cu 3, 4 și 5 grade de mobilitate.

Căutările comune ale cercetătorilor, inginerilor-proiectanți, inginerilor-tehnologi și matematicienilor, utilizând platforme moderne de cercetare, în ultimii ani s-au soldat cu concepte noi de angrenaje, cu performanțe proiectate apriori. Angrenajul excentric-cicloidal reprezintă o realizare de perspectivă, fiind bazat pe o geometrie nouă a contactului convex-concav cu majorarea razei de curbură reduse.

În 2007 a fost înregistrat patentul RU2439401 *Angrenajul excentric-cicloidal*, ulterior, în 2012, patentat în SUA cu nr. US8157691 B2 cu prioritatea din 07.09.2007, autori Viktor V. Stanovskoy ș.a. [211, 269], a unui nou tip de angrenaj excentric-cicloidal (fig. 1.25), care, conform autorilor, în comparație cu cele evolventice se caracterizează prin avantajele:

- capacitate portantă majorată de 5-7 ori;
- masă și gabarite reduse de câteva ori;
- rapoarte de transmitere în diapazon extins până la $i = 30$ într-o treaptă;
- abateri admisibile ale jocului interaxial de 5 – 10 ori mai mari, fără a diminua caracteristicile de putere;
- randament teoretic $\eta = 0,999$ datorită alunecării relative foarte mici în contactul dinților.

Contactul dinților în angrenare (fig. 1.25 b) este construit din profilul dintelui pinionului 2 cu contur generator în secțiunea transversală în formă de circumferință 3 deplasată frontal cu excentricitatea e față de axa de rotație O_1O a acestuia.

Forma dintelui în direcția axială este elicoidală, formată prin deplasarea succesivă în direcție axială și rotirea concomitentă și încontinuu a conturului generator în jurul aceleiași axe a pinionului (fig. 1.25 c). Astfel, pinionul are un singur dinte curbiliniu, format de un contur generator în secțiunea transversală în formă de circumferință 3 deplasată excentric.

Profilul 5 al dinților roții reprezintă linia de înfășurare a familiei de circumferințe excentrice în diferite faze ale angrenării și are forma unei curbe cicloidale echidistante epitrohoidei.

Profilul 5 al dinților roților în orice secțiune frontală $5'$, $5''$, $5'''$ contactează într-un anumit punct cu circumferința $3'$, $3''$, $3'''$ deplasată cu excentricitate e în raport cu axa pinionului.

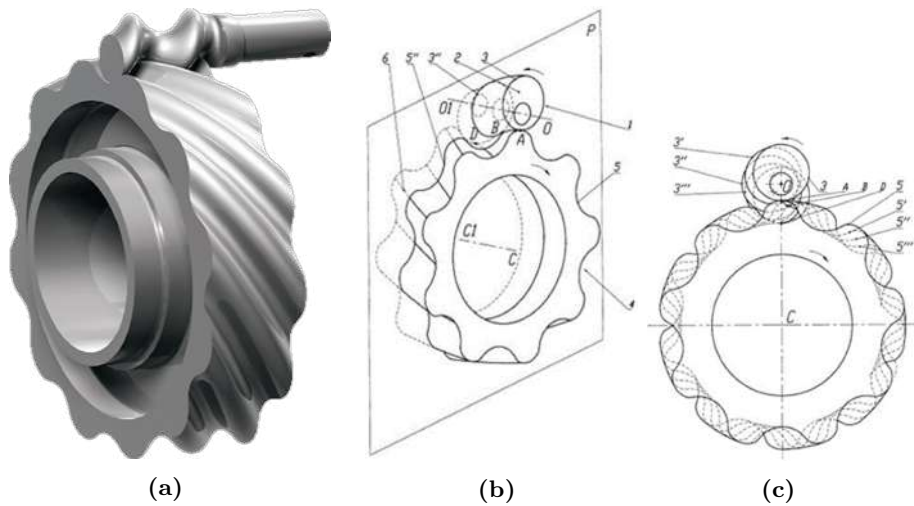


Figura 1.25. Angrenaj excentric-cicloidă

Suprafața curbilinie elicoidală a dinților roții se formează analogic cu cea a pinionului, adică prin rotirea succesivă și continuă a secțiunilor frontale în jurul axei roții.

Profilurile dinților roții angrenează în fiecare secțiune frontală și au simultan o mulțime de puncte de contact. Aceste puncte de contact formează linia de contact continuă de formă elicoidală. Dacă e să examinăm aparte oricare secțiune frontală a angrenajului, evident că în fiecare dintre ele contactul profilurilor încărcate cu sarcină se va realiza într-un sector mai mic decât o jumătate a turației excentricului (pinionului).

În angrenajul excentric-cicloidă, datorită formei elicoidale a dinților, acționează și forțe axiale care încarcă rulmenții arborilor.

Acest neajuns este prezentat în figura 1.26, care conține cinci roți (cel puțin trei) asamblate în pachet, fiind rotite una față de alta la un unghi egal. Dintele pinionului 1 și dinții roții 2 (fig. 1.26 a) ai fiecărei perechi din pachet (fig. 1.26 b) sunt executați cu unghi drept, fapt ce exclude forța axială din angrenaj.

Dinții 3 ai fiecărei roți $2_1, 2_2, 2_3, 2_4$ și 2_5 (fig. 1.26 b) în secțiune frontală sunt descriși prin cicloidă, iar vârfurile și fundurile dintre dinți sunt approximate cu arcuri de cerc cu astfel de raze de curbura, încât să asigure un joc între flancurile angrenate. Pinionul angrenajului este compus de asemenea din cinci coroane (cel puțin trei) întoarse una față de alta cu același unghi (fig. 1.26 c), montate fix pe arborele cotit din cinci trepte deplasate cu excentricitatea e de la axa comună a pinionului. Fiecare dinte 1 al pinionului (fig. 1.26 c) angrenează pe una din cinci cărări cu dinții 3 (fig. 1.26 b) ai roții, formând un contact distinct. Contactul dintelui pinionului 1 cu un dinte al

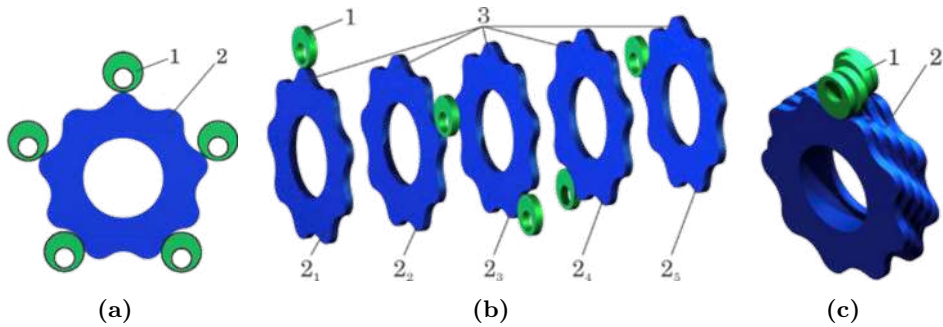


Figura 1.26. Angrenaj excentric-cicloidal cu roți asamblate în pachet

roții 2 succedă de la un sector la altul, toate cinci sectoare fiind cuprinse pe porțiunea profilului cicloidal în ascensiune al dintelui 2. Punctele de contact al dinților pinionului cu dinții roții formează linia de angrenare în cinci trepte desfășurate elicoidal pe lățimea roții.

Principiul de funcționare este similar cu cel al angrenajului din figura 1.27. La rotația pinionului, spre exemplu, în sens invers acelor de ceasornic, profilul în formă de circumferință deplasată cu excentricitatea e față de axa de rotație apasă pe profilul cicloidal al dinților roții, impunând-o să se rotească în direcție opusă. La rotația în continuare a pinionului, acesta iese din angrenarea axială cu sarcină. În cazul în care acoperirea axială este de 180° , la rotirea continuă a pinionului se va găsi un sector al cicloidei dintelui roții cu care se va angrena, astfel asigurând continuitatea funcției de transfer al angrenajului. Angrenajul excentric-cicloidal conform figurii 1.26 cu dinți drepti tehnologic este mai preferabil în fabricație și nu generează forțe axiale, iar angrenajul conform figurii 1.27 tehnologic este mai complicat în fabricație, însă raza de curbură a dinților aflați în contact este mai mare, respectiv este mai mare și rezistența la presiunea de contact.

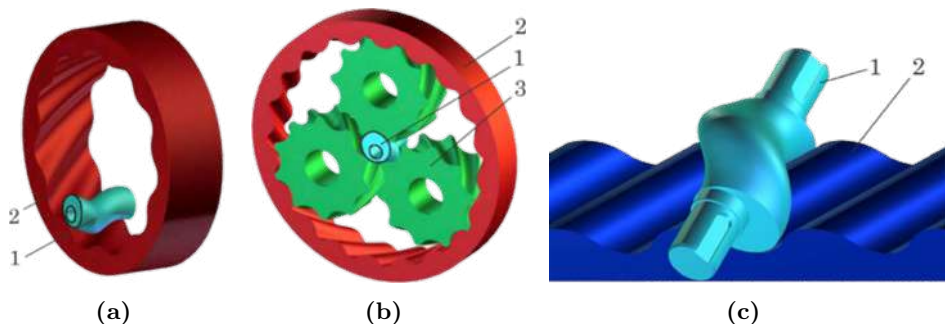


Figura 1.27. Angrenaj excentric-cicloidal în transmisie cu angrenare internă (a), în transmisie planetară (b) și în transmisie cu cremalieră (c)

Analizând continuitatea angrenării profilurilor în orice secțiune frontală a angrenajului, constatăm că în fiecare dintre ele contactul încărcat cu sarcină se produce doar în sectoarele de ascendență a cicloidei, iar sectoarele învecinate cu vârfurile și fundurile dintre dinți nu participă la transformarea mișcării de rotație și la transmiterea sarcinii.

În cazul în care unghiul de acoperire frontal al pinionului $\varepsilon_\beta = 1/2$, iar unghiul de acoperire axială este egal sau mai mare de 180° , sau $\varepsilon_\beta > 1/2$, contactul profilurilor încărcate cu sarcină va dura pe tot parcursul unei rotații a excentricului elicoidal. În consecință, la fiecare rotație a pinionului, roata se va roti uniform și continuu cu un dinte, adică raportul de transmitere a angrenajului va fi egal cu numărul de dinți ai roții $i = -Z_2/Z_1$, pentru $Z_1 = 1$, $i = -Z_2$, iar gradul de acoperire sumar al angrenării $\varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \geq 1$.

Este foarte important să rezumăm că în angrenajul excentric-elicoidal, sectoarele active ale profilului dinților care participă la transformarea mișcării de rotație cu reducere și la transmiterea sarcinii sunt amplasate doar pe sectorul de ascendență a cicloidei, iar cele din vecinătatea vârfurilor dinților nu participă în transmiterea de rotație.

Pentru estimarea capacității portante a angrenajului excentric-cicloidă, trebuie să menționăm că în aceste sectoare raza de curbura redusă a flancurilor profilurilor în contact este majoră, fapt ce denotă rezistență înaltă a flancurilor dinților la presiunea de contact. În conformitate cu cercetările geometriei contactului dinților conjugați pe sectorul de ascendență a cicloidei, putem rezuma că alunecarea relativă în punctele de contact practic lipsește sau este infimă, fapt din care rezultă că și pierderile energetice sunt infime, iar randamentul mecanic este de aproape 100%.

În baza angrenajului excentric-cicloidă au fost elaborate diferite variante constructive ale transmisiei, printre care le menționăm pe cele cu angrenaj interior (fig. 1.27 *a*), planetare (fig. 1.27 *b*) și cu cremalieră (fig. 1.27 *c*).

În transmisiile prezentate în figurile 1.25 și 1.26, flancurile dinților pinionului și ai roții centrale formează contacte cu angrenare externă, iar în transmisia 1.27 (*a*) – cu angrenare internă. Pinionul 1 are un dinte elicoidal geometric format prin rotația în jurul axei sale și concomitent prin deplasarea în lungul ei a unei circumferințe deplasate de la axa cu excentricitatea e , iar roata centrală inelară are dinți elicoidali.

În figura 1.27 (*b*) este prezentată transmisia planetară constituită din trei sateliți 3, roțile centrale 1 și 2 și un inel cu axe paralele pentru preluarea și transmiterea mișcării de rotație de la sateliți spre arborele condus (nu sunt prezente în imagine). Una dintre roțile centrale ale transmisiei este realizată în formă de excentric elicoidal cu un dinte și angrenare externă, a două roată centrală – în formă de inel cu angrenare internă cu dinți elicoidali, iar sateliții au angrenare externă cu dinți elicoidali. Flancurile dinților roții centrale inelare și ale sateliților au profil cicloidă (pe sectorul lateral

între vârful și piciorul dinților), cu care profilul elicoidal al roții centrale contactează cu un dinte.

Angrenajul excentric-elicoidal poate fi realizat în forma constructivă pinion - cremalieră, fiind destinat pentru transformarea mișcării de rotație în mișcare de translație și invers (fig. 1.27). Varianta angrenajului pinion - cremalieră poate fi utilizată în mecanismele de acționare liniară, în industria de automobile, în mecanisme de ridicat etc.

1.3.3 Sinteza angrenajului precesional cu profilurile dinților în arc de cerc și rectiliniu, cu angrenare multipară

Cerințele mereu crescânde ale utilizatorilor de transmisii mecanice cu angrenare pot fi divizate în două categorii:

- Majorarea continuă a puterii și a vitezei mecanismelor de acționare bazate pe transmisii mecanice cu angrenare reprezintă tendințe care presupun necesitatea creșterii capacității portante și extinderii posibilităților cinematice ale angrenajelor. Căile posibile de satisfacere a acestor cerințe se rezumă la crearea unor noi tipuri de transmisii mecanice, bazate pe noi principii de funcționare.
- Tendințele de miniaturizare a tehnicii, dezvoltarea roboticii și sistemelor mecanice cu restricții de dimensionalitate impun angrenajelor cerințe tot mai dure privind masa și gabaritele, calitatea materialului roților dințate, eficiența tehnologică măsurată prin durata operațiunilor de fabricație.

Aceste două categorii de cerințe luate în ansamblu conduc la necesitatea diversificării și modernizării angrenajelor sub aspectul formei contactului dinților, al geometriei angrenajului și al tehnologiei de fabricație a roților dințate. Spre exemplu, angrenajul precesional constituit din roata centrală cu profil convex/concav al flancurilor dinților și roata-satelit cu mișcare sferospațială și dantura formată din bolțuri conice se caracterizează prin capacitate portantă înaltă și posibilități cinematice extinse, datorate multiplicității angrenării ε și mecanismului nou de transformare și transmitere a mișcării și a sarcinii.

Astfel, prima categorie de cerințe avantajează utilizarea angrenajelor precesionale cu angrenare dinte-bolțuri conice în transmisiile de putere (notificat A^B). Cerințele categoriei a doua dezavantajează extinderea utilizării transmisiilor precesionale cu angrenare dinte – bolțuri conice din următoarele considerente:

1. Capacitatea de încărcare a contactului „dinte – bolțuri conice” este limitată de raza mediană de curbură a bolțurilor conice, care nu poate depăși jumătate din pasul dinților.

2. Coroanele satelitului formate din bolțuri conice fac irațională, dificilă și uneori imposibilă fabricarea angrenajelor cu diametre $\leq 50 \text{ mm}$.
3. Având în vedere condiția similarității formei bolțurilor conice din transmisia reală cu cea a sculei de generare a danturii, la diametre mici ale acestora, productivitatea generării danturilor scade, iar costurile de fabricație cresc.
4. Pentru asigurarea vitezei de așchiere, procedeul tehnologic de generare cu diametre mici ale sculei necesită o majorare considerabilă a turațiilor acesteia.
5. Diametrele mici ale sculei și, respectiv, ale dispozitivului portsculei în ansamblu determină diminuarea rigidității sistemului și, respectiv, a preciziei de generare a dinților.

Aceste dezavantaje ale transmisiei precesionale cu angrenare dinte – bolțuri conice se referă în deplina măsură și la transmisiile cicloidală cu bolțuri cilindrice, cunoscute sub denumirea de transmisie CYCLO.

Astfel, în 1989 autorul a înregistrat brevetul de invenție SU 1455094A1 cu prioritatea din 13.05.1986 *Transmisia precesională dințată* (fig. 1.28).

Scopul anunțat al invenției consta în sporirea capacității portante a transmisiei prin majorarea simultană a razei reduse de curbură R a profilurilor dinților în contact și a multiplicității angrenării dinților ε .

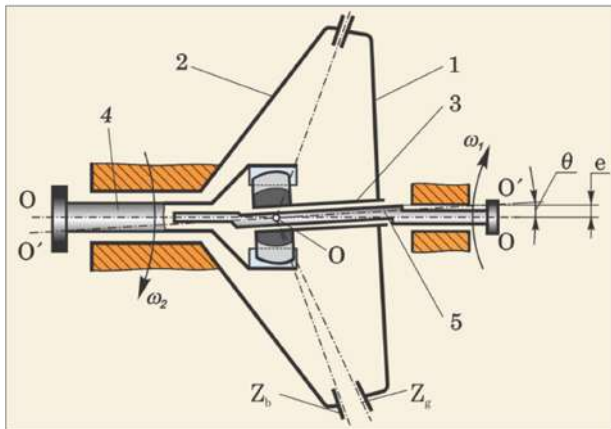


Figura 1.28. Transmisia precesională dințată, brev. de inv. SU 1455094 A1, 1986

Angrenajul transmisiei precesionale [108] este conic notat A_{CX-R}^R , format din roata-satelit 1 cu dinți cu profil rectiliniu și roata centrală 2 cu profil în arc de cerc cu originea razei de curbură R pe normala $n-n$, ridicată din punctul de contact prin punctul de intersecție a echidistantei profilului rectiliniu cu linia de înclinare a profilurilor conjugate sub unghiul $\theta' = f(\theta)$ (fig. 1.29).

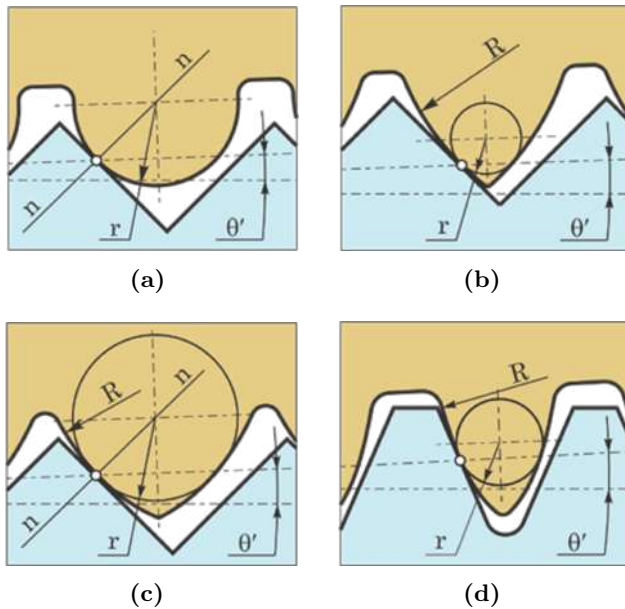


Figura 1.29. Contactul dinților cu profiluri rectiliniu în arc de cerc (a) și rectiliniu – arc de cerc cu originile deplasate (b, c, d)

Raza de curbură R a profilului în arc de cerc (fig. 1.29) poate fi majorată de până la 7 raze r ale circumferinței înscrise în grosimea dintelui cu profil în arc de cerc, cu originea amplasată pe echidistanța profilului rectiliniu.

În conformitate cu cele menționate, în continuare vor fi examinate variante de angrenaje precesionale cu angrenare dinte–dinte A^D cu geometrii diferite ale contactului A_{CX-R}^D (fig. 1.29), care permit creșterea capacității portante prin majorarea razei de curbură reduse a profilurilor flancurilor dinților conjugați. În aceste angrenaje pot fi utilizate o multitudine de profiluri fără înfășurători reciproce sau înfășurători comune ale flancurilor dinților conjugați, obligatorii în cazurile evolventei, cicloidei, epihipocicloidei).

Geometria contactului dinților cu profiluri în arc de cerc și rectiliniu A_{CX-R}^D , prezentată în variantele figurii 1.29, permite sporirea capacității de încărcare a contactului dinte - dinte prin majorarea multiplicității angrenării ε și/sau a razelor de curbură R ale profilurilor flancurilor dinților angrenați.

În angrenajul precesional A^D cu roți dințate, interacțiunea dinților coroanelor satelitului și ai roților centrale are loc cu *alunecare* și doar parțial cu *rostogolire*.

Alunecarea relativă în contactul dinților se datorează principiului de formare a profilurilor flancurilor dinților roților angrenajului precesional în afara cerinței de existență a înfășurătoarelor comune (ca în cazul profilurilor evolventice).

Rostogolirea reciprocă a profilurilor flancurilor se datorează mișcării sferospațiale a satelitului, iar ponderea acesteia în mișcarea relativă a dinților depinde de mărimea unghiului de nutație θ și de coraportul ± 1 al dinților roților angrenate.

Conjugarea dinților, respectiv realizarea mecanismului de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii, în angrenajul precesional se produce preponderent cu prezența în angrenare a forțelor de frecare prin alunecare. Acest fapt conduce la diminuarea randamentului mecanic al transmisiei precesionale, la înăsprirea restricțiilor privind alegerea materialului roților, la realizarea unor soluții constructive și tehnologice de evacuare a căldurii din zona angrenării dinților etc., cerințe care duc la creșterea costurilor de fabricație.

De asemenea, este de menționat faptul că în sistemele tribologice cu mișcare relativă a corpurilor contactante, odată cu majorarea forțelor de frecare prin alunecare, respectiv crește considerabil uzura suprafețelor în contact, scade fiabilitatea exploatarei acestora. Conform literaturii de specialitate [173, 174, 222, 225], existența a 10% de alunecare în contactul cuplelor cinematice de clasă superioară conduce la majorarea de 1000 de ori a uzurii suprafețelor contactante.

1.3.4 Sinteza angrenajului precesional cu profilurile dinților în arc de cerc și curbiliniu, cu grad redus de acoperire

Angrenarea dinților A_{CX-CV}^D prezentată în figura 1.30 reprezintă geometric contactul flancurilor dinților danturii satelitului cu mișcare sferospațială cu un punct fix descris în arc de cerc cu flancul curbiliniu 2 al dinților roții centrale, descris cu ecuații parametrice bazate pe ecuațiile cinematice ale lui Euler. Profilurile flancurilor 1 și 2 din figura 1.30 (*a*, *b*), geometric reproduc profilurile bolțurilor conice, respectiv ale dinților roții centrale din transmisia precesională reală (în figura 1.30 (*a*, *b*) vârfulurile dinților roților centrale și ale satelitului sunt teșite). Profilurile flancurilor 24 ale dinților roților centrale sunt variabile dependente de coraportul parametrilor geometrici ai angrenajului δ , θ , β , Z_1 și $Z_2 = Z_1 \pm 1$ (v. p. 1.2.4 și fig. 1.13).

Capacitatea portantă a angrenajului precesional (A^D) cu dinți poate fi majorată prin trei soluții de modificare a geometriei contactului prezentate în figura 1.30:

1. Prin majorarea multiplicității angrenării ε efectuată prin operarea cu configurația valorică a parametrilor geometrici ai angrenajului δ , θ , β , Z_1 și $Z_2 = Z_1 \pm 1$ (fig. 1.30 *a*).
2. Prin majorarea razei de curbură r a profilului 1 în arc de cerc, care constructiv este limitată și nu poate depăși jumătate din pasul dinților (fig. 1.30 *b*).

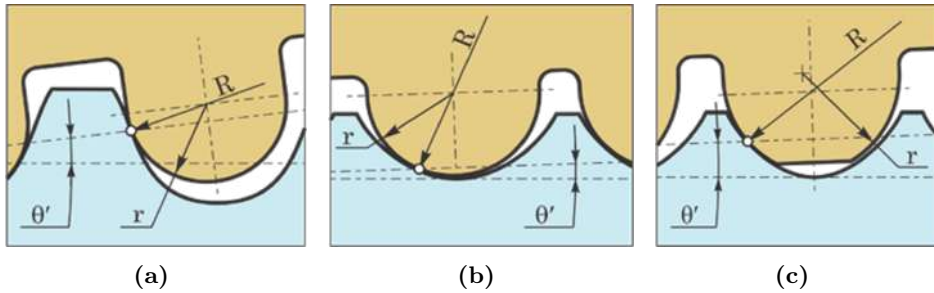


Figura 1.30. Contactul dinților cu profiluri curbiliniu – arc de cerc cu originea comună a razei de curbură r (a, b) și cu originile deplasate (c)

3. Prin aproximarea profilului în arc de cerc cu raza de curbură cu originea comună (fig. 1.30 a, b) cu profilul în arc de cerc, descris cu raza de curbură majorată, și originile deplasate (fig. 1.30 c). În acest caz, abaterile de profil la aproximarea profilurilor nu trebuie să depășească limitele erorilor de pas pentru angrenajul proiectat (fig. 1.30 c).

1.3.4.1 Proiectarea contactului convex-concav al dinților cu angrenare singulară

Capacitatea portantă a angrenajului precesional A^D cu dinți poate fi majorată prin proiectarea geometriei contactului convex-concav cu diferență mică a razelor de curbură a profilurilor dinților conjugați prin varierea parametrilor δ , θ , β , Z_1 și $Z_2 = Z_1 \pm 1$. Este de menționat că la proiectarea geometriei contactului trebuie să ținem cont de sensul influenței parametrilor geometrice asupra multiplicității angrenării ε . De exemplu, la majorarea unghiului β , multiplicitatea angrenării ε scade, iar la majorarea δ și θ , multiplicitatea ε crește.

Spre exemplu, în contactul A^D_{CX-CV} prezentat în figura 1.30 (b), raza de curbură r a profilului dinților în arc de cerc, exprimată prin parametrul β (unghiul de conicitate a dinților satelitului), este majorată în detrimentul multiplicității angrenării ε . Micșorând multiplicitatea angrenării ε , poate fi proiectat contactul cu conjugarea profilurilor cu curburi concave cu diferență mică a razelor de curbură R și r . Un astfel de contact se caracterizează prin capacitate portantă înaltă, deoarece contactul liniar al dinților sub sarcină se transformă în contact de fâșie, lățimea căreia depinde de forțele în angrenaj și de caracteristicile fizico-mecanice ale materialului dinților.

Este de menționat că angrenajele precesionale cu geometria contactului dinților prezentate în figurile 1.29 și 1.30 se caracterizează prin prezența în contact a frecării cu alunecare, fapt ce reduce randamentul mecanic,

sporește uzura flancurilor active ale dinților, crește temperatura degajată în contact etc.

Pentru excluderea alunecării din angrenare, se propune proiectarea contactului precesional cu angrenare singulară, și anume cu mai puțin de două perechi de dinți concomitent angrenați, iar pentru menținerea capacității portante – realizarea unui contact al dinților prezentat în figura 1.30 (b, c).

Pentru a diminua sau a exclude alunecarea în angrenare, este necesar să analizăm influența parametrilor geometrici ai angrenajului asupra vitezei liniare relative V_E în punctul de contact al profilurilor conjugate, exprimată prin relația:

$$\begin{aligned}
 V_{E_1} &= \frac{Z_1}{Z_2} Z_E \sin \theta \cos \psi - Y_E \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \theta\right), \\
 V_{E_2} &= \frac{Z_1}{Z_2} Z_E \sin \theta \sin \psi + X_E \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \theta\right), \\
 V_{E_3} &= \frac{Z_1}{Z_2} Y_E \sin \theta \sin \psi + X_E \cos \psi, \\
 V_E &= \dot{\psi} \sqrt{V_{E_1}^2 + V_{E_2}^2 + V_{E_3}^2},
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

unde Z_1 și Z_2 reprezintă numărul dinților roților conjugate, θ este unghiul de nutație, ψ – unghiul de precesie, X_E, Y_E, Z_E sunt coordonatele punctului de contact E al profilurilor conjugate.

În figura 1.31 este prezentată variația vitezei liniare relative V_E în punctului de contact E al dinților în funcție de unghiul de precesie ψ .

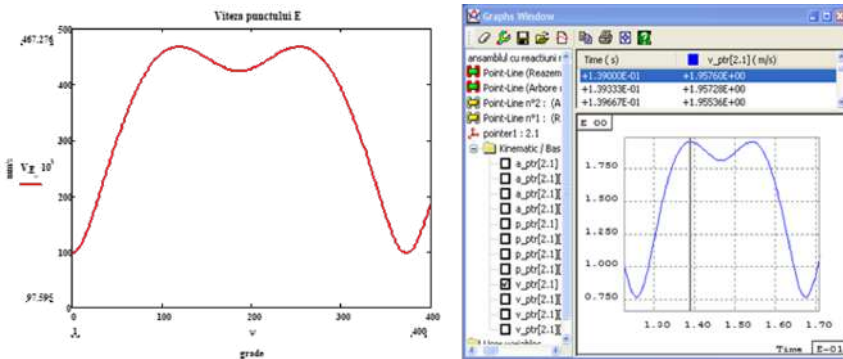


Figura 1.31. Viteza V_E pentru parametrii geometrici: $Z_1 = 27, Z_2 = 28, \theta = 2, 5^\circ, \beta = 4^\circ, \delta = 22, 5^\circ, R_e = 100 \text{ mm}, n = 800 \text{ min}^{-1}$

Pentru proiectarea contactului dinților cu angrenare singulară, trebuie să ținem cont de următoarele:

1. Geometria contactului K_{CX-CV} în angrenarea A^D cu angrenarea A_{CX-CV} (fig. 1.30) este variabilă, dependentă de parametrii geo-

metrici $\delta, \theta, \beta, Z_b, Z_g = Z_b + 1$ și poate fi conformată la condițiile favorabile, pentru asigurarea regimului optim de lubrifiere.

2. Viteza de alunecare relativă a profilurilor în contact necesită a fi optimizată conform geometriei acestuia.
3. Conjugarea dinților în angrenajul precesional A^D se produce cu frecare, respectiv cu luarea în calcul atât a tensiunilor normale, cât și a celor tangențiale, raportul cărora conduce la apariția comportamentului de aderență sau de alunecare relativă a suprafețelor contactante.
4. Conjugarea dinților are loc cu contact neconform, în care suprafața de contact evoluează în timpul aplicării sarcinii și contactul poate fi liniar sau punctiform.
5. Conjugarea dinților este un proces dinamic, cu variabilele de stare dependente atât de variabila spațială, cât și de cea temporală, iar corpurile contactante (dinții) se mișcă relativ cu contact mixt, și anume preponderent cu alunecare și parțial cu rostogolire, în funcție de unghiul de nutație ($\theta = 1^\circ - 3^\circ$) al mișcării sferospațiale a satelitului.
6. Contactul dinților din punctul de vedere al mecanicii solidului deformabil cu comportament material diferit, în funcție de legile constitutive adoptate, este deformabil – deformabil (în funcție de coeficienții Poisson ν_1 și ν_2 și modulele de elasticitate Young E_1 și E_2 ale dinților).
7. Tribologic, conjugarea dinților în contactul K_{CX-CV} (cu prelucrare prin rectificarea flancurilor) are loc cu frecare de alunecare și parțial de rostogolire, cu regim de ungere „frecare fluidă”, în care suprafețele de contact sunt despărțite printr-un film continuu de lubrifiant cu diverse regimuri de lubrifiere: hidrostatic, hidrodinamic, elastohidrodinamic sau „squeeze-film”.

Având în vedere cele menționate, prezintă interes cercetarea complexă a angrenajului precesional A^D prezentat în figura 1.32 cu *contact concav-concav* (K_{CV-CV}) cu *grad redus de acoperire*, cu profilurile dinților conjugați în arc de cerc și curbilinii, descriși prin ecuații parametrice deduse din ecuațiile lui Euler. În figura 1.33 este prezentat angrenajul precesional A^D cu contact convex-concav – arc de cerc (K_{CX-CV}) pentru transmisii cu diminuarea sarcinii de solicitare a rulmenților manivelei și a satelitului.

Remarca 1.2. *În studiul problemelor de contact al dinților conjugați în angrenările precesionale sunt admise notificările:*

K_{CV-CV} – contact **concav-concav** al dinților;

K_{CX-CV} – contact **convex-concav** al dinților;

K_{CX-R} – contact **convex-rectiliniu** al dinților;

K_{CV-CV}^β – contact **concav-concav** al dinților înclinați.

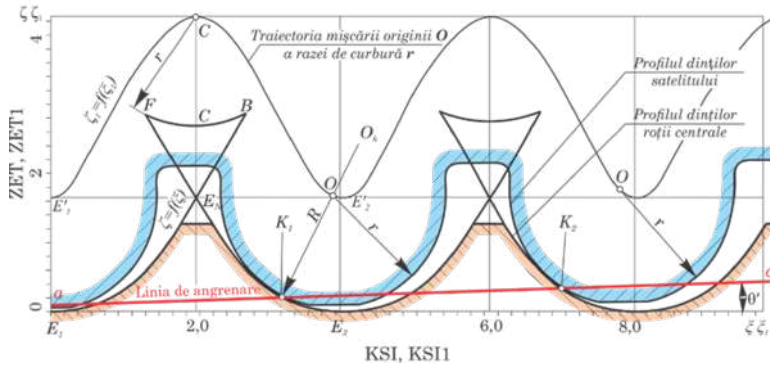


Figura 1.32. Profilograma contactului convex-concav al dinților cu angrenare singulară: angrenaj precesional $Z_1 = 45, Z_2 = 46, R_e = 31,2\text{ mm}, r = 1,7\text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 6,0^\circ$ și multiplicitatea de referință $\varepsilon = 59\%$

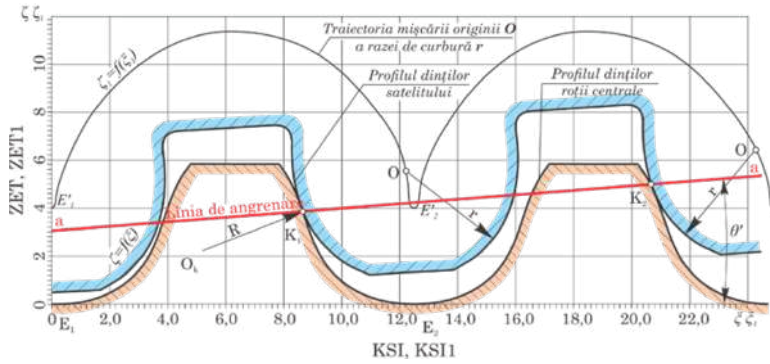


Figura 1.33. Profilograma contactului în arc de cerc – curbiliniu cu unghiul de profil $\alpha < 30^\circ$: angrenaj precesional $Z_1 = 29, Z_2 = 30, R_e = 75\text{ mm}, r = 4\text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 30^\circ$ și multiplicitatea de referință $\varepsilon = 100\%$

1.3.4.2 Proiectarea contactului în arc de cerc–curbiliniu cu unghiul de profil $\alpha < 30^\circ$

Deși în transmisiile precesionale de tip $2K-H$ satelitul este flotant și sarcina axială de încărcare a rulmenților arborelui-manivelă se autocompensează, totuși aceștia sunt încărcăți cu forțe radiale considerabile dependente de unghiul de profil al dinților roților centrale. În cazurile în care este necesar de a limita încărcarea rulmenților cu forțe radiale, contactul dinților prezentat în figura 1.33 este preferențial celui din figura 1.32.

În cazul în care multiplicitatea angrenării de referință ε constituie 100%, contactul unei perechi de dinți, în funcție de faza de precesie în care se află, trece dintr-o formă în alta, și anume din convex-concavă – când vârful circular al dintelui satelitului angrenează cu golul de fund între dinții

roții centrale, convex-rectilinie – când flancul circular al dintelui satelitului contactează în zona de trecere de la picior la vârful dintelui roții centrale și la ieșire din angrenare, în convex-convexă – când flancul circular al dintelui satelitului contactează cu profilul convex al capului dinților roții centrale.

Din profilograma contactului dinților prezentată în figura 1.33 constatăm că unghiul de profil α în contact este variabil și depinde de faza de precesie ψ , în care se află perechea respectivă de dinți, iar odată cu diminuarea multiplicității angrenării de referință ε , unghiul de profil α în contact crește, fapt ce conduce la majorarea forțelor radiale de încărcare a rulmenților manivelei și ale satelitului.

Etapele proiectării preventive a contactului dinților K_{CX-CV} și K_{CV-CV} în angrenajul precesional A^D sunt următoarele:

1. În baza analizei cerințelor și condițiilor caietului de sarcini, la proiectare alegem forma contactului convex-concavă cu angrenare singulară (conform fig. 1.32) sau forma contactului în arc de cerc – curbiliniu cu unghiul de profil $\alpha < 30^\circ$ (conform fig. 1.33).
2. În corespundere cu forma contactului dinților aleasă, stabilim preventiv multiplicitatea angrenării de referință ε în conformitate cu care, după nomogramele $\varepsilon = f(\delta, \theta, \beta, Z_1 \text{ și } Z_2 = Z_1 \pm 1)$, alegem unghiurile angrenajului δ , θ și β , iar în conformitate cu raportul de transmitere și momentul de torsiune T , determinăm în prealabil diametrul angrenajului $D \approx 2R_1$ și numărul de dinți Z_1 și Z_2 .

Remarca 1.3. *Multiplicitatea angrenării de referință ε se obține din relațiile pentru care s-a proiectat profilul dinților roții centrale.*

3. În baza parametrilor geometrici ai angrenajului δ , θ , β , Z_1 și Z_2 cu $Z_2 = Z_1 \pm 1$, conform ecuațiilor parametrice (7.48) construim preventiv profilogramele contactului dinților. Modificând unghiurile β și θ , construim câteva variante ale contactului dinților, alegând din ele varianta corespunzătoare cerințelor caietului de sarcini.
4. În baza analizei profilogramelor contactului construite pentru parametrii concreți ai angrenajului δ , θ , β , Z_1 și $Z_2 = Z_1 \pm 1$, alegem două perechi de dinți angrenate la o anumită fază de precesie, determinată prin unghiul de precesie ψ .
5. În baza analizei profilogramei contactului dinților poziționați relativ la unghiul de precesie ψ stabilit, scurtăm înălțimile dinților satelitului și ai roților centrale prin teșirea vârfurilor acestora, astfel încât în angrenare concomitentă să rămână mai puțin de două perechi de dinți, adică gradul frontal de acoperire $1,9 \leq \varepsilon \leq 2$.
6. Pentru perechea de dinți angrenați în punctul de contact E corespunzătoare unghiului de precesie ψ prestabilit, determinăm viteza

relativă liniară V_E , ponderea alunecării relative a flancurilor dinților în punctul E , inclusiv ponderea acoperită la poziționarea relativă a dinților datorită unghiului de nutație θ .

7. Utilizând procedeele proiectării asistate de calculator, determinăm gradul și direcția influenței parametrilor geometrici ai angrenajului δ , θ și β asupra vitezei și alunecării relative în contactul dinților. Prin varierea succesivă a parametrilor δ , θ și β , prin alternanța calculului și a proiectării asistate de calculator, determinăm coraportul lor care conduce la excluderea alunecării relative din contactul dinților.

1.4 Geometria contactului liniar și a contactului punctiform în angrenajul precesional

Prima teorie (teoria clasică) a contactului dintre corpuri deformabile a fost propusă de H. Hertz [235-238] și are la bază următoarele ipoteze:

- suprafețele în contact sunt ideale, în sensul că sunt perfect netede (fără rugozități) și continue;
- corpurile în contact sunt omogene, izotrope și liniar elastice;
- inițial contactul este punctiform sau linear, iar dimensiunile zonelor de contact după încărcare sunt mici, în comparație cu dimensiunile corpurilor;
- distribuția tensiunilor în contact rezultă din teoria semispațiului elastic Boussinesq și, prin urmare, tensiunile tangențiale sunt nule.

Deși este o aproximare simplificată a procesului de contact, teoria lui Hertz continuă să fie folosită în calculul și proiectarea organelor de mașini. În tabelul 1.1 sunt prezentate exemple de cuple cinematice preluate din [3], caracteristice celor mai răspândite organe de mașini: roți dințate, mecanisme cu came, rulmenți, variatoare prin fricțiune, ghidaje, mecanisme cu bile de transformare a mișcării de rotație în mișcare rectilinie, cuplaje mecanice unisens cu role și bile etc. În clasa organelor de mașini destinate transformării și transmiterii mișcării și sarcinii prin suprafețe cu contact liniar intră transmisiile mecanice cu roți dințate cu axe paralele sau concurente.

Contactul liniar dintre dinții conjugăți, de regulă cu profil evolventic, cicloidal, epihipocloidal, octoidal, în arc de cerc, spirală arhimedică, se realizează între suprafețe convex-convexe, convex-concave, convex/concav-plane, cu angrenare externă sau internă. Angrenajele cu contact liniar între dinți sunt concepute cu roți cilindrice și conice (ortogonale sau sub unghi) cu dinți drepți, înclinați și curbilunii. De asemenea, la angrenajele cu contact liniar între dinți se referă și transmisiile melcate, cu melci cilindrice și globoizi cu profil rectiliniu și evolventic, transmisiile precesionale cu bolțuri

conice, transmisiile cicloidale cu bolțuri cilindrice, cele armonice, spiroidale, cu cremalieră etc. [3].

Angrenajele cu contact punctiform între dinții conjugați, concepute, cercetate și patentate de către inginerii britanici Boston și Bramley-Mur (1921), inginerul american Wildhaber (1923-1947), inginerul italian Roana (1947) și inginerul rus Novikov (1959), sunt considerate de mare perspectivă din punctul de vedere al capacității portante înalte, al gabaritelor mici și consumului redus de materiale. Până în prezent, aceste transmisii nu au găsit însă o răspândire largă în industrie anume din cauza insuficienței cercetării avantajelor contactului punctiform dintre dinți și lipsei tehnologiilor de generare a suprafețelor cu contact punctiform [3].

În transmisiile planetare precesionale de putere, contactul suprafețelor flancurilor dinților aflați în angrenare multipară este format prin două profiluri diferite: primul convex/concav, de regulă al dinților roților centrale, și al doilea în formă de arc de cerc al bolțurilor conice din coroanele satelitului. În transmisiile planetare precesionale cinematice, danturile ambelor roți conjugate sunt formate din dinți, de regulă, pentru roțile centrale – cu profil convex/concav, iar pentru coroanele satelitului – cu profil în arc de cerc.

În transmisiile planetare precesionale, contactul dintre doi dinți conjugați poate fi extern sau intern și se caracterizează printr-o geometrie variabilă, dependentă de faza de precizie în care se poziționează cuplul de dinți.

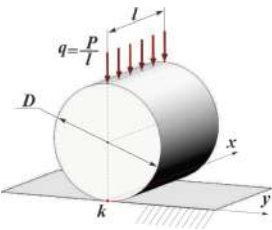
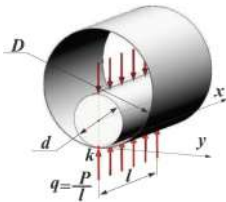
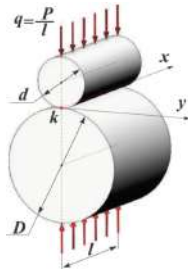
Geometria contactului dinților în angrenajul precesional este deosebită prin faptul că dinții roților conjugate au profiluri diferite, descrise prin curbe convex-concave, de regulă, pentru roțile centrale și în arc de cerc pentru coroanele satelitului. Un alt aspect unic, specific doar transmisiilor precesionale, rezidă în variabilitatea profilului convex/concav al dinților dependent de cinci parametri geometrici ai angrenajului și de regimul de lucru al transmisiei, cum ar fi cel de reductor, multiplicator sau diferențial.

Așadar, contactul în angrenajul precesional multipar se realizează între suprafețe convex-convexe pentru zona de vârf al dinților roților centrale, între suprafețe convex-concave pentru zona de fund al dinților și convex/concav-plană pentru zona de trecere de la profilul fundului către profilul vârfului dintelui (tabelul 1.1).

Este de menționat că geometria contactului unei și aceleiași perechi de dinți la un ciclu de precesie se transformă consecutiv din geometrie convex-concavă în geometrie convex-plană și ulterior – în convex-convexă.

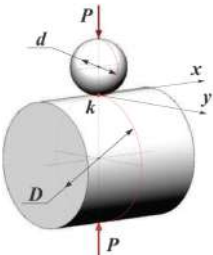
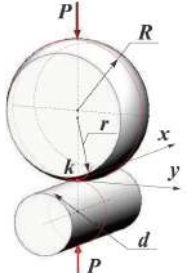
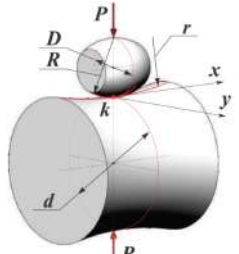
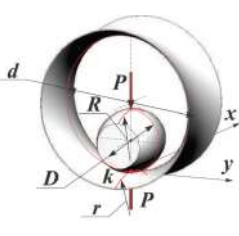
În tabelul 1.1 este prezentată variația geometriei contactului în angrenajul precesional (în variatoare precesionale sau transmisii cu fricțiune) cu contact punctiform sau liniar al dinților, care în funcție de faza precesiei se transformă din convex-concav la piciorul dintelui roții centrale în convex-convex la vârful acestuia.

Tabelul 1.1. Contactul linear și cel punctiform în organe de mașini

Nr.	Contact	Dimensiunea caracteristică Δ , semiaxele amprentei a și b , tensiunea de contact $\sigma_{z,\max}$ și diferența curburilor θ	Geometria contactului dinților
1	<p>Cilindru-semispațiu elastic</p> 	$\Delta = D$ $b = \frac{2,35}{10^3} \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{1/2}$ $\sigma_{z,\max} = 271 \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{-1/2}$ $\theta = 0$	<p>Zona de trecere de la profilul concav al piciorului în profilul convex al vârfului dințelului roților centrale</p>
2	<p>Cilindru-cilindru (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D}\right)^{-1}$ $b = \frac{2,35}{10^3} \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{1/2}$ $\sigma_{z,\max} = 271 \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{-1/2}$ $\theta = 0$	<p>Zona de fund al dinților roților centrale</p>
3	<p>Cilindru-cilindru</p> 	$\Delta = \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d}\right)^{-1}$ $b = \frac{2,35}{10^3} \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{1/2}$ $\sigma_{z,\max} = 271 \left(\frac{P}{\ell}\right)^{1/2} \Delta^{-1/2}$ $\theta = 0$	<p>Zona de vârf al dinților roților centrale</p>

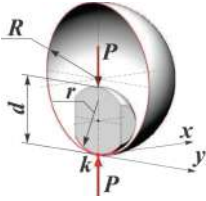
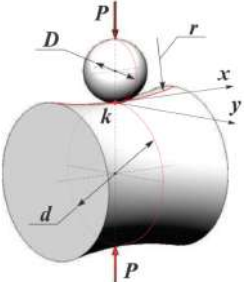
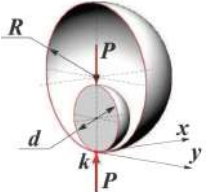
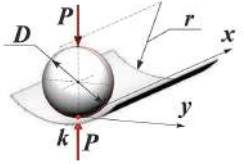
Continuare pe pagina următoare

Tabelul 1.1. Continuare

Nr.	Contact	Δ , a , b , $\sigma_{z,max}$ și θ	Geometria
4	<p>Sferă-cilindru</p> 	$\Delta = \left(\frac{2}{d} + \frac{1}{D}\right)^{-1}$ $a = \frac{1,865}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{1,865}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 1367 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \frac{1}{D} \Delta$	<p>Zona de trecere de la profilul concav al piciorului în profil convex al vârfului modificat longitudinal</p>
5	<p>Cilindru-toroid</p> 	$\Delta = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r} + \frac{2}{d}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r} + \frac{2}{d}\right) \Delta$	<p>Zona de vârf și cea de fund al dinților modificați</p>
6	<p>Rolă-butoi-hiperboloid</p> 	$\Delta = \left(\frac{1}{R} - \frac{2}{d} - \frac{1}{r}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \left(\frac{2}{D} - \frac{1}{R} - \frac{2}{d} + \frac{1}{r}\right) \Delta$	<p>Zona de vârf al dinților modificați longitudinal</p>
7	<p>Rolă-butoi-hiperboloid (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{2}{D} + \frac{1}{R} + \frac{2}{d} - \frac{1}{r}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \left(\frac{2}{D} - \frac{1}{R} + \frac{2}{d} + \frac{1}{r}\right) \Delta$	<p>Zona de fund al dinților modificați longitudinal</p>

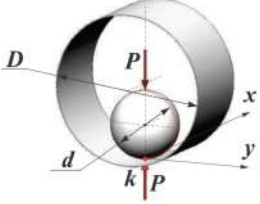
Continuare pe pagina următoare

Tabelul 1.1. Continuare

Nr.	Contact	$\Delta, a, b, \sigma_{z,max}$ și θ	Geometria
8	<p>Rolă-butoi-sferă (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{2}{d} + \frac{1}{r} - \frac{2}{R}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \left(\frac{1}{r} - \frac{2}{d}\right) \Delta$	<p>Transmisii precesionale prin fricțiune (variatoare)</p>
9	<p>Sferă-hiperboloid (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{4}{D} + \frac{2}{d} - \frac{1}{r}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{r}\right) \Delta$	<p>Transmisii precesionale prin fricțiune (variatoare)</p>
10	<p>Sferă-sferă (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{d}\right)^{-1}$ $a = b = \frac{1,865}{10^2} P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 1367 P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = 0$	<p>Transmisii precesionale prin fricțiune (variatoare)</p>
11	<p>Sferă-canelură cilindrică liniară</p> 	$\Delta = \left(\frac{4}{D} - \frac{1}{r}\right)^{-1}$ $a = \frac{2,35}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{2,35}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,max} = 861 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \frac{1}{r} \Delta$	<p>Transmisii precesionale prin fricțiune (variatoare)</p>

Continuare pe pagina următoare

Tabelul 1.1. Continuare

Nr.	Contact	$\Delta, a, b, \sigma_{z,\max}$ și θ	Geometria
12	<p>Sferă-cilindru (contact interior)</p> 	$\Delta = \left(\frac{2}{d} - \frac{1}{D}\right)^{-1}$ $a = \frac{1,865}{10^2} n_a P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $b = \frac{1,865}{10^2} n_b P^{1/3} \Delta^{1/3}$ $\sigma_{z,\max} = 1367 n_\sigma P^{1/3} \Delta^{-2/3}$ $\theta = \frac{1}{D} \Delta$	<p>Transmisii precesionale prin fricțiune (variatoare)</p>

1.5 Deteriorarea flancurilor dinților și particularitățile calculului de rezistență a angrenajului precesional

Mecanismul de deteriorare a suprafețelor de contact ale organelor de mașini are loc sub acțiunea tensiunilor de contact ciclice și reprezintă un proces de oboseală, localizat în stratul amplasat la câțiva micrometri adâncime sub suprafața de contact. Adâncimea maximă de tensionare în stratul de suprafață al contactului crește odată cu creșterea magnitudinii tensiunilor de contact σ_z și razei de curbură r , unde se induc deformații plastice în jurul concentratorilor de tensiuni în formă de incluziuni rigide, defecte ale structurii cristaline a materialelor, fisuri etc. Deformațiile plastice din imediata apropiere a concentratorilor de tensiuni provoacă apariția primelor fisuri amplasate la adâncimi mici, care ulterior, sub acțiunea sarcinii ciclice, migrează spre suprafața de contact [3, 209, 210, 212, 239].

Aceste fisuri, migrând spre suprafață sub acțiunea sarcinii ciclice, se deschid și ulterior se decupează din stratul de suprafață al corpurilor aflate în contact, astfel formându-se pittingul (ciupituri, mici cratere, găuri).

Această formă de deteriorare a suprafețelor de contact, specifică angrenajelor transmisiilor mecanice, duce la micșorarea ariei efective a suprafeței de contact a flancurilor dinților angrenați și, respectiv, creșterea tensiunilor în contactul dinților, înrăutățirea lubrifierii, intensificarea zgomotului și a vibrațiilor și, în consecință, scade durata de viață a roților dințate.

Densitatea, dimensiunea, localizarea și forma ciupiturilor depind de amplitudinea sarcinii în contact, de geometria suprafețelor contactante și de tratamentul termic al materialelor roților dințate.

În opinia mai multor cercetători, procesul de deteriorare a suprafețelor de contact prin piting și rapiditatea dezvoltării acestuia depinde și de condițiile de lubrifiere și proprietățile lubrifiantului, de forțele de frecare și de tracțiune pe suprafața de contact, de direcția aplicării sarcinii în raport cu configurația și amplasarea fisurilor.

Până în prezent, cercetătorii din domeniul transmisiilor nu au ajuns la opinii comune, argumentate prin testări experimentale, privind condițiile și cauzele declanșării procesului de uzură a suprafețelor de contact prin piting, intensitatea acestui proces și principalii factori de influență. Această se datorează complexității ciclului de testări, care cuprinde etapele de proiectare, fabricare a mostrelor experimentale, a standurilor de încercări conforme metodologiilor de testare separate pentru fiecare tip de angrenaje.

Cea mai lungă și costisitoare etapă este însăși etapa de testare, care în cel mai bun caz trebuie să dureze tot ciclul de viață a transmisiei reale (de până la 10–25 mii ore). Practica cercetărilor experimentale demonstrează că după încheierea ciclului de testări și analiză a rezultatelor experimentale, de regulă, cercetătorii își propun noi modificări constructive ale geometriei contactului, uneori și ale regimului de sarcină, după care derulează un nou ciclu de cercetări experimentale conform etapelor menționate. Din aceste considerente, a apărut motivația unei abordări noi a cercetării roților dințate, care ar înlocui etapele cercetărilor menționate.

Actualmente, cercetătorii dezvoltă noi abordări ale problemelor de cercetare-proiectare a mecanismelor, în special referitoare la problemele de contact în angrenaje, bazate pe metoda elementului finit (MEF).

În cuplurile cinematice de clasă superioară, până la aplicarea sarcinii, suprafețele conjugate geometric contactează într-un punct sau pe o linie comună. Mecanismele derivate din aceasta, realizând funcții distincte de transformare și transmitere a mișcării și energiei, încarcă cuplurile cinematice constituante cu sarcină portantă. După aplicarea sarcinii, contactul punctiform dintre corpurile conjugate se transformă într-o amprentă cu forma geometrică a unei elipse cu semiaxele a și b ; de exemplu, în cazul particular al contactului dintre două sfere, amprenta este un cerc ($a = b$) (fig. 1.34 a), iar în cazul unei sfere și al unui cilindru – într-o elipsă ($a \neq b$) [7].

Tensiunile de contact σ_z și deformațiile depind de sarcina P , de proprietățile elastice ale materialului și de forma geometrică a corpurilor contactante și se determină conform teoriei clasice a contactului hertzian.

Proprietățile liniar-elastice ale contactului se caracterizează prin coeficienții Poisson ν_1 și ν_2 și modulele Young E_1 și E_2 ale materialelor corpurilor contactante. Pentru oțeluri, la temperatura $t = 20^\circ C$, $\nu = 0,29 - 0,3$, $E = 2,1 \cdot 10^5 MPa$, pentru alamă, respectiv $\nu = 0,3$, $E = 1,08 \cdot 10^5 MPa$.

Parametrii de formă generalizatori ai corpurilor în contact sunt raza de curbură echivalentă ρ_e și parametrul diferenței curburilor θ . Raza de

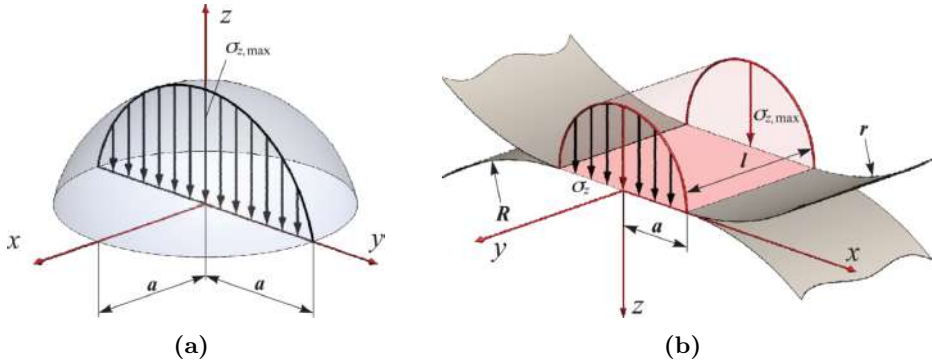


Figura 1.34. Amprenta și distribuția tensiunilor în contactul punctiform (a) și în contactul liniar (b)

curbură echivalentă ρ_e în cazul contactului exterior este definită prin relația

$$\rho_e = \left(\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} \right) + \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_2} \right) \right)^{-1}, \quad (1.4)$$

iar în cazul contactului interior - prin relația

$$\rho_e = \left(\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{R_1} \right) - \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_2} \right) \right)^{-1}, \quad (1.5)$$

unde r_1 și R_1 sunt razele de curbură ale primului corp, r_2 și R_2 - ale celui de-al doilea, iar parametrul diferenței curburilor θ este:

$$\theta = \rho_e \left(\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{R_1} \right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_2} \right) \right). \quad (1.6)$$

Tensiunile de contact se repartizează pe amprentă după un elipsoid, numit *elipsoidul presiunilor*, cu presiunea maximă atinsă în dreptul punctului inițial de contact. Dimensiunile semiaxelor elipsei a și b și ale tensiunilor de contact maximale $\sigma_{z,max}$ se determină după formulele:

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3\rho_e P}{2E_e}}, \quad (1.7)$$

$$b = n_b \sqrt[3]{\frac{3\rho_e P}{2E_e}}, \quad (1.8)$$

$$\sigma_{z,max} = \frac{n_\sigma}{\pi} \sqrt[3]{\frac{3PE_e^2}{2\rho_e^2}}, \quad (1.9)$$

unde n_a, n_b și n_σ sunt coeficienți care depind de unghiul dintre planele principale de curbură, ρ_e este raza de curbură echivalentă, iar E_e este

modulul de elasticitate echivalent al materialelor corpurilor contactante definit prin relația

$$E_e = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}. \quad (1.10)$$

Valoarea medie a tensiunilor de contact σ_{zm} și deformația elastică totală δ se determină prin relațiile:

$$\sigma_{zm} = \frac{2}{3} \sigma_{z,\max}, \quad (1.11)$$

$$\delta = n_\delta \sqrt[3]{\frac{3P^2}{4E_e^2 \rho_e}}. \quad (1.12)$$

În cazul contactului liniar (fig. 1.34 b), după aplicarea sarcinii, elipsoidul presiunilor degenerază într-un cilindru eliptic ($b = \ell$), iar amprenta contactului reprezintă o bandă îngustă de lățimea $2a$, cu repartizarea tensiunilor de contact σ_z pe lățimea acesteia de asemenea după legitatea elipsoidului. Semiaxa suprafeței de contact a , tensiunea de contact maximă $\sigma_{z,\max}$, tensiunea de contact medie σ_{zm} și deformația elastică totală δ se calculează după formulele:

$$a = \sqrt{\frac{4\rho_e P}{\pi \ell \rho_e}}, \quad (1.13)$$

$$\sigma_{z,\max} = \sqrt{\frac{PE_e}{\pi \ell \rho_e}}, \quad (1.14)$$

$$\sigma_{zm} = \frac{\pi}{4} \sigma_{z,\max}, \quad (1.15)$$

$$\delta = \frac{2P}{\pi \ell} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \left(\ln \frac{2R_1}{a} + 0,407 \right) + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \left(\ln \frac{2R_2}{a} + 0,407 \right) \right]. \quad (1.16)$$

Este evident că în angrenajul precesional deteriorarea suprafețelor flancurilor dinților prin piting apare în rezultatul acțiunii tensiunilor înalte în contactul dinților, cauzate de valorile mici ale razelor de curbură ale rotelor, care, constructiv, nu pot fi mai mari decât jumătatea pasului de distribuire a lor pe cerc. Astfel, din cauza imposibilității majorării razei de curbură a rotelor, rezistența angrenajului la presiunea de contact determină valoarea sarcinii transmise. Fenomenul pitingului este descris în literatura referitoare la transmisiile dințate, rulmenți, variatoare, alte mecanisme cu cuple cinematice superioare. La calculul tensiunilor și deformațiilor este utilizată soluția problemei clasice din teoria elasticității a contactului a doi cilindri acționați de forțe exterioare. Totodată, se presupune că, pentru orice fază a angrenării, dinții pot fi înlocuiți cu doi cilindri având razele de curbură egale cu razele de curbură ale dinților în punctul de contact.

1.6 Geometria contactului în angrenajul precesional și factorii de sarcină

În tabelul 1.1 sunt prezentate forme de contact liniar și de contact punctiform între două corpuri cu geometrie diferită, formulele de calcul ale semiaxei amprente de contact și ale tensiunilor de contact maximale $\sigma_{z,\max}$ pentru materialul oțel (fără a ține cont de frecarea din contact).

Starea tensională a suprafețelor în contact se caracterizează prin acțiunea comună a tensiunilor normale σ și a celor tangențiale τ . Este cunoscut faptul că aceste tensiuni au valori diferite în diferite puncte, și anume: tensiunea normală principală are valoare maximă în punctul de pe suprafața corpului, iar cea tangențială acționează într-un punct la o adâncime oarecare.

Există două abordări ale mecanismului apariției pittingului. Acest fapt explică și existența a două metode de calcul la contact – după tensiunile normale și după cele tangențiale. Metoda cunoscută de calcul al angrenajelor evolventice se bazează pe influența prioritară a tensiunilor normale asupra mecanismului de distrugere a suprafeței flancurilor dinților angrenați. Structura relațiilor de calcul la contact al angrenajelor evolventice nu permite utilizarea lor în calculul transmisiilor precesionale cu angrenaj multiplu. Aceasta a condus la necesitatea elaborării metodicii de calcul al angrenajelor precesionale la rezistență, ținând cont de particularitățile geometriei și ale contactului dinților, precum și de specificul interacțiunii roților conjugate cu mișcare sferospațială.

Datorită specificului transformării mișcării și sarcinii cu interacțiune sferospațială a roților conjugate în combinație cu profilul convex/concav variabil al dinților, în angrenajele precesionale multiplicitatea angrenării simultane este de până la 100% perechi de dinți. Multiplicitatea maximă este condiționată de un coraport concret a cinci parametri definitori ai geometriei angrenajului precesional.

În acest context, pentru determinarea tensiunilor efective de contact este necesar să considerăm câteva particularități specifice ale angrenajelor precesionale, și anume:

- Gradul neuniformității distribuirii sarcinii între dinții simultan angrenați, exprimat prin coeficientul k_{HP} ;
- Gradul de localizare a petei de contact în limitele lungimii dinților, exprimat prin coeficientul $k_{H\beta}$ al neuniformității distribuirii sarcinii pe lungimea dinților;
- Caracterul dinamic al sarcinii, exprimat prin coeficientul dinamicității sarcinii k_{HV} ;
- Influența razelor de curbură ρ_1 și ρ_2 a suprafețelor flancurilor dinților asupra diametrelor roților, exprimată prin coeficientul v .

Valorile coeficienților k_{HP} și $k_{H\beta}$ se aleg conform recomandărilor aprobate prin testări experimentale pe mostre de reductoare precesionale de tipurile $K-H-V$ și $2K-H$ în baza metodei de cercetare a stării de tensionare și deformare a dinților prin tensometrie și fotometrie. Valorile coeficienților k_{HP} , $k_{H\beta}$ și k_{HV} au fost verificate suplimentar prin analiza rezultatelor simulărilor computerizate pe platforma CAD cu produsele software *Autodesk Inventor*, *Solid Works*, *CATIA* ș.a., utilizând programele *Adams*, *Motion Inventor*, *ANSYS*, *Cosmos Works*, *MSG Visual Nastran* etc., iar coeficientul de proporționalitate ν se alege conform nomogramelor construite în baza analizei complexe a influenței asupra diametrelor roților a numărului de dinți Z a roților conjugate și a unghiului de nutație θ , unghiului axoidei conice δ și unghiului de conicitate a bolțurilor coroanei satelitului β .

Calculul de rezistență a angrenajului precesional se rezumă la determinarea tensiunilor efective de contact σ_H și compararea lor cu limita admisibilă σ'_{HP} , apreciată cu considerarea prezenței în contact a cuplei cinematice de clasă superioară cu rostogolire și alunecare din condiția $\sigma_H \leq \sigma'_{HP}$.

Prin testări experimentale a fost apreciată influența alunecării din cuplurile cinematice superioare asupra limitei de rezistență la contact cu rostogolire σ'_{HP} , exprimată prin relația

$$\sigma'_{HP} = \sigma_{HP} \left(0,28 + 0,72e^{-\frac{V_a}{K_3}} \right), \quad (1.17)$$

unde σ_{HP} sunt tensiunile admisibile la rostogolirea pură, V_a este viteza de alunecare, iar K_3 – coeficient adimensional și care pentru oțel este $K_3 = 30,5$.

Valoarea tensiunilor hertziene efective σ_H în contactul dinților angrenajelor precesionale multipare cu bolțuri conice urmează să satisfacă condiția de admisibilitate

$$\sigma_H = f(P, A, k_{HP}, k_{H\beta}, k_{HV}). \quad (1.18)$$

Luând în considerare geometria contactului și specificul angrenajului precesional, tensiunile efective de contact pot fi exprimate prin relația

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2T_4(1-\nu)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{d_{mr}d_{m4}b_{w4}Z_\varepsilon \cos \alpha_w}} \leq \sigma'_{HP}, \quad (1.19)$$

unde $Z_M = \sqrt{E_\varepsilon/\pi(1-\mu^2)}$ este constanta elastică a materialelor roților dințate conjugate.

Calculul de dimensionare a transmisiei precesionale, luând în considerație condiția de admisibilitate $\sigma_H \leq \sigma'_{HP}$ poate fi calculat în raport cu diametrul mediu al roții centrale d_{m4} :

$$d_{m4} = 53 \sqrt[3]{\frac{T_4(1-\nu) \cos(\delta + \theta)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{(\sigma'_{HP})^2 \psi_{bd} Z_\varepsilon \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_w}}, \quad (1.20)$$

unde ψ_{bd} este coeficientul lungimii relative a dintelui și Z_ε – numărul perechilor de dinți simultan angrenați.

Calculul angrenajului precesional la presiunea de contact integral este prezentat în capitolul 6.

1.7 Tehnologii de fabricație a roților dințate din transmisiile precesionale

Dezvoltarea transmisiilor precesionale (TP), în evoluția lor de la ideea conceptuală până la diseminare, a impus necesitatea extinderii ariei de cercetări științifice în diverse direcții, inclusiv în cea tehnologică, pentru a-i asigura producătorului posibilitatea unei fabricații de calitate, cu costuri reduse, astfel încât produsul să fie competitiv pe piață.

Pentru valorificarea unui nou tip de transmisie mecanică, cu roți dințate cu profil nestandardizat al flancurilor dinților, mai întâi este necesar de a elabora tehnologia de fabricație a danturii. În lipsa acestui important segment de concepție tehnologică, dezvoltarea unei transmisii se oprește la etapa de proiectare.

Avantajele funcționale ale TP derivă, în special, din asigurarea multiplicității absolute a angrenării dinților roților conjugate. Realizarea acestui deziderat a fost posibilă datorită simbiozei exclusive a unor premise cinematice și constructive interdependente, și anume:

- satelitul efectuează mișcare sferospațială cu un punct fix;
- diferența dintre numărul de dinți ai danturilor conice conjugate nu poate fi decât ± 1 ;
- respectarea continuității funcției de transformare a mișcării de rotație.

S-a constatat teoretic și experimental că multiplicitatea absolută (100% perechi de dinți) a angrenării în condițiile menționate poate avea loc doar în cazul *utilizării unui profil „convex/concav” variabil al dinților*, dependent de cinci parametri geometrici ai angrenajului spațial. În angrenajul precesional spațial, profilul dinților roții centrale este dependent de unghiurile axoidei conice, de nutație și de conicitate a bolțurilor satelitelui, de numărul de dinți ai roții centrale și de raportul numărului de dinți ai roților conjugate.

Totodată, este de menționat că modernizarea continuă a mașinilor, automatizarea intensivă a proceselor tehnologice prin robotizare și dezvoltarea accelerată a microsistemelor ingineresti din ultima perioadă impun cerințe complexe cercetătorilor și mediului economic privind elaborarea și producerea transmisiilor mecanice cinematice de dimensiuni mici, micro și chiar la nivel nanometric. Dezvoltarea transmisiilor mecanice cinematice este supusă unor cerințe mereu crescânde sub diverse aspecte: cinematice, funcționale, constructive, de masă și gabarite, preț de cost, tehnologice etc.

Acestor cerințe le corespund pe deplin transmisiile precesionale dințate (TPD), caracterizate prin avantaje unice datorate principiului nou de transformare a mișcării și a sarcinii, realizat de angrenajul precesional multipar.

Constatările menționate se referă în totalitate atât la transmisiile precesionale planetare de putere, cât și la cele cinematice, care sunt caracterizate prin particularități constructiv-cinematice unice ale geometriei contactului dinților și prin principiul funcțional nou de transformare a mișcării și a sarcinii. În acest context, pentru transmisiile precesionale au fost elaborate diverse tehnologii de fabricație a roților dințate prezentate în figura 1.35.

Privind perspectivele dezvoltării în ansamblu a transmisiilor mecanice, trebuie de menționat, în special, simplitatea constructivă a TP care pot realiza într-o singură treaptă o gamă largă de rapoarte de transmitere ($i = \pm 10 - \pm 3600$), iar multiplicitatea absolută a angrenării ($\varepsilon = 100\%$) asigură transmiterea aceleiași sarcini în dimensiuni mult mai reduse decât în cele clasice. Specificul angrenării dinților cu mișcare sferospațială realizat în TP deschide posibilități unice de utilizare a acestora în sisteme de acționare cu transmiterea mișcării și sarcinii prin perete în spații vacuumate absolut separate sau în sisteme electromecanice cu inerție mecanică redusă, asigurată prin oprirea instantanee a satelitului precesional.

O particularitate comună a TPB și TPD constă în asigurarea preciziei cinematice înalte datorată medierii erorilor de pas ale dinților angrenați multipar, posibilității excluderii jocului din angrenaj și sporirii rigidității torsionale a elementelor participante în transmiterea mișcării și sarcinii – avantaj important pentru sistemele robotizate care necesită poziționarea cu precizie a organelor de lucru.

Un domeniu important de utilizare a TPD este industria automobilistică, în care se atestă o tendință concurențială acerbă între producători de a înlocui re poziționarea manuală a diferitor agregate prin acționări electromecanice. Într-un autoturism modern sunt utilizate peste 40 de acționări electromecanice în baza reductoarelor cu dimensiuni mici.

Cerințele de bază impuse transmisiilor mecanice folosite în acest domeniu sunt fiabilitatea înaltă, cost de producere, masă și gabarite reduse, emisie de zgomot și vibrații reduse – exigențe care pot fi satisfăcute plenar de transmisiile precesionale dințate.

Masa și gabaritele reduse, simplitatea constructivă cu un număr limitat de elemente și alte avantaje ale TPD corelează cu tendința de miniaturizare a microsistemelor mecanice, fapt ce deschide perspective largi de utilizare a acestora în astfel de domenii ca: tehnica medicală, a microroboților și micromanipuloarelor, industria aerospațială, în special a microsateliților, alte sisteme mecanice cu dimensiuni diametrale și liniare sub 10 mm.

Este de menționat că printre transmisiile cunoscute la scară mondială nu există o altă transmisie cu profil variabil al dinților, fapt ce marchează

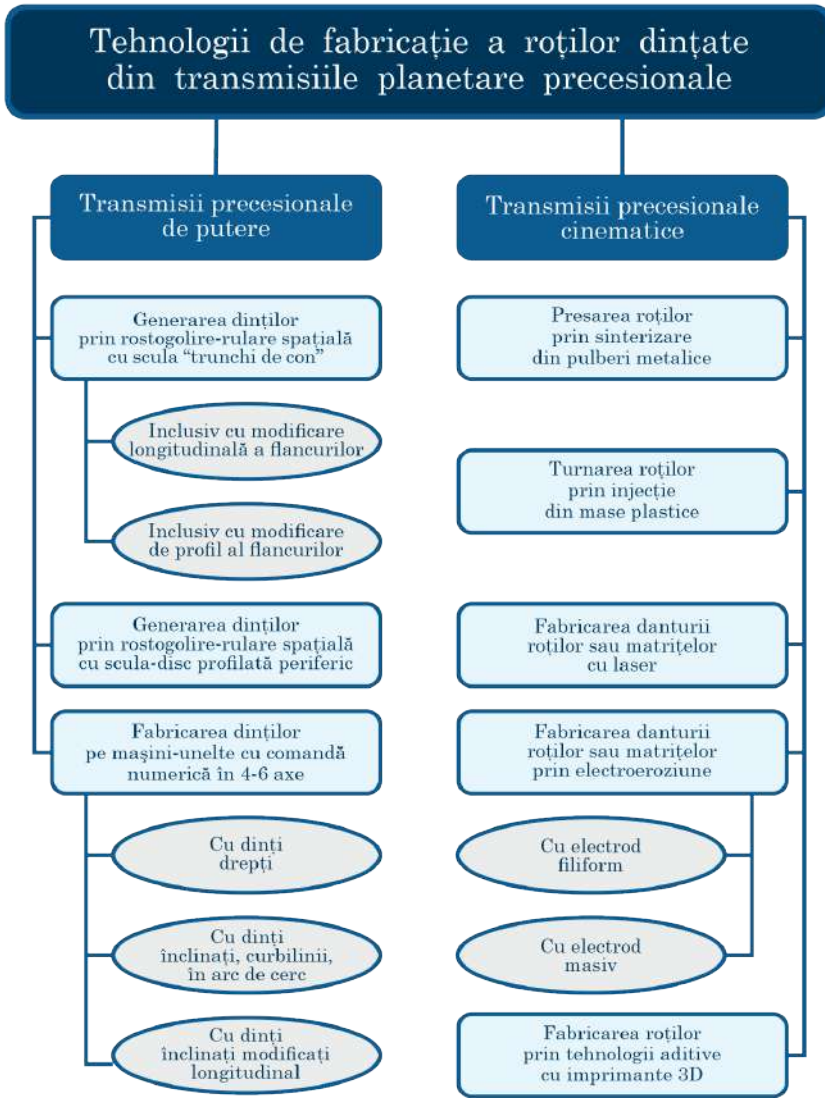


Figura 1.35. Tehnologii de fabricație a roților dințate din transmisiile planetare precesionale

originalitatea transmisiilor planetare precesionale. Aceste particularități unice definesc avantajele de bază ale TP: capacitate portantă înaltă datorită existenței multiplicității angrenării, dimensiuni de gabarit și masă reduse, posibilități cinematice extinse.

Ramarca 1.4. Pentru valorificarea transmisiilor planetare precesionale (TPP) au fost elaborate procedee noi de generare prin rostogolire-rulare

spațială a dinților cu profiluri nestandardizate variabile notificate prin:

- $G_{r.s}^{con}$ – generarea dinților dreپți prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma **trunchi de con**;
- $G_{r.s}^{disc}$ – generarea dinților dreپți prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma **disc profilat periferic**;
- $G_{m.ax}^{cil}$ – generarea dinților dreپți cu sculă **cilindrică** pe mașinile multiaxiale cu comandă numerică;
- $G_{m.ax}^{cil,\beta}$ – generarea dinților înclinați cu sculă **cilindrică** pe mașinile multiaxiale cu comandă numerică.

1.7.1 Procedeu de generare $G_{r.s}^{con}$ prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma „trunchi de con”

Imposibilitatea utilizării în cazul TP a metodelor clasice de generare a danturilor se explică prin faptul că profilul convex/concav al flancurilor dinților este variabil și nu poate fi aproximat cu alte profiluri existente. Nici adaptarea utilajului de generare prin metode clasice nu este posibilă, deoarece variabilitatea formei profilului convex/concav ar impune utilizarea unor scule speciale pentru fiecare tipodimensiune de angrenaj. S-a constatat că la schimbarea valorică neesențială a doar unuia dintre cei cinci parametri geometrici ai angrenajului, se impune utilizarea unei scule noi, cu geometrie corespunzătoare. Acest fapt complică mult producerea TP la scară industrială, deoarece crește esențial costul produsului, producătorul urmând să se asigure cu scule speciale pentru fiecare tipodimensiune de roată dințată, fapt ce are un impact negativ asupra competitivității pe piață.

Plecând de la aceste considerente, în scurt timp după înregistrarea în 1983 a primului brevet de invenție cu denumirea *Transmisia planetară precesională*, a fost propus un concept tehnologic nou de generare prin rostogolire-rulare spațială a suprafețelor flancurilor dinților cu profil convex/concav variabil cu sculă în formă de *trunchi de con* cu mișcare sferospațială notificat $G_{r.s}^{con}$. Procedeu de generare propus se bazează pe utilizarea mișcării sferospațiale incomplete a sculei cu geometrie constantă, care permite concomitent și modificarea longitudinală a dinților⁵. Principiile generării flancurilor dinților prin rostogolire-rulare spațială, cinematica și aspectele teoretice ale procedurii sunt descrise în [8, 9].

Procedeu de generare a flancurilor dinților cu profil convex/concav prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma „trunchi de con” cu mișcare sferospațială, inclusiv de modificare longitudinală a flancurilor dinților, precum și echipamentele pentru realizarea acestora au fost protejate cu

⁵Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

brevetele de invenție [111] și [126] cu prioritatea din 05.01.1998 și, respectiv, din 27.07.1998.

În baza acestui procedeu au fost elaborate bazele teoretice [13] ale generării flancurilor dinților roții-satelit cu profil în arc de cerc. În acest scop a fost propus mecanismul de legătură *sculă – semifabricat*, care să asigure poziționarea conturilor generatoare ale sculei în raport cu dintele roții-semifabricat, astfel încât înfășurătoarea lor să prezinte profilul în arc de cerc al dinților roții-satelit.

1.7.2 Procedeu de generare $G_{r,s}^{disc}$ prin rostogolire-rulare spațială cu scula-disc profilată periferic

Cu scopul extinderii posibilităților tehnologice de generare prin rostogolire-rulare spațială a suprafețelor flancurilor dinților cu profil convex/concav variabil pentru roțile centrale cu diametre mai mici de $d = 100\text{ mm}$, inclusiv pentru generarea suprafețelor negative ale matrițelor formelor de turnat și de presare a roților angrenajelor precesionale, a fost propus procedeu de generare cu sculă-disc profilat periferic notificat $G_{r,s}^{disc}$. Procedeu de generare prin rostogolire-rulare spațială cu sculă în formă de disc profilat periferic este descris în [103] și protejat cu brevetele de invenție [114] și [115] cu prioritatea din 19.04.2001 și, respectiv, din 22.10.2004.

1.7.3 Procedeu de generare $G_{m,ax}^{cil}$ prin rostogolire-rulare spațială cu sculă cilindrică

În scopul extinderii posibilităților tehnologice de fabricație, al majorării productivității și preciziei de execuție a danturilor roților, a fost propus procedeu de generare cu sculă de formă *cilindrică*, pe mașini cu comandă numerică cu 3 și 5 grade de mobilitate notificat $G_{m,ax}^{cil}$. Cinematica și bazele teoretice ale procedurii de generare prin rostogolire-rulare spațială cu sculă cilindrică sunt descrise în [106].

1.7.4 Tehnologii neconvenționale de fabricație a roților dințate

Datorită particularităților constructiv-cinematice specifice ale angrenajelor precesionale, putem afirma că extinderea ariei de utilizare a TPD cu dimensiuni mici și micro poate fi realizată prin lărgirea și diversificarea procedeelelor tehnologice de fabricare a roților conice cu profil nestandardizat al dinților.

Este evidentă oportunitatea utilizării tehnologiilor obișnuite de fabricație a roților dințate de dimensiuni mici prin turnare din mase plastice și prin presare din pulberi metalice. În acest context au fost elaborate procedee

de fabricație a matrițelor formelor de turnare și de presare cu profiluri nestandarde oglindă ale dinților.

De asemenea, au fost elaborate concepte tehnologice neconvenționale de fabricație a danturilor angrenajelor precesionale cu profiluri variabile convex/concave și în arc de cerc prin electroeroziune cu electrod filiform sau masiv, inclusiv prin laser și flux de electroni. A fost elaborat procedeul de fabricație prin electroeroziune cu electrod filiform a danturilor cu profiluri convex/concave și în arc de cerc negative (oglină), pentru matrițele formelor de turnare din mase plastice și de presare prin sinterizare din pulberi metalice a roților centrale din transmisiile precesionale (fig. 1.16 – 1.18). Procedeele tehnologice au fost protejate cu brevetele de invenție [116, 122, 123].

1.7.5 Tehnologii de prototipare a roților dințate prin imprimare 3D

Noi posibilități tehnologice de fabricație a roților angrenajelor precesionale cinematice au apărut odată cu dezvoltarea tehnologiilor aditive realizate prin prototiparea pieselor la imprimante 3D. Aceste deschideri tehnologice vor extinde aria de utilizare a TPD la nivel de mini- și microsisteme, care la ora actuală au un loc aparte pe diverse segmente ale pieței de desfacere, printre care industria de automobile, robotică, utilaj tehnologic, sisteme mecanice de precizie înaltă.



SINTEZA TRANSMISIILOR PLANETARE PRECESIONALE

Conform criteriilor de clasificare, transmisiile precesionale se referă la clasa celor planetare, deoarece axa satelitelui este mobilă. Transmisia planetară precesională constituită dintr-o roată centrală solară K , un portsatelit H și un mecanism de legătură W a satelitelui cu arborele condus V se marchează prin $K-H-V$, iar transmisia cu două roți centrale $2K$ și un portsatelit H se marchează prin $2K-H$.

În transmisia planetară precesională $K-H-V$, mecanismul de legătură W realizează transmiterea mișcării de rotație redusă și a momentului de torsiune de la satelitul aflat în mișcare sferospațială către arborele condus V , iar în transmisia $2K-H$, funcția mecanismului W este înlocuită de cele două roți solare, dintre care una este mobilă legată cu arborele condus V .

Prin urmare, conform structurii, transmisiile planetare precesionale se împart în două clase de tip $K-H-V$ și de tip $2K-H$, iar în baza lor poate fi sintetizată o gamă variată de soluții constructive cu diferite posibilități cinematice și funcționale, cum ar fi de reductor, multiplicator, diferențial, de autofrânare, sau de transmitere a mișcării și a momentului de torsiune „prin perete” în spații etanșe. În baza structurilor $K-H-V$ și $2K-H$ pot fi create structuri complexe de transmisii cu rapoarte de transmitere foarte mari, inclusiv cutii de viteze și variatoare.

2.1 Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale de tip $K-H-V$

Schema cinematică a transmisiei precesionale $K-H-V$ (fig. 2.1 a) [8, 10] include patru elemente: portsatelitul H , roata-satelit g , roata centrală b și batiul. Roata-satelit g cu roata centrală b se află în angrenare interioară, iar generatoarele dinților lor se intersectează într-un punct, numit *centru de*

precesie. Roata-satelit g este amplasată pe portsatelitul H , elaborat în forma unei manivele înclinată, a cărei axă formează cu axa roții centrale unghiul θ , numit *unghi de nutație*. Manivela înclinată H , rotindu-se, transmite roții-satelit o mișcare sferospațială în raport cu articulația sferică instalată în centrul de precesie.

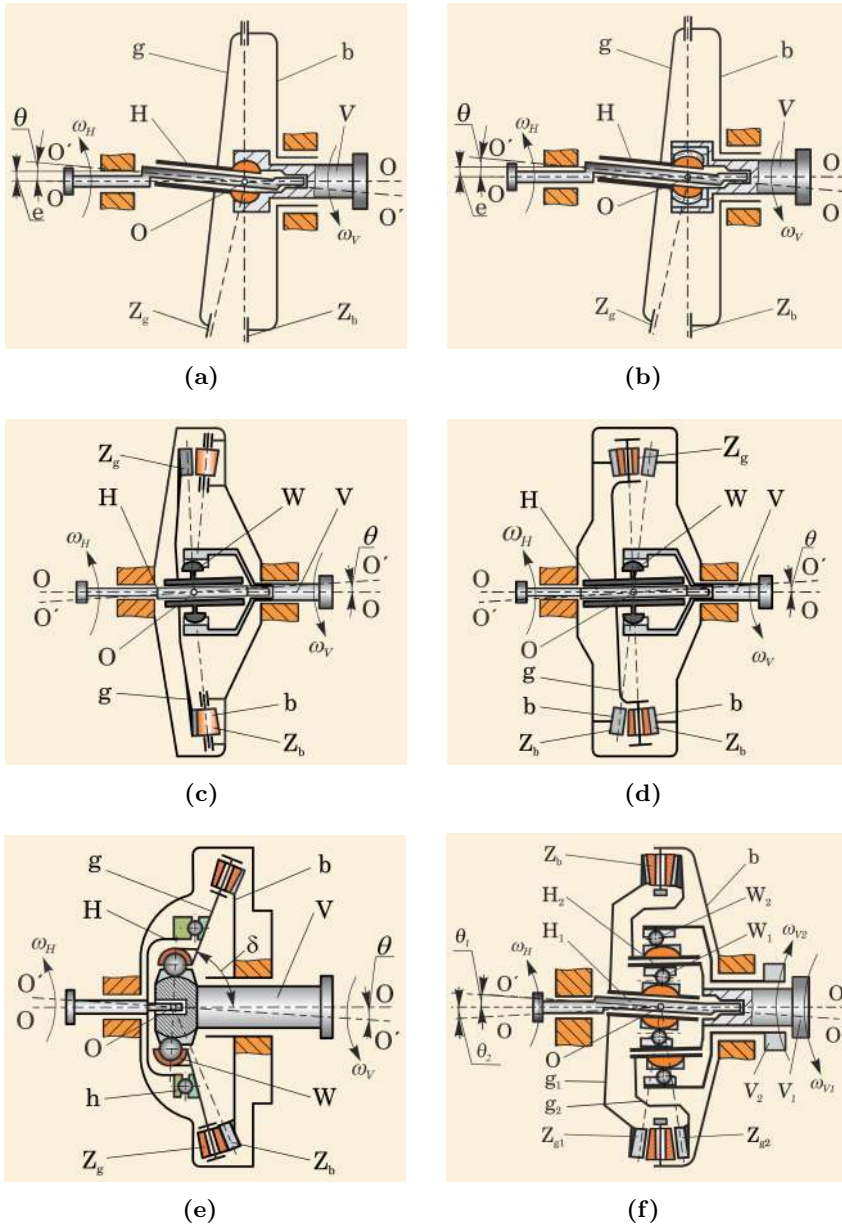


Figura 2.1. Scheme cinematice ale transmisiei precesionale $K-H-V$

Să analizăm cinematica acestor transmisii, având o legătură suplimentară a satelitului g cu batiul (carcasa). La o rotație a arborelui motor (portsatelitului H), roata centrală b se va roti cu un unghi $\Delta\psi_b$. Pentru determinarea poziției arborelui condus V funcție de poziția arborelui motor H , este necesară stabilirea ecuației de mișcare a roții-satelit.

La viteza unghiulară constantă a arborelui motor H , mișcarea sferospațială a satelitului g este descrisă de un sistem de ecuații exprimate prin unghiurile Euler:

$$\psi = \omega_H t, \quad \varphi = \varphi(t), \quad \theta = const, \quad (2.1)$$

unde ψ este unghiul de precesie (de rotație a axei $O'O'$ a roții-satelit g în raport cu axa OO a roții centrale b), φ este unghiul de rotație proprie a satelitului în jurul axei sale, iar θ – unghiul de nutație (de înclinare a axei roții-satelit față de axa OO a roții centrale).

Trebuie de menționat că ecuația rotației libere a roții-satelit este determinată de tipul legăturii cinematice dintre roata-satelit și batiu. Pentru transmisia cu mecanism de legătură în forma unui cuplaj cu dinți (fig. 2.1 *b*) raportul de transmitere variază în limitele:

$$\begin{aligned} i_{HV}^g &= -\frac{Z_g \cos \theta - Z_b}{Z_b}, \\ i_{HV}^g &= -\frac{Z_g - Z_b \cos \theta}{Z_b \cos \theta}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

atingând valorile extreme de 4 ori la fiecare tură a arborelui motor H . Acest neajuns poate fi eliminat utilizând în calitate de mecanism de legătură articulația cardanică dublă, cuplajele sincronice cu bile etc.

La o rotație a arborelui-manivelă H , raportul de transmitere mediu i_{HV}^b al transmisiei cu roata centrală fixă va fi

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_g}{Z_b - Z_g}. \quad (2.3)$$

În cazul în care $Z_b = Z_g + 1$, din relația (2.3) rezultă că $i_{HV}^b = -Z_g$, prin urmare arborii conducător și condus se rotesc în direcții diferite, iar în cazul în care $Z_b = Z_g - 1$, se obține că $i_{HV}^b = Z_g$ și arborii se rotesc în aceeași direcție.

Transmisiile precesionale $K-H-V$ se împart în două tipuri de bază:

- cu roata centrală fixată de batiu (fig. 2.1 *b, c, d, e, f*);
- cu roata-satelit imobilă la rotire (fig. 2.2 *a, b, c*).

Scheme de transmisii precesionale, în care roata centrală b este fixată de carcasa (batiu), iar roata-satelit g – de arborele condus V , sunt prezentate în figura 2.1 (*b, c, d, e*).

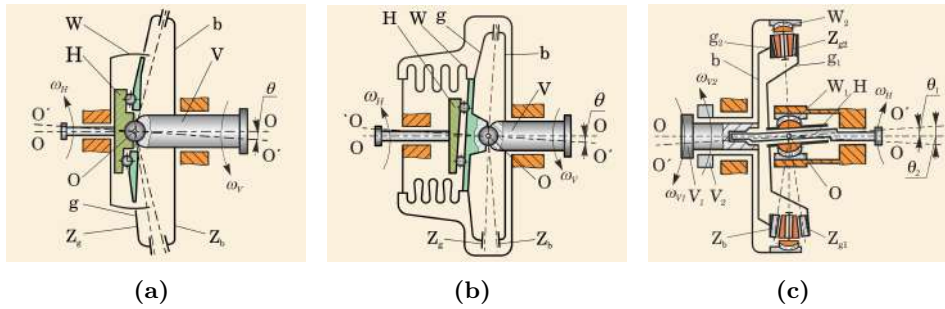


Figura 2.2. Scheme cinematice ale transmisiei precesionale $K-H-V$ (cu roata centrală mobilă)

În transmisiile precesionale $K-H-V$ cu roata centrală fixă, un element important este mecanismul W de legătură a roții-satelit cu arborele condus V . Mecanismul W asigură transmiterea mișcării dintre arborii cu axe paralele ai roții-satelit și celei centrale, care au diferența de dinți $Z_g = Z_b \pm 1$. Raportul de transmitere mediu al acestor transmisii se determină din (2.3).

În baza schemei structurale (fig. 2.1 c) a fost proiectat și fabricat modelul demonstrațional al reductorului precesional (fig. 2.3). Execuția capacului reductorului din material transparent permite vizualizarea principiului de funcționare a reductorului precesional.

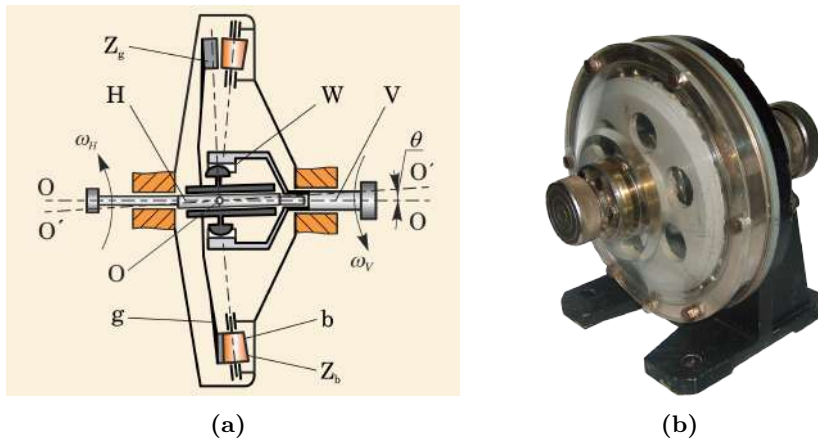


Figura 2.3. Primul (1983) model demonstrațional de reductor planetar precesional $K-H-V$ ($i = -29$): schema cinematică (a) și vederea generală (b)

Pentru efectuarea testărilor experimentale, în baza aceleiași scheme structurale a fost elaborată documentația de proiect, conform căreia în anul 1983 a fost fabricat prototipul experimental al primului reductor planetar precesional de tip $K-H-V$ (fig. 2.4).



Figura 2.4. Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional $K-H-V$ ($T = 900 Nm$; $i = -20$)

În transmisia planetară precesională din figura 2.1 (d), roata-satelit este amplasată între două roți dințate fixe, care au același număr de dinți. Această transmisie posedă capacitate portantă ridicată și asigură dimensiuni axiale reduse. În conformitate cu contractul economic cu NPO *Vetroen* (or. Moscova, Federația Rusă) în baza schemei structurale din figura 2.1 (d) a fost elaborată documentația de proiect și fabricată mostra experimentală a multiplicatorului planetar precesional axial de tip $K-H-V$ (fig. 2.5) de două tipodimensiuni, cu puterea de 8 și 16 kW , pentru acționarea generatoarelor turbinelor eoliene [75].

În transmisia $K-H-V$ conform structurii din figura 2.1 (e), arborele-manivelă H este dotat cu o flanșă înclinată sub unghiul de nutație θ , care prin intermediul unui rulment axial comunică mișcare sferospațială satelitului g cu coroana cu Z_g bolțuri conice. Roata centrală este fixată de carcasă, iar mecanismul de legătură a satelitului g cu arborele condus V este realizat în forma unui cuplaj cu bile sincron. Este de menționat că în această transmisie axele bolțurilor conice formează cu axa satelitului g unghiul δ care, după cum se va vedea din capitolul 3, în cazul $\delta > 0$ profilul flancurilor dinților roților centrale este mai acceptabil pentru fabricație, iar multiplicitatea angrenării acestora este mai mare.

În figura 2.1 (f) este prezentată schema unei transmisii precesionale combinate, care include două transmisii $K-H-V$. Coroana cu bolțuri conice b este fixă și angrenează din ambele părți cu dinții roților-satelit g_1 și g_2 , instalate pe manivele înclinate diferit (în calitate de manivelă înclinată pentru roata-satelit g_2 servește suprafața exterioară a butucului roții-satelit g_1). Mișcarea de rotație a roților-satelit g_1 și g_2 se transmite arborilor conduși V_1 și V_2 prin mecanismele de legătură W_1 și W_2 . Raportul de transmitere a mecanismului se determină din relațiile

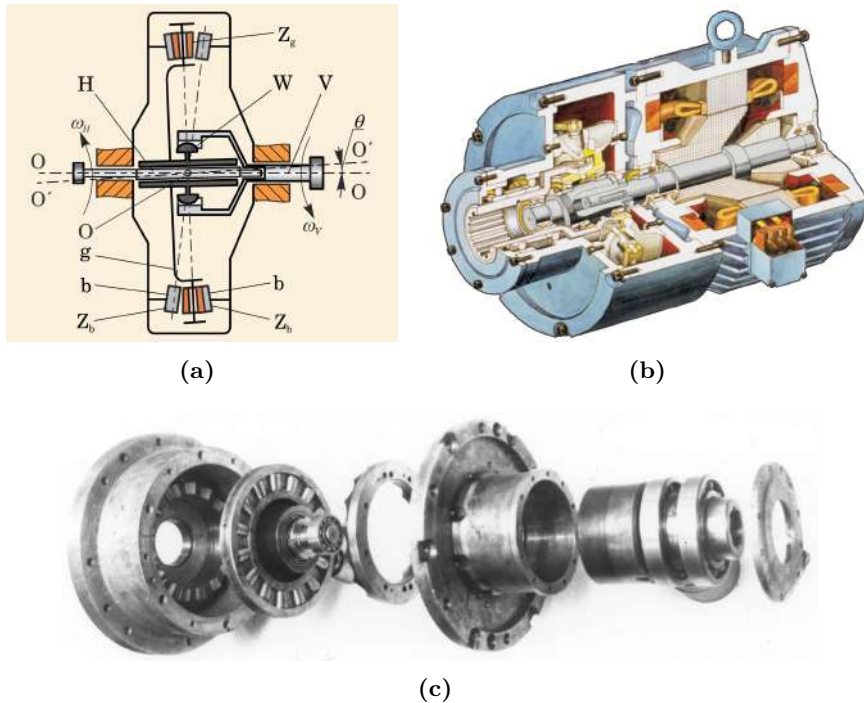


Figura 2.5. Primul (1985) multiplicator planetar precesional $K-H-V$ ($P = 16 \text{ kW}$, $i = -19$): schema cinematică (a), vederea generală (b) și desfășurata axială pe componente (c)

$$i_{H_1V_1}^b = -\frac{Z_{g_1}}{Z_b - Z_{g_1}} = \begin{cases} -Z_{g_1}, & \text{dacă } Z_b = Z_{g_1} + 1, \\ Z_{g_1}, & \text{dacă } Z_b = Z_{g_1} - 1, \end{cases} \quad (2.4)$$

$$i_{H_1V_2}^b = \begin{cases} -Z_{g_1}Z_{g_2}, & \text{dacă } Z_{g_1} = Z_b + 1 \text{ și } Z_{g_2} = Z_b - 1, \\ Z_{g_1}Z_{g_2}, & \text{dacă } Z_{g_1} = Z_b - 1 \text{ și } Z_{g_2} = Z_b + 1. \end{cases} \quad (2.5)$$

Astfel, transmisia poate realiza un interval de rapoarte de transmitere destul de larg: $i_{H_1V_1}^b = \pm 8 \div 60$ și $i_{H_1V_2}^b = \pm 60 \div 3600$ în gabarite relativ mici. O astfel de sinteză a transmisiilor precesionale $K-H-V$ a devenit posibilă în urma îmbinării funcțiilor angrenării a două roți dințate mobile cu o coroană din bolțuri conice amplasate între danturile roților mobile.

În baza schemei structurale (fig. 2.1 f) a fost elaborat, proiectat și fabricat prototipul demonstrativ al reductorului planetar precesional combinat (fig. 2.6 a, b).

Transmisii precesionale cu roata-satelit imobilizată de la rotație sunt prezentate în figura 2.2.

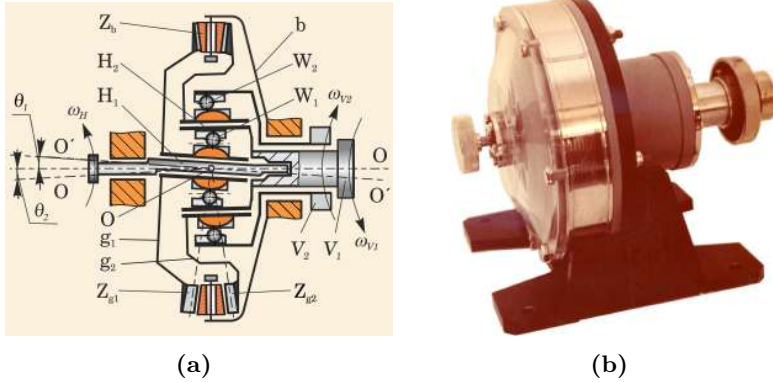


Figura 2.6. Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional combinat $K-H-V$: schema cinematică (a) și vederea generală (b)

În transmisiile precesionale $K-H-V$ cu roata-satelit g fixată de la rotire de batiu, mecanismul de legătură W a acestuia cu arborele condus V poate fi realizat în formă de degete-spițe curbe cu originea razei de curbură amplasată în centrul de precesie (fig. 2.2 a). Pentru a asigura rotirea uniformă a arborelui condus V , pereții găurilor de contact cu spițele-degete sunt profilate cu considerarea unghiului de nutație θ al satelitului.

În transmisiile precesionale prezentate în figura 2.2 (b), mecanismul de legătură a roții-satelit W cu batiul reprezintă o diafragmă gofrată, care asigură transmiterea mișcării de rotație și a momentului de torsiune în spațiu etanșat (totodată transmite momentul de torsiune reactiv de la satelit către batiu). Pentru asigurarea simetriei forțelor de deformare a diafragmei gofrate W , centrul acestora trebuie să corespundă cu centrul de precesie al satelitului. În baza schemei structurale (fig. 2.2 b) a fost elaborată documentația de proiect și fabricată moștra experimentală a reductorului precesional prezentat în figura 2.7.

În transmisia precesională (fig. 2.2 c), coroana roții-satelit formată din bolțuri conice g este amplasată flotant între dinții roții centrale b cu profil convex/concav și dinții roții-satelit g_1 antrenate în mișcare sferospațială prin intermediul manivelei H , înclinate sub unghiul θ . Axele bolțurilor conice sunt instalate în canelurile radiale ale carcasei, formând mecanismul de legătură W , iar roata-satelit g_1 este imobilizată de la rotire prin intermediul mecanismului de legătură W_1 . Angrenarea „bolțuri conice – profil convex/concav” a roții centrale este multipară și constituie 100% perechi de dinți, fapt care definește o poziție univocă a coroanei cu bolțuri conice.

La rotirea manivelei H , bolțurile conice se rostogolesc pe suprafețele conice ale flancurilor dinților roții centrale b , comunicând acesteia mișcare de rotație prin alternanță către doi arbori V_1 și V_2 , cu reducția:

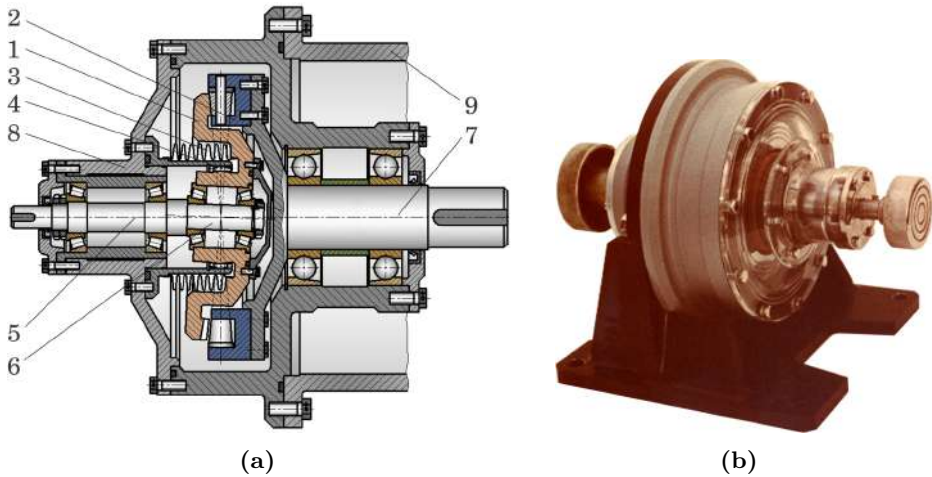


Figura 2.7. Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional $K-H-V$ cu transmiterea mișcării și sarcinii în spații etanșe: secțiunea axială (a) și vederea generală (b)

$$i_{HV_1}^b = \begin{cases} -Z_b, & \text{dacă } Z_g = Z_b + 1, \\ Z_b, & \text{dacă } Z_g = Z_b - 1. \end{cases}$$

Avantajele transmisiilor planetare precesionale $K-H-V$ sunt:

- gamă largă a rapoartelor de reducere $i = 8 - 60$, iar în construcții speciale $i = 60 - 3600$;
- funcționează în regim de reductor și multiplicator;
- asigură transmiterea mișcării în spații etanșe prin membrane gofrate.

2.2 Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale de tip $2K-H$

Transmisiile planetare precesionale de tip $2K-H$ sunt constituite din roata-satelit cu două danturi laterale g_1 și g_2 conjugate în angrenare cu roțile centrale imobilă b și mobilă c (fig. 2.8). Pentru examinarea relațiilor cinematice în transmisia precesională $2K-H$, în figura 2.8 prezentăm roțile transmisiei prin patru axoide conice cu unghiurile la vârf δ_b , δ_{g_1} , δ_{g_2} și δ_c și razele la bază R_b , R_{g_1} , R_{g_2} și R_c . Axa $O'O'$ a roții-satelit g este înclinată față de axa comună OO a roților centrale b și c sub unghiul θ .

Admitem că roata centrală b este fixă. La rotația arborelui conducător H cu viteza unghiulară ω_H constantă, mișcarea sferospațială a roții-satelit

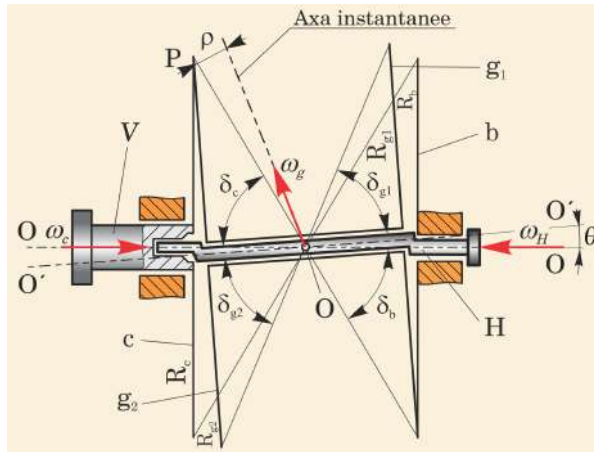


Figura 2.8. Schema principală a transmisiei precesionale $2K-H$ cu roți în formă de axoide conice

g poate fi descrisă prin sistemul de ecuații:

$$\psi = -\omega_H t \frac{R_b}{R_{g1}}, \quad \varphi = \omega_H t, \quad \theta = const.$$

Viteza unghiulară ω_g a roții-satelit g în jurul axei instantanee se determină din relația

$$\omega_g = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi} \cos \theta}. \tag{2.6}$$

Diferențiem în raport cu timpul relația (2.6) și folosim raportul

$$\frac{R_b}{R_{g1}} = \frac{\sin \delta_b}{\sin \delta_{g1}}$$

ca să obținem

$$\omega_g = \sqrt{1 + \frac{\sin^2 \delta_b}{\sin^2 \delta_{g1}} - 2 \frac{\sin \delta_b}{\sin \delta_{g1}} \cos \theta} \omega_H,$$

iar substituind raportul unghiurilor $\delta_b = \delta_{g1} - \theta$, obținem

$$\omega_g = \omega_H \frac{\sin \theta}{\sin \delta_{g1}}.$$

Astfel, dantura g_1 a roții-satelit g , intrând în angrenare cu roata fixă b comunică roții-satelit g mișcare de rotație în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară ω_g .

Concomitent, a doua dantură g_2 a roții-satelit g angrenează cu dantura roții mobile c , comunicându-i mișcare de rotație cu viteza unghiulară ω_c . Cunoscând viteza unghiulară a roții-satelit ω_g și poziția axei instantanee, determinăm viteza în punctul P al angrenării roții mobile c cu dantura g_2

$$V = \omega_H p = \omega_c R_c,$$

unde p este distanța minimă din punctul P până la axa instantanee.

Exprimând distanța p prin parametrii transmisiei și înlocuind în relația vitezei punctului P , obținem formula pentru determinarea vitezei unghiulare a roții mobile c

$$\omega_c = \omega_H \frac{p}{R_c} = -\omega_H \frac{R_b R_{g_2} - R_{g_1} R_c}{R_{g_1} R_c} = -\omega_H \frac{Z_b Z_{g_2} - Z_{g_1} Z_c}{Z_{g_1} Z_c}$$

și a raportului de transmitere a transmisiei planetare precesionale $2K-H$ cu roți notificate prin numărul de dinți

$$i = \frac{\omega_H}{\omega_c} = -\frac{Z_{g_1} Z_c}{Z_b Z_{g_2} - Z_{g_1} Z_c}. \quad (2.7)$$

Pentru coraportul dinților $Z_c = Z_{g_1}$, $Z_{g_2} = Z_{g_1} + 1$ și $Z_b = Z_{g_1} - 1$ avem $i_{HC}^b = Z_{g_1}^2$.

Transmisiile precesionale $2K-H$ pot fi elaborate după două scheme de bază: cu amplasarea unilaterală și bilaterală a roților centrale. În cazul dispunerii bilaterale (fig. 2.9 *a, b, d, e, f*) gabaritele axiale se măresc, iar la amplasarea unilaterală (fig. 2.9 *c*) gabaritele axiale scad. Alegerea schemei structurale este dictată de cerințele caietului de sarcini la proiectare, îndeosebi de gabaritele limită ale mecanismului de acționare a mașinii.

Structura cinematică de bază a transmisiilor precesionale de tip $2K-H$ este prezentată în figura 2.9 (*a*), care include roata-satelit g cu două coroane cu bolțuri conice Z_{g_1} și Z_{g_2} , aflate în angrenare corespunzător cu roțile centrale fixă b și mobilă a . Raportul de transmitere se determină prin:

$$i = -\frac{Z_{g_1} Z_c}{Z_b Z_{g_2} - Z_{g_1} Z_c}. \quad (2.8)$$

Analiza relației (2.6) arată că transmisiile precesionale $2K-H$ asigură realizarea unui interval larg al rapoartelor de transmitere. Efectul cinematic maximal este

$$i_{HV,\max}^b = \begin{cases} Z_{g_2}^2 - 1, & \text{dacă } Z_b = Z_{g_2}, Z_{g_1} = Z_{g_2} + 1, Z_c = Z_{g_2} - 1, \\ Z_{g_1}^2, & \text{dacă } Z_c = Z_{g_1}, Z_{g_2} = Z_{g_1} + 1, Z_b = Z_{g_1} - 1. \end{cases}$$

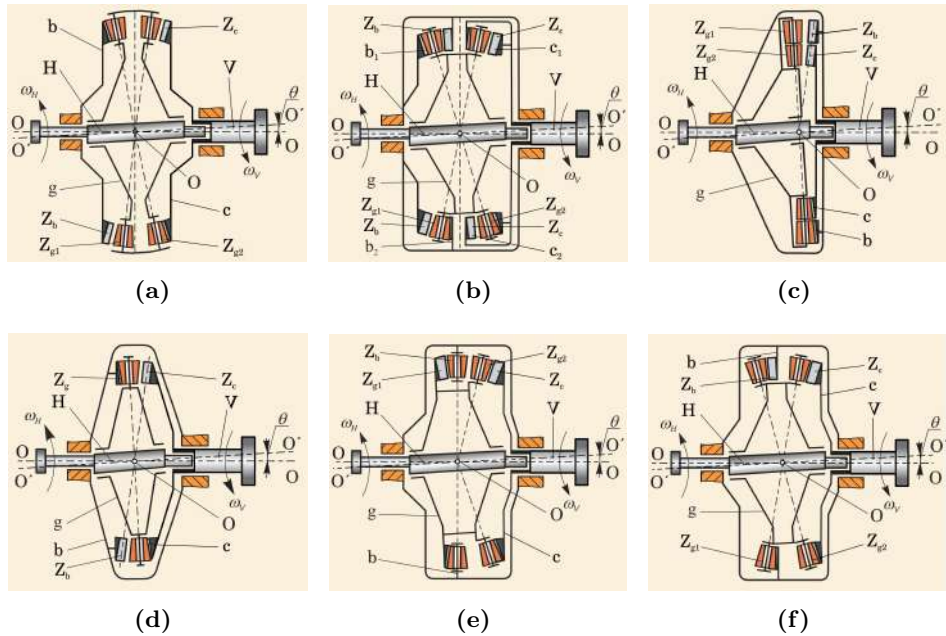


Figura 2.9. Scheme cinematice ale transmisiei precesionale 2K-H

Angrenajele propuse permit obținerea efectului cinematic maximal și pentru alte rapoarte ale numerelor dinților, de exemplu:

$$i_{\max} = \begin{cases} Z_{g1}^2, & \text{dacă } Z_c = Z_{g1}, Z_{g2} = Z_{g1} - 1, Z_b = Z_{g1} + 1, \\ Z_{g2}^2 - 1, & \text{dacă } Z_b = Z_{g2}, Z_{g1} = Z_{g2} - 1, Z_c = Z_{g2} + 1. \end{cases} \quad (2.9)$$

În figura 2.10 este prezentat reductorul precesional 2K-H în secțiune axială (a), mostra demonstrațională a reductorului (b) și mostra demonstrațională a reductorului precesional cuplat la motorul electric cu frecvența variabilă a turațiilor ($n = 0 - 5000 \text{ min}^{-1}$), (c) fabricate în 1985.

Mostra demonstrațională (fig. 2.10 b) a reductorului precesional 2K-H a fost executată cu carcasa din material transparent, care permite vizualizarea specificului mișcării sferospațiale a roții-satelit și a procesului de angrenare a roților conjugate.

Pentru perceperea mai bună a construcției și a funcționalității componentelor structurale ale unui reductor precesional 2K-H, în figura 2.11 este prezentat reductorul precesional 2K-H în formă desfășurată, elaborat în baza schemei cinematice din figura 2.9 (a). O analiză sumară ne demonstrează simplitatea constructivă a reductorului planetar precesional 2K-H cu doar trei elemente de bază: 2 roți dințate centrale cu profil nestandardizat al dinților și o roată-satelit cu 2 coroane cu bolțuri conice pot asigura o gamă largă de reducere a turațiilor - $i = \pm 10 - \pm 3600$.

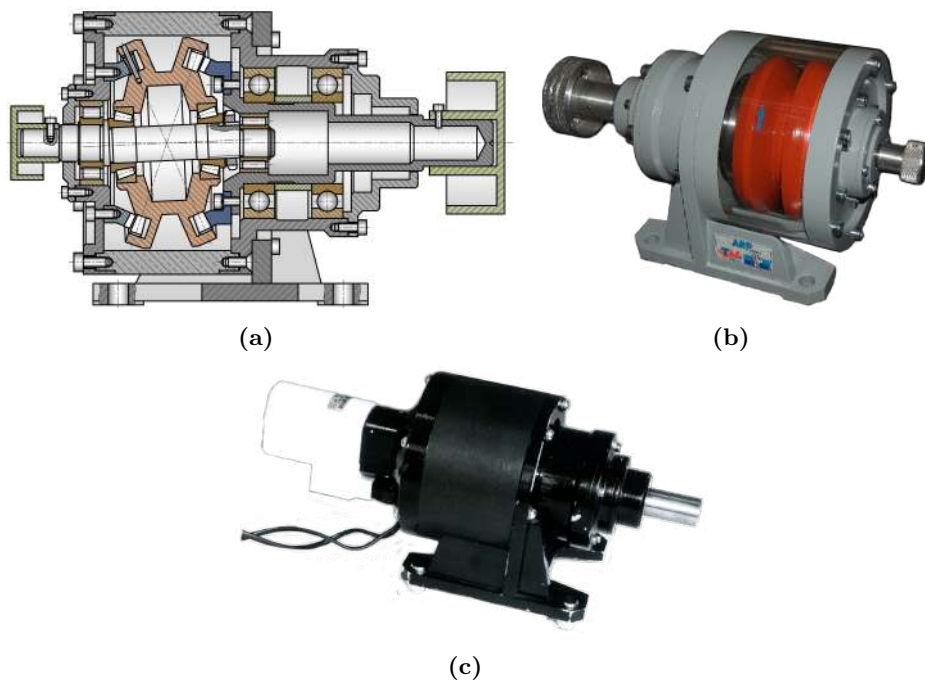


Figura 2.10. Primul (1985) reductorul precesional $2K-H$: în secțiune axială (a), moștra demonstrativă a reductorului (b), moștra demonstrativă a motoreductorului (c)

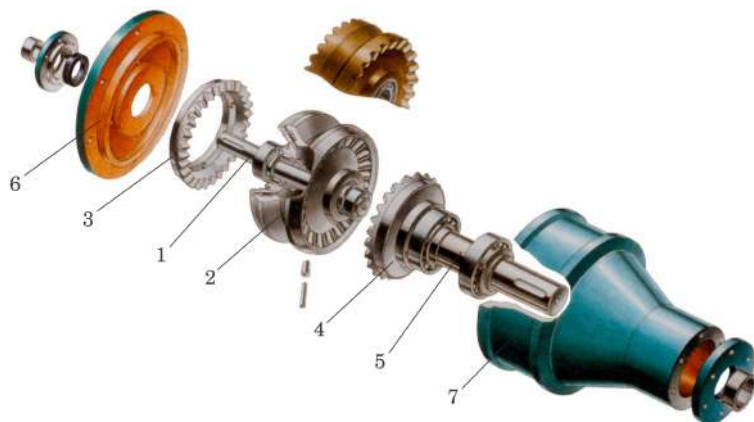


Figura 2.11. Reductorul planetar precesional $2K-H$ în formă desfășurată: 1—arbore-manivelă cu ax înclinat; 2—satelit cu două coroane de bolțuri conice; 3, 4—roți centrale fixă și mobilă cu profiluri convexe/concave ale dinților; 5—arbore condus; 6—capac de care se fixează roata imobilă; 7—carcasă; 8—satelit cu două coroane de dinți cu profil în arc de cerc

Transmisiile precesionale de tip $2K-H$ asigură realizarea rapoartelor de transmitere mari, în consecința angrenajele lor sunt suprasolicitate cu momente de torsiune. Din aceste considerente, prezintă interes transmisia conform structurii din figura 2.9 (b), în care fiecare coroană de role Z_{g_1} și Z_{g_2} ale satelitului g angrenează simultan cu două roți dințate centrale laterale - una mobilă și alta fixă, iar $Z_{g_1} = Z_{g_2}$. Coroanele cu role Z_{g_1} și Z_{g_2} reprezintă angrenaje interne și angrenează cu roțile centrale fixe b_1 , b_2 și mobile c_1 , c_2 . Roțile centrale fixă b_2 și mobilă c_2 sunt executate cu angrenare internă, iar roțile centrale b_1 și c_1 - cu angrenare externă. Fiecare coroană cu role Z_{g_1} și Z_{g_2} formează cu roțile centrale două angrenaje în care perechile de dinți portanți de sarcină sunt plasați în zone diametral opuse. Astfel, ambele angrenaje cu multiplicitatea de 100% asigură transmiterea momentului de torsiune cu participarea tuturor roților, inclusiv compensarea reciprocă a forțelor axiale. Numărul dinților Z_{g_1} , Z_{g_2} , Z_b și Z_c și coraportul acestora se aleg conform tabelului 2.2.

În schema din figura 2.9 (c) roata fixă b și cea mobilă a sunt plasate de aceeași parte a roții-satelit g . Rolele Z_{g_1} și Z_{g_2} pot fi situate pe axe separate sau comune. În cazul amplasării pe aceeași axă, i.e. atunci când $Z_{g_1} = Z_{g_2}$, raportul de transmitere se determină din relația:

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_c}{Z_b - Z_c} = \begin{cases} \frac{Z_c}{2}, & \text{dacă } Z_c = Z_{g_2} + 1 \text{ și } Z_b = Z_{g_1} - 1, \\ -\frac{Z_c}{2}, & \text{dacă } Z_c = Z_{g_2} - 1 \text{ și } Z_b = Z_{g_1} + 1. \end{cases} \quad (2.10)$$

În transmisia din figura 2.9 (d), roata centrală b este fixată de carcasă, iar roata mobilă c - de arborele condus V . Coroana cu Z_g role, odată cu mișcarea sferospațială a satelitului g , angrenează cu coroanele de dinți ale roților centrale fixă b și mobilă c , astfel comunicându-i arborelui condus mișcare de rotație redusă cu

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_c}{Z_b - Z_c} = \begin{cases} -\frac{Z_c}{2}, & \text{dacă } Z_c = Z_g - 1 \text{ și } Z_b = Z_g + 1, \\ \frac{Z_c}{2}, & \text{dacă } Z_c = Z_g + 1 \text{ și } Z_b = Z_g - 1. \end{cases} \quad (2.11)$$

În cazul în care $Z_b = Z_g$, angrenajul roților $Z_b - Z_g$ îndeplinește funcția mecanismului de legătură a satelitului cu carcasa, iar raportul de transmitere se determină din relațiile

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_c}{Z_g - Z_c} = \begin{cases} -Z_c, & \text{dacă } Z_g = Z_c + 1, \\ Z_c, & \text{dacă } Z_g = Z_c - 1. \end{cases} \quad (2.12)$$

În transmisia respectivă, pentru a omite alunecarea din angrenaj este necesar ca multiplicitatea angrenării $\varepsilon < 50\%$ perechi de dinți în ambele angrenaje.

În transmisia conform structurii din figura 2.9 (e), pentru asigurarea posibilității generării suprafețelor flancurilor dinților prin rostogolire-rolare, coroanele cu dinți Z_{g_1} și Z_c au angrenare externă, iar cele cu role Z_b și Z_{g_2} – angrenare internă.

În cazul în care în transmisia din figura 2.9 (f) avem $Z_{g_1} \neq Z_{g_2}$, atunci raportul de transmitere este

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_{g_1} Z_c}{Z_b Z_{g_2} - Z_{g_1} Z_c}, \quad (2.13)$$

iar în cazul în care $Z_b = Z_{g_1}$, roțile conjugate respective îndeplinesc funcția mecanismului de legătură a satelitului g cu arborele condus, cu transmiterea mișcării de rotație reduse cu raportul

$$i_{HV}^b = -\frac{Z_c}{Z_{g_2} - Z_c}. \quad (2.14)$$

Pentru diminuarea sarcinii axiale asupra rulmenților, este oportun ca în transmisia $2K-H$ un angrenaj, spre exemplu $Z_{g_1} - Z_b$, să fie cu angrenare internă, iar altul $Z_{g_2} - Z_c$ cu angrenare externă. În acest caz, dinții conjugăți care transmit sarcina în ambele angrenaje sunt plasați pe aceeași parte a axei arborelui-manivela H , amplasare care conduce la diminuarea momentului forțelor axiale în raport cu centrul de precesie, implicit la diminuarea forțelor radiale în rulmenții satelitului și arborelui-manivelă H . În acest caz, forțele axiale din angrenaj nu se autocompensează, de aceea pentru fiecare caz aparte se cere o analiză de optimizare a cinetostaticii transmisiei.

2.2.1 Coraportul numerelor de dinți ai roților angrenate

Pentru calculul ingineresc și proiectarea optimă a transmisiilor precesionale $2K-H$, sunt necesare recomandări privind selectarea numărului de dinți ai roților conjugate care să asigure obținerea raportului de transmitere și direcția necesară de rotire a arborelui condus, inclusiv realizarea regimului de funcționare de reductor sau de multiplicator, alte cerințe conforme condițiilor caietului de sarcini. În scopul facilitării selectării numărului rațional de dinți reieșind din relația (2.8), au fost calculate rapoartele de transmitere posibile de realizat cu transmisia precesională cu diferite variante ale coraportului numărului de dinți.

În tabelul 2.1 sunt prezentate rapoartele de transmitere pentru transmisia $2K-H$ cu numărul de dinți ai coroanelor satelitului Z_2 (Z_{g_1}) și Z_3 (Z_{g_2}) și ai roților centrale fixă Z_1 (Z_b) și mobilă Z_4 (Z_a) cu corapoartele $Z_1 = Z_2 - 1$ și $Z_4 = Z_3 - 1$, iar $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3$. Această configurație a numărului de dinți asigură rapoarte de transmitere în diapazonul ± 20 și ± 3599 în cazul numărului de dinți minimal $Z = 15$ și maximal $Z = 60$ și se recomandă

atât pentru angrenajele precesionale cu bolțuri, cât și pentru cele dințate (fig. 2.12) cu regim de funcționare de reductor.

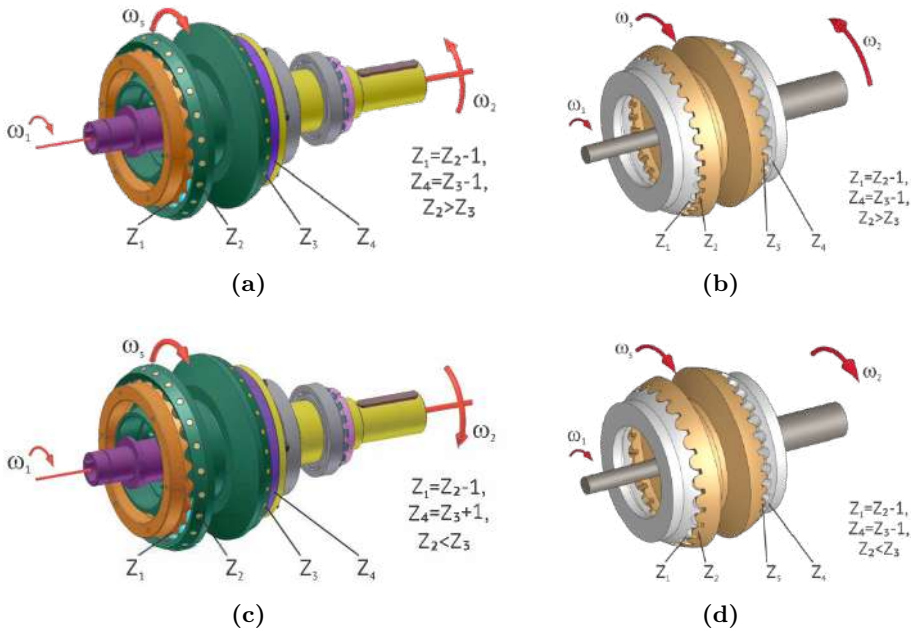


Figura 2.12. Angrenaje precesionale 2K-H cu bolțuri (a, b) și dințat (c, d)

În anexele A1 – A3 sunt prezentate rapoartele de transmitere realizate prin diferite configurații ale numărului de dinți posibile în angrenajele precesionale cu bolțuri, în special cu regim de funcționare de multiplicator. În anexa A1 sunt prezentate rapoartele de transmitere i pentru configurația numărului dinților $Z_1 = Z_2 - 1, Z_4 = Z_3 + 1, Z_2 = Z_3 \mp 1, 2, 3, \dots$, în anexa A2 – pentru configurația $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 - 1, Z_2 = Z_3 \mp 1, 2, 3, \dots$, iar în anexa A3 – pentru $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 + 1, Z_2 = Z_3 \mp 1$.

Tabelul 2.1. Rapoartele de transmitere în transmisia precesională 2K-H

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-255.	16	17	16	15	-135	17	18	16	15	-95.0	18	19	16	15
0.0	16	17	17	16	-288	17	18	17	16	-152	18	19	17	16
289.0	16	17	18	17	0.0	17	18	18	17	-323	18	19	18	17
153.0	16	17	19	18	324	17	18	19	18	0.0	18	19	19	18
107.7	16	17	20	19	171	17	18	20	19	361.0	18	19	20	19

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
85.0	16	17	21	20	120.0	17	18	21	20	190.0	18	19	21	20
71.4	16	17	22	21	94.5	17	18	22	21	133.0	18	19	22	21
62.3	16	17	23	22	79.2	17	18	23	22	104.5	18	19	23	22
55.9	16	17	24	23	69.0	17	18	24	23	87.4	18	19	24	23
51.0	16	17	25	24	61.7	17	18	25	24	76.0	18	19	25	24
47.2	16	17	26	25	56.3	17	18	26	25	67.9	18	19	26	25
44.2	16	17	27	26	52.0	17	18	27	26	61.8	18	19	27	26
41.7	16	17	28	27	48.6	17	18	28	27	57.0	18	19	28	27
39.7	16	17	29	28	45.8	17	18	29	28	53.2	18	19	29	28
37.9	16	17	30	29	43.5	17	18	30	29	50.1	18	19	30	29
36.4	16	17	31	30	41.5	17	18	31	30	47.5	18	19	31	30
35.1	16	17	32	31	39.9	17	18	32	31	45.3	18	19	32	31
34.0	16	17	33	32	38.4	17	18	33	32	43.4	18	19	33	32
33.0	16	17	34	33	37.1	17	18	34	33	41.8	18	19	34	33
32.1	16	17	35	34	36.0	17	18	35	34	40.4	18	19	35	34
31.3	16	17	36	35	35.0	17	18	36	35	39.1	18	19	36	35
30.6	16	17	37	36	34.1	17	18	37	36	38.0	18	19	37	36
30.0	16	17	38	37	33.3	17	18	38	37	37.0	18	19	38	37
29.4	16	17	39	38	32.6	17	18	39	38	36.1	18	19	39	38
28.8	16	17	40	39	31.9	17	18	40	39	35.3	18	19	40	39
28.3	16	17	41	40	31.3	17	18	41	40	34.5	18	19	41	40
27.9	16	17	42	41	30.8	17	18	42	41	33.9	18	19	42	41
27.5	16	17	43	42	30.2	17	18	43	42	33.3	18	19	43	42
27.1	16	17	44	43	29.8	17	18	44	43	32.7	18	19	44	43
26.7	16	17	45	44	29.3	17	18	45	44	32.2	18	19	45	44
26.4	16	17	46	45	28.9	17	18	46	45	31.7	18	19	46	45
26.1	16	17	47	46	28.6	17	18	47	46	31.2	18	19	47	46
25.8	16	17	48	47	28.2	17	18	48	47	30.8	18	19	48	47
25.5	16	17	49	48	27.9	17	18	49	48	30.4	18	19	49	48
25.2	16	17	50	49	27.6	17	18	50	49	30.0	18	19	50	49
25.0	16	17	51	50	27.3	17	18	51	50	29.7	18	19	51	50
24.8	16	17	52	51	27.0	17	18	52	51	29.4	18	19	52	51
24.6	16	17	53	52	26.7	17	18	53	52	29.1	18	19	53	52
24.4	16	17	54	53	26.5	17	18	54	53	28.8	18	19	54	53
24.2	16	17	55	54	26.3	17	18	55	54	28.5	18	19	55	54
24.0	16	17	56	55	26.1	17	18	56	55	28.2	18	19	56	55
23.8	16	17	57	56	25.8	17	18	57	56	28.0	18	19	57	56
23.6	16	17	58	57	25.7	17	18	58	57	27.8	18	19	58	57
23.5	16	17	59	58	25.5	17	18	59	58	27.6	18	19	59	58
23.3	16	17	60	59	25.3	17	18	60	59	27.3	18	19	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-75.0	19	20	16	15	-63.0	20	21	16	15	-55.0	21	22	16	15
-107	19	20	17	16	-84.0	20	21	17	16	-70.4	21	22	17	16
-170	19	20	18	17	-119	20	21	18	17	-93.5	21	22	18	17
-360	19	20	19	18	-189	20	21	19	18	-132	21	22	19	18
0.0	19	20	20	19	-399	20	21	20	19	-209	21	22	20	19
400.0	19	20	21	20	0.0	20	21	21	20	-440	21	22	21	20
210.0	19	20	22	21	441.0	20	21	22	21	0.0	21	22	22	21
146.7	19	20	23	22	231.0	20	21	23	22	484.0	21	22	23	22
115.0	19	20	24	23	161.0	20	21	24	23	253.0	21	22	24	23
96.0	19	20	25	24	126.0	20	21	25	24	176.0	21	22	25	24
83.3	19	20	26	25	105.0	20	21	26	25	137.5	21	22	26	25
74.3	19	20	27	26	91.0	20	21	27	26	114.4	21	22	27	26
67.5	19	20	28	27	81.0	20	21	28	27	99.0	21	22	28	27
62.2	19	20	29	28	73.5	20	21	29	28	88.0	21	22	29	28
58.0	19	20	30	29	67.7	20	21	30	29	79.8	21	22	30	29
54.5	19	20	31	30	63.0	20	21	31	30	73.3	21	22	31	30
51.7	19	20	32	31	59.2	20	21	32	31	68.2	21	22	32	31
49.2	19	20	33	32	56.0	20	21	33	32	64.0	21	22	33	32
47.1	19	20	34	33	53.3	20	21	34	33	60.5	21	22	34	33
45.3	19	20	35	34	51.0	20	21	35	34	57.5	21	22	35	34
43.8	19	20	36	35	49.0	20	21	36	35	55.0	21	22	36	35
42.4	19	20	37	36	47.3	20	21	37	36	52.8	21	22	37	36
41.1	19	20	38	37	45.7	20	21	38	37	50.9	21	22	38	37
40.0	19	20	39	38	44.3	20	21	39	38	49.2	21	22	39	38
39.0	19	20	40	39	43.1	20	21	40	39	47.7	21	22	40	39
38.1	19	20	41	40	42.0	20	21	41	40	46.3	21	22	41	40
37.3	19	20	42	41	41.0	20	21	42	41	45.1	21	22	42	41
36.5	19	20	43	42	40.1	20	21	43	42	44.0	21	22	43	42
35.8	19	20	44	43	39.3	20	21	44	43	43.0	21	22	44	43
35.2	19	20	45	44	38.5	20	21	45	44	42.1	21	22	45	44
34.6	19	20	46	45	37.8	20	21	46	45	41.3	21	22	46	45
34.1	19	20	47	46	37.2	20	21	47	46	40.5	21	22	47	46
33.6	19	20	48	47	36.6	20	21	48	47	39.8	21	22	48	47
33.1	19	20	49	48	36.0	20	21	49	48	39.1	21	22	49	48
32.7	19	20	50	49	35.5	20	21	50	49	38.5	21	22	50	49
32.3	19	20	51	50	35.0	20	21	51	50	37.9	21	22	51	50
31.9	19	20	52	51	34.5	20	21	52	51	37.4	21	22	52	51
31.5	19	20	53	52	34.1	20	21	53	52	36.9	21	22	53	52
31.2	19	20	54	53	33.7	20	21	54	53	36.4	21	22	54	53
30.9	19	20	55	54	33.4	20	21	55	54	36.0	21	22	55	54
30.6	19	20	56	55	33.0	20	21	56	55	35.6	21	22	56	55
30.3	19	20	57	56	32.7	20	21	57	56	35.2	21	22	57	56
30.0	19	20	58	57	32.4	20	21	58	57	34.8	21	22	58	57
29.7	19	20	59	58	32.1	20	21	59	58	34.5	21	22	59	58
29.5	19	20	60	59	31.8	20	21	60	59	34.2	21	22	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-49.3	22	23	16	15	-45.0	23	24	16	15	-41.7	24	25	16	15
-61.3	22	23	17	16	-54.9	23	24	17	16	-50.0	24	25	17	16
-78.2	22	23	18	17	-68.0	23	24	18	17	-60.7	24	25	18	17
-103	22	23	19	18	-86.4	23	24	19	18	-75.0	24	25	19	18
-146	22	23	20	19	-114	23	24	20	19	-95.0	24	25	20	19
-230	22	23	21	20	-160	23	24	21	20	-125	24	25	21	20
-483	22	23	22	21	-252	23	24	22	21	-175	24	25	22	21
0.0	22	23	23	22	-528	23	24	23	22	-275	24	25	23	22
529.0	22	23	24	23	0.0	23	24	24	23	-575	24	25	24	23
276.0	22	23	25	24	576.0	23	24	25	24	0.0	24	25	25	24
191.7	22	23	26	25	300.0	23	24	26	25	625.0	24	25	26	25
149.5	22	23	27	26	208.0	23	24	27	26	325.0	24	25	27	26
124.2	22	23	28	27	162.0	23	24	28	27	225.0	24	25	28	27
107.3	22	23	29	28	134.4	23	24	29	28	175.0	24	25	29	28
95.3	22	23	30	29	116.0	23	24	30	29	145.0	24	25	30	29
86.3	22	23	31	30	102.9	23	24	31	30	125.0	24	25	31	30
79.2	22	23	32	31	93.0	23	24	32	31	110.7	24	25	32	31
73.6	22	23	33	32	85.3	23	24	33	32	100.0	24	25	33	32
69.0	22	23	34	33	79.2	23	24	34	33	91.7	24	25	34	33
65.2	22	23	35	34	74.2	23	24	35	34	85.0	24	25	35	34
61.9	22	23	36	35	70.0	23	24	36	35	79.5	24	25	36	35
59.1	22	23	37	36	66.5	23	24	37	36	75.0	24	25	37	36
56.7	22	23	38	37	63.4	23	24	38	37	71.2	24	25	38	37
54.6	22	23	39	38	60.8	23	24	39	38	67.9	24	25	39	38
52.8	22	23	40	39	58.5	23	24	40	39	65.0	24	25	40	39
51.1	22	23	41	40	56.5	23	24	41	40	62.5	24	25	41	40
49.6	22	23	42	41	54.7	23	24	42	41	60.3	24	25	42	41
48.3	22	23	43	42	53.1	23	24	43	42	58.3	24	25	43	42
47.1	22	23	44	43	51.6	23	24	44	43	56.6	24	25	44	43
46.0	22	23	45	44	50.3	23	24	45	44	55.0	24	25	45	44
45.0	22	23	46	45	49.1	23	24	46	45	53.6	24	25	46	45
44.1	22	23	47	46	48.0	23	24	47	46	52.3	24	25	47	46
43.2	22	23	48	47	47.0	23	24	48	47	51.1	24	25	48	47
42.5	22	23	49	48	46.1	23	24	49	48	50.0	24	25	49	48
41.7	22	23	50	49	45.2	23	24	50	49	49.0	24	25	50	49
41.1	22	23	51	50	44.4	23	24	51	50	48.1	24	25	51	50
40.4	22	23	52	51	43.7	23	24	52	51	47.2	24	25	52	51
39.9	22	23	53	52	43.0	23	24	53	52	46.4	24	25	53	52
39.3	22	23	54	53	42.4	23	24	54	53	45.7	24	25	54	53
38.8	22	23	55	54	41.8	23	24	55	54	45.0	24	25	55	54
38.3	22	23	56	55	41.3	23	24	56	55	44.4	24	25	56	55
37.9	22	23	57	56	40.7	23	24	57	56	43.8	24	25	57	56
37.5	22	23	58	57	40.2	23	24	58	57	43.2	24	25	58	57
37.1	22	23	59	58	39.8	23	24	59	58	42.6	24	25	59	58
36.7	22	23	60	59	39.3	23	24	60	59	42.1	24	25	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-39.0	25	26	16	15	-36.8	26	27	16	15	-35.0	27	28	16	15
-46.2	25	26	17	16	-43.2	26	27	17	16	-40.7	27	28	17	16
-55.3	25	26	18	17	-51.0	26	27	18	17	-47.6	27	28	18	17
-66.9	25	26	19	18	-60.8	26	27	19	18	-56.0	27	28	19	18
-82.3	25	26	20	19	-73.3	26	27	20	19	-66.5	27	28	20	19
-104.0	25	26	21	20	-90.0	26	27	21	20	-80.0	27	28	21	20
-136.5	25	26	22	21	-113.4	26	27	22	21	-98.0	27	28	22	21
-190.7	25	26	23	22	-148.5	26	27	23	22	-123.2	27	28	23	22
-299.0	25	26	24	23	-207.0	26	27	24	23	-161.0	27	28	24	23
-624.0	25	26	25	24	-324.0	26	27	25	24	-224.0	27	28	25	24
0.0	25	26	26	25	-675.0	26	27	26	25	-350.0	27	28	26	25
676.0	25	26	27	26	0.0	26	27	27	26	-728.0	27	28	27	26
351.0	25	26	28	27	729.0	26	27	28	27	0.0	27	28	28	27
242.7	25	26	29	28	378.0	26	27	29	28	784.0	27	28	29	28
188.5	25	26	30	29	261.0	26	27	30	29	406.0	27	28	30	29
156.0	25	26	31	30	202.5	26	27	31	30	280.0	27	28	31	30
134.3	25	26	32	31	167.4	26	27	32	31	217.0	27	28	32	31
118.9	25	26	33	32	144.0	26	27	33	32	179.2	27	28	33	32
107.3	25	26	34	33	127.3	26	27	34	33	154.0	27	28	34	33
98.2	25	26	35	34	114.8	26	27	35	34	136.0	27	28	35	34
91.0	25	26	36	35	105.0	26	27	36	35	122.5	27	28	36	35
85.1	25	26	37	36	97.2	26	27	37	36	112.0	27	28	37	36
80.2	25	26	38	37	90.8	26	27	38	37	103.6	27	28	38	37
76.0	25	26	39	38	85.5	26	27	39	38	96.7	27	28	39	38
72.4	25	26	40	39	81.0	26	27	40	39	91.0	27	28	40	39
69.3	25	26	41	40	77.1	26	27	41	40	86.2	27	28	41	40
66.6	25	26	42	41	73.8	26	27	42	41	82.0	27	28	42	41
64.2	25	26	43	42	70.9	26	27	43	42	78.4	27	28	43	42
62.1	25	26	44	43	68.3	26	27	44	43	75.3	27	28	44	43
60.2	25	26	45	44	66.0	26	27	45	44	72.5	27	28	45	44
58.5	25	26	46	45	63.9	26	27	46	45	70.0	27	28	46	45
57.0	25	26	47	46	62.1	26	27	47	46	67.8	27	28	47	46
55.5	25	26	48	47	60.4	26	27	48	47	65.8	27	28	48	47
54.3	25	26	49	48	58.9	26	27	49	48	64.0	27	28	49	48
53.1	25	26	50	49	57.5	26	27	50	49	62.4	27	28	50	49
52.0	25	26	51	50	56.3	26	27	51	50	60.9	27	28	51	50
51.0	25	26	52	51	55.1	26	27	52	51	59.5	27	28	52	51
50.1	25	26	53	52	54.0	26	27	53	52	58.2	27	28	53	52
49.2	25	26	54	53	53.0	26	27	54	53	57.1	27	28	54	53
48.4	25	26	55	54	52.1	26	27	55	54	56.0	27	28	55	54
47.7	25	26	56	55	51.2	26	27	56	55	55.0	27	28	56	55
47.0	25	26	57	56	50.4	26	27	57	56	54.1	27	28	57	56
46.3	25	26	58	57	49.6	26	27	58	57	53.2	27	28	58	57
45.7	25	26	59	58	48.9	26	27	59	58	52.4	27	28	59	58
45.1	25	26	60	59	48.3	26	27	60	59	51.6	27	28	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-33.5	28	29	16	15	-32.1	29	30	16	15	-31.0	30	31	16	15
-38.7	28	29	17	16	-36.9	29	30	17	16	-35.4	30	31	17	16
-44.8	28	29	18	17	-42.5	29	30	18	17	-40.5	30	31	18	17
-52.2	28	29	19	18	-49.1	29	30	19	18	-46.5	30	31	19	18
-61.2	28	29	20	19	-57.0	29	30	20	19	-53.5	30	31	20	19
-72.5	28	29	21	20	-66.7	29	30	21	20	-62.0	30	31	21	20
-87.0	28	29	22	21	-78.8	29	30	22	21	-72.3	30	31	22	21
-106.3	28	29	23	22	-94.3	29	30	23	22	-85.3	30	31	23	22
-133.4	28	29	24	23	-115.0	29	30	24	23	-101.9	30	31	24	23
-174.0	28	29	25	24	-144.0	29	30	25	24	-124.0	30	31	25	24
-241.7	28	29	26	25	-187.5	29	30	26	25	-155.0	30	31	26	25
-377.0	28	29	27	26	-260.0	29	30	27	26	-201.5	30	31	27	26
-783.0	28	29	28	27	-405.0	29	30	28	27	-279.0	30	31	28	27
0.0	28	29	29	28	-840.0	29	30	29	28	-434.0	30	31	29	28
841.0	28	29	30	29	0.0	29	30	30	29	-899.0	30	31	30	29
435.0	28	29	31	30	900.0	29	30	31	30	0.0	30	31	31	30
299.7	28	29	32	31	465.0	29	30	32	31	961.0	30	31	32	31
232.0	28	29	33	32	320.0	29	30	33	32	496.0	30	31	33	32
191.4	28	29	34	33	247.5	29	30	34	33	341.0	30	31	34	33
164.3	28	29	35	34	204.0	29	30	35	34	263.5	30	31	35	34
145.0	28	29	36	35	175.0	29	30	36	35	217.0	30	31	36	35
130.5	28	29	37	36	154.3	29	30	37	36	186.0	30	31	37	36
119.2	28	29	38	37	138.8	29	30	38	37	163.9	30	31	38	37
110.2	28	29	39	38	126.7	29	30	39	38	147.3	30	31	39	38
102.8	28	29	40	39	117.0	29	30	40	39	134.3	30	31	40	39
96.7	28	29	41	40	109.1	29	30	41	40	124.0	30	31	41	40
91.5	28	29	42	41	102.5	29	30	42	41	115.5	30	31	42	41
87.0	28	29	43	42	96.9	29	30	43	42	108.5	30	31	43	42
83.1	28	29	44	43	92.1	29	30	44	43	102.5	30	31	44	43
79.8	28	29	45	44	88.0	29	30	45	44	97.4	30	31	45	44
76.8	28	29	46	45	84.4	29	30	46	45	93.0	30	31	46	45
74.1	28	29	47	46	81.2	29	30	47	46	89.1	30	31	47	46
71.7	28	29	48	47	78.3	29	30	48	47	85.7	30	31	48	47
69.6	28	29	49	48	75.8	29	30	49	48	82.7	30	31	49	48
67.7	28	29	50	49	73.5	29	30	50	49	79.9	30	31	50	49
65.9	28	29	51	50	71.4	29	30	51	50	77.5	30	31	51	50
64.3	28	29	52	51	69.5	29	30	52	51	75.3	30	31	52	51
62.8	28	29	53	52	67.8	29	30	53	52	73.3	30	31	53	52
61.5	28	29	54	53	66.3	29	30	54	53	71.4	30	31	54	53
60.2	28	29	55	54	64.8	29	30	55	54	69.8	30	31	55	54
59.1	28	29	56	55	63.5	29	30	56	55	68.2	30	31	56	55
58.0	28	29	57	56	62.2	29	30	57	56	66.8	30	31	57	56
57.0	28	29	58	57	61.1	29	30	58	57	65.4	30	31	58	57
56.1	28	29	59	58	60.0	29	30	59	58	64.2	30	31	59	58
55.2	28	29	60	59	59.0	29	30	60	59	63.1	30	31	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-30.0	31	32	16	15	-29.1	32	33	16	15	-28.3	33	34	16	15
-34.1	31	32	17	16	-33.0	32	33	17	16	-32.0	33	34	17	16
-38.9	31	32	18	17	-37.4	32	33	18	17	-36.1	33	34	18	17
-44.3	31	32	19	18	-42.4	32	33	19	18	-40.8	33	34	19	18
-50.7	31	32	20	19	-48.2	32	33	20	19	-46.1	33	34	20	19
-58.2	31	32	21	20	-55.0	32	33	21	20	-52.3	33	34	21	20
-67.2	31	32	22	21	-63.0	32	33	22	21	-59.5	33	34	22	21
-78.2	31	32	23	22	-72.6	32	33	23	22	-68.0	33	34	23	22
-92.0	31	32	24	23	-84.3	32	33	24	23	-78.2	33	34	24	23
-109.7	31	32	25	24	-99.0	32	33	25	24	-90.7	33	34	25	24
-133.3	31	32	26	25	-117.9	32	33	26	25	-106.3	33	34	26	25
-166.4	31	32	27	26	-143.0	32	33	27	26	-126.3	33	34	27	26
-216.0	31	32	28	27	-178.2	32	33	28	27	-153.0	33	34	28	27
-298.7	31	32	29	28	-231.0	32	33	29	28	-190.4	33	34	29	28
-464.	31	32	30	29	-319.0	32	33	30	29	-246.5	33	34	30	29
-960	31	32	31	30	-495.0	32	33	31	30	-340.0	33	34	31	30
0.0	31	32	32	31	-1023	32	33	32	31	-527.0	33	34	32	31
1024.	31	32	33	32	0.0	32	33	33	32	-1088	33	34	33	32
528.0	31	32	34	33	1089.	32	33	34	33	0.0	33	34	34	33
362.7	31	32	35	34	561.0	32	33	35	34	1156	33	34	35	34
280.0	31	32	36	35	385.0	32	33	36	35	595.0	33	34	36	35
230.4	31	32	37	36	297.0	32	33	37	36	408.0	33	34	37	36
197.3	31	32	38	37	244.2	32	33	38	37	314.5	33	34	38	37
173.7	31	32	39	38	209.0	32	33	39	38	258.4	33	34	39	38
156.0	31	32	40	39	183.9	32	33	40	39	221.0	33	34	40	39
142.2	31	32	41	40	165.0	32	33	41	40	194.3	33	34	41	40
131.2	31	32	42	41	150.3	32	33	42	41	174.3	33	34	42	41
122.2	31	32	43	42	138.6	32	33	43	42	158.7	33	34	43	42
114.7	31	32	44	43	129.0	32	33	44	43	146.2	33	34	44	43
108.3	31	32	45	44	121.0	32	33	45	44	136.0	33	34	45	44
102.9	31	32	46	45	114.2	32	33	46	45	127.5	33	34	46	45
98.1	31	32	47	46	108.4	32	33	47	46	120.3	33	34	47	46
94.0	31	32	48	47	103.4	32	33	48	47	114.1	33	34	48	47
90.4	31	32	49	48	99.0	32	33	49	48	108.8	33	34	49	48
87.1	31	32	50	49	95.1	32	33	50	49	104.1	33	34	50	49
84.2	31	32	51	50	91.7	32	33	51	50	100.0	33	34	51	50
81.6	31	32	52	51	88.6	32	33	52	51	96.3	33	34	52	51
79.2	31	32	53	52	85.8	32	33	53	52	93.1	33	34	53	52
77.1	31	32	54	53	83.3	32	33	54	53	90.1	33	34	54	53
75.1	31	32	55	54	81.0	32	33	55	54	87.4	33	34	55	54
73.3	31	32	56	55	78.9	32	33	56	55	85.0	33	34	56	55
71.7	31	32	57	56	77.0	32	33	57	56	82.8	33	34	57	56
70.2	31	32	58	57	75.2	32	33	58	57	0.0	33	34	58	57
68.7	31	32	59	58	73.6	32	33	59	58	78.9	33	34	59	58
67.4	31	32	60	59	72.1	32	33	60	59	77.2	33	34	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-27.6	34	35	16	15	-27.0	35	36	16	15	-26.4	36	37	16	15
-31.1	34	35	17	16	-30.3	35	36	17	16	-29.6	36	37	17	16
-35.0	34	35	18	17	-34.0	35	36	18	17	-33.1	36	37	18	17
-39.4	34	35	19	18	-38.1	35	36	19	18	-37.0	36	37	19	18
-44.3	34	35	20	19	-42.8	35	36	20	19	-41.4	36	37	20	19
-50.0	34	35	21	20	-48.0	35	36	21	20	-46.3	36	37	21	20
-56.5	34	35	22	21	-54.0	35	36	22	21	-51.8	36	37	22	21
-64.2	34	35	23	22	-60.9	35	36	23	22	-58.1	36	37	23	22
-73.2	34	35	24	23	-69.0	35	36	24	23	-65.5	36	37	24	23
-84.0	34	35	25	24	-78.5	35	36	25	24	-74.0	36	37	25	24
-97.2	34	35	26	25	-90.0	35	36	26	25	-84.1	36	37	26	25
-114	34	35	27	26	-104	35	36	27	26	-96.2	36	37	27	26
-135	34	35	28	27	-121	35	36	28	27	-111	36	37	28	27
-163	34	35	29	28	-144	35	36	29	28	-129	36	37	29	28
-203	34	35	30	29	-174	35	36	30	29	-153	36	37	30	29
-262	34	35	31	30	-216	35	36	31	30	-185	36	37	31	30
-362	34	35	32	31	-279	35	36	32	31	-229	36	37	32	31
-560	34	35	33	32	-384	35	36	33	32	-296	36	37	33	32
-1155	34	35	34	33	-594	35	36	34	33	-407	36	37	34	33
0.0	34	35	35	34	-	35	36	35	34	-629	36	37	35	34
					1224									
1225	34	35	36	35	0.0	35	36	36	35	-1295	36	37	36	35
630.0	34	35	37	36	1296	35	36	37	36	0.0	36	37	37	36
431.7	34	35	38	37	666.0	35	36	38	37	1369	36	37	38	37
332.5	34	35	39	38	456.0	35	36	39	38	703.0	36	37	39	38
273.0	34	35	40	39	351.0	35	36	40	39	481.0	36	37	40	39
233.3	34	35	41	40	288.0	35	36	41	40	370.0	36	37	41	40
205.0	34	35	42	41	246.0	35	36	42	41	303.4	36	37	42	41
183.8	34	35	43	42	216.0	35	36	43	42	259.0	36	37	43	42
167.2	34	35	44	43	193.5	35	36	44	43	227.3	36	37	44	43
154.0	34	35	45	44	176.0	35	36	45	44	203.5	36	37	45	44
143.2	34	35	46	45	162.0	35	36	46	45	185.0	36	37	46	45
134.2	34	35	47	46	150.5	35	36	47	46	170.2	36	37	47	46
126.5	34	35	48	47	141.0	35	36	48	47	158.1	36	37	48	47
120.0	34	35	49	48	132.9	35	36	49	48	148.0	36	37	49	48
114.3	34	35	50	49	126.0	35	36	50	49	139.5	36	37	50	49
109.4	34	35	51	50	120.0	35	36	51	50	132.1	36	37	51	50
105.0	34	35	52	51	114.8	35	36	52	51	125.8	36	37	52	51
101.1	34	35	53	52	110.1	35	36	53	52	120.3	36	37	53	52
97.6	34	35	54	53	106.0	35	36	54	53	115.4	36	37	54	53
94.5	34	35	55	54	102.3	35	36	55	54	111.0	36	37	55	54
91.7	34	35	56	55	99.0	35	36	56	55	107.1	36	37	56	55
89.1	34	35	57	56	96.0	35	36	57	56	103.6	36	37	57	56
86.7	34	35	58	57	93.3	35	36	58	57	100.4	36	37	58	57
84.6	34	35	59	58	90.8	35	36	59	58	97.5	36	37	59	58
82.6	34	35	60	59	88.5	35	36	60	59	94.9	36	37	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*¹ la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-25.9	37	38	16	15	-25.4	38	39	16	15	-25.0	39	40	16	15
-29.0	37	38	17	16	-28.4	38	39	17	16	-27.8	39	40	17	16
-32.3	37	38	18	17	-31.6	38	39	18	17	-30.9	39	40	18	17
-36.0	37	38	19	18	-35.1	38	39	19	18	-34.3	39	40	19	18
-40.1	37	38	20	19	-39.0	38	39	20	19	-38.0	39	40	20	19
-44.7	37	38	21	20	-43.3	38	39	21	20	-42.1	39	40	21	20
-49.9	37	38	22	21	-48.2	38	39	22	21	-46.7	39	40	22	21
-55.7	37	38	23	22	-53.6	38	39	23	22	-51.8	39	40	23	22
-62.4	37	38	24	23	-59.8	38	39	24	23	-57.5	39	40	24	23
-70.2	37	38	25	24	-66.9	38	39	25	24	-64.0	39	40	25	24
-79.2	37	38	26	25	-75.0	38	39	26	25	-71.4	39	40	26	25
-89.8	37	38	27	26	-84.5	38	39	27	26	-80.0	39	40	27	26
-102.6	37	38	28	27	-95.7	38	39	28	27	-90.0	39	40	28	27
-118.2	37	38	29	28	-109.2	38	39	29	28	-101.8	39	40	29	28
-137.8	37	38	30	29	-125.7	38	39	30	29	-116.0	39	40	30	29
-162	37	38	31	30	-146.3	38	39	31	30	-133.3	39	40	31	30
-196	37	38	32	31	-172.7	38	39	32	31	-155.0	39	40	32	31
-243	37	38	33	32	-208	38	39	33	32	-182.9	39	40	33	32
-313	37	38	34	33	-257.4	38	39	34	33	-220.0	39	40	34	33
-431	37	38	35	34	-331	38	39	35	34	-272.0	39	40	35	34
-665	37	38	36	35	-455	38	39	36	35	-350.0	39	40	36	35
-1368	37	38	37	36	-702	38	39	37	36	-480.0	39	40	37	36
0.0	37	38	38	37	-1443	38	39	38	37	-740.0	39	40	38	37
1444	37	38	39	38	0.0	38	39	39	38	-1520	39	40	39	38
741.	37	38	40	39	1521	38	39	40	39	0.0	39	40	40	39
506.7	37	38	41	40	780.0	38	39	41	40	1600	39	40	41	40
389.5	37	38	42	41	533.0	38	39	42	41	820.0	39	40	42	41
319.2	37	38	43	42	409.5	38	39	43	42	560.0	39	40	43	42
272.3	37	38	44	43	335.4	38	39	44	43	430.0	39	40	44	43
238.9	37	38	45	44	286.0	38	39	45	44	352.0	39	40	45	44
213.8	37	38	46	45	250.7	38	39	46	45	300.0	39	40	46	45
194.2	37	38	47	46	224.3	38	39	47	46	262.9	39	40	47	46
178.6	37	38	48	47	203.7	38	39	48	47	235.0	39	40	48	47
165.8	37	38	49	48	187.2	38	39	49	48	213.3	39	40	49	48
155.2	37	38	50	49	173.7	38	39	50	49	196.0	39	40	50	49
146.2	37	38	51	50	162.5	38	39	51	50	181.8	39	40	51	50
138.4	37	38	52	51	153.0	38	39	52	51	170.0	39	40	52	51
131.7	37	38	53	52	144.9	38	39	53	52	160.0	39	40	53	52
125.9	37	38	54	53	137.8	38	39	54	53	151.4	39	40	54	53
120.7	37	38	55	54	131.6	38	39	55	54	144.0	39	40	55	54
116.1	37	38	56	55	126.2	38	39	56	55	137.5	39	40	56	55
112.0	37	38	57	56	121.3	38	39	57	56	131.8	39	40	57	56
108.3	37	38	58	57	117.0	38	39	58	57	126.7	39	40	58	57
105.0	37	38	59	58	113.1	38	39	59	58	122.1	39	40	59	58
101.9	37	38	60	59	109.6	38	39	60	59	118.0	39	40	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-24.6	40	41	16	15	-24.2	41	42	16	15	-23.9	42	43	16	15
-27.3	40	41	17	16	-26.9	41	42	17	16	-26.5	42	43	17	16
-30.3	40	41	18	17	-29.8	41	42	18	17	-29.2	42	43	18	17
-33.5	40	41	19	18	-32.9	41	42	19	18	-32.3	42	43	19	18
-37.1	40	41	20	19	-36.3	41	42	20	19	-35.5	42	43	20	19
-41.0	40	41	21	20	-40.0	41	42	21	20	-39.1	42	43	21	20
-45.3	40	41	22	21	-44.1	41	42	22	21	-43.0	42	43	22	21
-50.1	40	41	23	22	-48.6	41	42	23	22	-47.3	42	43	23	22
-55.5	40	41	24	23	-53.7	41	42	24	23	-52.1	42	43	24	23
-61.5	40	41	25	24	-59.3	41	42	25	24	-57.3	42	43	25	24
-68.3	40	41	26	25	-65.6	41	42	26	25	-63.2	42	43	26	25
-76.1	40	41	27	26	-72.8	41	42	27	26	-69.9	42	43	27	26
-85.2	40	41	28	27	-81.0	41	42	28	27	-77.4	42	43	28	27
-95.7	40	41	29	28	-90.5	41	42	29	28	-86.0	42	43	29	28
-108.1	40	41	30	29	-101.5	41	42	30	29	-95.9	42	43	30	29
-123.0	40	41	31	30	-114.5	41	42	31	30	-107.5	42	43	31	30
-141.2	40	41	32	31	-130.2	41	42	32	31	-121.2	42	43	32	31
-164.0	40	41	33	32	-149.3	41	42	33	32	-137.6	42	43	33	32
-193.3	40	41	34	33	-173.3	41	42	34	33	-157.7	42	43	34	33
-232.3	40	41	35	34	-204.0	41	42	35	34	-182.8	42	43	35	34
-287.0	40	41	36	35	-245.0	41	42	36	35	-215.0	42	43	36	35
-369.0	40	41	37	36	-302.4	41	42	37	36	-258.0	42	43	37	36
-505.7	40	41	38	37	-388.5	41	42	38	37	-318.2	42	43	38	37
-779.0	40	41	39	38	-532.0	41	42	39	38	-408.5	42	43	39	38
-1599	40	41	40	39	-819.0	41	42	40	39	-559.0	42	43	40	39
0.0	40	41	41	40	-1680.	41	42	41	40	-860.0	42	43	41	40
1681	40	41	42	41	0.0	41	42	42	41	-1763.	42	43	42	41
861.0	40	41	43	42	1764	41	42	43	42	0.0	42	43	43	42
587.7	40	41	44	43	903.0	41	42	44	43	1849	42	43	44	43
451.0	40	41	45	44	616.0	41	42	45	44	946.0	42	43	45	44
369.0	40	41	46	45	472.5	41	42	46	45	645.0	42	43	46	45
314.3	40	41	47	46	386.4	41	42	47	46	494.5	42	43	47	46
275.3	40	41	48	47	329.0	41	42	48	47	404.2	42	43	48	47
246.0	40	41	49	48	288.0	41	42	49	48	344.0	42	43	49	48
223.2	40	41	50	49	257.3	41	42	50	49	301.0	42	43	50	49
205.0	40	41	51	50	233.3	41	42	51	50	268.8	42	43	51	50
190.1	40	41	52	51	214.2	41	42	52	51	243.7	42	43	52	51
177.7	40	41	53	52	198.5	41	42	53	52	223.6	42	43	53	52
167.2	40	41	54	53	185.5	41	42	54	53	207.2	42	43	54	53
158.1	40	41	55	54	174.5	41	42	55	54	193.5	42	43	55	54
150.3	40	41	56	55	165.0	41	42	56	55	181.9	42	43	56	55
143.5	40	41	57	56	156.8	41	42	57	56	172.0	42	43	57	56
137.5	40	41	58	57	149.6	41	42	58	57	163.4	42	43	58	57
132.1	40	41	59	58	143.3	41	42	59	58	155.9	42	43	59	58
127.3	40	41	60	59	137.7	41	42	60	59	149.2	42	43	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	
-23.6	43	44	16	15	-23.3	44	45	16	15	-23.0	45	46	16	15
-26.1	43	44	17	16	-25.7	44	45	17	16	-25.4	45	46	17	16
-28.8	43	44	18	17	-28.3	44	45	18	17	-27.9	45	46	18	17
-31.7	43	44	19	18	-31.2	44	45	19	18	-30.7	45	46	19	18
-34.8	43	44	20	19	-34.2	44	45	20	19	-33.6	45	46	20	19
-38.3	43	44	21	20	-37.5	44	45	21	20	-36.8	45	46	21	20
-42.0	43	44	22	21	-41.1	44	45	22	21	-40.3	45	46	22	21
-46.1	43	44	23	22	-45.0	44	45	23	22	-44.0	45	46	23	22
-50.6	43	44	24	23	-49.3	44	45	24	23	-48.1	45	46	24	23
-55.6	43	44	25	24	-54.0	44	45	25	24	-52.6	45	46	25	24
-61.1	43	44	26	25	-59.2	44	45	26	25	-57.5	45	46	26	25
-67.3	43	44	27	26	-65.0	44	45	27	26	-62.9	45	46	27	26
-74.3	43	44	28	27	-71.5	44	45	28	27	-69.0	45	46	28	27
-82.1	43	44	29	28	-78.8	44	45	29	28	-75.8	45	46	29	28
-91.1	43	44	30	29	-87.0	44	45	30	29	-83.4	45	46	30	29
-101.5	43	44	31	30	-96.4	44	45	31	30	-92.0	45	46	31	30
-113.7	43	44	32	31	-107.3	44	45	32	31	-101.9	45	46	32	31
-128.0	43	44	33	32	-120.0	44	45	33	32	-113.2	45	46	33	32
-145.2	43	44	34	33	-135.0	44	45	34	33	-126.5	45	46	34	33
-166.2	43	44	35	34	-153.0	44	45	35	34	-142.2	45	46	35	34
-192.5	43	44	36	35	-175.0	44	45	36	35	-161.0	45	46	36	35
-226.3	43	44	37	36	-202.5	44	45	37	36	-184.0	45	46	37	36
-271.3	43	44	38	37	-237.9	44	45	38	37	-212.8	45	46	38	37
-334.4	43	44	39	38	-285.0	44	45	39	38	-249.7	45	46	39	38
-429.0	43	44	40	39	-351.0	44	45	40	39	-299.0	45	46	40	39
-586.7	43	44	41	40	-450.0	44	45	41	40	-368.0	45	46	41	40
-902.0	43	44	42	41	-615.0	44	45	42	41	-471.5	45	46	42	41
-1848.	43	44	43	42	-945.0	44	45	43	42	-644.0	45	46	43	42
0.0	43	44	44	43	-1935.	44	45	44	43	-989.0	45	46	44	43
1936.0	43	44	45	44	0.0	44	45	45	44	-2024.	45	46	45	44
990.0	43	44	46	45	2025.0	44	45	46	45	0.0	45	46	46	45
674.7	43	44	47	46	1035.0	44	45	47	46	2116.0	45	46	47	46
517.0	43	44	48	47	705.0	44	45	48	47	1081.0	45	46	48	47
422.4	43	44	49	48	540.0	44	45	49	48	736.0	45	46	49	48
359.3	43	44	50	49	441.0	44	45	50	49	563.5	45	46	50	49
314.3	43	44	51	50	375.0	44	45	51	50	460.0	45	46	51	50
280.5	43	44	52	51	327.9	44	45	52	51	391.0	45	46	52	51
254.2	43	44	53	52	292.5	44	45	53	52	341.7	45	46	53	52
233.2	43	44	54	53	265.0	44	45	54	53	304.8	45	46	54	53
216.0	43	44	55	54	243.0	44	45	55	54	276.0	45	46	55	54
201.7	43	44	56	55	225.0	44	45	56	55	253.0	45	46	56	55
189.5	43	44	57	56	210.0	44	45	57	56	234.2	45	46	57	56
179.1	43	44	58	57	197.3	44	45	58	57	218.5	45	46	58	57
170.1	43	44	59	58	186.4	44	45	59	58	205.2	45	46	59	58
162.3	43	44	60	59	177.0	44	45	60	59	193.9	45	46	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-22.7	46	47	16	15	-22.5	47	48	16	15	-22.3	48	49	16	15
-25.1	46	47	17	16	-24.8	47	48	17	16	-24.5	48	49	17	16
-27.6	46	47	18	17	-27.2	47	48	18	17	-26.9	48	49	18	17
-30.2	46	47	19	18	-29.8	47	48	19	18	-29.4	48	49	19	18
-33.1	46	47	20	19	-32.6	47	48	20	19	-32.1	48	49	20	19
-36.2	46	47	21	20	-35.6	47	48	21	20	-35.0	48	49	21	20
-39.5	46	47	22	21	-38.8	47	48	22	21	-38.1	48	49	22	21
-43.1	46	47	23	22	-42.2	47	48	23	22	-41.5	48	49	23	22
-47.0	46	47	24	23	-46.0	47	48	24	23	-45.1	48	49	24	23
-51.3	46	47	25	24	-50.1	47	48	25	24	-49.0	48	49	25	24
-56.0	46	47	26	25	-54.5	47	48	26	25	-53.3	48	49	26	25
-61.1	46	47	27	26	-59.4	47	48	27	26	-57.9	48	49	27	26
-66.8	46	47	28	27	-64.8	47	48	28	27	-63.0	48	49	28	27
-73.1	46	47	29	28	-70.7	47	48	29	28	-68.6	48	49	29	28
-80.2	46	47	30	29	-77.3	47	48	30	29	-74.8	48	49	30	29
-88.1	46	47	31	30	-84.7	47	48	31	30	-81.7	48	49	31	30
-97.1	46	47	32	31	-93.0	47	48	32	31	-89.4	48	49	32	31
-107.4	46	47	33	32	-102.4	47	48	33	32	-98.0	48	49	33	32
-119.3	46	47	34	33	-113.1	47	48	34	33	-107.8	48	49	34	33
-133.2	46	47	35	34	-125.5	47	48	35	34	-119.0	48	49	35	34
-149.5	46	47	36	35	-140.0	47	48	36	35	-131.9	48	49	36	35
-169.2	46	47	37	36	-157.1	47	48	37	36	-147.0	48	49	37	36
-193.2	46	47	38	37	-177.6	47	48	38	37	-164.8	48	49	38	37
-223.3	46	47	39	38	-202.7	47	48	39	38	-186.2	48	49	39	38
-261.9	46	47	40	39	-234.0	47	48	40	39	-212.3	48	49	40	39
-313.3	46	47	41	40	-274.3	47	48	41	40	-245.0	48	49	41	40
-385.4	46	47	42	41	-328.0	47	48	42	41	-287.0	48	49	42	41
-493.5	46	47	43	42	-403.2	47	48	43	42	-343.0	48	49	43	42
-673.7	46	47	44	43	-516.0	47	48	44	43	-421.4	48	49	44	43
-1034.	46	47	45	44	-704.0	47	48	45	44	-539.0	48	49	45	44
-2115.	46	47	46	45	-1080.	47	48	46	45	-735.0	48	49	46	45
0.0	46	47	47	46	-2208.	47	48	47	46	-1127	48	49	47	46
2209	46	47	48	47	0.0	47	48	48	47	-2303	48	49	48	47
1128	46	47	49	48	2304.0	47	48	49	48	0.0	48	49	49	48
767.7	46	47	50	49	1176.0	47	48	50	49	2401.	48	49	50	49
587.5	46	47	51	50	800.0	47	48	51	50	1225.0	48	49	51	50
479.4	46	47	52	51	612.0	47	48	52	51	833.0	48	49	52	51
407.3	46	47	53	52	499.2	47	48	53	52	637.0	48	49	53	52
355.9	46	47	54	53	424.0	47	48	54	53	519.4	48	49	54	53
317.3	46	47	55	54	370.3	47	48	55	54	441.0	48	49	55	54
287.2	46	47	56	55	330.0	47	48	56	55	385.0	48	49	56	55
263.2	46	47	57	56	298.7	47	48	57	56	343.0	48	49	57	56
243.5	46	47	58	57	273.6	47	48	58	57	310.3	48	49	58	57
227.2	46	47	59	58	253.1	47	48	59	58	284.2	48	49	59	58
213.3	46	47	60	59	236.0	47	48	60	59	262.8	48	49	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-22.1	49	50	16	15	-21.9	50	51	16	15	-21.7	51	52	16	15
-24.2	49	50	17	16	-24.0	50	51	17	16	-23.8	51	52	17	16
-26.6	49	50	18	17	-26.3	50	51	18	17	-26.0	51	52	18	17
-29.0	49	50	19	18	-28.7	50	51	19	18	-28.4	51	52	19	18
-31.7	49	50	20	19	-31.3	50	51	20	19	-30.9	51	52	20	19
-34.5	49	50	21	20	-34.0	50	51	21	20	-33.5	51	52	21	20
-37.5	49	50	22	21	-36.9	50	51	22	21	-36.4	51	52	22	21
-40.7	49	50	23	22	-40.1	50	51	23	22	-39.4	51	52	23	22
-44.2	49	50	24	23	-43.4	50	51	24	23	-42.7	51	52	24	23
-48.0	49	50	25	24	-47.1	50	51	25	24	-46.2	51	52	25	24
-52.1	49	50	26	25	-51.0	50	51	26	25	-50.0	51	52	26	25
-56.5	49	50	27	26	-55.3	50	51	27	26	-54.1	51	52	27	26
-61.4	49	50	28	27	-59.9	50	51	28	27	-58.5	51	52	28	27
-66.7	49	50	29	28	-64.9	50	51	29	28	-63.3	51	52	29	28
-72.5	49	50	30	29	-70.4	50	51	30	29	-68.5	51	52	30	29
-78.9	49	50	31	30	-76.5	50	51	31	30	-74.3	51	52	31	30
-86.1	49	50	32	31	-83.2	50	51	32	31	-80.6	51	52	32	31
-94.1	49	50	33	32	-90.7	50	51	33	32	-87.6	51	52	33	32
-103.1	49	50	34	33	-99.0	50	51	34	33	-95.3	51	52	34	33
-113.3	49	50	35	34	-108.4	50	51	35	34	-104.0	51	52	35	34
-125.0	49	50	36	35	-119.0	50	51	36	35	-113.8	51	52	36	35
-138.5	49	50	37	36	-131.1	50	51	37	36	-124.8	51	52	37	36
-154.2	49	50	38	37	-145.2	50	51	38	37	-137.4	51	52	38	37
-172.7	49	50	39	38	-161.5	50	51	39	38	-152.0	51	52	39	38
-195.0	49	50	40	39	-180.8	50	51	40	39	-169.0	51	52	40	39
-222.2	49	50	41	40	-204.0	50	51	41	40	-189.1	51	52	41	40
-256.3	49	50	42	41	-232.3	50	51	42	41	-213.2	51	52	42	41
-300.0	49	50	43	42	-267.8	50	51	43	42	-242.7	51	52	43	42
-358.3	49	50	44	43	-313.3	50	51	44	43	-279.5	51	52	44	43
-440.0	49	50	45	44	-374.0	50	51	45	44	-326.9	51	52	45	44
-562.5	49	50	46	45	-459.0	50	51	46	45	-390.0	51	52	46	45
-766.7	49	50	47	46	-586.5	50	51	47	46	-478.4	51	52	47	46
-1175.	49	50	48	47	-799.0	50	51	48	47	-611.0	51	52	48	47
-2400.	49	50	49	48	-1224.	50	51	49	48	-832.0	51	52	49	48
0.0	49	50	50	49	-2499.	50	51	50	49	-1274	51	52	50	49
2500	49	50	51	50	0.0	50	51	51	50	-2600.	51	52	51	50
1275	49	50	52	51	2601	50	51	52	51	0.0	51	52	52	51
866.7	49	50	53	52	1326	50	51	53	52	2704	51	52	53	52
662.5	49	50	54	53	901.0	50	51	54	53	1378	51	52	54	53
540.0	49	50	55	54	688.5	50	51	55	54	936.0	51	52	55	54
458.3	49	50	56	55	561.0	50	51	56	55	715.0	51	52	56	55
400.0	49	50	57	56	476.0	50	51	57	56	582.4	51	52	57	56
356.3	49	50	58	57	415.3	50	51	58	57	494.0	51	52	58	57
322.2	49	50	59	58	369.8	50	51	59	58	430.9	51	52	59	58
295.0	49	50	60	59	334.3	50	51	60	59	383.5	51	52	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-21.5	52	53	16	15	-21.3	53	54	16	15	-21.2	54	55	16	15
-23.6	52	53	17	16	-23.4	53	54	17	16	-23.2	54	55	17	16
-25.7	52	53	18	17	-25.5	53	54	18	17	-25.3	54	55	18	17
-28.1	52	53	19	18	-27.8	53	54	19	18	-27.5	54	55	19	18
-30.5	52	53	20	19	-30.2	53	54	20	19	-29.9	54	55	20	19
-33.1	52	53	21	20	-32.7	53	54	21	20	-32.4	54	55	21	20
-35.9	52	53	22	21	-35.4	53	54	22	21	-35.0	54	55	22	21
-38.9	52	53	23	22	-38.3	53	54	23	22	-37.8	54	55	23	22
-42.0	52	53	24	23	-41.4	53	54	24	23	-40.8	54	55	24	23
-45.4	52	53	25	24	-44.7	53	54	25	24	-44.0	54	55	25	24
-49.1	52	53	26	25	-48.2	53	54	26	25	-47.4	54	55	26	25
-53.0	52	53	27	26	-52.0	53	54	27	26	-51.1	54	55	27	26
-57.2	52	53	28	27	-56.1	53	54	28	27	-55.0	54	55	28	27
-61.8	52	53	29	28	-60.5	53	54	29	28	-59.2	54	55	29	28
-66.8	52	53	30	29	-65.3	53	54	30	29	-63.8	54	55	30	29
-72.3	52	53	31	30	-70.4	53	54	31	30	-68.8	54	55	31	30
-78.2	52	53	32	31	-76.1	53	54	32	31	-74.1	54	55	32	31
-84.8	52	53	33	32	-82.3	53	54	33	32	-80.0	54	55	33	32
-92.1	52	53	34	33	-89.1	53	54	34	33	-86.4	54	55	34	33
-100.1	52	53	35	34	-96.6	53	54	35	34	-93.5	54	55	35	34
-109.1	52	53	36	35	-105.0	53	54	36	35	-101.3	54	55	36	35
-119.3	52	53	37	36	-114.4	53	54	37	36	-110.0	54	55	37	36
-130.7	52	53	38	37	-124.9	53	54	38	37	-119.7	54	55	38	37
-143.9	52	53	39	38	-136.8	53	54	39	38	-130.6	54	55	39	38
-159.0	52	53	40	39	-150.4	53	54	40	39	-143.0	54	55	40	39
-176.7	52	53	41	40	-166.2	53	54	41	40	-157.1	54	55	41	40
-197.5	52	53	42	41	-184.5	53	54	42	41	-173.5	54	55	42	41
-222.6	52	53	43	42	-206.2	53	54	43	42	-192.5	54	55	43	42
-253.2	52	53	44	43	-232.2	53	54	44	43	-215.0	54	55	44	43
-291.5	52	53	45	44	-264.0	53	54	45	44	-242.0	54	55	45	44
-340.7	52	53	46	45	-303.8	53	54	46	45	-275.0	54	55	46	45
-406.3	52	53	47	46	-354.9	53	54	47	46	-316.3	54	55	47	46
-498.2	52	53	48	47	-423.0	53	54	48	47	-369.3	54	55	48	47
-636.0	52	53	49	48	-518.4	53	54	49	48	-440.0	54	55	49	48
-865.7	52	53	50	49	-661.5	53	54	50	49	-539.0	54	55	50	49
-1325.	52	53	51	50	-900.0	53	54	51	50	-687.5	54	55	51	50
-2703.	52	53	52	51	-1377.	53	54	52	51	-935.0	54	55	52	51
0.0	52	53	53	52	-2808.	53	54	53	52	-1430	54	55	53	52
2809.0	52	53	54	53	0.0	53	54	54	53	-2915	54	55	54	53
1431.0	52	53	55	54	2916.0	53	54	55	54	0.0	54	55	55	54
971.7	52	53	56	55	1485.0	53	54	56	55	3025.0	54	55	56	55
742.0	52	53	57	56	1008.0	53	54	57	56	1540.0	54	55	57	56
604.2	52	53	58	57	769.5	53	54	58	57	1045.0	54	55	58	57
512.3	52	53	59	58	626.4	53	54	59	58	797.5	54	55	59	58
446.7	52	53	60	59	531.0	53	54	60	59	649.0	54	55	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-21.0	55	56	16	15	-20.9	56	57	16	15	-20.7	57	58	16	15
-23.0	55	56	17	16	-22.8	56	57	17	16	-22.6	57	58	17	16
-25.1	55	56	18	17	-24.8	56	57	18	17	-24.7	57	58	18	17
-27.2	55	56	19	18	-27.0	56	57	19	18	-26.8	57	58	19	18
-29.6	55	56	20	19	-29.3	56	57	20	19	-29.0	57	58	20	19
-32.0	55	56	21	20	-31.7	56	57	21	20	-31.4	57	58	21	20
-34.6	55	56	22	21	-34.2	56	57	22	21	-33.8	57	58	22	21
-37.3	55	56	23	22	-36.9	56	57	23	22	-36.5	57	58	23	22
-40.3	55	56	24	23	-39.7	56	57	24	23	-39.2	57	58	24	23
-43.4	55	56	25	24	-42.8	56	57	25	24	-42.2	57	58	25	24
-46.7	55	56	26	25	-46.0	56	57	26	25	-45.3	57	58	26	25
-50.2	55	56	27	26	-49.4	56	57	27	26	-48.6	57	58	27	26
-54.0	55	56	28	27	-53.1	56	57	28	27	-52.2	57	58	28	27
-58.1	55	56	29	28	-57.0	56	57	29	28	-56.0	57	58	29	28
-62.5	55	56	30	29	-61.2	56	57	30	29	-60.1	57	58	30	29
-67.2	55	56	31	30	-65.8	56	57	31	30	-64.4	57	58	31	30
-72.3	55	56	32	31	-70.7	56	57	32	31	-69.2	57	58	32	31
-77.9	55	56	33	32	-76.0	56	57	33	32	-74.2	57	58	33	32
-84.0	55	56	34	33	-81.8	56	57	34	33	-79.8	57	58	34	33
-90.7	55	56	35	34	-88.1	56	57	35	34	-85.7	57	58	35	34
-98.0	55	56	36	35	-95.0	56	57	36	35	-92.3	57	58	36	35
-106.1	55	56	37	36	-102.6	56	57	37	36	-99.4	57	58	37	36
-115.1	55	56	38	37	-111.0	56	57	38	37	-107.3	57	58	38	37
-125.2	55	56	39	38	-120.3	56	57	39	38	-116.0	57	58	39	38
-136.5	55	56	40	39	-130.8	56	57	40	39	-125.7	57	58	40	39
-149.3	55	56	41	40	-142.5	56	57	41	40	-136.5	57	58	41	40
-164.0	55	56	42	41	-155.8	56	57	42	41	-148.6	57	58	42	41
-180.9	55	56	43	42	-171.0	56	57	43	42	-162.4	57	58	43	42
-200.7	55	56	44	43	-188.5	56	57	44	43	-178.1	57	58	44	43
-224.0	55	56	45	44	-209.0	56	57	45	44	-196.3	57	58	45	44
-252.0	55	56	46	45	-233.2	56	57	46	45	-217.5	57	58	46	45
-286.2	55	56	47	46	-262.2	56	57	47	46	-242.5	57	58	47	46
-329.0	55	56	48	47	-297.7	56	57	48	47	-272.6	57	58	48	47
-384.0	55	56	49	48	-342.0	56	57	49	48	-309.3	57	58	49	48
-457.3	55	56	50	49	-399.0	56	57	50	49	-355.3	57	58	50	49
-560.0	55	56	51	50	-475.0	56	57	51	50	-414.3	57	58	51	50
-714.0	55	56	52	51	-581.4	56	57	52	51	-493.0	57	58	52	51
-970.7	55	56	53	52	-741.0	56	57	53	52	-603.2	57	58	53	52
-1484	55	56	54	53	-1007	56	57	54	53	-768.5	57	58	54	53
-3024	55	56	55	54	-1539	56	57	55	54	-1044	57	58	55	54
0.0	55	56	56	55	-3135.	56	57	56	55	-1595	57	58	56	55
3136.0	55	56	57	56	0.0	56	57	57	56	-3248	57	58	57	56
1596.0	55	56	58	57	3249.0	56	57	58	57	0.0	57	58	58	57
1082.7	55	56	59	58	1653.0	56	57	59	58	3364.0	57	58	59	58
826.0	55	56	60	59	1121.0	56	57	60	59	1711.0	57	58	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Continuare Tabelul 2.1

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-20.6	58	59	16	15	-20.5	59	60	16	15	-20.3	60	61	16	15
-22.5	58	59	17	16	-22.3	59	60	17	16	-22.2	60	61	17	16
-24.5	58	59	18	17	-24.3	59	60	18	17	-24.1	60	61	18	17
-26.6	58	59	19	18	-26.3	59	60	19	18	-26.1	60	61	19	18
-28.7	58	59	20	19	-28.5	59	60	20	19	-28.3	60	61	20	19
-31.1	58	59	21	20	-30.8	59	60	21	20	-30.5	60	61	21	20
-33.5	58	59	22	21	-33.2	59	60	22	21	-32.8	60	61	22	21
-36.1	58	59	23	22	-35.7	59	60	23	22	-35.3	60	61	23	22
-38.8	58	59	24	23	-38.3	59	60	24	23	-37.9	60	61	24	23
-41.6	58	59	25	24	-41.1	59	60	25	24	-40.7	60	61	25	24
-44.7	58	59	26	25	-44.1	59	60	26	25	-43.6	60	61	26	25
-47.9	58	59	27	26	-47.3	59	60	27	26	-46.6	60	61	27	26
-51.4	58	59	28	27	-50.6	59	60	28	27	-49.9	60	61	28	27
-55.1	58	59	29	28	-54.2	59	60	29	28	-53.4	60	61	29	28
-59.0	58	59	30	29	-58.0	59	60	30	29	-57.1	60	61	30	29
-63.2	58	59	31	30	-62.1	59	60	31	30	-61.0	60	61	31	30
-67.7	58	59	32	31	-66.4	59	60	32	31	-65.2	60	61	32	31
-72.6	58	59	33	32	-71.1	59	60	33	32	-69.7	60	61	33	32
-77.9	58	59	34	33	-76.2	59	60	34	33	-74.6	60	61	34	33
-83.6	58	59	35	34	-81.6	59	60	35	34	-79.8	60	61	35	34
-89.8	58	59	36	35	-87.5	59	60	36	35	-85.4	60	61	36	35
-96.5	58	59	37	36	-93.9	59	60	37	36	-91.5	60	61	37	36
-104.0	58	59	38	37	-100.9	59	60	38	37	-98.1	60	61	38	37
-112.1	58	59	39	38	-108.6	59	60	39	38	-105.4	60	61	39	38
-121.1	58	59	40	39	-117.0	59	60	40	39	-113.3	60	61	40	39
-131.1	58	59	41	40	-126.3	59	60	41	40	-122.0	60	61	41	40
-142.3	58	59	42	41	-136.7	59	60	42	41	-131.6	60	61	42	41
-154.9	58	59	43	42	-148.2	59	60	43	42	-142.3	60	61	43	42
-169.1	58	59	44	43	-161.3	59	60	44	43	-154.3	60	61	44	43
-185.4	58	59	45	44	-176.0	59	60	45	44	-167.8	60	61	45	44
-204.2	58	59	46	45	-192.9	59	60	46	45	-183.0	60	61	46	45
-226.2	58	59	47	46	-212.3	59	60	47	46	-200.4	60	61	47	46
-252.1	58	59	48	47	-235.0	59	60	48	47	-220.5	60	61	48	47
-283.2	58	59	49	48	-261.8	59	60	49	48	-244.0	60	61	49	48
-321.2	58	59	50	49	-294.0	59	60	50	49	-271.7	60	61	50	49
-368.8	58	59	51	50	-333.3	59	60	51	50	-305.0	60	61	51	50
-429.9	58	59	52	51	-382.5	59	60	52	51	-345.7	60	61	52	51
-511.3	58	59	53	52	-445.7	59	60	53	52	-396.5	60	61	53	52
-625.4	58	59	54	53	-530.0	59	60	54	53	-461.9	60	61	54	53
-796.5	58	59	55	54	-648.0	59	60	55	54	-549.0	60	61	55	54
-1082	58	59	56	55	-825.0	59	60	56	55	-671.0	60	61	56	55
-1652	58	59	57	56	-1120	59	60	57	56	-854.0	60	61	57	56
-3363	58	59	58	57	-1710	59	60	58	57	0.0	60	61	58	57
0.0	58	59	59	58	-3480	59	60	59	58	-1769	60	61	59	58
3481.0	58	59	60	59	0.0	59	60	60	59	-3599	60	61	60	59

* semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în contrasens, iar semnul „+” - în același sens.

*1 la necesitate numărul minim de dinți (bolțuri) poate fi $Z < 15$ și maximal mai mare de $Z = 60$.

Este de menționat că, la proiectarea transmisiilor precesionale $2K-H$, se recomandă configurația cu coraportul cu numărul de dinți prezentat în tabelul 2.1, deoarece în acest caz alunecarea relativă în contactul dinților este mai redusă, respectiv randamentul mecanic al transmisiei este mai mare.

Rapoartele de transmitere din tabelul 2.1 sunt calculate cu relația:

$$i = -\frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4},$$

în care: Z_1 este numărul de dinți ai roții centrale imobile, Z_2 – numărul de bolțuri (dinți) ai coroanei satelitului angrenate cu roata centrală imobilă, Z_3 – numărul de bolțuri (dinți) ai coroanei satelitului angrenate cu roata centrală mobilă și Z_4 – numărul de dinți ai roții centrale mobile.

2.2.2 Șirul rapoartelor de transmitere posibile cu transmisia $2K-H$

Pentru selectarea corectă a coraportului numărului de dinți Z_1 , Z_2 , Z_3 și Z_4 ai roților conjugate în transmisia precesională $2K-H$, este oportun ca proiectantul să dispună de șirul rapoartelor de transmitere i în ordine crescătoare. În cazul în care în șirul rapoartelor de transmitere posibile în transmisia precesională $2K-H$ nu se regăsește valoarea raportului de transmitere $\pm i$ solicitat în caietul de sarcini la proiectare, se aproximează până la cea mai apropiată valoare din șir.

Șirul rapoartelor de transmitere prezentate în tabelul 2.2 este constituit din valorile prezentate în tabelul 2.1 expuse în ordine crescătoare pentru rotirea arborilor conducători și condus în contrasens ($-i$), asigurată prin configurația *I*, și în sens diferit ($+1$), asigurată prin configurația *II*.

Șirul rapoartelor de transmitere pentru coraportul numărului de dinți conform configurației *III* este prezentat în anexa *B.1*, pentru configurația *IV* – în anexa *B.2*, iar pentru configurațiile *V* și *VI* în anexele *B.3*, și, respectiv, *B.4*.

Configurațiile *III*–*VI* ale numerelor de dinți nu se recomandă pentru angrenajele precesionale dințate A^D , ci doar pentru angrenajele cu bolțuri A^B deoarece în cazurile în care $Z_1 = Z_2 + 1$ sau/și $Z_4 = Z_3 + 1$ interacțiunea dinților conjugați în angrenarea precesională are loc cu alunecare cu frecare în contact, din acest motiv randamentul mecanic scade.

Este de menționat că în șirurile expuse în anexele *B.1* și *B.2* din anexe, rapoartele de transmisie variază, respectiv, în intervalele $8, 3 < i < 30, 3$ și $-29, 3 < i < -7, 3$, având aceeași valoare pentru mai multe coraporturi ale numerelor de dinți. În aceste cazuri proiectantul, pentru a selecta coraportul optim, trebuie să analizeze influența numerelor de dinți asupra formei profilului dinților și geometriei contactului flancurilor conjugate.

Tabelul 2.2. Șirul în ordine crescătoare a rapoartelor de transmitere $-i$ posibile în transmisia precesională $2K-H$, realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul 2.1, recomandate pentru angrenaje dinte - bolț și dințate cu regim de funcționare de reductor

Configurația I a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens											
0	-25.0	-28.7	-32.3	-36.1	-40.1	-44.3	-49.3	-54.5	-60.7	-66.8	-74.2
-20.3	-25.1	-28.7	-32.3	-36.1	-40.3	-44.7	-49.3	-54.9	-60.8	-66.8	-74.3
-20.5	-25.1	-28.8	-32.4	-36.2	-40.3	-44.7	-49.4	-55.0	-60.9	-66.9	-74.3
-20.6	-25.3	-29.0	-32.6	-36.3	-40.5	-44.7	-49.9	-55.0	-61.0	-67.2	-74.6
-20.7	-25.4	-29.0	-32.7	-36.4	-40.7	-44.8	-49.9	-55.0	-61.1	-67.2	-74.8
-20.9	-25.4	-29.0	-32.8	-36.5	-40.7	-45.0	-50.0	-55.1	-61.1	-67.3	-75.0
-21.0	-25.5	-29.1	-32.9	-36.8	-40.7	-45.0	-50.0	-55.3	-61.2	-67.7	-75.0
-21.2	-25.7	-29.2	-33.0	-36.8	-40.8	-45.1	-50.0	-55.3	-61.2	-68.0	-75.0
-21.3	-25.7	-29.3	-33.1	-36.9	-40.8	-45.3	50.1	-55.5	-61.3	-68.0	-75.8
-21.5	-25.9	-29.4	-33.1	-36.9	-41.0	-45.3	-50.1	-55.6	-61.4	-68.3	-76.0
-21.7	-26.0	-29.6	-33.1	-36.9	-41.1	-45.4	-50.2	-55.7	-61.5	-68.5	-76.1
-21.9	-26.1	-29.6	-33.2	-37.0	-41.1	-46.0	-50.6	-56.0	-61.8	-68.6	-76.1
-22.1	-26.1	-29.8	-33.5	-37.1	-41.4	-46.0	-50.6	-56.0	-62.0	-68.8	-76.2
-22.2	-26.3	-29.8	-33.5	-37.3	-41.4	-46.1	-50.7	-56.0	-62.1	-69.0	-76.5
-22.3	-26.3	-29.9	-33.5	-37.4	-41.5	-46.1	-51.0	-56.1	-62.4	-69.0	-77.3
-22.3	-26.4	-30.0	-33.5	-37.5	-41.6	-46.2	-51.0	-56.5	-62.5	-69.2	-77.4
-22.5	-26.5	-30.2	-33.6	-37.5	-41.7	-46.2	-51.1	-56.5	-62.9	-69.7	-77.9
-22.5	-26.6	-30.2	-33.8	-37.8	-42.0	-46.3	-51.3	-57.0	-63.0	-69.9	-77.9
-22.6	-26.6	-30.3	-34.0	-37.9	-42.0	-46.5	-51.4	-57.0	-63.0	-70.2	-78.2
-22.7	-26.8	-30.3	-34.0	-38.0	-42.1	-46.6	-51.8	-57.1	-63.0	-70.4	-78.2
-22.8	-26.9	-30.5	-34.1	-38.1	-42.2	-46.7	-51.8	-57.2	-63.2	-70.4	-78.2
-23.0	-26.9	-30.5	-34.2	-38.1	-42.2	-46.7	-52.0	-57.3	-63.2	-70.4	-78.2
-23.0	-27.0	-30.7	-34.2	-38.3	-42.4	-47.0	-52.1	-57.5	-63.3	-70.7	-78.5
-23.2	-27.0	-30.8	-34.3	-38.3	-42.5	-47.1	-52.1	-57.5	-63.8	-70.7	-78.8
-23.3	-27.2	-30.9	-34.5	-38.3	-42.7	-47.3	-52.2	-57.9	-64.0	-71.1	-78.8
-23.4	-27.2	-30.9	-34.6	-38.7	-42.8	-47.3	-52.2	-58.0	-64.2	-71.4	-78.9
-23.6	-27.3	-31.0	-34.8	-38.8	-42.8	-47.4	-52.3	-58.1	-64.4	-71.5	-79.2
-23.6	-27.5	-31.1	-35.0	-38.8	-43.0	-47.6	-52.6	-58.1	-64.8	-72.3	-79.8
-23.8	-27.6	-31.1	-35.0	-38.9	-43.1	-47.9	-53.0	-58.2	-64.9	-72.3	-79.8
-23.9	-27.6	-31.2	-35.0	-38.9	-43.2	-48.0	-53.1	-58.5	-65.0	-72.3	-80.0
-24.0	-27.8	-31.3	-35.0	-39.0	-43.3	-48.0	-53.3	-59.0	-65.2	-72.5	-80.0
-24.1	-27.8	-31.4	-35.1	-39.0	-43.4	-48.1	-53.4	-59.2	-65.3	-72.5	-80.0
-24.2	-27.9	-31.6	-35.3	-39.1	-43.4	-48.2	-53.5	-59.2	-65.5	-72.6	-80.2
-24.2	-28.1	-31.7	-35.4	-39.2	-43.6	-48.2	-53.6	-59.3	-65.6	-72.6	-80.6
-24.3	-28.3	-31.7	-35.4	-39.4	-44.0	-48.2	-53.7	-59.4	-65.8	-72.8	-81.0
-24.5	-28.3	-31.7	-35.5	-39.4	-44.0	-48.6	-54.0	-59.5	-66.4	-73.1	-81.6
-24.5	-28.3	-32.0	-35.6	-39.5	-44.1	-48.6	-54.0	-59.8	-66.5	-73.2	-81.7
-24.6	-28.4	-32.0	-35.7	-39.7	-44.1	-49.0	-54.0	-59.9	-66.7	-73.3	-81.8
-24.7	-28.4	-32.1	-35.9	-40.0	-44.2	-49.1	-54.1	-60.1	-66.7	-74.0	-82.1
-24.8	-28.5	-32.1	-36.0	-40.1	-44.3	-49.1	-54.2	-60.5	-66.8	-74.1	-82.3

Tabelul 2.2. Continuare

Rapoartele de transmitere în ordine crescătoare pentru configurația I a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducători și condus în contrasens										
-82.3	-95.0	-109.2	-129.0	-153.0	-184.0	-226.3	-288.0	-388.5	-575.0	-1044.0
-82.3	-95.0	-109.7	-130.2	-153.0	-184.	-229.0	-291.5	-390.0	-581.	-1080.0
-83.2	-95.3	-110.0	-130.6	-153.0	-185.0	-230.0	-294.0	-396.5	-586.5	-1082.0
-83.4	-95.7	-111.0	-130.7	-154.2	-185.4	-231.0	-296.0	-399.0	-586.7	-1088.0
-83.6	-95.7	-111.0	-130.8	-154.3	-186.2	-232.2	-297.7	-399.0	-594.0	-1120.0
-84.0	-95.9	-112.1	-131.1	-154.9	-187.5	-232.3	-298.7	-403.2	-603.2	-1127.0
-84.0	-96.2	-113.1	-131.1	-155.0	-188.5	-232.3	-299.0	-405.0	-611.0	-1155.0
-84.0	-96.4	-113.2	-131.6	-155.0	-189.0	-233.2	-299.0	-406.3	-615.0	-1175.0
-84.1	-96.5	-113.3	-131.9	-155.8	-189.1	-234.0	-300.0	-407.0	-624.0	-1224.0
-84.3	-96.6	-113.3	-132.0	-157.1	-190.4	-235.0	-302.4	-408.5	-625.4	-1224.0
-84.5	-97.1	-113.4	-133.2	-157.1	-190.7	-237.9	-303.8	-414.3	-629.0	-1274.0
-84.7	-97.2	-113.7	-133.3	-157.7	-192.5	-241.7	-305.0	-421.4	-636.0	-1295.0
-84.8	-98.0	-113.8	-133.3	-159.0	-192.5	-242.0	-309.3	-423.0	-644.0	-1325.0
-85.2	-98.0	-114.0	-133.4	-160.0	-192.9	-242.5	-313.0	-429.0	-648.0	-1368.0
-85.3	-98.0	-114.0	-135.0	-161.0	-193.	-242.7	-313.3	-429.9	-661.5	-1377.0
-85.4	-98.1	-114.4	-135.0	-161.0	-193.3	-243.0	-313.3	-431.0	-665.0	-1430.0
-85.7	-99.0	-114.5	-135.0	-161.3	-195.0	-244.0	-316.3	-434.0	-671.0	-1443.0
-86.0	-99.0	-115.0	-136.5	-161.5	-196.0	-245.0	-318.2	-440.0	-673.7	-1484.0
-86.1	-99.4	-115.1	-136.5	-162.0	-196.3	-245.0	-319.0	-440.0	-675.0	-1520.0
-86.4	-100.1	-116.0	-136.5	-162.4	-197.5	-246.5	-321.2	-440.0	-687.5	-1539.0
-86.4	-100.9	-116.0	-136.7	-163.0	-200.4	-249.7	-323.0	-445.7	-702.0	-1595.0
-87.0	-101.3	-117.0	-136.8	-164.0	-200.7	-252.0	-324.0	-450.0	-704.0	-1599.0
-87.0	-101.5	-117.9	-137.4	-164.0	-201.5	-252.0	-326.9	-455.0	-714.0	-1652.0
-87.5	-101.5	-118.2	-137.6	-164.8	-202.5	-252.1	-328.0	-457.3	-728.0	-1680.0
-87.6	-101.8	-119.0	-137.8	-166.2	-202.7	-253.2	-329.0	-459.0	-735.0	-1710.0
-88.1	-101.9	-119.0	-138.5	-166.2	-203.0	-255.0	-331.0	-461.9	-740.0	-1763.0
-88.1	-101.9	-119.0	-140.0	-166.4	-204.0	-256.3	-333.3	-464.0	-741.0	-1769.0
-89.1	-102.4	-119.3	-141.2	-167.8	-204.0	-257.4	-334.4	-471.5	-766.7	-1848.0
-89.4	-102.6	-119.3	-142.2	-169.0	-204.2	-258.0	-340.0	-475.0	-768.5	-1935.0
-89.8	-102.6	-119.7	-142.3	-169.1	-206.2	-260.0	-340.7	-478.4	-779.0	-2024.0
-89.8	-103.0	-120.0	-142.3	-169.2	-207.0	-261.8	-342.0	-480.0	-783.0	-2115.0
-90.0	-103.1	-120.3	-142.5	-170.0	-208.0	-261.9	-343.0	-483.0	-796.5	-2208.0
-90.0	-104.0	-121.0	-143.0	-171.0	-209.0	-262.0	-345.7	-493.0	-799.0	-2303.0
-90.0	-104.0	-121.1	-143.0	-172.7	-209.0	-262.2	-350.0	-493.5	-819.0	-2400.0
-90.5	-104.0	-121.2	-143.9	-172.7	-212.3	-264.0	-350.0	-495.0	-825.0	-2499.0
-90.7	-104.0	-122.0	-144.0	-173.3	-212.3	-267.8	-351.0	-498.2	-832.0	-2600.0
-90.7	-105.0	-123.0	-144.0	-173.5	-212.8	-271.3	-354.9	-505.7	-840.0	-2703.0
-90.7	-105.4	-123.2	-145.2	-174.0	-213.2	-271.7	-355.3	-511.3	-854.0	-2808.0
-91.1	-106.1	-124.0	-145.2	-174.0	-215.0	-272.0	-358.3	-516.0	-860.0	-2915.0
-91.5	-106.3	-124.8	-146.0	-175.0	-215.0	-272.6	-360.0	-518.4	-865.7	-3024.0
-92.0	-106.3	-124.9	-146.3	-175.0	-216.0	-274.3	-362.0	-527.0	-899.0	-3135.0
-92.0	-107.0	-125.0	-147.0	-176.0	-216.0	-275.0	-368.0	-528.0	-900.0	-3248.0
-92.1	-107.3	-125.0	-148.2	-176.7	-217.5	-275.0	-368.8	-530.0	-902.0	-3363.0
-92.3	-107.3	-125.2	-148.5	-177.6	-220.0	-279.0	-369.0	-532.0	-935.0	-3480.0
-93.0	-107.4	-125.5	-148.6	-178.1	-220.5	-279.0	-369.3	-539.0	-945.0	-3599.0
-93.5	-107.5	-125.7	-149.3	-178.2	-222.2	-279.5	-374.0	-539.0	-960.0	
-93.5	-107.8	-125.7	-149.3	-180.8	-222.6	-283.2	-377.0	-549.0	-970.7	
-93.9	-108.1	-126.3	-149.5	-180.9	-223.3	-285.0	-382.5	-559.0	-989.0	
-94.1	-108.4	-126.3	-150.4	-182.8	-224.0	-286.2	-384.0	-560.0	-1007.0	
-94.3	-108.6	-126.5	-152.0	-182.9	-224.0	-287.0	-384.0	-560.0	-1023.0	
-95.0	-109.1	-128.0	-152.0	-183.0	-226.2	-287.0	-385.4	-562.5	-1034.0	

Tabelul 2.3. Șirul în ordine crescătoare a rapoartelor de transmitere $+i$ posibile în transmisia precesională $2K-H$, realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul 2.1, recomandate pentru angrenaje dinte - bolț și dințate cu regim de funcționare de reductor

Configurația II a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în același sens											
0.0	28.3	32.4	36.4	40.4	45.1	49.6	55.0	60.9	67.7	74.3	83.3
23.3	28.5	32.6	36.5	40.5	45.1	50.0	55.1	61.1	67.8	75.0	83.3
23.5	28.6	32.7	36.6	40.7	45.2	50.1	55.2	61.5	67.8	75.1	4.2
23.6	28.8	32.7	36.7	41.0	45.3	50.1	55.5	61.7	67.9	75.2	84.4
23.8	28.8	32.7	36.9	41.1	45.3	50.3	55.9	61.8	67.9	75.3	84.6
24.0	28.9	33.0	37.0	41.1	45.7	50.4	56.0	61.9	68.2	75.3	85.0
24.2	29.1	33.0	37.1	41.3	45.7	50.9	56.0	62.1	68.2	75.8	85.0
24.4	29.3	33.1	37.1	41.3	45.7	51.0	56.1	62.1	68.3	76.0	85.0
24.6	29.4	33.3	37.2	41.5	45.8	51.0	56.3	62.2	68.7	76.0	85.1
24.8	29.4	33.3	37.3	41.7	46.0	51.0	56.3	62.2	69.0	76.8	85.3
25.0	29.5	33.4	37.4	41.7	46.1	51.1	56.5	62.3	69.0	77.0	85.5
25.2	29.7	33.6	37.5	41.8	46.3	51.1	56.6	62.4	69.3	77.1	85.7
25.3	29.7	33.7	37.8	41.8	46.3	51.2	56.7	62.5	69.5	77.1	85.8
25.5	29.8	33.9	37.9	42.0	46.4	51.6	57.0	62.8	69.6	77.2	86.2
25.5	30.0	34.0	37.9	42.1	47.0	51.6	57.0	63.0	69.8	77.5	86.3
25.7	30.0	34.1	37.9	42.1	47.0	51.7	57.0	63.1	70.0	78.3	86.7
25.8	30.0	34.1	38.0	42.4	47.1	52.0	57.1	63.4	70.0	78.4	87.0
25.8	30.2	34.1	38.1	42.4	47.1	52.0	57.5	63.5	70.2	78.9	87.1
26.1	30.3	34.2	38.3	42.5	47.2	52.1	57.5	63.9	70.9	78.9	87.4
26.1	30.4	34.5	38.4	42.6	47.2	52.3	58.0	64.0	71.2	79.2	87.4
26.3	30.6	34.5	38.5	43.0	47.3	52.4	58.0	64.0	71.4	79.2	88.0
26.4	30.6	34.5	38.5	43.0	47.5	52.8	58.2	64.2	71.4	79.2	88.0
26.5	30.8	34.6	38.8	43.1	47.7	52.8	58.3	64.2	71.4	79.2	88.5
26.7	30.8	34.8	39.0	43.2	47.7	53.0	58.5	64.3	71.7	79.5	88.6
26.7	30.9	35.0	39.1	43.2	48.0	53.1	58.5	64.8	71.7	79.8	89.1
27.0	31.2	35.0	39.1	43.4	48.1	53.1	58.9	65.0	72.1	79.8	89.1
27.1	31.2	35.1	39.3	43.5	48.3	53.2	59.0	65.2	72.4	79.9	90.1
27.3	31.3	35.2	39.3	43.7	48.3	53.2	59.1	65.4	72.5	80.2	90.4
27.3	31.3	35.2	39.3	43.8	48.4	53.3	59.1	65.8	73.3	81.0	90.8
27.5	31.5	35.3	39.7	43.8	48.6	53.6	59.2	65.9	73.3	81.0	90.8
27.6	31.7	35.5	39.8	44.0	48.9	54.0	59.5	66.0	73.3	81.0	91.0
27.6	31.8	35.6	39.8	44.1	49.0	54.1	60.0	66.3	73.5	81.2	91.0
27.8	31.9	35.8	39.9	44.2	49.0	54.3	60.2	66.5	73.5	81.6	91.0
27.9	31.9	36.0	39.9	44.3	49.1	54.5	60.2	66.6	73.6	82.0	91.5
27.9	32.1	36.0	40.0	44.4	49.2	54.6	60.3	66.8	73.6	82.6	91.7
28.0	32.1	36.0	40.1	44.4	49.2	54.7	60.4	67.4	73.8	82.7	91.7
28.2	32.2	36.1	40.2	45.0	49.2	55.0	60.5	67.5	74.1	82.8	91.7
28.2	32.3	36.4	40.4	45.0	49.6	55.0	60.8	67.7	74.2	83.1	92.1

Tabelul 2.3. Continuare

Rapoartele de transmitere în ordine crescătoare pentru configurația II a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducători și condus în același sens									
93.0	108.3	126.7	151.4	185.0	231.0	299.7	408.0	630.0	1326.0
93.0	108.4	126.7	153.0	185.5	232.0	300.0	409.5	637.0	1369.0
93.1	108.5	127.3	153.0	186.0	233.2	300.0	415.3	645.0	1378.0
93.3	108.8	127.3	154.0	186.4	233.	301.0	422.4	649.0	1330.0
94.0	109.1	127.5	154.0	187.2	233.3	303.4	424.0	662.5	1444.0
94.5	109.4	129.0	154.3	188.5	234.2	304.8	430.0	666.0	1485.0
94.5	109.6	130.5	155.2	189.5	235.0	310.3	430.9	674.7	1521.0
94.9	110.1	131.2	155.9	190.0	236.0	314.3	431.7	676.0	1540.0
95.1	110.2	131.6	156.0	190.1	238.9	314.3	435.0	688.5	1596.0
95.3	110.7	131.7	156.0	191.4	242.7	314.5	441.0	703.0	1600.0
96.0	111.0	131.8	156.8	191.7	243.0	317.3	441.0	705.0	1653.0
96.0	112.0	132.1	158.1	193.5	243.5	319.2	441.0	715.0	1681.0
96.3	112.0	132.1	158.1	193.5	243.7	320.0	446.7	729.0	1711.0
96.7	113.1	132.9	158.7	193.9	244.2	322.2	451.0	736.0	1764.0
96.7	114.1	133.0	160.0	194.2	246.0	324.0	456.0	741.0	1849.0
96.9	114.2	134.2	161.0	194.3	246.0	325.0	458.3	742.0	1936.0
97.2	114.3	134.3	162.0	196.0	247.5	327.9	460.0	767.7	2025.0
97.4	114.4	134.3	162.0	197.3	250.7	329.0	465.0	769.5	2116.0
97.5	114.7	134.4	162.3	197.3	253.0	330.0	472.5	780.0	2209.0
97.6	114.8	136.0	162.5	198.5	253.0	332.5	476.0	784.0	2304.0
98.1	114.8	136.0	163.4	201.7	253.1	334.3	479.4	797.5	2401.0
98.2	115.0	137.5	163.9	202.5	254.2	335.4	481.0	800.0	2500.0
99.0	115.4	137.5	164.3	203.5	257.3	341.0	484.0	820.0	2601.0
99.0	115.5	137.5	165.0	203.7	258.4	341.7	494.0	826.0	2704.0
99.0	116.0	137.7	165.0	204.0	259.0	343.0	494.5	833.0	2809.0
100.0	116.1	137.8	165.8	205.0	261.0	344.0	496.0	841.0	2916.0
100.0	117.0	138.4	167.2	205.0	262.8	351.0	499.2	861.0	3025.0
100.4	117.0	138.6	167.2	205.2	262.9	351.0	506.7	866.7	3136.0
101.1	118.0	138.8	167.4	207.2	263.2	352.0	512.3	900.0	3249.0
101.9	118.9	139.5	170.0	208.0	263.5	355.9	517.0	901.0	3364.0
102.3	119.2	141.0	170.1	209.0	265.0	356.3	519.4	903.0	3481.0
102.5	120.0	142.2	170.2	210.0	268.8	359.3	528.0	936.0	
102.5	120.0	143.2	171.0	210.0	272.3	361.0	529.0	946.0	
102.8	120.0	143.3	172.0	213.3	273.0	362.7	531.0	961.0	
102.9	120.3	143.5	173.7	213.3	273.6	369.0	533.0	971.7	
102.9	120.3	144.0	173.7	213.8	275.3	369.8	540.0	990.0	
103.4	120.7	144.0	174.3	214.2	276.0	370.0	540.0	1008.0	
103.6	121.0	144.9	174.5	216.0	276.0	370.3	560.0	1024.0	
103.6	121.3	145.0	175.0	216.0	280.0	375.0	561.0	1035.0	
104.1	122.1	145.0	175.0	217.0	280.0	378.0	561.0	1045.0	
104.5	122.2	146.2	176.0	217.0	280.5	383.5	563.5	1081.0	
105.0	122.5	146.2	176.0	218.5	284.2	385.0	576.0	1082.7	
105.0	124.0	146.7	177.0	221.0	286.0	385.0	582.4	1089.0	
105.0	124.2	147.3	177.7	223.2	287.2	386.4	587.5	1121.0	
105.0	125.0	148.0	178.6	223.6	288.0	389.5	587.7	1128.0	
106.0	125.8	149.2	179.1	224.3	288.0	391.0	595.0	1156.0	
107.1	125.9	149.5	179.2	225.0	289.0	400.0	604.2	1176.0	
107.3	126.0	149.6	181.8	225.0	292.5	400.0	612.0	1225.0	
107.3	126.0	150.3	181.9	227.2	295.0	404.2	616.0	1225.0	
107.7	126.2	150.3	183.8	227.3	297.0	406.0	625.0	1275.0	
108.3	126.5	150.5	183.9	230.4	298.7	407.3	626.4	1296.0	

2.2.3 Particularități structurale și avantaje

Este necesar să precizăm o serie de particularități ale transmisiilor precesionale $2K-H$, care asigură performanțe net superioare comparativ cu transmisiile planetare similare cu roți dințate cilindrice:

- Transmisiile precesionale nu necesită respectarea condițiilor egalității distanței dintre axe, fapt ce extinde domeniul proiectării lor optime.
- Cinematica și structura transmisiilor precesionale nu limitează alegerea valorilor modulelor dinților cuplului de roți dințate sau ale pasului amplasării bolțurilor conice, ceea ce lărgeste posibilitățile formării cuplului numărului de dinți și a intervalului rapoartelor de transmitere.
- Particularitățile constructive și structurale ale angrenajelor precesionale elaborate, spre deosebire de angrenajele tradiționale evolventice, inclusiv cele planetare, lărgesc simțitor posibilitățile cinematice și performanțele transmisiilor precesionale.

Avantajele transmisiilor planetare precesionale $2K-H$ sunt:

- Fiabilitate și siguranță în funcționare înalte;
- Capacitate portantă mare datorită angrenării multipare și contactului convex-concav al dinților;
- Gamă largă de reducere a mișcării de rotație $i = \pm 10 - \pm 3600$ asigurată într-o treaptă prin angrenarea unui satelit cu două roți centrale;
- Asigură autofrânare cu rotirea arborilor conducător și condus în sens unic sau diferit;
- Funcționează în regim de reductor, multiplicator sau diferențial;
- Asigură transmiterea mișcării și sarcinii în spații etanșe (prin perete);
- Randament mecanic înalt (unic) în mecanismele de acționare submersibile (la presiuni $50 - 70 \text{ MPa}$) datorat mișcării sferospațiale a satelitului cu viteze liniare reduse de $20 - 30$ de ori.

Pentru validarea experimentală a particularităților și avantajelor transmisiei precesionale $2K-H$ în baza schemei structurale din figura 2.9 (a), în anul 1987 a fost elaborată documentația de proiect și fabricat prototipul experimental al reductorului planetar precesional $2K-H$ (fig. 2.13), care a fost supus testărilor pe standurile de încercări din laboratorul de testări ale transmisiilor mecanice de la Catedra *Teoria Mecanismelor și Organe de Mașini*, Universitatea Tehnică a Moldovei.

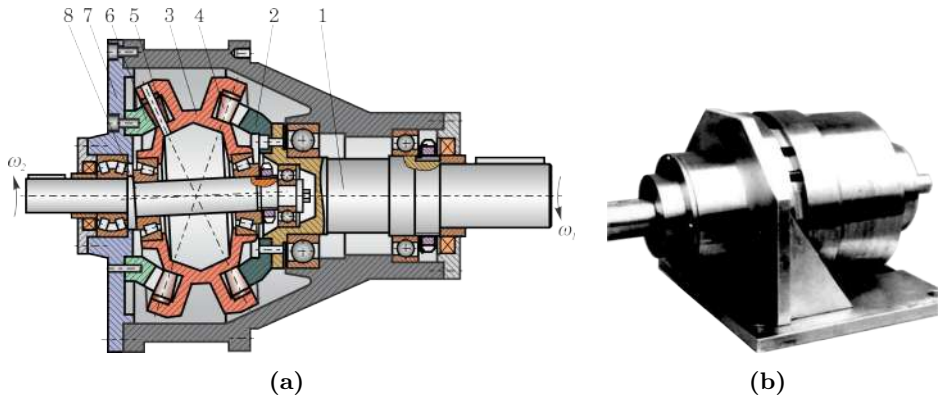


Figura 2.13. Primul (1987) prototip experimental al reductorului planetar precesional $2K-H$ ($T = 275 Nm$, $i = -144$): secțiunea axială (a) și mostra experimentală (b)

2.3 Structura și cinematica transmisiilor planetare precesionale complexe

O performanță cinematică deosebită a transmisiilor planetare precesionale constă în diapazonul larg al rapoartelor de transmitere realizat în construcții compacte cu gabarite și mase reduse, irealizabile în alte transmisii existente. Această performanță unică a TPP o expunem în câteva exemple.

În decembrie 1989, Consiliul Științific specializat al *Catedrei Organe de Mașini* MGTU N. Bauman din or. Moscova a propus Universității Tehnice a Moldovei intermedierea unui contract economic privind elaborarea mecanismului de acționare a radarului din Krasnoiarsk (componenta sistemului de apărare antirachete balistice, conceptul URSS).

Conform caietului de sarcini, radarul instalat pe patru bughie pe o cale ferată circulară cu diametrul $D = 40 m$ se rotea încontinuu în jurul axei sale cu frecvența rotațiilor de 1 rotație/an, fiind acționat de patru motoare electrice cu $n = 1370 min^{-1}$. Pentru realizarea acestui proiect a fost sintetizată structura cinematică a transmisiei planetare precesionale $2K-H$ prezentată în figura 2.14 (a). Transmisia precesională a fost concepută cu doi sateliți plasați unul în interiorul altuia, consecutiv legați cinematic și antrenați în mișcarea sferospațială cu manivele diferite [8, 9].

Varianta amplasării roților în transmisia combinată biplanetară $2K-H$ asigură obținerea unui efect cinematic maxim la gabarite și mase reduse (fig. 2.14 a). În acest scop, satelitul g este instalat pe o manivelă înclinată H , iar satelitul e – pe suprafața sferică exterioară a primului satelit. Ambii sateliți sunt dotați cu câte două coroane danturate, care angrenează conco-

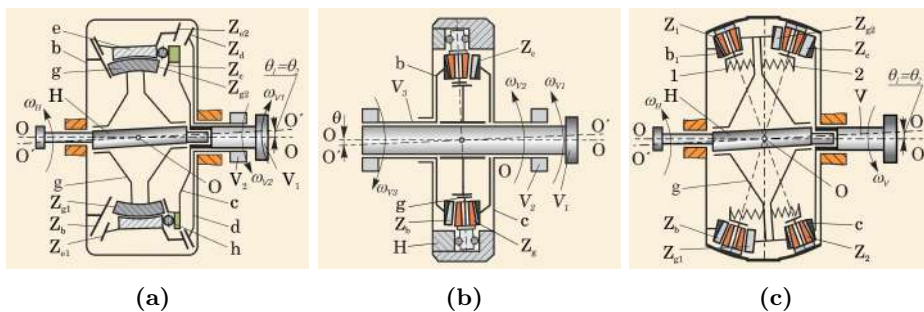


Figura 2.14. Scheme cinematice ale transmisiilor precesionale complexe

mitent cu roata fixă b și cu roțile mobile c și d . Portsatelitul H , rotindu-se, transmite satelitul g mișcare sferospațială, iar roții centrale c și arborelui condus V_1 – mișcare de rotație redusă. Mișcarea de rotație a roții c se transformă în mișcare de precesie a satelitului e . Danturile satelitului e prin intermediul corpurilor de rulare, instalate între partea frontală înclinată a roții c și partea frontală a satelitului e , angrenează cu dinții roților fixă b și mobilă d , antrenând roata mobilă d și arborele V_2 în mișcare de rotație cu raportul de transmitere determinat din relația:

$$i_{HV_2}^b = \frac{Z_{g_1} Z_c Z_{e_1} Z_d}{Z_b Z_{g_2} (Z_b Z_{e_2} - Z_{e_1} Z_d) - Z_{g_1} Z_c (Z_b Z_{e_2} - Z_{e_1} Z_d)}. \quad (2.15)$$

Această transmisie, având numărul de dinți, de exemplu, $Z_b = 59$, $Z_{e_2} = Z_{g_2} = 61$, $Z_{e_1} = Z_d = Z_{g_1} = Z_c = 60$, permite obținerea raportului de transmitere $i = 12960000$.

De asemenea, în baza aceleiași scheme structurale din figura 2.14 (a) a fost elaborată documentația tehnică și fabricat turbomotorul cu ejecție reactivă (prezentat în figura 2.15) pentru acționarea armăturii gazoductelor magistrale utilizând energia sub presiune ($P = 80 \text{ atm}$) a gazelor transportate. Mecanismul de acționare include o transmisie biplanetară precesională $2K-H$ în combinație cu o transmisie cu roți dințate cilindrice într-o treaptă și realizează un raport de transmitere $i = 20000$ și un moment de torsiune $T = 30000 \text{ Nm}$.

În transmisia precesională din figura 2.14 (b) roata-satelit efectuează mișcare sferospațială între două roți centrale mobile b și c . Mișcarea de precesie este transmisă roții-satelit de către portsatelitul H , format din două came cu părți frontale înclinate. Aceste came pot fi executate în butucul roții conduse a altor transmisii (conică, melcată etc.).

Portsatelitul H este legat cu arborele motor V_1 , roțile centrale c și b , corespunzător cu arborii conduși V_2 și V_3 . Pentru funcționarea transmisiei în regim de reductor, este necesară fixarea unuia dintre arborii V_2 și V_3 .

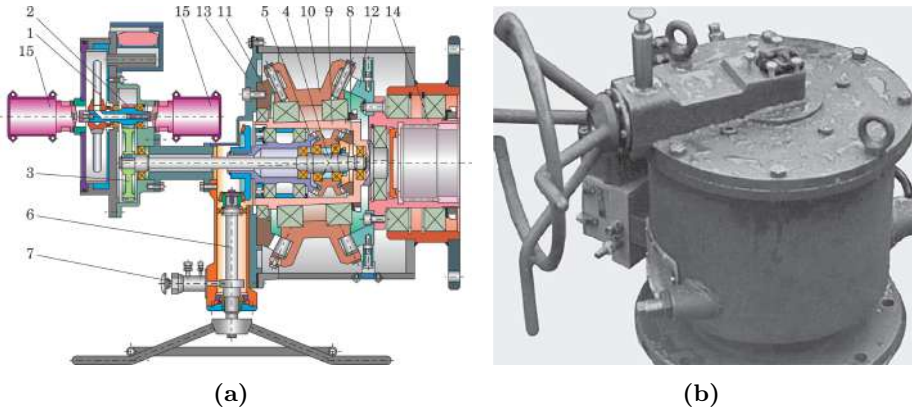


Figura 2.15. Primul (1991) turboreductor planetar precesional $2K-H$ cu ejecție reactivă ($T = 30000 Nm$, $i = 20000$): în secțiune axială (a) și mostra experimentală a turbomotorului cuplat la magistrala gazoductului (b)

În acest caz, pentru determinarea raportului de transmitere se utilizează relația: $i = i_c \cdot i_{tp}$, unde i_c este raportul de transmitere a transmisiei cilindrice (conice sau melcate), i_{tp} – raportul de transmitere a transmisiei precesionale $2K-H$. Transmisia poate funcționa în calitate de diferențial.

În transmisia precesională din figura 2.14 (c), rolele e și f sunt montate flexibil în coroane arcuite, fiecare coroană este instalată liber în spațiul dintre dinții danturilor satelitului g și ale roților centrale b și c . La mișcarea sferospațială a satelitului, rolele e și f flotează în spațiul dintre dinții danturilor satelitului și roților centrale, iar în direcție axială rolele se sprijină în cărările carcasei cu suprafețe sferice. Corapoartele dinților este $Z_1 = Z_b \pm 1$, $Z_b = Z_{g1} \pm 2$, $Z_2 = Z_c \pm 1$ și $Z_c = Z_{g2} \pm 2$ (cinematic, unul din angrenaje poate fi cu același număr de dinți). Transmisia respectivă posedă capacitate portantă înaltă, posibilități cinematice extinse și nu condiționează restricții de precizie pentru coroanele de role.

Avantajele transmisiilor planetare precesionale $2K-H$ complexe sunt următoarele:

- efect cinematic major (fig. 2.14 a);
- funcționează în regim de diferențial (fig. 2.14 b);
- capacitate portantă înaltă (fig. 2.14 c).

2.4 Cutii de viteze și variatoare precesionale

Posibilitățile cinematice și particularitățile constructive ale transmisiilor precesionale permit sinteza unor cutii de viteze și variatoare compacte, cu performanțe ridicate.

În figura 2.16 este prezentată schema cutiei de viteză cu două blocuri-satelit cu mișcare sferospațială. Pe portsateliții H_1 și H_2 sunt instalate liber blocurile-satelit cu coroanele dințate corespunzătoare b, c și f, g , care angrenează cu roțile dințate centrale a, d și e, k . Prin frânarea consecutivă a roților centrale $a, d - e$ și k pot fi obținute mișcări de rotație cu diferite viteze, care pot fi transmise arborelui condus printr-un sistem de mecanisme de legătură W_1, W_2, W_3 și W_4 . La cuplarea mecanismului W_4 (W_1, W_2, W_3 sunt decuplate), mișcarea de rotație se transmite de la arborele conducător la cel condus fără reducere. În celelalte cazuri avem:

$$i_{H_1 a}^d = -\frac{Z_c Z_a}{Z_d Z_b - Z_c Z_a} \quad (W_1 - \text{cuplat});$$

$$i_{H_1 d}^a = -\frac{Z_b Z_d}{Z_a Z_c - Z_b Z_a} \quad (W_2 - \text{cuplat}, W_{1,3,4} - \text{necuplate});$$

$$i_{H_1 k} = -\frac{Z_b Z_d}{Z_a Z_c - Z_b Z_a} \cdot \frac{Z_f Z_k}{Z_e Z_g - Z_f Z_k} \quad (W_3 - \text{cuplat}, W_{1,2,4} - \text{necuplate});$$

$$i_{H_2 k}^e = \frac{Z_f Z_k}{Z_e Z_g - Z_f Z_k} \quad (W_3 - \text{cuplat});$$

$$i_{H_2 e}^k = \frac{Z_g Z_e}{Z_k Z_f - Z_g Z_e} \quad (W_2 - \text{cuplat});$$

$$i_{H_2 a}^k = -\frac{Z_g Z_e}{Z_k Z_f - Z_g Z_e} \cdot \frac{Z_c Z_a}{Z_d Z_b - Z_c Z_a} \quad (W_1 - \text{cuplat}).$$

O astfel de schemă structurală a cutiei de viteză permite obținerea a 7 viteze diferite ca mărime și ca sens.

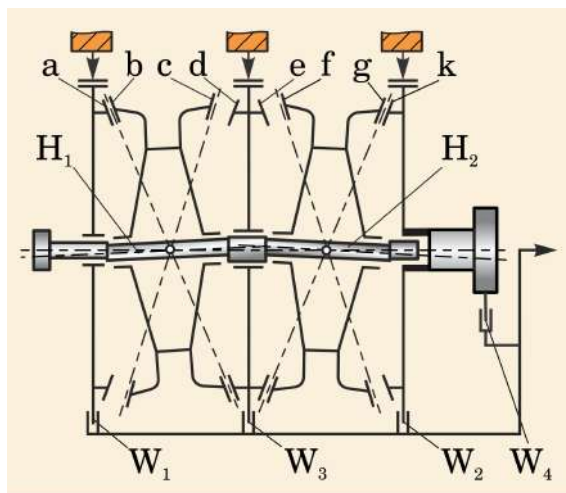


Figura 2.16. Cutie de viteză precesională

Prezintă interes deosebit variatoarele precesionale. În figura 2.17 este prezentată o schemă structurală a unui variator precesional cu roți de fricțiune. Suprafețele interioare ale corpului a și ale arborelui condus b sunt sferice și coaxiale. Suprafețele elementelor de fricțiune g_1 și g_2 ale satelitului, care vin în contact cu suprafețele sferice respective ale carcusei și arborelui condus, descriu de asemenea dintr-o parte, o sferă și sunt asamblate cu compensare axială. Satelitul g având, dintr-o parte butucul cu suprafața exterioară sferică, este instalat pe suprafața corespunzătoare a elementului condus, fiind antrenat din partea opusă de portsatelitul reglabil H . Ultimul este executat în forma unei bucșe excentrice 1, montate pe porțiunea excentrică 2 a arborelui conducător 3. Prin deplasarea manivelei 4 se efectuează deplasarea unghiulară a bucșei 1 în raport cu excentricul 2, reglând astfel mărimea excentricității totale a portsatelitului H . Variația excentricității totale a portsatelitului H asigură variația razelor R_{g_1} , R_a și R_{g_2} , R_b ale căilor de rulare. Raportul de transmitere este:

$$i = -\frac{R_{g_1} R_b}{R_a R_{g_2} - R_{g_1} R_b}.$$

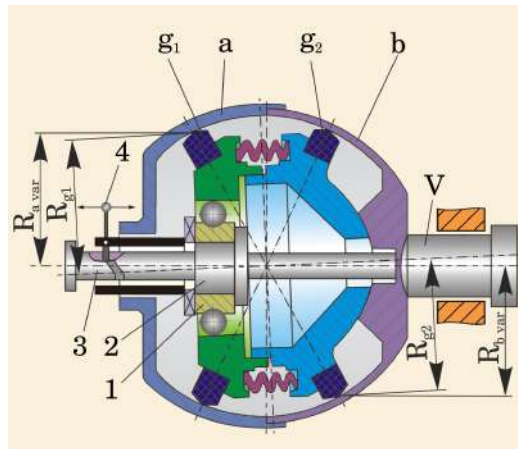


Figura 2.17. Variator precesional

Deoarece diferența razelor căilor de rulare $R_{g_1} - R_a$ și $R_{g_2} - R_b$ poate fi foarte mică (egală cu zero în cazul excentricității totale $\ell_\Sigma = 0$), este posibilă realizarea unor rapoarte de transmitere foarte mari (0–10000). Pentru reducerea alunecărilor geometrice și a patinărilor, elementele de fricțiune g_1 și g_2 sunt executate cu compensare axială (prin arcuri):

$$i_\Sigma = i_1 \cdot i_2, \text{ unde } i_2 = -\frac{Z_{g_1} Z_b}{Z_a Z_{g_2} - Z_{g_1} Z_b}.$$

În figura 2.18 este prezentată construcția variatorului precesional elico-idal cu angrenare obținut în baza sintezei transmisiei elicoidale cu bile și a transmisiei precesionale $K-H-V$.

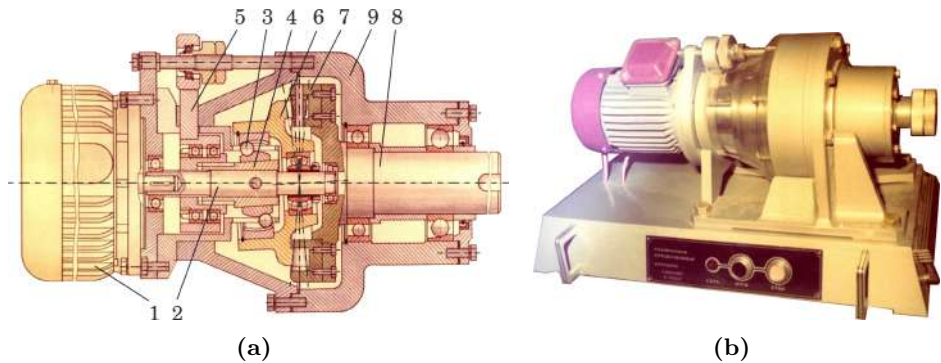


Figura 2.18. Variator precesional elico-idal (a) și mostră experimentală (b), 1988: secțiunea axială (a) și vederea generală (b)

La baza sintezei celor două transmisii s-a luat în considerare următoarea abordare: dacă raportul de transmitere al transmisiei elicoidale se determină prin relația

$$i_{4,6}^3 = \frac{\tan \alpha_{4 \text{ Var}}}{\tan \alpha_6}, \quad (2.16)$$

unde α_4 este unghiul dintre tangenta dusă la curba sinusoidală a canelurii, executate pe suprafața exterioară a bușei conducătoare, și planul de simetrie al sinusoidei, iar α_6 este unghiul de înclinare a canalelor executate pe suprafața interioară a bușei conduse, atunci, asigurând varierea unuia dintre cele două unghiuri, se obține varierea raportului de transmitere sumar. Pentru asigurarea posibilității schimbării unghiului de înclinare a bușei conducătoare 4, ea este executată cu suprafața exterioară sferică, este instalată pe o altă bușă cu suprafața exterioară înclinată, al cărei unghi de înclinare poate fi variat prin intermediul mecanismului 5. Ambele bușe sunt legate cu arborele motor 2. Totodată, suprafața interioară a bușei conduse, legată cu roata-satelit dințată 6 a transmisiei precesionale, este executată sferic și dotată cu canale înclinate. În canalele bușei conducătoare și celei conduse ale unui separator legat rigid cu carcasa sunt amplasate bilele 3. Este de menționat că bușă cu suprafața înclinată, bușă conducătoare 4, bilele 3 și bușă condusă e sunt amplasate în butucul roții-satelit a transmisiei precesionale cu o excentricitate valoarea căreia este proporțională cu amplitudinea angrenării dinților roții-satelit 6 cu rolele 7 ale roții centrale, legate rigid cu arborele condus 8. Raportul de transmitere al mecanismului se determină din relația:

$$i_{\Sigma} = i_{4,6}^3 \cdot i_{3,7}^6,$$

unde $i_{4,6}^3$, definit prin relația (2.16), este pentru transmisia elicoidală cu bile, în care $\alpha_{4\text{Var}}$ și α_6 sunt unghiurile de înclinare al canelului sinusoidal executat pe suprafața exterioară sferică a bușei conducătoare și, respectiv, a canelurilor înclinate de pe suprafața sferică interioară a bușei conduse 6, iar $i_{3,7}^6$ este raportul de transmitere al transmisiei planetare precesionale.

2.5 Alegerea schemei structurale a transmisiei precesionale

Diversitatea schemelor structurale ale transmisiilor precesionale acoperă posibilități cinematice foarte largi privind raportul de transmitere, posedă gabarite și mase reduse la capacități portante relativ mari, pot funcționa în regimuri de reductor, multiplicator și diferențial, pot asigura transmiterea reversibilă sau ireversibilă a mișcării și sarcinii etc.

Din aceea, selectarea structurii cinematice a transmisiei precesionale pentru proiectarea unui reductor cu destinație generală/specială sau a mecanismului de acționare a unei mașini trebuie să fie precedată de o analiză comparativă complexă a caracteristicilor funcționale și a indicatorilor de performanță ai tuturor schemelor structurale.

În tabelul 2.4 sunt incluse schemele cinematice de bază ale transmisiilor precesionale, sunt prezentate principalele caracteristici constructiv-funcționale și recomandări pentru utilizare.

În cazul necesității elaborării unor mecanisme de putere redusă, cu rapoarte de transmitere între 8 și 60, se recomandă utilizarea schemei *I* (tabelul 2.4). Având gabarite mici și construcție simplă, aceste transmisiile prezintă un interes practic pentru elaborarea multiplicatoarelor și reductoarelor cu unghiul de nutație. Transmisia *K-H-V* examinată include un număr relativ redus de elemente și este de remarcat simplitatea asamblării și dezamblării.

Pentru compensarea forțelor axiale din angrenaj se recomandă transmisia precesională *K-H-V* conform schemei *II* din tabelul 2.4. Amplasarea roții-satelit plane cu dinți în formă de role conice instalate pe axe, între două roți centrale cu același număr de dinți fixate în corp, asigură o capacitate portantă ridicată. În reductoarele de putere mare, rolele conice ale satelitului se montează pe axe prin intermediul rulmenților (cu ace sau de alt tip). Această transmisie se recomandă cu regim de funcționare de multiplicator în condiția alegerii profilului corespunzător al dinților roților centrale.

În transmisia precesională *K-H-V* conform schemei structurale *III*, coroanele din role ale satelitului sunt amplasate pe o axoida conică cu $\delta > 0$, fapt ce conduce la majorarea multiplicității angrenării ε la numere mici de dinți ale roților conjugate și în consecință – la sporirea capacității portante. Această transmisie se caracterizează prin dimensiuni axiale reduse.

Tabelul 2.4. Schemele cinematice de bază ale transmisiilor precesionale, principalele caracteristici constructiv-funcționale și recomandări de utilizare

Tip	Transmisiile precesionale planetare	Valori aproximative		Recomandări de aplicații
		Raportul de transmitere, i_{HV}^b	Randamentul mecanic, %	
1	2	3	4	5
K-H-V *1	<p>I.</p>	8...60	0,97...0,9 în cazul utilizării unui mecanism de legătură W	Mecanisme de acționare cu regim de funcționare de R*3 și M*3. Posedă simplitate constructivă și de asamblare.
K-H-V *1	<p>II.</p>	8...60	0,97...0,9 în regim de multiplicator randamentul e mai mic cu 0,1...0,15	Mecanisme de acționare cu regim de funcționare de R*3 și M*3 cu compensarea forțelor axiale din angrenaj și reducerea șarjei în sprijine.
K-H-V *1	<p>III.</p>	8...60	0,97...0,9 în regim de multiplicator randamentul e mai mic	Mecanisme de acționare cu regim de funcționare de R*3 și M*3. Rolele pe axoidul conic cu $\delta > 0$ facilitează cinetostatica transmisiei.
K-H-V *2	<p>IV.</p>	8...60	Randamentul depinde de mediul în care funcționează transmisia	Mecanisme de acționare etanșe.

*1 Angrenaje cu bolțuri conice

*2 Angrenaj dințat

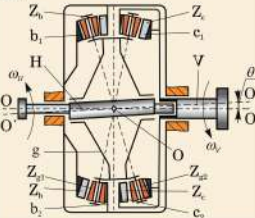
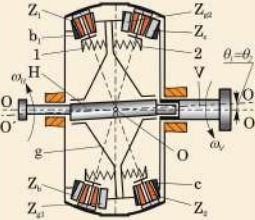
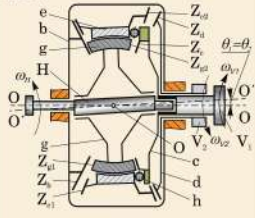
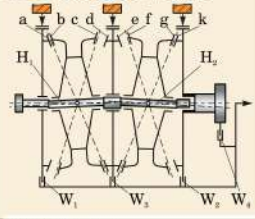
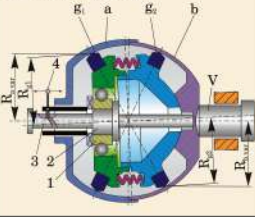
*3 Transmisia funcționează în regim de reductor (R) și de multiplicator (M)

1	2	3	4	5
2K-H *1	<p>V.</p>	12...3600	0,97...0,8 pentru $i=12...200$ scade cu creșterea $[i]$	Mecanisme de acționare de putere cu regim de funcționare de R* ³ și cu autofrânare garantată pentru $i > 70$.
2K-H *2	<p>VI.</p>	12...3600	0,99...0,95	Mecanisme de acționare cinematice și de putere pentru complexe robotizate, utilaj tehnologic, dispozitive pentru industria de automobile, reductoare cinematice cu destinație generală și specială.
2K-H *2	<p>VII.</p>	12...100	0,89...0,85	Mecanisme de acționare cu dimensiuni axiale reduse, cu regim de funcționare de M* ³ pentru $Z_a=Z_{g2}+1$.
2K-H *1	<p>VIII.</p>	20...3600	0,97...0,8 pentru $i=20...200$ scade cu creșterea $[i]$	Mecanisme de acționare cu dimensiuni axiale reduse, cu regim de funcționare de M* ³ și R* ³ .
2K-H *1	<p>IX.</p>	20...3600	0,97...0,8 pentru $i=20...200$ scade cu creșterea $[i]$	Mecanisme de acționare cu dimensiuni axiale reduse, cu regim de funcționare de M* ³ și R* ³ .

* 1 Angrenaje cu bolțuri conice

* 2 Angrenaj dîntat

* 3 Transmisia funcționează în regim de reductor (R) și de multiplicator (M)

1	2	3	4	5
2K-H *2	<p>X.</p> 	20...3600	<p>0,97...0,8 pentru $i=20...200$ scade cu creșterea $[i]$</p>	Mecanisme de acționare suprasolicitate.
2K-H *2	<p>XI.</p> 	8...3600	<p>0,97...0,8 pentru $i=12...200$ scade cu creșterea $[i]$</p>	Mecanisme de acționare suprasolicitate.
3K-2H *1	<p>XII.</p> 	Până la 12600000	<p>0,9...0,7 pentru $i=50...300$ scade cu creșterea $[i]$</p>	Mecanisme de acționare cinematice și de putere cu rapoarte de transmitere foarte mari cu autofrânare garantată.
2K-H *1	<p>XIII. Cutie de viteze</p> 	Până la 7 viteze diferite ca valoare și sens	<p>0,9...0,8 pentru $i=20...200$ scade cu creșterea $[i]$</p>	Mecanisme de acționare cu rapoarte de transmitere pe trepte cu trecere lină de la o viteză la alta (cutii de viteze).
2K-H	<p>XIV. Variator</p> 	0...10000	<p>0,9...0,8 pentru $i=5...20$ scade cu creșterea $[i]$</p>	Mecanisme de acționare cu raport de transmitere variabil continuu (variatoare).

* 1 Angrenaje cu bolțuri conice

* 2 Angrenaj dințat

Un domeniu important pentru utilizarea transmisiilor precesionale, facilitat de specificul lor constructiv, este elaborarea mecanismelor etanșe, care funcționează în vid sau în medii agresive. În acest scop pot fi utilizate transmisiile precesionale $K-H-V$ etanșe (conform schemei *IV*), care asigură etanșare absolută și fiabilitate determinată de ciclul de deformării limită ale gofiei W .

Pentru mecanismele de acționare de putere se recomandă utilizarea transmisiei precesionale $2K-H$ cu angrenaj multipar cu role, în care satelitul are două coroane cu role conice, formând angrenarea interioară, iar roțile centrale au dinți cu angrenare exterioară. Posibilitatea utilizării transmisiilor precesionale $2K-H$ (schema *V*, tabelul 2.4) pentru transmiterea sarcinilor mari se datorează pierderilor neînsemnate prin frecare în contactul dinților, redistribuirii sarcinii între un număr mare de dinți datorită multiplicității înalte (până la 100% perechi de dinți participă simultan în angrenaj).

Pentru mecanismele de acționare cinematice se recomandă transmisia precesională $2K-H$ cu angrenare dințată cu contact convex-concav al dinților, cu diferența mică a razelor de curbură și forma profilului dinților modificată conform schemei *VI*. Având în vedere capacitatea portantă înaltă a contactului convex-concav cu diferența mică a razelor de curbură și viteza de alunecare relativ mică în contact care asigură randament mecanic majorat, transmisia respectivă poate fi utilizată și în mecanisme de putere.

Pentru mecanismele de acționare de putere cu restricții de limită a gabaritelor axiale se recomandă transmisiile precesionale $2K-H$ conform schemei *VII* cu coroana cu role plană ($\delta = 0$), care efectuează mișcare sfero-spațială între danturile roților centrale fixă și mobilă. Transmisiile precesionale $2K-H$ dințate cu angrenaj plan $\delta = 0$ cu coraportul dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ se recomandă pentru mecanisme cu regim de multiplicator.

Pentru mecanismul cu restricții limită a gabaritelor axiale se recomandă de asemenea transmisia $2K-H$ conform schemei *VIII*, în care ambele coroane cu role sunt amplasate pe de o parte a satelitelui, astfel construcția asigură dimensiuni axiale reduse.

Pentru mecanismele de acționare cu rapoarte de transmisii mari și suprasolicitate, inclusiv cu sarcini dinamice, se recomandă transmisiile precesionale din schemele *X* și *XI*, în care între dinții roților centrale fixe și mobile sunt plasate flotant coroanele cu role. Transmisiile asigură transmiterea momentelor de torsiune mari datorită angrenărilor multipare și repartizării acestora între două roți centrale, angrenate cu fiecare coroană de role.

În cazul necesității elaborării unor mecanisme cu rapoarte de transmitere foarte mari, se recomandă utilizarea transmisiei $3K-2H$, conform schemei *XII*. Având gabarite mici și construcție relativ simplă, aceste transmisii prezintă un interes practic deosebit.

Pentru realizarea mișcărilor de rotație cu viteze variabile în trepte se recomandă cutia de viteze precesională (conform schemei *XIII*, principiul de funcționare a căreia este descris în subcapitolul 2.4.

Pentru realizarea unor mișcări de rotație cu viteze variabile continue, se recomandă variatorul precesional (conform schemei *XIV*) cu principiul de funcționare descris în subcapitolul 2.4.

Particularitățile constructiv-cinematice ale angrenajului precesional, care definesc avantajele unice ale TPP

Multiplicitatea absolută $\varepsilon = 100\%$ a angrenării simultane a perechilor de dinți este asigurată prin sinteza exclusivă a trei condiții interdependente:

1. Satelitul efectuează mișcare sferospațială cu un punct fix.
2. Profilul dinților este variabil și dependent de coraportul valoric al parametrilor geometrici ai angrenajului spațial.
3. Diferența dintre numerele de dinți ai danturilor conjugate nu poate fi decât ± 1 (tabelul 2.1).

Remarca 2.1. *Printre transmisiile mecanice, transmisia planetară precesională bazată pe sinteza angrenării multipare cu contact concav-concav sau/și convex-concav este unică, cu profil variabil al dinților dependent univoc de coraportul valoric al parametrilor geometrici ai angrenajului $[Z_g - \theta, \pm 1]$.*



TEORIA FUNDAMENTALĂ A ANGRENAJULUI PRECESIONAL MULTIPAR

3.1 Sinteza angrenajului precesional multipar cu profil convex/concav al dinților

Necesitatea asigurării raportului de transmitere constant al transmisiei și specificul mișcării sferospațiale cu un punct fix al satelitului fac imposibilă utilizarea profilurilor clasice ale dinților (evolventice, cicloidale, epihipocicloidale etc.) în angrenajul precesional. Acest fapt a impus elaborarea unor profiluri noi ale dinților conjugați cu mișcare sferospațială, care ar corespunde particularităților constructiv-cinematice ale transmisiilor precesionale. În acest scop, în baza respectării principiului legii fundamentale a angrenajelor privind asigurarea continuității funcției de transformare a mișcării, a fost elaborată teoria fundamentală a angrenării precesionale prin realizarea următoarelor obiective:

- elaborarea modelului matematic al angrenajului cu considerarea particularităților interacțiunii dinților angrenați cu mișcare sferospațială a satelitului;
- descrierea analitică pe suprafața sferică a profilului dinților cu un sistem de ecuații parametrice și proiectarea lui în planul secțiunii normale a dinților pentru angrenajele conic ($\delta > 0$) și plan ($\delta = 0$);
- identificarea influenței parametrilor geometrico-cinematici ai angrenajului asupra formei profilului dinților și argumentarea limitelor raționale de variere a lor;
- elaborarea bazelor teoretice de evaluare a interdependenței multiplicității angrenării și a formei profilului dinților roții centrale;

- modelarea computațională a domeniului de existență a multiplicității absolute a angrenării (de 100% perechi de dinți) și analiza funcției multiplicității angrenării;
- evaluarea influenței parametrilor geometrici ai angrenajului asupra gradului de acoperire a dinților angrenați și elaborarea recomandărilor în formă de nomograme pentru calculul de proiect al transmisiilor precesionale.

3.2 Descrierea analitică a profilului dinților angrenajului precesional cu unghiul axoidei $\delta > 0$

În transmisia precesională, roata-satelit efectuează mișcare sferospațială în jurul unui punct fix. Mișcarea roții-satelit cu trei grade de mobilitate o descriem prin ecuațiile cinematice Euler. În acest caz, poziția roții-satelit univoc poate fi determinată prin trei unghiuri: φ , ψ și θ . Pentru aceasta, roata-satelit o legăm rigid cu sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ cu originea plasată în punctul imobil O (centru de precesie) (fig. 3.1). Acest sistem de coordonate efectuează împreună cu roata-satelit mișcare sferică în raport cu sistemul fix de coordonate $OXYZ$ [170].

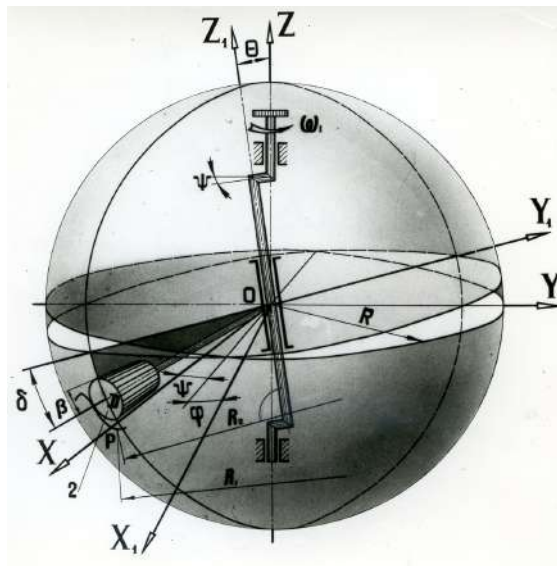


Figura 3.1. Descrierea mișcării sferospațiale a roții-satelit

Planul de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ intersectează planul fix de coordonate $OXYZ$ după linia ON , numită *linia nodurilor*. Unghiul ψ dintre linia nodurilor și axa fixă OX este definit ca unghi de precesie. Unghiul φ dintre linia nodurilor și axa mobilă OX_1 este definit ca unghi de rotație proprie.

Unghiul θ dintre axele OZ și OZ_1 este definit ca unghi de nutație. În mișcarea sferică, aceste unghiuri le considerăm în raport cu linia nodurilor și, corespunzător, cu axele OX și OZ cu sens de rotație împotriva acelor ceasornicului.

Aplicând mișcare sferospațială transmisiei planetare precesionale, unghiul de precesie ψ se identifică cu unghiul de rotație a arborelui conducător, unghiul de nutație θ – cu unghiul dintre axa înclinată a porțiunii înclinată a arborelui conducător cu axa arborelui condus, iar unghiul φ – cu unghiul de rotație a satelitului în jurul axei proprii.

Relațiile analitice dintre coordonatele punctelor roții-satelit, date în sistemele de coordonate mobil $OX_1Y_1Z_1$ și imobil $OXYZ$, au fost obținute din analiza a două poziții ale satelitului: inițială, când axele sistemelor de coordonate coincid, și finală, când axele sunt deplasate (fig. 3.2 a). Repoziționarea triedrului $OX_1Y_1Z_1$ din poziția inițială în cea finală se realizează prin trei rotații consecutive cu valoarea unghiurilor Euler ψ , θ și φ în jurul axei OZ și liniei nodurilor ON .

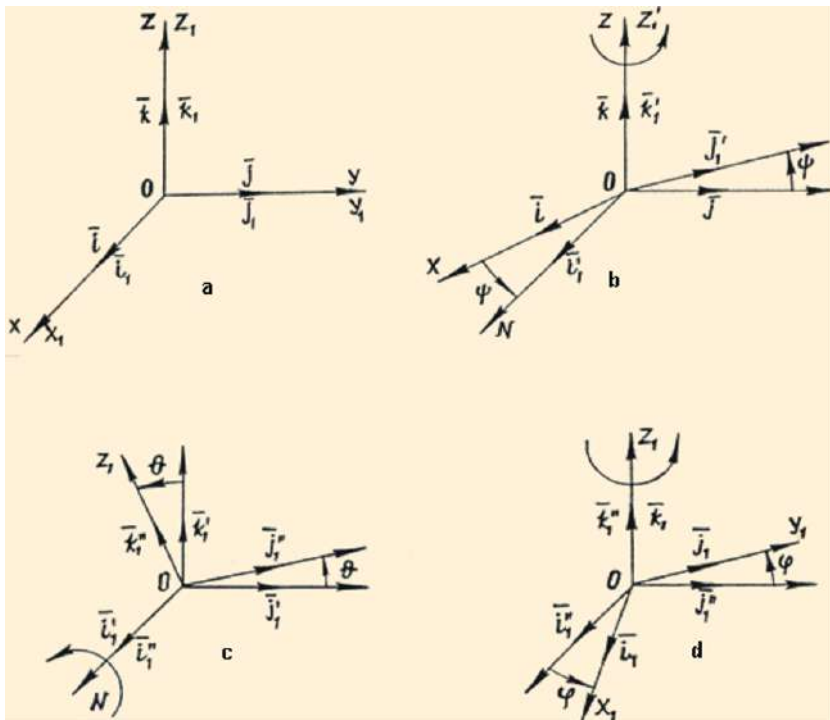


Figura 3.2. Descrierea mișcării sferice a roții-satelit

Prima rotație cu unghiul ψ se efectuează în limitele $0 < \psi < 2\pi$ în jurul axei OZ suprapuse cu axa OZ_1 . Exprimând vectorii $\bar{i}'_1, \bar{j}'_1, \bar{k}'_1$ (fig. 3.2) prin vectorii de bază $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ în sistemul fix de coordonate $OXYZ$, obținem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}'_1 \\ \mathbf{j}'_1 \\ \mathbf{k}'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

A doua rotație se efectuează cu unghiul θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) în jurul liniei nodurilor ON , în urma căreia vectorii unitari $\mathbf{i}'_1, \mathbf{j}'_1, \mathbf{k}'_1$ vor ocupa direcțiile $\mathbf{i}''_1, \mathbf{j}''_1, \mathbf{k}''_1$ (care coincid cu direcțiile OX'', OY'', OZ'') (fig. 3.2 b). Totodată, vectorul \mathbf{k}''_1 , care coincide cu vectorul \mathbf{k}_1 , determină poziția axei OZ_1 în poziție finală. Exprimând vectorii $\mathbf{i}'_1, \mathbf{j}'_1, \mathbf{k}'_1$ prin $\mathbf{i}''_1, \mathbf{j}''_1, \mathbf{k}''_1$, obținem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}'_1 \\ \mathbf{j}'_1 \\ \mathbf{k}'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}''_1 \\ \mathbf{j}''_1 \\ \mathbf{k}''_1 \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \mathbf{i}''_1 \\ \mathbf{j}''_1 \\ \mathbf{k}''_1 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Planul vectorilor \mathbf{i}''_1 și \mathbf{j}''_1 perpendicular pe vectorul \mathbf{k}''_1 este planul OX_1Y_1 . Pentru a construi în el vectorii $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1$ ai axelor OX_1 și OY_1 , este necesar de a efectua încă o rotație cu unghiul φ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) în jurul axei OZ_1 , care va aduce vectorii \mathbf{i}''_1 și \mathbf{j}''_1 în poziția vectorilor \mathbf{i}'_1 și \mathbf{j}'_1 (fig.3.2 c). Exprimând vectorii unitari $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1$ și \mathbf{k}_1 prin vectorii unitari $\mathbf{i}''_1, \mathbf{j}''_1$ și \mathbf{k}''_1 , obținem:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}''_1 \\ \mathbf{j}''_1 \\ \mathbf{k}''_1 \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{i}''_1 \\ \mathbf{j}''_1 \\ \mathbf{k}''_1 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Reunind relațiile (3.1) – (3.3), obținem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{j}_1 \\ \mathbf{k}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{B C D} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

unde matricea de rotație $\mathbf{A} = \mathbf{B C D}$ exprimată prin unghiurile Euler este:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \cos \theta & \sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \cos \theta & \sin \varphi \sin \theta \\ -\cos \psi \sin \varphi - \sin \psi \cos \varphi \cos \theta & -\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi \cos \theta & \cos \varphi \sin \theta \\ \sin \psi \sin \theta & -\cos \psi \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Matricea de rotație \mathbf{A} este o matrice ortogonală, prin urmare $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$, unde \mathbf{A}^T este matricea transpusă matricei \mathbf{A} .

Trecerea de la coordonatele punctelor roții-satelit X_1, Y_1, Z_1 , date în sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$, la coordonatele X, Y, Z ale aceluiași puncte în sistemul fix se efectuează prin relația (3.5) sau relațiile (3.6):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned}
X &= X_1 (\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \cos \theta) \\
&\quad - Y_1 (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \cos \theta) + Z_1 \sin \psi \sin \theta; \\
Y &= X_1 (\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \cos \theta) \\
&\quad - Y_1 (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \cos \theta) - Z_1 \cos \psi \sin \theta; \\
Z &= X_1 \sin \varphi \sin \theta + Y_1 \cos \varphi \sin \theta + Z_1 \cos \theta,
\end{aligned} \tag{3.6}$$

unde X , Y și Z sunt coordonatele unui punct arbitrar al roții-satelit în raport cu sistemul fix de coordonate $OXYZ$, iar X_1 , Y_1 și Z_1 sunt coordonatele aceluiași punct al roții în sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$.

În transmisia precesională, între unghiul de precesie și unghiul de rotație proprie există o legătură cinematică. Pentru stabilirea acestei legături, admitem ca într-un moment oarecare roata-satelit ocupă o astfel de poziție încât rola 2 să contacteze cu piciorul dintelui în punctul P (fig. 3.1).

Sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ este poziționat astfel încât axa roții-satelit OD să se afle în planul OY_1Z_1 și să formeze cu axa OY_1 unghiul δ . Deoarece rola 2 a roții-satelit trebuie să se miște fără alunecare pe profilul de lucru al dintelui roții centrale, viteza punctului P al rolei, care se află în contact cu roata centrală fixă, trebuie să fie egală cu zero, adică $\mathbf{V}_P = \mathbf{0}$. Dat fiind că punctul P aparține rolei 2, care efectuează mișcare sferică, rezultă că

$$\mathbf{V}_P = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{OP} = \mathbf{0}, \tag{3.7}$$

unde $\boldsymbol{\omega}$ este viteza unghiulară instantanee a roții-satelit, iar \mathbf{OP} este raza-vector a punctului P . Deoarece mișcarea sferospațială a roții-satelit poate fi reprezentată ca trei rotații succesive în jurul axelor care se intersectează, și anume rotația în jurul axei OZ cu viteza unghiulară $\dot{\psi} \mathbf{k}$, rotația în jurul liniei nodurilor ON cu viteza unghiulară $\dot{\theta} \mathbf{i}'_1$ și rotația în jurul axei OZ_1 cu viteza unghiulară $\dot{\varphi} \mathbf{k}_1$, rezultă că

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\psi} \mathbf{k} + \dot{\theta} \mathbf{i}'_1 + \dot{\varphi} \mathbf{k}_1,$$

unde $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\varphi}$ denotă derivatele unghiurilor Euler în raport cu timpul. Pentru transmisiile examinate $\theta = \text{const.}$, prin urmare $\dot{\theta} = 0$. Astfel,

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\psi} \mathbf{k} + \dot{\varphi} \mathbf{k}_1, \tag{3.8}$$

de unde rezultă că

$$\begin{aligned}
\omega_x &= -\frac{Z_1}{Z_2} \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi, \\
\omega_y &= \frac{Z_1}{Z_2} \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi, \\
\omega_z &= \dot{\psi} \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \theta \right).
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Substituind (3.8) în (3.7), obținem:

$$\dot{\psi}(\mathbf{k} \times \mathbf{OP}) + \dot{\varphi}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{OP}) = \mathbf{0} \quad (3.10)$$

Produsele vectoriale $\mathbf{k} \times \mathbf{OP}$ și $\mathbf{k}_1 \times \mathbf{OP}$ se calculează după cum urmează:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{OP} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{j}_1 & \mathbf{k}_1 \\ k_{x_1} & k_{y_1} & k_{z_1} \\ (\mathbf{OP})_{x_1} & (\mathbf{OP})_{y_1} & (\mathbf{OP})_{z_1} \end{vmatrix}, \\ \mathbf{k}_1 \times \mathbf{OP} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{j}_1 & \mathbf{k}_1 \\ k_{1x_1} & k_{1y_1} & k_{1z_1} \\ (\mathbf{OP})_{x_1} & (\mathbf{OP})_{y_1} & (\mathbf{OP})_{z_1} \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

unde $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1$ sunt vectori unitari în direcția axelor OX_1, OZ_1, OY_1 ; $(k_{x_1}, k_{y_1}, k_{z_1}), (k_{1x_1}, k_{1y_1}, k_{1z_1})$ și $((\mathbf{OP})_{x_1}, (\mathbf{OP})_{y_1}, (\mathbf{OP})_{z_1})$ sunt proiecțiile vectorilor \mathbf{k}, \mathbf{k}_1 și \mathbf{OP} respectiv pe axele OX_1, OY_1, OZ_1 . În cazul nostru, avem:

$$\begin{aligned} k_{x_1} &= 0, & k_{y_1} &= \sin \theta, & k_{z_1} &= \cos \theta, \\ k_{1x_1} &= 0, & k_{1y_1} &= 0, & k_{1z_1} &= 1, \\ (\mathbf{OP})_{x_1} &= 0, & (\mathbf{OP})_{y_1} &= -OP \cos(\beta + \delta), & (\mathbf{OP})_{z_1} &= -OP \sin(\beta + \delta). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Înlocuind (3.2) în (3.11), obținem:

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{OP} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{j}_1 & \mathbf{k}_1 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \\ 0 & -OP \cos(\beta + \delta) & -OP \sin(\beta + \delta) \end{vmatrix} \\ &= OP [\cos(\beta + \delta) \cos \theta - \sin(\beta + \delta) \sin \theta] \mathbf{i}_1 \\ &= OP \cos(\beta + \delta + \theta) \mathbf{i}_1 = R_1 \mathbf{i}_1, \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 \times \mathbf{OP} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{j}_1 & \mathbf{k}_1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -OP \cos(\delta + \beta) & -OP \sin(\beta + \delta) \end{vmatrix} \\ &= OP \cos(\beta + \delta) \mathbf{i}_1 = R_2 \mathbf{i}_1, \end{aligned} \quad (3.14)$$

unde R_1 și R_2 sunt razele roților conjugate. Substituind (3.13) și (3.14) în (3.10), obținem $(\dot{\psi}R_1 + \dot{\varphi}R_2)\mathbf{i}_1 = 0$, de unde $\dot{\psi}R_1 + \dot{\varphi}R_2 = 0$, $\dot{\varphi} = -R_1/R_2\dot{\psi}$. Deoarece $R_1/R_2 = Z_1/Z_2$, unde Z_1, Z_2 sunt numărul de dinți ai roților conjugate, rezultă că

$$\dot{\varphi} = -Z_1\dot{\psi}/Z_2. \quad (3.15)$$

Pentru a descrie profilul flancurilor dinților roților centrale, admitem că danturile roții-satelit sunt formate din role conice instalate pe axe cu posibilitatea de a se roti și a exclude alunecarea prin frecare din angrenaj.

Poziția punctului D al axei rolei (fig. 3.1) în sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ este determinată de coordonatele:

$$X_{1D} = 0, \quad Y_{1D} = -R \cos \delta, \quad Z_{1D} = -R \sin \delta, \quad (3.16)$$

unde R este distanța de la punctul D până la centrul de precesie O , δ este unghiul dintre axa rolei și planul care trece prin centrul de precesie O perpendicular pe axa roții. Substituind (3.16) în (3.6) și luând în considerație (3.15), obținem coordonatele punctului D în funcție de unghiul de rotație a arborelui conducător ψ :

$$\begin{aligned} X_D &= R \cos \delta [\sin \psi \cos(Z_1\psi/Z_2) \cos \theta - \cos \psi \sin(Z_1\psi/Z_2)] \\ &\quad - R \sin \delta \sin \psi \sin \theta, \\ Y_D &= -R \cos \delta [\sin \psi \sin(Z_1\psi/Z_2) + \cos \psi \cos(Z_1\psi/Z_2) \cos \theta] \\ &\quad - R \sin \delta \sin \psi \sin \theta, \\ Z_D &= -R \cos \delta \cos(Z_1\psi/Z_2) \sin \theta - R \sin \delta \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Punctul D se mișcă pe suprafața sferică cu raza R cu originea în centrul de precesie O (fig. 3.3). Cunoscând traiectoria mișcării centrului rolei (curba U_D , fig. 3.4), determinăm poziția punctului de contact al rolei cu dințele roții centrale, a cărui familie într-un ciclu de precesie reprezintă forma dintelui acestei roți.

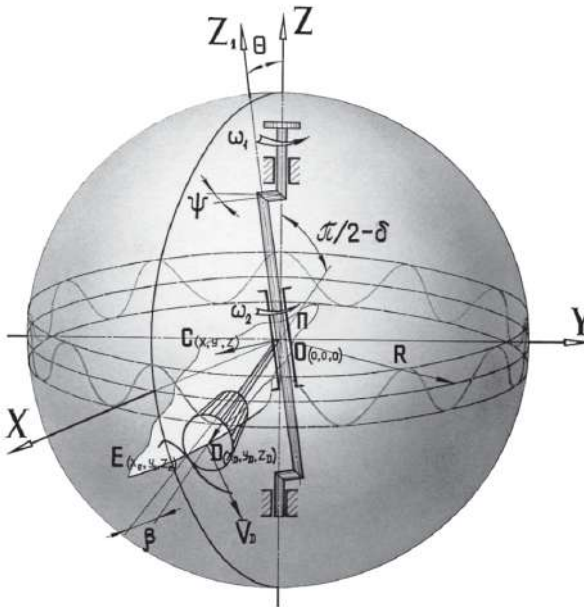


Figura 3.3. Profilul dinților roții centrale

Punctul de contact al dinților în orice poziție unghiulară a arborelui conducător este situat la distanța r pe normala la vectorul vitezei centrului rolei \mathbf{V}_D (fig. 3.4).

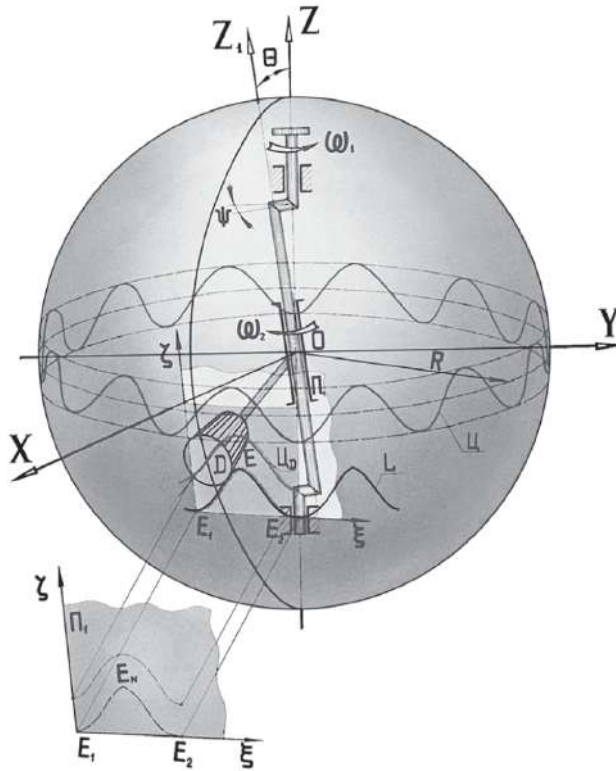


Figura 3.4. Determinarea profilului dintelui în secțiune normală

De aceea, pentru descrierea profilului dinților roții centrale determinăm proiecțiile vectorului centrului rolei pe axele de coordonate mobile. În acest scop derivăm (3.17) în raport cu timpul ecuațiile și găsim:

$$\begin{aligned} \dot{X}_D &= R\dot{\psi} \cos \delta \left[\sin \psi \sin(\psi Z_1/Z_2) - (Z_1/Z_2) \cos \psi \cos(\psi Z_1/Z_2) \right. \\ &\quad \left. + \cos \psi \cos(\psi Z_1/Z_2) \cos \theta - (Z_1/Z_2) \sin \psi \sin(\psi Z_1/Z_2) \cos \theta \right] \\ &\quad - R\dot{\psi} \sin \delta \cos \psi \sin \theta, \\ \dot{Y}_D &= -R\dot{\psi} \cos \delta \left[\cos \psi \sin(\psi Z_1/Z_2) + (Z_1/Z_2) \sin \psi \cos(\psi Z_1/Z_2) \right. \\ &\quad \left. - \sin \psi \cos(\psi Z_1/Z_2) \cos \theta - (Z_1/Z_2) \cos \psi \sin(\psi Z_1/Z_2) \cos \theta \right] \\ &\quad - R\dot{\psi} \sin \delta \sin \psi \sin \theta, \\ \dot{Z}_D &= R\dot{\psi} (Z_1/Z_2) \cos \delta \sin(\psi Z_1/Z_2) \sin \theta, \end{aligned} \quad (3.18)$$

unde $\dot{\psi}$ este viteza unghiulară a arborelui conducător.

Pentru determinarea poziției punctului de contact al dinților pe suprafața sferică, găsim ecuația planului Π_1 , perpendicular pe viteza \mathbf{V}_D și care trece prin punctele D și O . Ecuația planului respectiv se scrie sub forma:

$$[\mathbf{OD} \times \mathbf{OC}] \times \mathbf{V}_D = \mathbf{0}, \quad (3.19)$$

unde \mathbf{OD} și \mathbf{OC} sunt vectorii care stabilesc respectiv poziția punctelor D ale rolei și a unui punct arbitrar C al planului în raport cu originea sistemului de coordonate $OXYZ$ (fig. 3.3).

Găsim produsul vectorial $\mathbf{OD} \times \mathbf{OC}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{OD} \times \mathbf{OC} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ Z_D & Y_D & Z_D \\ X & Y & Z \end{vmatrix} \\ &= (Y_D Z - Z_D Y)\mathbf{i} + (Z_D X - X_D Z)\mathbf{j} + (X_D Y - Y_D X)\mathbf{k}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

unde X_D, Y_D, Z_D sunt coordonatele punctului D al rolei, iar X, Y, Z sunt coordonatele punctului C din planul Π_1 .

Folosind ecuațiile (3.20), din ecuația vectorială (3.19) obținem:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ Y_D Z - Z_D Y & Z_D X - X_D Z & X_D Y - Y_D X \\ \dot{X}_D & \dot{Y}_D & \dot{Z}_D \end{vmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.21)$$

sau

$$\begin{aligned} \dot{Z}_D(X Z_D - Z X_D) - \dot{Y}_D(Y X_D - X Y_D) &= 0, \\ \dot{X}_D(Y X_D - X Y_D) - \dot{Z}_D(Z Y_D - Y Z_D) &= 0, \\ \dot{Y}_D(Z Y_D - Y Z_D) - \dot{X}_D(X Z_D - Z X_D) &= 0. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Ultima ecuație din (3.22) rezultă din celelalte, de aceea o adoptăm drept ecuația planului căutat.

În continuare găsim coordonatele punctului de contact al roților satelitelor cu dinții roții centrale, adică ale punctului E , care aparține simultan planului Π_1 și sferei cu raza R , și centrul amplasat în originea sistemului de coordonate $OXYZ$ (fig. 3.3). Deoarece punctul E se află în planul Π_1 , coordonatele sale satisfac ecuația:

$$(Z_D X_E - X_D Z_E)\dot{X}_D - (Y_D Z_E - Z_D Y_E)\dot{Y}_D = 0. \quad (3.23)$$

Dat fiind faptul că punctul E aparține de asemenea și sferei, avem relația:

$$X_E^2 + Y_E^2 + Z_E^2 - R^2 = 0. \quad (3.24)$$

De asemenea, dat fiind că unghiul dintre **OD** și **OE** este unghiul axoidei conice a rolei, rezultă:

$$\mathbf{OD} \cdot \mathbf{OC} = R^2 \cos \beta \quad (3.25)$$

sau

$$X_E X_D + Y_E Y_D + Z_E Z_D - R^2 \cos \beta = 0.$$

Din (3.25) găsim:

$$X_E = (R^2 \cos \beta - Y_E Y_D - Z_E Z_D) / X_D. \quad (3.26)$$

Substituind (3.26) în (3.23), obținem:

$$Y_E = k_1 Z_E - d_1, \quad (3.27)$$

unde au fost introduse notațiile:

$$k_1 = \frac{X_D(X_D \dot{X}_D + Y_D \dot{Y}_D) + Z_D^2 \dot{X}_D}{(X_D \dot{Y}_D - Y_D \dot{X}_D) Z_D}, \quad (3.28)$$

$$d_1 = \frac{R^2 \cos \beta \dot{X}_D}{(X_D \dot{Y}_D - Y_D \dot{X}_D)}. \quad (3.29)$$

Înlocuind (3.27) în (3.26), obținem:

$$X_E = k_2 Z_E + d_2 \quad (3.30)$$

unde:

$$k_2 = -\frac{k_1 Y_D + Z_D}{X_D}, \quad (3.31)$$

$$d_2 = \frac{R^2 \cos \beta + d_1 Y_D}{X_D}. \quad (3.32)$$

Substituind relațiile (3.28) și (3.29) în relațiile (3.31) și (3.32), obținem:

$$k_2 = -\frac{X_D Y_D \dot{X}_D + (Y_D^2 + Z_D^2) \dot{Y}_D}{(X_D \dot{Y}_D - Y_D \dot{X}_D) Z_D},$$

$$d_2 = \frac{R^2 \cos \beta \dot{Y}_D}{X_D \dot{Y} - Y_D \dot{X}_D}$$

Înlocuind (3.27) și (3.30) în (3.24) și rezolvând ecuația obținută în raport cu Z_E , obținem:

$$Z_E = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2) \pm \left[(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2) \right]^{1/2}}{k_1^2 + k_2^2 + 1}. \quad (3.33)$$

Deoarece curba profilului dintelui este echidistantă de curba descrisă de punctul D al rolei, este necesar ca, în oricare moment, $Z_E < Z_D$. O analiză mai detaliată arată că Z_E poate fi calculată prin relația:

$$Z_E = \frac{(k_1 d_1 - k_2 d_2) - \left[(k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2) \right]^{1/2}}{k_1^2 + k_2^2 + 1}. \quad (3.34)$$

Astfel, din relațiile (3.27), (3.30) și (3.34) se determină coordonatele punctului de contact E , a căror comunitate reprezintă prin sine profilul roții centrale pe sferă. Geometria dintelui poate fi examinată mai comod și util în secțiune normală, de aceea profilul dinților roții centrale se proiectează pe planul Π_1 , perpendicular pe dinte (fig. 3.4).

În acest scop, mai întâi se determină coordonatele punctelor E_1 și E_2 (fig. 3.4), corespunzătoare la două puncte minime consecutive ale profilului dinților de pe sferă (pentru doi dinți vecini). Este ușor de observat că coordonata Z_E atinge valoarea minimă împreună cu coordonata Z_D . De aceea, coordonata Z_D va fi examinată la valoarea ei minimală în funcție de unghiul de precesie ψ . Pentru aceasta vom determina derivata $dZ_D/d\psi$ și o vom egala cu zero:

$$\frac{dZ_D}{d\psi} = \frac{RZ_1}{Z_2} \cos \delta \sin \theta \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) = 0,$$

de unde

$$\sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) = 0$$

și prin urmare $\psi = (Z_2/Z_1)\pi n$, unde $n = 0, 1, 2, \dots$

Calculăm a doua derivată $d^2 Z_D/d\psi^2$:

$$\frac{d^2 Z_D}{d\psi^2} = \frac{RZ_1^2}{Z_2^2} \cos \delta \sin \theta \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right).$$

Din condiția

$$\left. \frac{d^2 Z_D}{d\psi^2} \right|_{\psi = \frac{Z_2}{Z_1} \pi n} > 0$$

rezultă că Z_D va avea două puncte minime la aceleași valori ψ doar pentru $n = 0, 2, 4, 6, \dots$

În continuare determinăm coordonatele punctelor E_1 și E_2 din relațiile (3.23), (3.30) și (3.34), considerînd succesiv două valori: $\psi = 0$ și, respectiv, $\psi = 2\pi Z_2/Z_1$. Prin punctele E_1 și E_2 ducem un plan Π_1 , perpendicular pe planul triunghiului OE_1E_2 (fig. 3.4). Ecuația planului considerat se determină din condiția:

$$(\mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \times \mathbf{E}_1 \mathbf{E}) \cdot (\mathbf{OE}_1 \times \mathbf{OE}_2) = 0, \quad (3.35)$$

unde punctul E este un punct arbitrar de pe planul Π_1 . Calculăm produsele vectoriale $\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \times \mathbf{E}_1\mathbf{E}$ și $\mathbf{OE}_1 \times \mathbf{OE}_2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1\mathbf{E}_2 \times \mathbf{E}_1\mathbf{E} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ X_{E_2} - X_{E_1} & Y_{E_2} - Y_{E_1} & Z_{E_2} - Z_{E_1} \\ X - X_{E_1} & Y - Y_{E_1} & Z - Z_{E_1} \end{vmatrix} \\ &= [(Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z - Z_{E_1}) - (Y - Y_{E_1})(Z_{E_2} - Z_{E_1})] \mathbf{i} \\ &\quad + [(X - X_{E_1})(Z_{E_2} - Z_{E_1}) - (Z - Z_{E_1})(X_{E_2} - X_{E_1})] \mathbf{j} \quad (3.36) \\ &\quad + [(Y - Y_{E_1})(X_{E_2} - X_{E_1}) - (X - X_{E_1})(Y_{E_2} - Y_{E_1})] \mathbf{k}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{OE}_1 \times \mathbf{OE}_2 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ X_{E_1} & Y_{E_1} & Z_{E_1} \\ X_{E_2} & Y_{E_2} & Z_{E_2} \end{vmatrix} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k}, \quad (3.37)$$

unde:

$$\begin{aligned} n_x &= Y_{E_1} Z_{E_2} - Y_{E_2} Z_{E_1}, \\ n_y &= X_{E_2} Z_{E_1} - X_{E_1} Z_{E_2}, \\ n_z &= X_{E_1} Y_{E_2} - X_{E_2} Y_{E_1}. \end{aligned}$$

Substituind (3.36) și (3.37) în (3.35), obținem ecuația planului Π_1 :

$$\begin{aligned} &[(Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z - Z_{E_1}) - (Y - Y_{E_1})(Z_{E_2} - Z_{E_1})] n_x \\ &+ [(X - X_{E_1})(Z_{E_2} - Z_{E_1}) - (X_{E_2} - X_{E_1})(Z - Z_{E_1})] n_y \quad (3.38) \\ &+ [(X_{E_2} - X_{E_1})(Y - Y_{E_1}) - (X - X_{E_1})(Y_{E_2} - Y_{E_1})] n_z = 0. \end{aligned}$$

Profilul dinților de pe sferă proiectat pe plan îl identificăm prin determinarea coordonatelor punctelor EN de intersecție cu acest plan al familiei dreptelor, care trec prin centrul de precesie O , și punctele corespunzătoare ale profilului dinților pe sferă. Ecuația dreptei care trece prin punctele E și O are forma:

$$Y = XY_E/X_E, \quad Z = XZ_E/X_E. \quad (3.39)$$

Din ecuațiile (3.38) și (3.39) obținem:

$$\begin{aligned} &[(Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z_E X/X_E - Z_{E_1}) - (Z_{E_2} - Z_{E_1})(Y_E X/X_E - Y_{E_1})] n_x \\ &+ [(Z_{E_2} - Z_{E_1})(X - X_{E_1}) - (Z_E X/X_E - Z_{E_1})(X_{E_1} - X_{E_1})] n_y \\ &+ [(X_{E_2} - X_{E_1})(XY_E/X_E - Y_{E_1}) - (X - X_{E_1})(Y_{E_2} - Y_{E_1})] n_z = 0. \end{aligned}$$

Rezolvând ultima ecuație în raport cu X , obținem coordonata X_N :

$$\begin{aligned} X_N = X &= X_E [(Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z_{E_1} n_x - X_{E_1} n_z) + (X_{E_2} X_{E_1})(Y_{E_1} n_z - Z_{E_1} n_x) \\ &+ (Z_{E_2} - Z_{E_1})(X_{E_1} n_y - Y_{E_1} n_x)] / [(Z_{E_2} - Z_{E_1})(X_E n_y - Y_E n_x) \quad (3.40) \\ &+ (X_{E_2} - X_{E_1})(Y_E n_x - Z_E n_y) + (Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z_E n_x - X_E n_z)]. \end{aligned}$$

Celelalte coordonate Y_N și Z_N se determină din relațiile (3.39) cu $X = X_N$ calculat prin relația (3.40).

Pentru realizarea proiectării profilurilor dinților în două coordonate ($2D$), alegem în planul Π_1 sistemul de coordonate $E_1\xi\zeta$, a cărui axă $E_1\xi$ trece prin punctul E_2 (fig. 3.3). De la coordonatele X_N, Y_N, Z_N trecem la coordonatele ξ, ζ , utilizând relațiile:

$$\xi = \frac{|E_1E_2|^2 + \nu_1^2 - \nu_2^2}{2|E_1E_2|}, \quad \zeta = \sqrt{\nu_1^2 - \xi^2}, \quad (3.41)$$

unde:

$$|E_1E_2|^2 = (X_{E_2} - X_{E_1})^2 + (Y_{E_2} - Y_{E_1})^2 + (Z_{E_2} - Z_{E_1})^2, \quad (3.42)$$

$$\nu_1^2 = |E_1E_N|^2 = (X_N - X_{E_1})^2 + (Y_N - Y_{E_1})^2 + (Z_N - Z_{E_1})^2, \quad (3.43)$$

$$\nu_2^2 = |E_2E_N|^2 = (X_N - X_{E_2})^2 + (Y_N - Y_{E_2})^2 + (Z_N - Z_{E_2})^2. \quad (3.44)$$

Cu ajutorul formulelor (3.41) determinăm coordonatele punctelor curbei, totalitatea cărora formează profilul dintelui pe planul Π_1 . Astfel, profilul descris în formă parametrică îl determinăm prin varierea parametrului ψ de la 0 până la $2\pi Z_2/Z_1$.

Pentru cercetarea influenței particularităților mișcării sferospațiale a satelitului asupra profilului dinților, determinăm traiectoria descrisă de axa rolei în planul Π_1 . Prin X_{II}, Y_{II}, Z_{II} notăm coordonatele punctului de intersecție a axei rolei cu planul Π_1 . Evident că și coordonatele X_{II}, Y_{II}, Z_{II} se pot determina prin aceleași formule ca și X_N, Y_N, Z_N , urmând substituirea coordonatelor X_E, Y_E, Z_E cu coordonatele X_D, Y_D, Z_D , adică:

$$\begin{aligned} X_{II} = & X_D[(Y_{E_2} - Y_{E_1})(Z_{E_1}n_x - X_{E_1}n_z) + (X_{E_2} - X_{E_1})(Y_{E_1}n_z - Z_{E_1}n_y) \\ & + (Z_{E_2} - Z_{E_1})(X_{E_1}n_y - Y_{E_1}n_x)] / [(Z_{E_2} - Z_{E_1})(X_Dn_y - Y_Dn_x) \\ & + (X_{E_2} - X_{E_1})(Y_Dn_z - Z_Dn_y) + (Y_{E_2} - Z_{E_1})(Z_Dn_x - X_Dn_z)], \\ Y_{II} = & \frac{Y_D X_{II}}{X_D}, \quad Z_{II} = \frac{Z_D X_{II}}{X_D}. \end{aligned}$$

Pentru proiectarea traiectoriei axei rolor în $2D$, trecem de la coordonatele X_{II}, Y_{II}, Z_{II} la coordonatele ξ_1, ζ_1 utilizând relațiile:

$$\xi_1 = \frac{|E_1E_2|^2 - S_1^2 - S_2^2}{2|E_1E_2|}, \quad \zeta_1 = \sqrt{S_1^2 - \xi_1^2}, \quad (3.45)$$

unde $|E_1E_2|$ este dat prin formula (3.42), iar

$$S_1^2 = (X_{II} - X_{E_1})^2 + (Y_{II} - Y_{E_1})^2 + (Z_{II} - Z_{E_1})^2, \quad (3.46)$$

$$S_2^2 = (X_{II} - X_{E_2})^2 + (Y_{II} - Y_{E_2})^2 + (Z_{II} - Z_{E_2})^2. \quad (3.47)$$

Funcția $\zeta_1 = \zeta_1(\xi_1)$ descrie traiectoria mișcării centrului rolei pe planul U_1 . După o serie de transformări, coordonatele parametriche ale dinților ξ și ζ iau forma:

$$\begin{aligned}\xi &= X_E'' \sin \frac{\pi}{Z_1} + \left[R_D \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_E'' \right] \cos \frac{\pi}{Z_1}, \\ \zeta &= X_E'' \sin \gamma \cos \frac{\pi}{Z_1} \left[R_D \cos(\delta + \theta + \beta) + Y_E'' \right] \cos \frac{\pi}{Z_1} \\ &\quad + \left[R_D \sin(\delta + \theta + \beta) + Z_E'' \right] \cos \gamma,\end{aligned}$$

unde

$$\begin{aligned}\sin \gamma &= \frac{\tan(\delta + \theta + \beta)}{\cos^2 \frac{\pi}{Z_1} + \tan(\delta + \theta + \beta)}, \\ \cos \gamma &= \frac{\cos \frac{\pi}{Z_1}}{\sqrt{\cos^2 \frac{\pi}{Z_1} + \tan(\delta + \theta + \beta)}}.\end{aligned}$$

Funcțiile $\xi = f(\zeta)$ sunt prezentate în figurile 3.9–3.12, iar funcțiile reprezentative $\xi = f(\zeta)$ și $\xi_1 = f(\zeta_1)$ – în figura 3.13.

3.3 Descrierea analitică a profilului dinților angrenajului precesional plan cu unghiul axoidei ($\delta = 0$)

În transmisiile planetare precesionale cu satelit plat ($\delta = 0$), coordonatele unui punct arbitrar al acestuia se determină prin aceleași relații (3.6) în funcție de unghiurile ψ , θ , φ . Deoarece axa rolei se află în planul roții-satelit ($\delta = 0$) (fig. 3.5), coordonatele punctului D al rolei în sistemul de coordonate $OX_1Y_1Z_1$, legat rigid cu satelitul, sunt următoarele:

$$X_{1D} = 0, \quad Y_{1D} = -R, \quad Z_{1D} = 0, \quad (3.48)$$

unde R este raza roții-satelit (fig. 3.6). Înlocuind (3.48) în (3.6), obținem ecuația mișcării punctului D al rolei în funcție de unghiul de rotire al arborelui conducător ψ .

$$\begin{aligned}X_D &= R \left[-\cos \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) + \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta \right], \\ Y_D &= -R \left[-\sin \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) + \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta \right], \\ Z_D &= -R \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \sin \theta.\end{aligned} \quad (3.49)$$

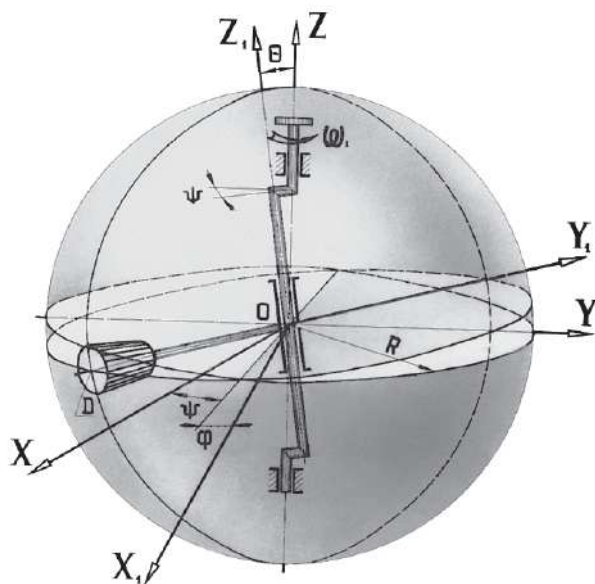


Figura 3.5. Mișcarea sferospațială a roții-satelit plane, $\delta = 0$

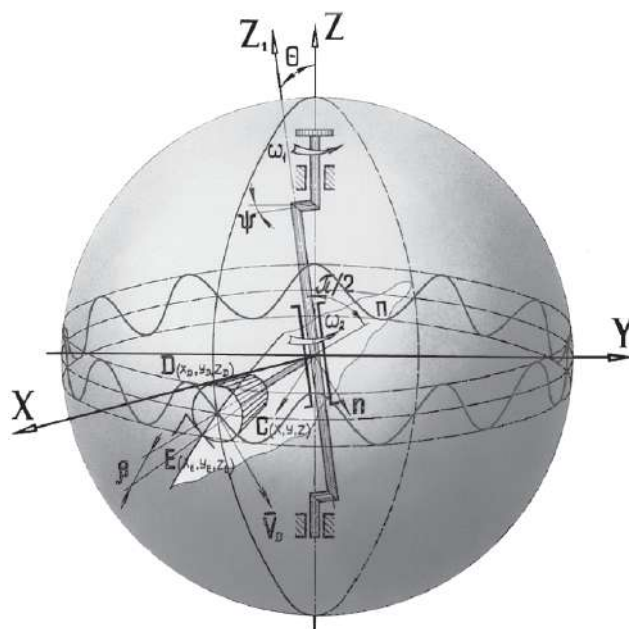


Figura 3.6. Determinarea profilului dinților roții centrale, $\delta = 0$

Pentru determinarea punctului de contact al dinților, găsim proiecția vitezei \mathbf{V}_D pe axele de coordonate imobile. Derivând ecuațiile (3.49) în raport cu timpul, obținem:

$$\begin{aligned}
 V_{D_x} &= R\omega_1 \left(\sin \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \cos \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta \right), \\
 V_{D_y} &= R\omega_1 \left(-\cos \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \sin \psi \cos \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta + \frac{Z_1}{Z_2} \cos \psi \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \cos \theta \right), \\
 V_{D_z} &= R\omega_1 \frac{Z_1}{Z_2} \sin \left(\frac{Z_1 \psi}{Z_2} \right) \sin \theta,
 \end{aligned} \tag{3.50}$$

unde $\omega_1 = -d\psi/dt$ este viteza unghiulară a arborelui-manivelă.

Punctul D al axei rolei roții-satelit se deplasează pe sferă conform ecuațiilor (3.50).

Pentru determinarea traiectoriei mișcării punctului de contact al dinților pe sferă, ducem planul Π perpendicular pe viteza \mathbf{V}_D și care trece prin punctele O și D (fig. 3.7). Ecuația planului Π o găsim din condiția de coliniaritate a vectorilor \mathbf{V}_D și \mathbf{n} . În acest caz, se poate scrie:

$$\mathbf{V}_D = P \mathbf{n}, \quad P = \text{const.} \tag{3.51}$$

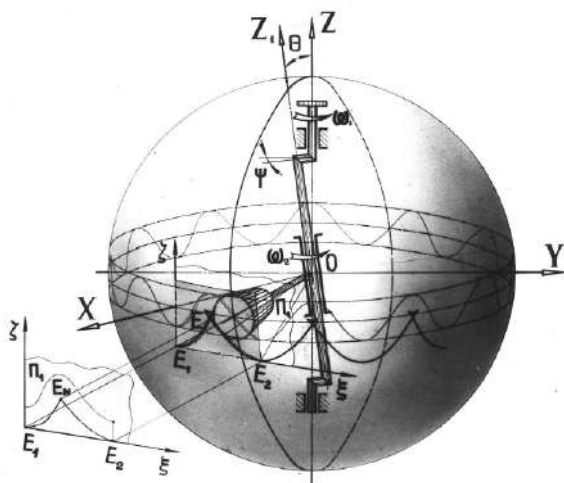


Figura 3.7. Determinarea profilului dinților în secțiune normală, $\delta = 0$

Punctul arbitrar $C(x, y, z)$ aparține planului Π . Componentele vectorului \mathbf{n} vor fi:

$$n_x = ZY_D - YZ_D, \quad n_y = XZ_D - ZX_D, \quad n_z = XD_Y - YDX_D. \quad (3.52)$$

Ecuția (3.51) este echivalentă cu ecuația:

$$\frac{V_{Dx}}{n_x} = \frac{V_{Dy}}{n_y} = \frac{V_{Dz}}{n_z} = P. \quad (3.53)$$

Înlocuind (3.52) în (3.53), obținem ecuația planului Π_1 :

$$V_{Dx}(XZ_D - ZX_D) = V_{Dy}(ZY_D - YZ_D).$$

În continuare identificăm coordonatele punctului E , care aparține simultan profilului dintelui, planului Π și sferei R (fig. 3.8). Coordonatele punctului E satisfac ecuația Π :

$$V_{Dx}(X_E Z_D - Z_E X_D) = V_{Dy}(Z_E Y_D - Y_E Z_D). \quad (3.54)$$

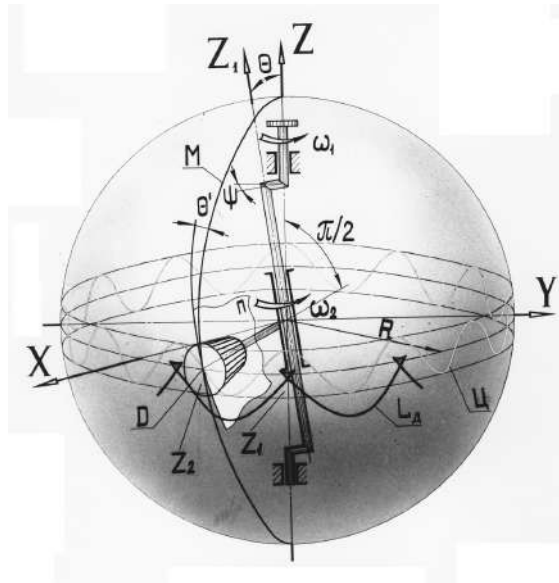


Figura 3.8. Schema spațială de interacțiune a dinților în transmisia precesională cu roată-satelit plană $\delta = 0$

Totodată, punctul E se află și pe sferă, prin urmare:

$$X_E^2 + Y_E^2 + Z_E^2 - R^2 = 0. \quad (3.55)$$

Deoarece unghiul dintre **OD** și **OE** este egal cu unghiul de conicitate a rotelor β , rezultă că:

$$X_E X_D + Y_E Y_D + Z_E Z_D - R^2 \cos \beta = 0. \quad (3.56)$$

Rezolvând ecuațiile (3.54)–(3.56) în raport cu X_E , Y_E și Z_E , găsim:

$$\begin{aligned} X_E &= k_2 Z_E + d_2, \\ Y_E &= k_1 Z_E - d_1, \\ Z_E &= \frac{k_1 d_1 - k_2 d_2 - \sqrt{D}}{k_1^2 + k_2^2 + 1}, \end{aligned} \quad (3.57)$$

unde

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{X_D(X_D V_{Dx} + Y_D V_{Dy}) + Z_D^2 V_{Dx}}{(X_D V_{Dy} - Y_D V_{Dx}) Z_D}, \\ k_2 &= -\frac{k_1 Y_D + Z_D}{X_D}, \\ d_1 &= \frac{R^2 \cos \beta V_{Dx}}{X_D V_{Dy} - Y_D V_{Dx}}, \\ d_2 &= \frac{R^2 \cos \beta + d_1 Y_D}{X_D}, \\ D &= (k_1 d_1 - k_2 d_2)^2 + (k_1^2 + k_2^2 + 1)(R^2 - d_1^2 - d_2^2). \end{aligned}$$

Ca și în cazul precedent ($\delta > 0$), curba profilului dintelui roții centrale de pe suprafața sferei o proiectăm pe un plan, spre exemplu, paralel la axa OZ care trece prin punctele E_1 și E_2 . Coordonatele punctelor E_1 și E_2 , corespunzătoare la două puncte minime ale curbei profilului (a doi dinți vecini) pe sferă, sunt următoarele:

$$\begin{aligned} X_{E_1} &= X_E |_{\psi=0}, & X_{E_2} &= X_E |_{\psi=\psi^*}, \\ Y_{E_1} &= Y_E |_{\psi=0}, & Y_{E_2} &= Y_E |_{\psi=\psi^*}, \\ Z_{E_1} &= Z_E |_{\psi=0}, & Z_{E_2} &= X_E |_{\psi=\psi^*}, \end{aligned} \quad (3.58)$$

unde $\psi^* = \frac{2\pi Z_2}{Z_1}$.

Ecuția planului Π_1 , care trece prin punctele E_1 și E_2 și este paralel cu axa OZ (fig. 3.7), o determinăm din condiția

$$(\mathbf{E}_1 \mathbf{N} \times \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2) \cdot \mathbf{k}_1 = 0,$$

unde $\mathbf{k}_1 = (0, 0, 1)$ este vectorul unitar al axei OZ , iar N este un punct arbitrar de pe planul căutat. Atunci, ecuația planului Π_1 va lua forma:

$$(X - X_{E_1})(Y_{E_2} - Y_{E_1}) = (Y - Y_{E_1})(X_{E_2} X_{E_1}). \quad (3.59)$$

Profilul dinților roții centrale proiectați de pe sferă pe plan în $2D$ poate fi prezentat prin punctele de intersecție cu planul Π_1 a unei drepte care trece prin punctele E și O (fig. 3.7) și descrisă prin ecuațiile:

$$Y = Y_E X / X_E, \quad Z = Z_E X / X_E. \quad (3.60)$$

Din (3.59) și (3.60) obținem:

$$\begin{aligned} X_N &= \frac{X_E(X_{E_1}Y_{E_2} - X_{E_2}Y_{E_1})}{(Y_{E_2} - Y_{E_1})X_E - (X_{E_2} - X_{E_1})Y_E}, \\ Y_N &= \frac{Y_E X_M}{X_E}, \\ Z_N &= \frac{Z_E X_M}{X_E}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Pentru descrierea profilului dinților roții centrale în două coordonate pe planul Π_1 alegem un sistem de coordonate $E_1 \xi \zeta$, a cărui axă $E_1 \xi$ trece prin punctul E_2 , iar tranziția de la coordonatele X_N, Y_N, Z_N la coordonatele ξ, ζ se face prin relațiile:

$$\begin{aligned} (X_N - X_{E_1})^2 + (Y_N - Y_{E_1})^2 + (Z_N - Z_{E_1})^2 &= \xi^2 + \zeta^2 = x_1^2, \\ (X_N - X_{E_2})^2 + (Y_N - Y_{E_2})^2 + (Z_N - Z_{E_2})^2 &= (|E_1 E_2| - \xi)^2 + \zeta^2 = x_2^2, \\ |E_1 E_2|^2 &= (X_{E_2} - X_{E_1})^2 + (Y_{E_2} - Y_{E_1})^2 + (Z_{E_2} - Z_{E_1})^2. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Din formulele (3.62) determinăm coordonatele profilului dintelui roții centrale în plan:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{|E_1 E_2|^2 + S_1^2 - S_2^2}{2|E_1 E_2|}, \\ \zeta &= \sqrt{S_1^2 - \xi^2}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

În final, similar se determină ecuațiile parametriche ale curbei descrise de axa rolei pe același plan Π_1 . Pentru aceasta notăm prin X_{II}, Y_{II} și Z_{II} coordonatele punctului de intersecție a axei rolei cu planul Π_1 și care pot fi calculate prin relațiile:

$$\begin{aligned} X_{II} &= \frac{X_D(X_{E_1}Y_{E_2} - X_{E_2}Y_{E_1})}{(Y_{E_2} - Y_{E_1})X_D - (X_{E_2} - X_{E_1})Y_D}, \\ Y_{II} &= Y_D X_{II} / X_D, \\ Z_{II} &= Z_D X_{II} / X_D. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Trecerea de la coordonatele (X_{II}, Y_{II}, Z_{II}) la coordonatele (ξ_1, ζ_1) se poate face prin formulele:

$$\begin{aligned} S_1^2 &= (X_{II} - X_{E_1})^2 + (Y_{II} - Y_{E_1})^2 + (Z_{II} - Z_{E_1})^2, \\ S_2^2 &= (X_{II} - X_{E_2})^2 + (Y_{II} - Y_{E_2})^2 + (Z_{II} - Z_{E_2})^2, \\ \xi_1 &= \frac{|E_1 E_2|^2 + S_1^2 - S_2^2}{2|E_1 E_2|}, \\ \zeta_1 &= \sqrt{S_1^2 - \xi_1^2}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Funcția $\xi_1 = f(\zeta_1)$ reprezintă curba descrisă de axa rolei pe planul II_1 . Funcțiile $\zeta = f(\xi)$ sunt prezentate în figura 3.11 pentru $\delta = 0$.

Din analiza relațiilor (3.41) și (3.63) constatăm că asupra formei profilului dinților roții centrale influențează parametrii geometrici ai angrenajului precesional, printre care:

- numărul de dinți ai roții centrale $Z_1(Z_b)$ și de bolțuri ai coroanei roții-satelit conjugate $Z_2(Z_g)$;
- coraportul numărului de dinți ai roții centrale și ai roții-satelit conjugate $Z_1 = Z_2 \pm 1$;
- unghiul axoidei conice δ ;
- unghiul de conicitate a rotelor (bolțurilor) conice β (raza R_1);
- unghiul de nutație θ .

Remarca 3.1. *Modificarea cel puțin a unuia dintre parametrii geometrici ai angrenajului Z_1 , Z_2 , β , δ sau θ conduce la modificarea formei profilului flancurilor dinților și a multiplicității angrenării acestora.*

Remarca 3.2. *Pentru simplitatea descrierii influenței numărului de dinți ai roților centrale și a roții-satelit Z_1 și Z_2 , a unghiului axoidei conice δ , a unghiului de conicitate a bolțurilor conice β (exprimat prin raza profilului dintelui satelitului în arc de cerc r), a coraportului numărului de dinți $Z_1 = Z_2 \pm 1$ și a unghiului de nutație θ asupra geometriei contactului dinților, în continuare în analize se utilizează noțiunea de “configurație parametrică” cu notificările:*

$[Z_g - \theta, \pm 1]$ – referitoare la analize și descrieri generale;

$[Z_g - \theta, -1]$ – referitoare la angrenajele cu regim de funcționare de reductor;

$[Z_g - \theta, +1]$ – referitoare la angrenajele cu regimuri de funcționare de multiplicator și de diferențial.

3.4 Forma profilului dinților roților centrale și multiplicitatea angrenării în funcție de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$

3.4.1 Influența parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra formei profilului dinților roții centrale

Gradul și caracterul influenței parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra formei profilului dinților au fost determinate prin metoda grafoanalitică de modelare matematică MathCAD.

În pachetul de modelare matematică MathCAD a fost proiectată câte o gamă de profiluri ale flancurilor dinților roții centrale pentru fiecare parametru variabil al configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$. Prin sistemul de modelare CAD/CAM/CAE CATIA V5R7, utilizând relațiile teoretice obținute în subcapitolele 3.2 și 3.3, în diferite etape au fost modelate separat proiecțiile profilurilor dinților angrenajului precesional și doar în etapa finală au fost sintetizate în ansamblu.

În etapa inițială, pe sfera de raza R au fost descrise traiectoria mișcării centrului D al rolei prin funcția $\zeta_1 = f(\xi_1)$ (fig. 3.3) și a profilului dintelui prin funcția $\zeta = f(\xi)$, obținute din relațiile (3.65) și (3.63). În figurile 3.9–3.12 sunt prezentate proiecțiile pe plan ale traiectoriei centrului rolei ($ZET1 = F(KSI1)$) și profilului dintelui ($ZET = F(KSI)$).

Astfel, în prima etapă a fost modelată traiectoria mișcării centrului unei role a roții-satelit pe o suprafață sferică (de raza roților angrenate), apoi a urmat modelarea profilului dinților pe aceeași sferă.

În etapa următoare, profilul dinților roților centrale și traiectoria mișcării centrului rolei roții-satelit au fost proiectate de pe sferă pe un plan, utilizând metodele trigonometriei sferice.

A fost stabilit că, pentru valori concrete ale unghiurilor de conicitate a roților β , de nutație θ , a axoidei conice δ și numărul de dinți Z_2 , secțiunile transversale ale dinților la orice distanță conică (diametru) sunt congruente (asemănătoare). Aceasta înseamnă că pentru aceiași parametri β , θ , δ și Z_2 diametrul roților nu influențează asupra formei profilului dinților.

Numărul dinților roților conjugate și coraportul lor influențează asupra vitezei unghiulare și direcției de rotire a satelitului și roții dinate centrale mobile, de asemenea determină raportul de transmitere al transmisiei și viteza relativă de alunecare în contact.

Influența numărului de dinți. S-a stabilit că forma profilului dinților roții centrale depinde esențial de numărul și coraportul numerelor de dinți ai roților angrenate. Astfel, în figura 3.9 sunt prezentate profilogramele dinților roții centrale pentru configurația $[Z_g - \theta, -1]$ cu parametrii: $R = 75 \text{ mm}$, $\beta = 3^\circ$, $\theta = 2^\circ 30'$, $\beta = 22^\circ 30'$ pentru numerele de dinți $Z_2 = 31$ (a), 29 (b),

27 (c), 25 (d), 23 (e), 21 (f) și coraportul acestora $Z_1 = Z_2 - 1$. Analiza profilogramelor arată că pentru configurația parametrică $[Z_g - \theta, +1]$ reducerea numărului de dinți ai roților conjugate (în cazul $Z_1 = Z_2 + 1$) influențează radical diferit asupra formei profilului. S-a constatat că pentru angrenajele transmisiilor precesionale cu regim de funcționare de multiplicator, din punctul de vedere al eficienței mecanice, raportul numerelor de dinți trebuie să fie $Z_2 = Z_2 + 1$, adică cu configurația parametrică $[Z_g - \theta, +1]$. În acest caz, profilul dinților la aceiași parametri ai angrenajului se modifică esențial (v. capitolul 9, fig. 9.50 c, d).

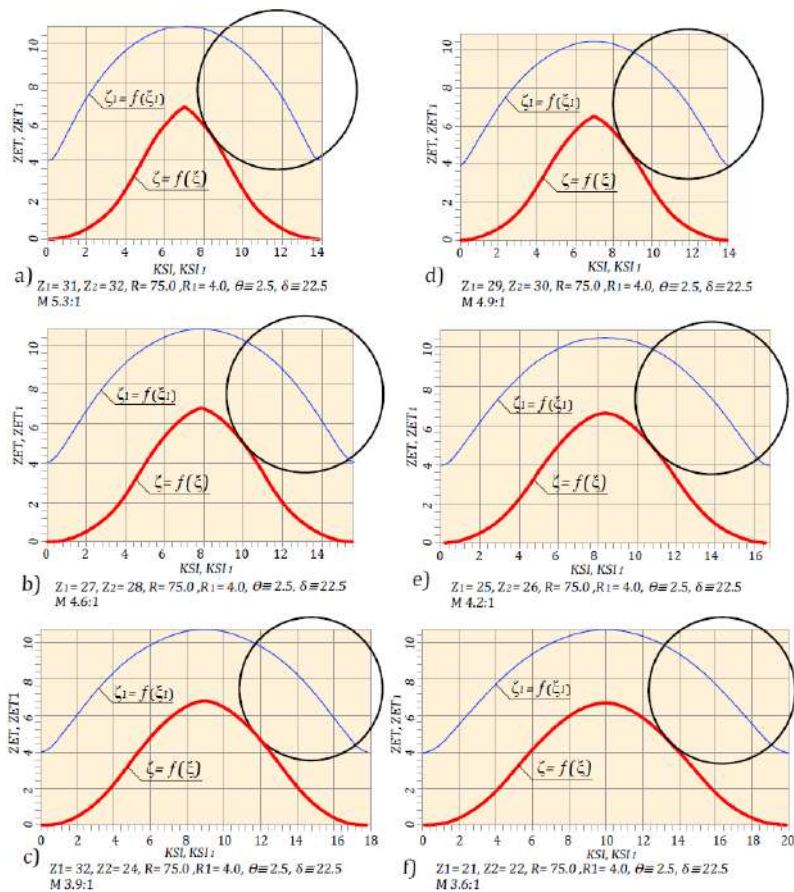


Figura 3.9. Influența numărului de dinți ai roții centrale Z_1 asupra formei profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$

Influența unghiului axoidei conice δ . Gradul și direcția influenței unghiului axoidei conice δ asupra formei profilului dinților roții centrale sunt prezentate în profilogramele dinților (fig. 3.10) pentru $\delta = 0^\circ$ (a), $\delta = 7,5^\circ$ (b), $\delta = 15^\circ$ (c), $\delta = 22,5^\circ$ (d), $\delta = 30^\circ$ (e) și $\delta = 33^\circ$ (f) cu

coraportul dinților $Z_1 = Z_2 - 1$. Analiza profilogramelor arată că, odată cu creșterea unghiului axoidei conice δ pentru aceiași parametri ai configurației $[Z_g - \theta, -1]$, forma profilului dinților se schimbă esențial, iar multiplicitatea angrenării dinților crește.

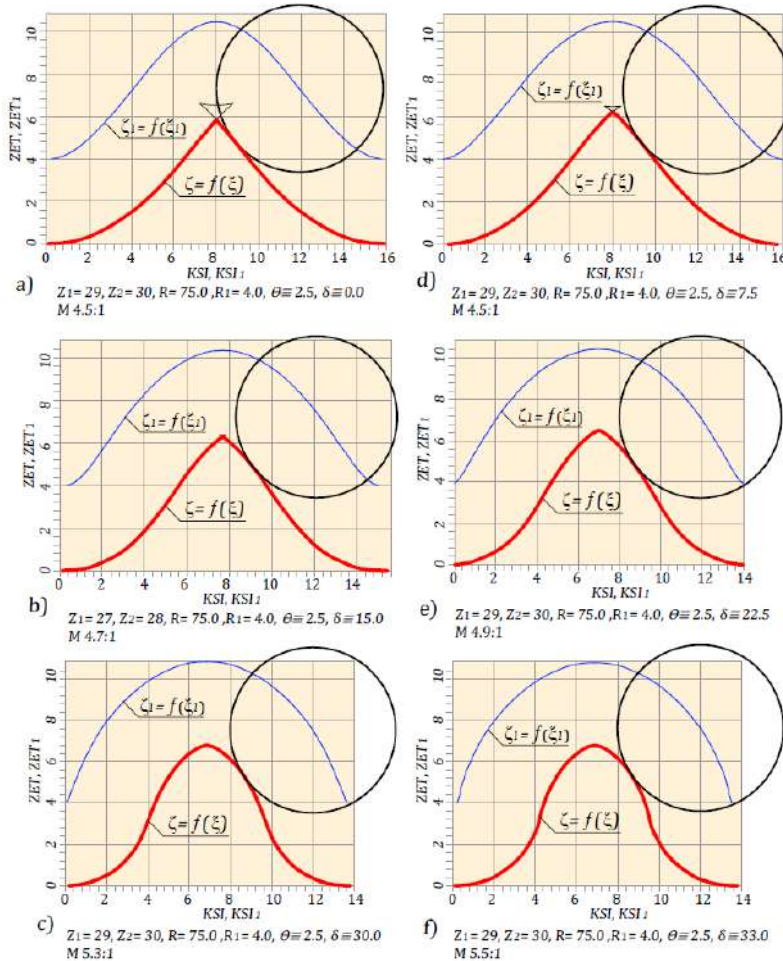


Figura 3.10. Influența unghiului axoidei conice δ asupra formei profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$

Influența unghiului de conicitate a roților conice β . Influența asupra formei profilului flancurilor dinților roții centrale a unghiului de conicitate a rolei β , exprimat prin raza R_1 a bolturilor în secțiunea $R_e = 75 \text{ mm}$ pentru $R_1 = 2, 6 \text{ mm}$ (a), $R_1 = 3, 3 \text{ mm}$ (b), $R_1 = 3, 9 \text{ mm}$ (c), $R_1 = 4, 6 \text{ mm}$ (d), $R_1 = 5, 2 \text{ mm}$ (e) și $R_1 = 5, 9 \text{ mm}$ (f), pentru configurația parametrică $[Z_g - \theta, -1]$ este prezentat în figura 3.11. Din analiza profilogramelor constatăm că majorarea R_1 conduce la micșorarea multiplicității angrenării și

a razei de curbură a profilului dinților roții centrale – condiții favorabile pentru crearea geometriei contactului convex-concav al dinților cu diferență mică a razelor de curbură.

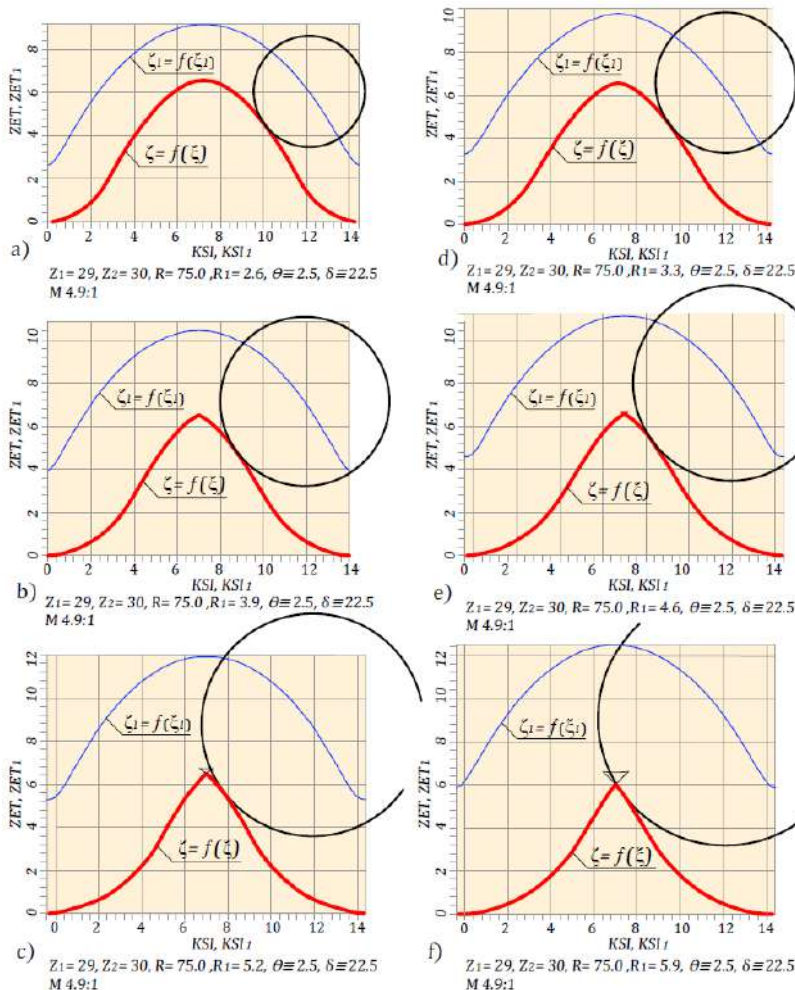


Figura 3.11. Influența unghiului de conicitate a roților β asupra formei profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$

Influența unghiului de nutație θ . În figura 3.12 este prezentată influența asupra formei profilului flancurilor dinților roții centrale a unghiului de nutație $\theta = 1, 7^\circ$ (a), $\theta = 2, 0^\circ$ (b), $\theta = 2, 2^\circ$ (c), $\theta = 2, 5^\circ$ (d), $\theta = 2, 7^\circ$ (e), $\theta = 3, 0^\circ$ (f), pentru configurația parametrică $[Z_g - \theta, -1]$. Pentru diametrul d dat, unghiul de nutație θ determină înălțimea dinților, iar împreună cu numărul dinților în acest diametru – raportul grosimii dintelui la înălțimea lui. Din analiza profilogramelor rezultă că unghiul de nutație θ trebuie să

fie ales cu considerarea influenței lui asupra geometriei dintelui în corelare cu cinetostatica transmisiei în general.

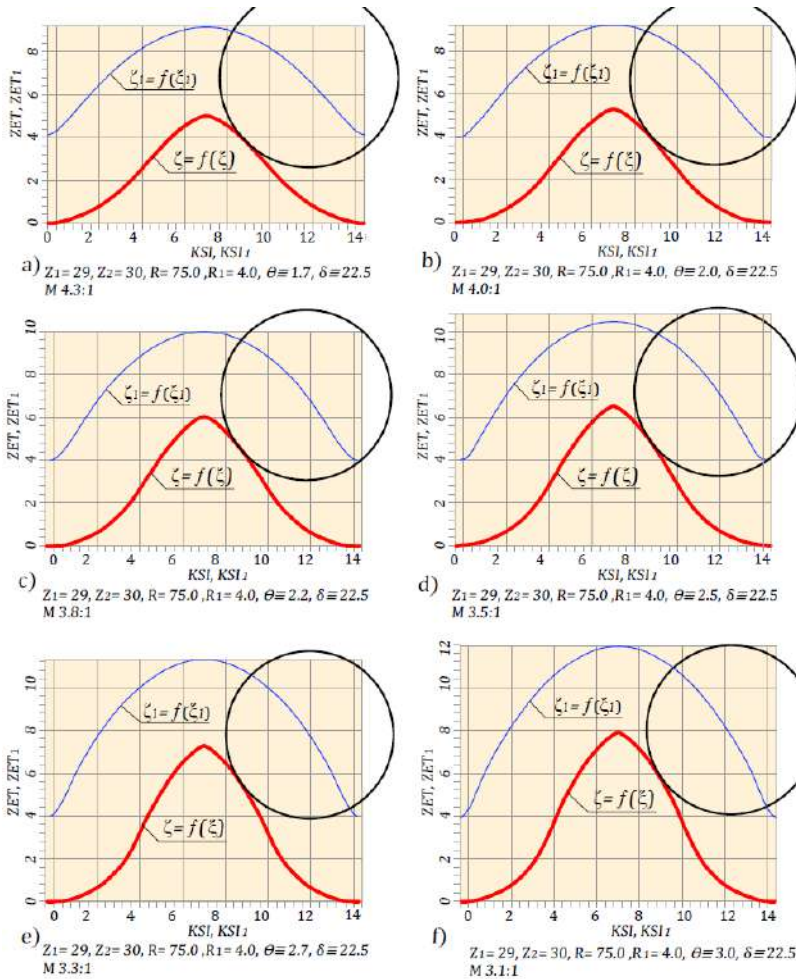


Figura 3.12. Influența unghiului de nutație asupra profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$

Varierea parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ conduce la schimbări calitative ale profilului dinților, fapt ce denotă posibilitatea modificării geometriei contactului dinților și dirijării cinematicii punctului de contact, care să satisfacă cerințe concrete ale transmisiei proiectate privind capacitatea portantă sau randamentul ei mecanic. De asemenea, cunoașterea gradului și a direcției influenței parametrilor β, θ, δ și Z asupra formei profilului flancurilor dinților ne permite să alegem în stadiul de proiectare corelarea lor rațională, care să asigure continuitatea funcției de transformare a mișcării și multiplicitatea angrenării dinților.

Este de menționat faptul că pentru respectarea cerinței de bază a legii fundamentale a angrenajului, și anume asigurarea continuității funcției de transformare a mișcării în angrenajul precesional, este necesar de identificat influența parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ în ansamblu și a fiecărui parametru separat asupra formei profilului dinților roții centrale, care ar asigura constanța raportului de transmitere $\omega_1/\omega_2 = const$ în condițiile interacțiunii dinților cu mișcarea sferospațială.

Totodată, analiza evoluției transmisiilor mecanice cu profiluri nestandardizate, transpusă transmisiilor precesionale, denotă faptul că utilizarea profilului variabil al dinților dependent de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ ar crea incomodități majore de ordin tehnologic și de fabricație a danturilor roților dințate.

Cu considerarea celor expuse mai sus și în baza analizei gradului și a direcției influenței fiecărui parametru al configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra profilului dinților, au fost elaborate procedee de generare prin rostogolire a flancurilor dinților cu mișcare precesională a sculei în raport cu semifabricatul aflat în mișcare de rotație [111, 113, 114, 115, 118].

Procedeele propuse permit generarea unei game largi de profiluri pe aceleași mașini-unelte, utilizând scula generatoare de profil cu aceeași formă geometrică.

Remarca 3.3. *Profilul variabil al flancurilor dinților roților centrale din angrenajul precesional, dependent de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, în consecință asigură oportunități de majorare a capacității portante a contactului dinților și de diminuare a alunecării relative între flancurile conjugate ale dinților.*

Remarca 3.4. *Pentru realizarea oportunităților din Remarca 3.3 au fost propuse procedee tehnologice de generare a dinților cu profiluri de flanc variabile prin rostogolire-rulare spațială cu scule de formă geometrică constantă.*

3.4.2 Descrierea analitică a multiplicității angrenării

În transmisia planetară precesională, geometria contactului dinților roții-satelit reprezintă un cerc cu traiectoria mișcării originii razei sale de curbură conform funcției $\zeta_1 = f(\xi_1)$. Înfașurătoarea $\zeta = f(\xi)$ mulțimii arcurilor de cerc la un ciclu de precesie reprezintă profilul flancurilor dinților roții centrale, pe care migrează punctul de contact al profilurilor conjugate [8, 9].

Multiplicitatea angrenării dinților ε poate fi evaluată analitic prin analiza graficelor funcțiilor $\zeta_1 = \zeta_1(\xi_1)$ și $\zeta = \zeta(\xi)$ (fig. 3.13), ce reprezintă corespunzător traiectoria mișcării centrului D al rolei satelitului și a profilului dintelui roții centrale proiectate pe planul Π_1 (fig. 3.4). Fiecărei valori a funcției $\zeta_1 = \zeta_1(\xi_1)$ îi corespunde o anumită valoare a funcției $\zeta = \zeta(\xi)$,

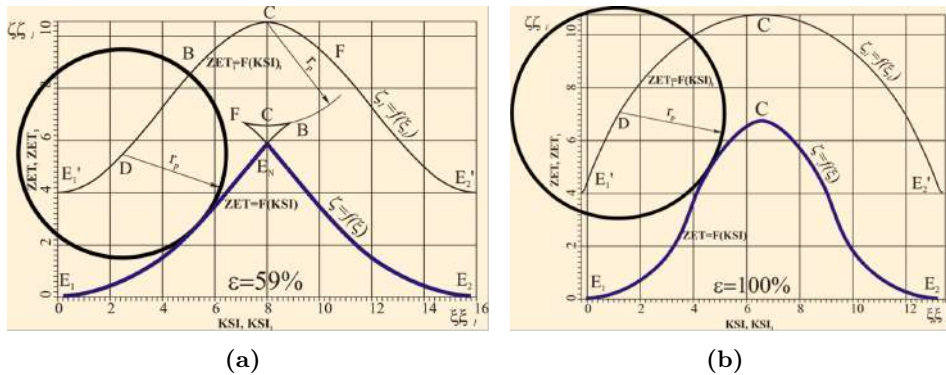


Figura 3.13. Multiplicitatea angrenării ε și forma profilului dinților pentru $\varepsilon < 100\%$ (a) și $\varepsilon = 100\%$ (b)

definită ca punctul de contact E al dinților angrenați. Cu alte cuvinte, poziția oricărui punct de contact E pe graficul $\zeta = \zeta(\xi)$ este determinată de faza de precesie, adică de unghiul de precesie ψ .

De exemplu, punctului D pe graficul funcției $\zeta_1 = \zeta_1(\xi_1)$ îi corespunde punctul E de pe graficul $\zeta = \zeta(\xi)$. Condițiile inițiale de obținere a funcției $\zeta = \zeta(\xi)$ asigură următoarea interacțiune a dinților: rola cu centrul amplasat în punctul D contactează cu profilul dintelui roții centrale în punctul E .

În acest caz, multitudinea circumferințelor (fig. 3.13 a) cu centrele amplasate pe sectorul E'_1B' al traiectoriei mișcării centrului rolei D este înfășurată de curba E_1B . În mod similar, multitudinea circumferințelor cu centrele amplasate pe sectoarele $B'C'$, $C'F'$ și $F'E'_2$ sunt înfășurate respectiv de curbele BC , CF și FE_2 . După cum se vede, curbele E_1B și FE_2 , se intersectează în punctul E_N .

Este ușor de observat că interacțiunea dinților satelitelui și ai roții centrale are loc pe curba $E_1E_NE_2$, ce reprezintă profilul dintelui roții centrale. Pe sectorul E_NBCFE_N , interacțiunea dinților se întrerupe. Deoarece în transmisia precesională durata interacțiunii dinților determină multiplicitatea angrenării, rezultă că multiplicitatea angrenării este determinată de dimensiunile figuri E_NBCFE_N , perimetrul căreia caracterizează durata lipsei contactului. Cu cât dimensiunile acestei figuri sunt mai mari, cu atât multiplicitatea este mai mică, și invers. În lipsa acestei figuri, multiplicitatea angrenajului reprezintă $\varepsilon = 100\%$, deoarece dinții interacționează între ei încontinuu (fig. 3.13 b).

Pentru determinarea profilului de lucru al dinților, la calculator cu ajutorul programului [8, vol.2] a fost cercetată funcția $\zeta = \zeta(\varphi)$ în intervalul $0 \leq \varphi \leq (Z_1\psi/Z_2)$, adică pentru un ciclu de precesie. Multiplicitatea angrenării ε în transmisia precesională depinde de durata conjugării dinților

în cadrul unui ciclu de precesie $0 \leq \varphi \leq (Z_1\psi/Z_2)$ și, conform figurii 3.13, definește forma profilurilor dinților. Lungimea activă a flancului dintelui E_1E_n pe care se asigură contactul continuu al dinților (fig. 3.13 a) se determină prin analiza funcției $\xi = \xi(\varphi)$ în intervalul $0 \leq \varphi \leq Z_1\psi/Z_2$ pentru trei profiluri caracteristice, și anume: cu prezența la vârful profilului dintelui a figurii E_NBCFE_N (fig. 3.13 a), cu vârful ascuțit și rotunjit (fig. 3.13 b).

Din figura 3.14 (a, c, d) constatăm că funcția $\xi = \xi(\varphi)$ are două extreme – B și F , care corespund punctelor B și F ale funcției $\zeta = \zeta(\xi)$, iar funcția conform figurii 3.13 a este strict crescătoare. Monotonia strictă a funcției $\xi = \xi(\varphi)$ din figura 3.14 (b) denotă faptul că multiplicitatea angrenării este maximă $\varepsilon = 100\%$, iar existența extremelor funcției din figura 3.14 (a, c, d) – denotă că contactul dinților este întrerupt, cu alte cuvinte $\varepsilon < 100\%$.

Analiza funcției $\xi = \xi(\varphi)$ de asemenea demonstrează că ecuația

$$\xi \left[\left(Z_2/Z_1 \right) \varphi - \xi \left(Z_2/Z_1 \right) \pi \right] = 0, \quad (3.66)$$

care determină durata contactului cu profilul de lucru, are trei rădăcini:

$$\varphi_{E_1N}, \quad \varphi = (Z_2/Z_1) \pi, \quad \varphi_{E_2N}.$$

Contactul dinților pe profilul de lucru are loc pe sectorul E_1E_n al graficului funcției $\xi = \xi(\varphi)$, adică pentru $0 \leq \varphi \leq \varphi_{E_1N}$, și se determină din:

$$\xi(\varphi) - \xi \left[\left(Z_2/Z_1 \right) \pi \right] < 0. \quad (3.67)$$

Din cele relatate mai sus vedem că multiplicitatea angrenării (în %) se determină din relația:

$$\varepsilon = \frac{\varphi_{E_1N}}{\varphi_c} \cdot 100, \quad (3.68)$$

unde φ_{E_1N} este rădăcina cea mai mică a ecuației (3.67).

În baza relațiilor (3.66)–(3.68) și a ecuațiilor (3.41) de descriere analitică a profilurilor dinților (pentru angrenaje conice cu $\delta > 0$ și a ecuațiilor (3.63) pentru angrenajele plane $\delta = 0$), au fost elaborate algoritmul și un program de calcul privind evaluarea analitică a multiplicității angrenării dinților ε .

În baza analizei funcției $\xi = \xi(\varphi)$ se poate de estimat diapazonul de variere a parametrilor geometrici ai angrenajului pentru care multiplicitatea angrenării $\varepsilon = 100\%$ (fig. 3.13 b) sau $\varepsilon < 100\%$ (fig. 3.13 a) perechi de dinți concomitent angrenați. În cazurile în care nu este nevoie de a asigura multiplicitatea de $\varepsilon = 100\%$ de perechi de dinți concomitent angrenați, proiectantul, operând cu valoarea ε , și, anume micșorându-o, poate modifica configurația valorică a parametrilor δ , β , θ , Z_2 și $Z_1 = Z_2 \pm 1$ astfel încât să obțină alte avantaje, spre exemplu – cinematice, tehnologice sau funcționale.

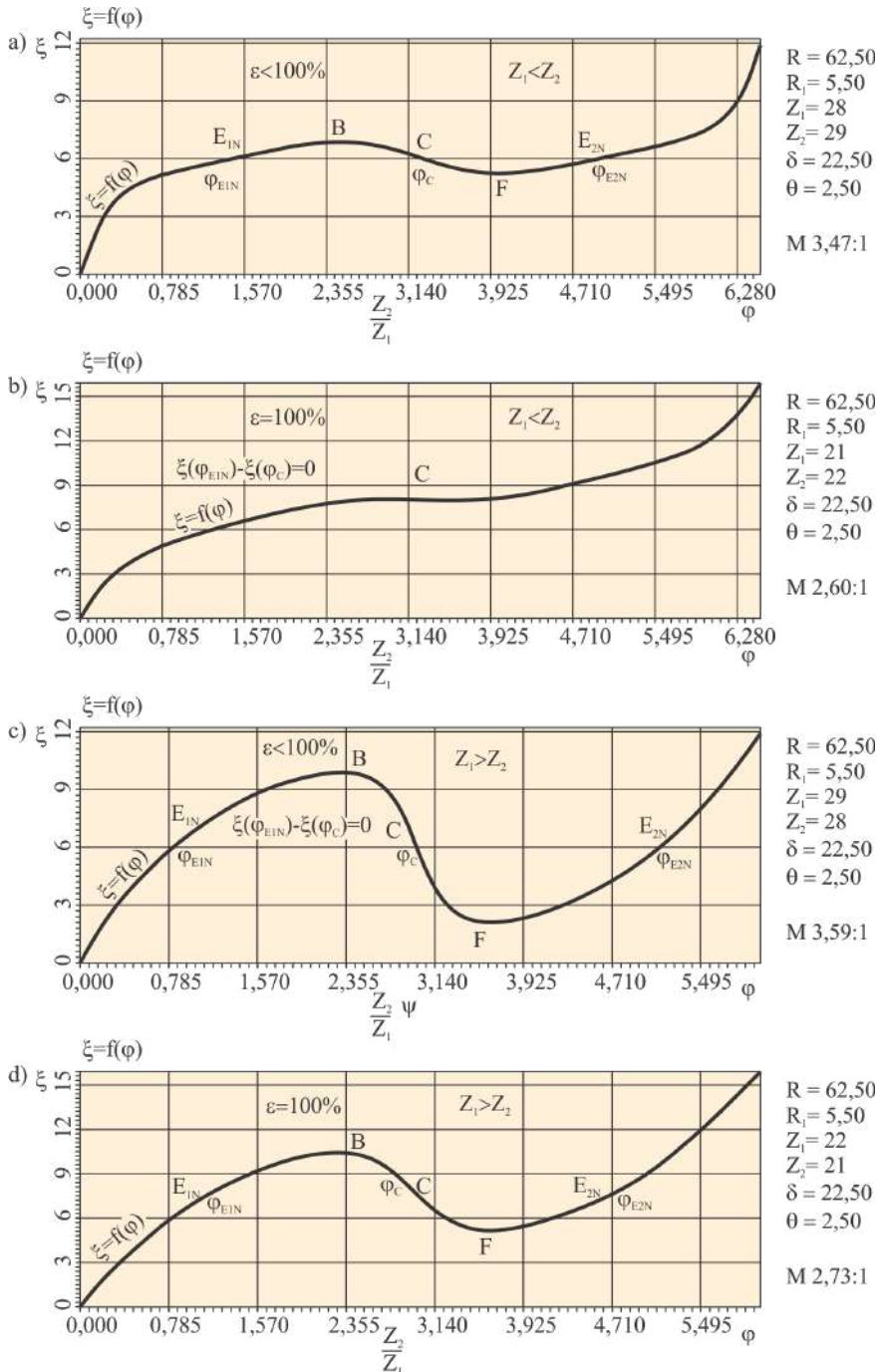


Figura 3.14. Analiza funcțiilor $\zeta_1 = \zeta_1(\xi)$ și $\zeta = \zeta(\xi)$ privind dependența multiplicității angrenării ε de forma variabilă a dinților

Remarca 3.5. În stadiul calculului de predimensionare a angrenajului precesional, în baza analizei funcției $\xi = \xi(\varphi)$ conform (3.66) și (3.67), proiectantul, operând cu modificarea configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ prin varierea multiplicității angrenării ε , poate modifica forma geometrică a contactului dinților. Astfel, micșorând multiplicitatea ε , din contul acesteia, în stadiul de proiectare putem planifica anumite avantaje ale transmisiei proiectate, spre exemplu – cinematice, de putere, funcționale sau tehnologice.

3.4.3 Influența parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra multiplicității angrenării dinților

Datorită principiului funcțional nou de transformare a mișcării și specificului geometriei contactului dinților angrenajului precesional, a fost necesar de a elabora metodologia calculului de proiect, care se rezumă la dimensionarea roților dințate și la determinarea tensiunilor efective în contactul multipar, ținând cont de satisfacerea condiției de admisibilitate tensională.

Capacitatea portantă a transmisiilor precesionale este determinată de multiplicitatea angrenării și de geometria contactului dinților, în special de raza echivalentă de curbură a profilurilor ρ_e și lungimea sumară a liniilor de contact al dinților conjugați concomitent [8, 9]. În general, acești parametri se determină din expresiile:

$$\rho_e = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}, \quad (3.69)$$

$$l_\Sigma = Z_\varepsilon b_w, \quad (3.70)$$

unde ρ_1, ρ_2 sunt valorile curente ale razelor de curbură ale suprafețelor flancurilor dinților angrenați în punctul de contact al perechii de dinți maximal solicitată cu sarcina, Z_ε este numărul dinților care transmit simultan sarcina, iar b_w este lungimea de lucru a dinților conjugați.

În ecuația (3.69), semnul plus sau minus corespunde angrenării rolei cu profil convex sau concav. Conform condițiilor de rezistență la presiunea de contact, pentru majorarea capacității portante, parametrii ρ_e și l_Σ urmează să fie măriți.

Conform constatărilor făcute în secțiunile 3.4.1 și 3.4.2, parametrii ρ_e și l_Σ depind, corespunzător, de forma geometrică a profilului dinților conjugați și de multiplicitatea angrenării acestora. Asupra ρ_e și l_Σ influențează parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$. Pentru elaborarea recomandărilor de alegere a acestor parametri, a fost elaborat și aplicat un model de calcul al multiplicității angrenării ε cu doar un parametru variabil din cinci (cu condiția că ceilalți patru parametri se considerau constanți).

Astfel, succesiv a fost determinată direcția și gradul de influență asupra ε a fiecărui parametru geometric ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, comunicându-i

acestui valori diferite (cu un anumit pas de variație), cuprinse într-un anumit interval rațional. Astfel, în baza unui algoritm de calcul cu o singură variabilă au fost construite graficele dependenței multiplicității angrenării de parametrii geometrici ai angrenajului $[Z_g - \theta, \pm 1]$. Cercetările teoretice complexe ale angrenării multiple a dinților în angrenajul precesional, inclusiv simulările computerizate, au permis identificarea gamei raționale a parametrilor geometrici care influențează multiplicitatea angrenării ε , implicit capacitatea portantă a transmisiei precesionale proiectate. În această bază a fost propus coraportul rațional al parametrilor ρ_e și l_Σ care să asigure majorarea capacității portante, reducerea consumului specific de materiale, diminuarea masei și a gabaritelor transmisiei precesionale.

A fost stabilit că în angrenajul precesional, la varierea valorilor unghiurilor de conicitate a roților β , de nutație θ , ale axoidei conice δ și a numărului de dinți ale roții centrale Z_2 , secțiunile transversale ale dinților sunt asemănătoare și cresc proporțional cu diametrul roții. Acest fapt denotă că varierea diametrului roților, pentru ceilalți parametri constanți, nu influențează asupra formei profilului flancurilor dinților și, în consecință, asupra multiplicității angrenării. Această concluzie este argumentată de graficele prezentate în figura 3.15. Parametrii care exercită o influență esențială asupra multiplicității angrenajului sunt unghiurile de conicitate a roților β , de nutație θ , ale axoidei conice δ , numărul de dinți Z_2 și coraportul $Z_1 = Z_2 - 1$ sau $Z_1 = Z_2 + 1$.

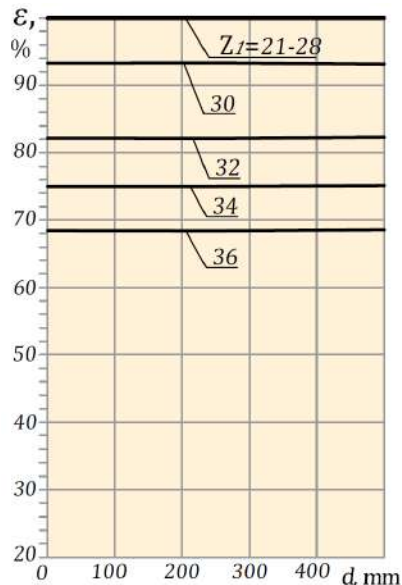


Figura 3.15. Multiplicitatea angrenajului în funcție de diametrul roții d pentru un număr diferit de dinți Z_2 ($\delta = 22^\circ 30'$, $\beta = 3^\circ 30'$, $\varepsilon = 2^\circ 30'$)

Influența unghiului de conicitate β asupra multiplicității ε . În figura 3.16 este redată influența unghiului de conicitate β a roților conice asupra multiplicității angrenării dinților pentru diferite valori δ . Se observă că, la creșterea unghiului β , multiplicitatea angrenării dinților scade simțitor atât pentru $Z_1 = Z_2 - 1$ (a), cât și pentru $Z_1 = Z_2 + 1$ (b). De aceea, în etapa de proiectare este necesar de efectuat calcule de probă, care ne-ar permite să stabilim care dintre parametrii β și ε asigură creșterea maximă a capacității portante a transmisiei.

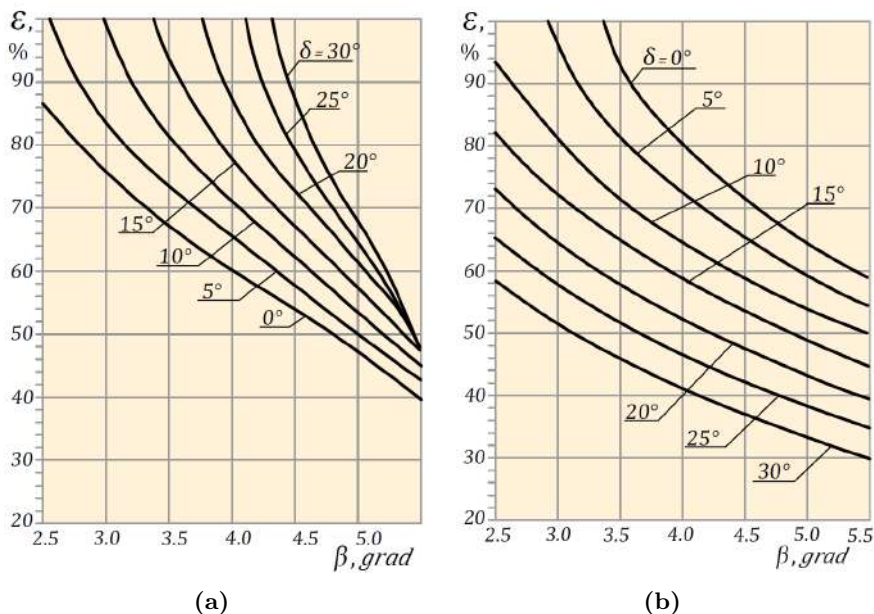


Figura 3.16. Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul de conicitate a roților conice β pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ : (a) coraportul numărului de dinți ai roților conjugate $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_2 = 25$, $\theta = 2^\circ 30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_1 = 20$, $\theta = 2^\circ 30'$

Influența numărului de dinți Z asupra multiplicității ε . Analiza profilogramelor din figura 3.17 arată că numărul dinților exercită de asemenea o influență esențială asupra formei profilului dinților, indiferent de diametrul roților. În figura 3.19 este prezentată dependența multiplicității angrenării de numărul dinților Z_1 pentru diferite unghiuri de conicitate a roților β și corelații ale dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ (a) sau $Z_1 = Z_2 + 1$ (b). Din graficele $\varepsilon = f(Z_1)$, cu considerarea raportului de transmitere necesar, se alege numărul rațional de dinți Z_1 care asigură multiplicitatea optimă a angrenajului.

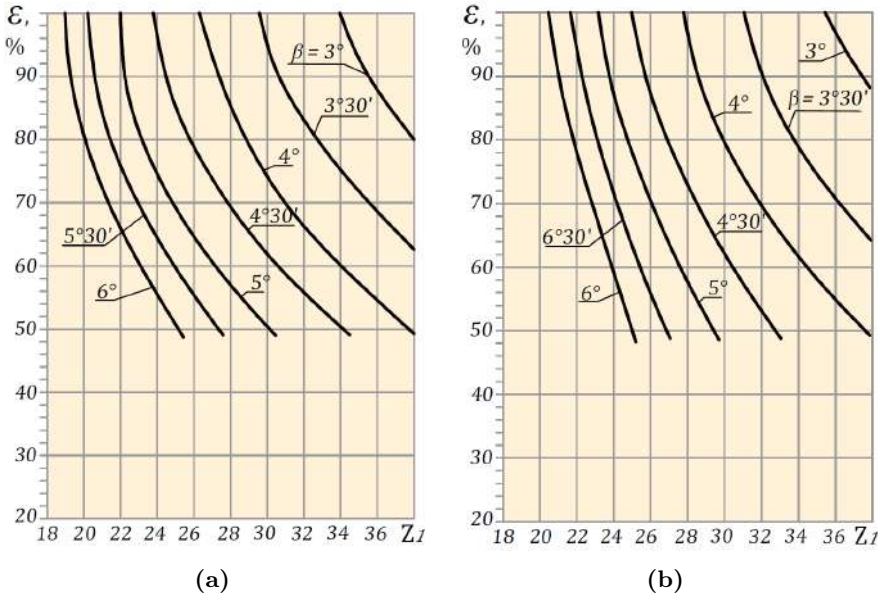


Figura 3.17. Multiplicitatea angrenării ε în funcție de numărul de dinți ai roții centrale Z_1 pentru diferite unghiuri de conicitate a roților conice β : (a) coraportul numerelor de dinți ai roților conjugate $Z_1 = Z_2 - 1$, $\theta = 2^\circ 30'$, $\delta = 22^\circ 30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $\theta = 2^\circ$, $\delta = 22^\circ 30'$

Influența unghiului axoidei conice δ asupra multiplicității ε . În figura 3.18 sunt prezentate graficele influenței unghiului axoidei conice δ asupra multiplicității angrenajului pentru diferite valori ale unghiului de conicitate a roților β și diferite corelații ale numărului de dinți $Z_1 = Z_2 \pm 1$. După cum se observă, unghiul axoidei conice exercită o influență esențială asupra multiplicității angrenării dinților ε . Pentru $Z_1 = Z_2 - 1$, mărirea unghiului axoidei conice conduce la majorarea multiplicității ε , iar pentru $Z_1 = Z_2 + 1$ – la reducerea acesteia, unde Z_1, Z_2 sunt numărul dinților roții centrale și, respectiv, ai roții-satelit.

Influența unghiului de nutație θ asupra multiplicității ε . Gradul și direcția influenței unghiului de nutație θ asupra multiplicității angrenării ε pentru un număr diferit de dinți Z_1, Z_2 și corelații diferite ale lor sunt prezentate în figura 3.19. Analiza dependențelor arată că la majorarea unghiului de nutație θ de la $1^\circ 30'$ până la 3° (pentru $Z_2 = Z_1 - 1$), multiplicitatea angrenării dinților se modifică neînsemnat. Acest fapt denotă că unghiul de nutație θ nu reprezintă un parametru valoros pentru a majora multiplicitatea angrenării dinților ε prin varierea acestuia.

Analiza complexă a influenței parametrilor geometrice ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, angrenajului precesional asupra multiplicității angrenării dinților, precum și simulările computerizate ale geometriei contactului au permis

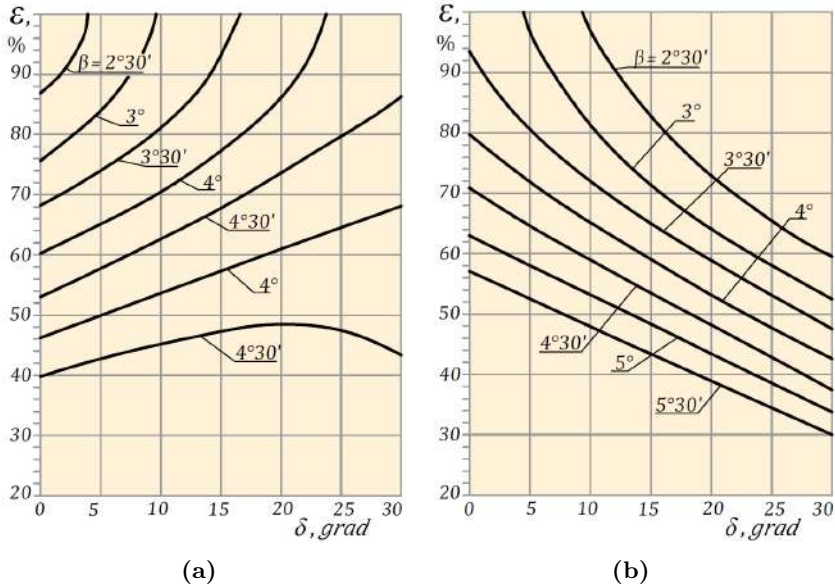


Figura 3.18. Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul axoidei conice δ pentru diferite unghiuri de conicitate a roților conice β : (a) $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_2 = 25$, $\theta = 2^{\circ}30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_2 = 19$, $\theta = 2^{\circ}30'$

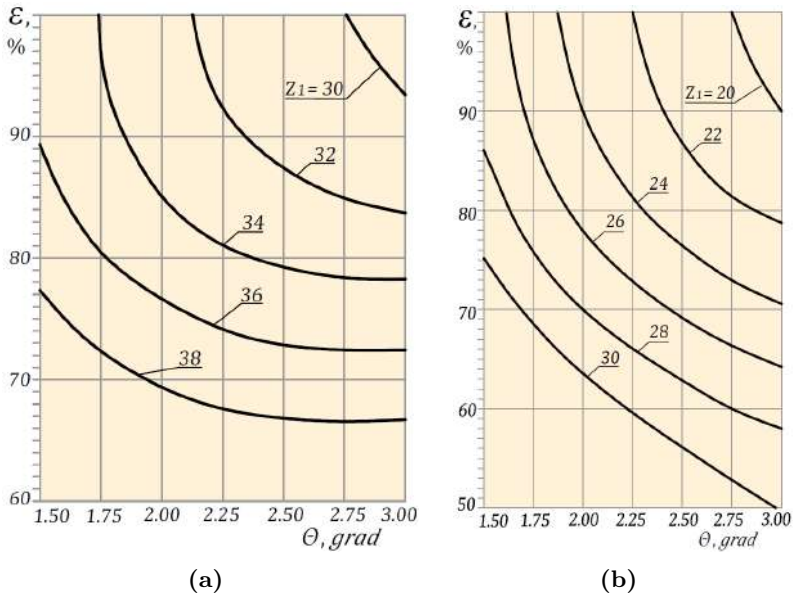


Figura 3.19. Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul de nutație θ pentru diferite numere de dinți Z_1 : coraportul numărului de dinți ai roților conjugate (a) $Z_1 = Z_2 - 1$, $\delta = 22^{\circ}30'$, $\beta = 3^{\circ}$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $\delta = 0^{\circ}$, $\beta = 3^{\circ}$

să argumentăm gama rațională a parametrilor geometrici ai angrenajului și să identificăm căile de majorare a gradului de acoperire a angrenării. S-a constatat că pentru numărul de dinți $Z_1 = 16 - 50$, care asigură obținerea raportului de transmitere $i = 22 - 2500$, multiplicitatea geometrică (teoretică) a angrenării $\varepsilon = 80\% - 100\%$ este atinsă prin varierea parametrilor geometrici în intervalele: unghiul axoidei conice $\delta = 0^\circ - 33^\circ$, unghiul de conicitate a roleurilor $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ și unghiul de nutație $\theta = 1,5^\circ - 2,75^\circ$. În baza analizelor efectuate, au fost elaborate recomandările privind alegerea valorilor raționale ale parametrilor geometrici care asigură multiplicitatea angrenării de 100%, 80% și 60% din perechile de dinți ale roților conjugate.

În tabelele 3.1 și 3.2 sunt prezentate diapazoanele raționale de variere a parametrilor geometrici ai angrenajului precesional recomandate pentru transmisii cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților $Z_1 = Z_2 - 1$, iar în tabelul 3.3 – pentru transmisii cu regim de lucru de multiplicator cu coraportul dinților $Z_1 = Z_2 \pm 1$ ($\delta = 0$).

Tabelul 3.1. Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugăți $Z_1 = Z_2 - 1$

Nr. crt.	Intervalul de variere a parametrilor raționali care asigură multiplicitatea angrenajului de 100%				Remarcă
	Numărul dinților Z_i	Unghiul de conicitate al roleurilor β , grad	Unghiul axoidei conice δ , grad	Unghiul de nutație θ , grad	
1.	15-18	5,0-4,0	0-7,5	1,75-2,5	Valorile minime și cele maxime ale unghiului de conicitate al roleurilor corespund numărului minim și numărului maxim de dinți Z ai poziției respective. În limitele intervalului, Z_i și β se aleg prin interpolare. Valorile δ și θ asigură $\varepsilon=100\%$ pentru toate variantele valorilor Z_i și β posibile.
2.	18-20	4,0-3,0			
3.	20-27	3,0-2,0			
4.	15-19	5,0-4,0	7,5-15,0	1,75-2,5	
5.	19-22	4,0-3,0			
6.	22-29	3,0-2,0			
7.	15-20	5,5-4,5	15,0-22,5	2,0-2,5	
8.	20-24	4,5-3,5			
9.	24-31	3,5-2,5			
10.	15-21	6,0-4,5	22,5-30,0	2,0-2,5	
11.	21-27	4,5-3,5			
12.	27-35	3,5-2,5			
13.	15-23	6,0-4,5	30,0-33,0	2,5-2,75	
14.	23-29	4,5-3,5			
15.	29-45	3,5-2,5			

Numărul dinților roților conjugate în angrenajele precesionale A^B și A^D de tip $2K-H$ se alege în funcție de raportul de transmitere $\pm i$ și de regimul de funcționare a transmisiei indicate în caietul de sarcini la proiectare. Pentru transmisiile cu regim de funcționare de reductor se recomandă coraportul numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$, iar cu regim de multiplicator $Z_1 = Z_2 + 1$.

Tabelul 3.2. Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugați $Z_1 = Z_2 - 1$

Nr. crt.	Intervalul de variere a parametrilor raționali					Unghiul axoidei conice δ , grad	Unghiul de nutație θ , grad
	Multiplicitatea angrenării dinților $\varepsilon=100\%$		Multiplicitatea angrenării dinților $\varepsilon=80\%$				
	Numărul dinților Z_i	Unghiul de conicitate al rolor β , grad	Numărul dinților Z_i	Unghiul de conicitate al rolor β , grad			
1.	15-20	5,0-4,0	15-24	5,0-4,0			
2.	20-23	4,0-3,0	24-30	4,0-3,0	0-7,5	1,75-2,5	
3.	23-32	3,0-2,0	30-40	3,0-2,0			
4.	15-22	5,0-4,0	15-26	5,0-4,0			
5.	22-25	4,0-3,0	26-31	4,0-3,0	7,5-15,0	1,75-2,5	
6.	25-34	3,0-2,0	31-42	3,0-2,0			
7.	15-23	5,0-4,0	15-27	5,5-4,5			
8.	23-27	4,0-3,0	27-32	4,5-3,5	15,0-22,5	2,0-2,5	
9.	27-36	3,0-2,0	32-44	3,5-2,5			
10.	15-25	6,0-4,0	15-28	6,0-4,5			
11.	25-30	4,0-3,0	28-34	4,5-3,5	22,5-30,0	2,0-2,5	
12.	30-40	3,0-2,0	34-48	3,5-2,5			
13.	15-26	6,0-4,0	15-28	6,0-4,5			
14.	26-32	4,0-3,0	28-36	4,5-3,5	30,0-33,0	2,5-2,75	
15.	32-50	3,0-2,0	36-58	3,5-2,5			

Tabelul 3.3. Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugați $Z_1 = Z_2 \pm 1$

Nr. crt.	Multiplacitatea angrenării dinților ε , %	Intervalul varierii parametrilor raționali				Remarcă
		Numărul dinților Z_i	Unghiul de conicitate al rolor β , grad	Unghiul axoidei conice δ , grad	Unghiul de nutație θ , grad	
1.		12-18	6,5-4,5			
2.		18-20	4,5-3,5	0	1,5-2,0	
3.	100	20-25	3,5-2,5			
4.		12-16	6,5-4,5			
5.		16-18	4,5-3,5	0	2,0-2,5	
6.		18-21	3,5-2,5			
7.		12-19	6,5-4,5			
8.		19-22	4,5-3,5	0	1,5-2,0	
9.	80	22-28	3,5-2,5			
10.		12-17	6,5-4,5			
11.		17-20	4,5-3,5	0	2,0-2,5	
12.		20-25	3,5-2,5			
13.		12-23	6,5-4,5			
14.		23-27	4,5-3,5	0	1,5-2,0	
15.	60	27-35	3,5-2,5			
16.		12-21	6,5-4,5			
17.		21-25	4,5-3,5	0	2,0-2,5	
18.		25-32	3,5-2,5			

Numărul dinților roților conjugate în angrenajele precesionale A^B și A^D cu regim de funcționare de reductor se alege conform tabelelor 2.1, iar pentru pentru angrenajele A^B în anumite condiții și constrângeri cinematice se aleg conform tabelelor prezentate în anexele A.1 – A.3.

Din tabelele anexelor A.1 – A.3 se observă că unul și același raport de transmitere $\pm i$ poate fi realizat cu diferite coraporturi ale numerelor de dinți. De aceea pentru a înlesni alegerea corectă de către proiectanții transmisiilor precesionale a configurației numerelor de dinți în funcție de $\pm i$, în tabelele anexelor B.1 – B.4 sunt prezentate șirurile rapoartelor de transmitere în ordine crescătoare cu indicarea între paranteze a numărului de variante ale configurațiilor, care asigură realizarea aceuiași raport de transmitere. În aceste cazuri proiectantul poate alege configurația numerelor de dinți, care ar asigura profiluri optime ale dinților din punct de vedere al geometriei formei și cinematicii contactului dinților, inclusiv al unghiului minim de presiune α_w .

Recomandările sunt bazate pe elaborările teoretice, cercetările experimentale pe modele fizice și simulările computerizate pe modele matematice și au fost validate în cadrul proiectărilor transmisiilor precesionale de tipurile $2K-H$ și $K-H-V$. Aceste recomandări vin în ajutorul inginerilor-proiectanți să selecteze valorile raționale ale parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, astfel încât să asigure multiplicitatea angrenării anterior planificată de 100%, 80% sau 60% perechi de dinți, să majoreze capacitatea portantă, eficiența energetică și precizia cinematică, să reducă masa și gabaritele transmisiilor precesionale proiectate.

Variabilitatea formei profilului dinților roților centrale în angrenajul precesional cu bolțuri A^B dependentă de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, geometria și cinematica interacțiunii roților conjugate cu mișcare sferospațială au constituit premisele de bază pentru elaborarea principiului de generare prin rostogolire-rulare spațială $G_{r.s.}$ a dinților cu profil convex/concav descris în [8, 110].

Remarca 3.6. *Analiza cinematicii transmisiilor precesionale arată că pentru tipul $K-H-V$ poate exista coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, recomandat pentru regimul de funcționare de reductor, și coraportul $Z_1 = Z_2 + 1$ cu rotirea arborilor în același sens, recomandat pentru regimul de funcționare de multiplicator ($\delta = 0$).*

Remarca 3.7. *Pentru transmisiile precesionale de tip $2K-H$ coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ ($Z_4 = Z_3 - 1$) se recomandă pentru regimul de funcționare de reductor, iar coraportul numerelor de dinți ai coroanelor roții-satelit (Z_2, Z_3) influențează sensul rotirii arborilor conducător și condus.*

Remarca 3.8. *Profilul flancurilor dinților roții centrale cu mișcare sfero-spațială a roții-satelit este variabil dependent de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$.*

Remarca 3.9. *Recomandările privind alegerea valorilor raționale ale parametrilor geometrici ai angrenajului precesional vin în ajutorul proiectanților pentru a asigura geometria optimă a contactului dinților (recomandările sunt bazate doar pe abordări geometrice, fără a ține cont de dinamicitatea sarcinii și deformabilitatea dinților în contact).*



CINETOSTATICA ȘI DINAMICA TRANSMISIILOR PRECESIONALE

Metodele de calcul ingineresc și de proiectare a transmisiilor mecanice noi, deosebite de cele clasice prin geometria angrenajului și principiul de transformare a mișcării, devin tot mai dificile în dezvoltare, uneori inadecvate dacă folosim abordările clasice. Creșterea diversității transmisiilor precesionale structurate în peste 30 structuri cinematice [8, 9], au impus necesitatea unor noi abordări problematice în scopul reducerii costurilor și a timpului dintre ciclurile de cercetare teoretică – proiectare – cercetare experimentală – fabricare - validarea rezultatelor.

Cercetarea-dezvoltarea transmisiilor planetare precesionale cu angrenare sferospațială multipară a dinților cu profil variabil nestandardizat a scos în evidență obiective constructiv-funcționale și tehnologice specifice cu perspectiva de a fi soluționate în complex în baza unor soluții și abordări principal noi.

Dezvoltarea vertiginoasă din ultimul timp a programelor de proiectare asistată de calculator (CAD) a creat posibilități deosebit de largi de elaborare și studiu al modelelor parametrizate de transmisii mecanice. Un exemplu elocvent sunt programele de calcul al parametrilor cinetostatici ai mecanismelor, care fac parte din grupul de programe CAE (Inginerie Asistată de Calculator). În continuare se propune un model de simulare și de calcul al transmisiilor planetare precesionale pe baza modelelor matematice cu utilizarea pachetelor matematice (în acest caz *MathCAD*) și produsului-program *Motion Inventor*. Scopul cercetărilor constă în obținerea și verificarea unor parametri cinetostatici cu influență majoră asupra dinamicii, capacității portante și randamentului mecanic al angrenajului precesional, implicit asupra fiabilității transmisiei precesionale. Datorită specificului transformării mișcării și a sarcinii, transmisiile precesionale posedă posibilități cinematice unice și nu au analogi printre transmisiile

mecanice cunoscute la scară mondială [8, 9, 10].

Posibilitățile extinse ale transmisiilor precesionale pot fi realizate doar în cazul în care toate cuplele cinematice, vor rezista la fluxul de putere transmis prin angrenajul precesional cu mișcare sferospațială a satelitelui, care generează efecte cinematice și dinamice deosebite comparativ cu cele clasice. Din aceste considerente, este foarte important de a cerceta parametrii cinematici și dinamici, în special variația vitezelor liniare și a accelerațiilor în contactul dinților conjugați, de care, în linii mari, depinde capacitatea portantă și randamentul mecanic oricărei transmisii mecanice. Pentru realizarea acestor obiective a fost elaborat modelul matematic de studiu și analiză a cinetostaticii transmisiei planetare precesionale, care va servi drept bază pentru cercetarea parametrilor cinematici și dinamici cu utilizarea programelor CAE.

4.1 Forțe în angrenajul precesional

Relațiile de calcul al forțelor din angrenajele A^B ale transmisiilor precesionale $K-H-V$ și $2K-H$ diferă între ele datorită particularităților constructiv-cinematice, în special a amplasării diferite a bolțurilor conice în raport cu axa roții-satelit. În transmisia $K-H-V$, axele bolțurilor, de obicei, sunt amplasate în planul care trece prin centrul de precesie, iar în transmisia $2K-H$ – pe suprafața a două axoide conice, a căror vârfuri se suprapun în centrul de precesie. În amplasarea bolțurilor transmisiilor precesionale pot fi și excepții. De exemplu, în transmisia $K-H-V$ prezentată în figura 2.1 (e) bolțurile conice sunt amplasate pe suprafața axoidei conice a roții, iar în transmisia $2K-H$ din figura ?? ele formează o roată-satelit plană. De aceea, relațiile de calcul al forțelor în angrenaje sunt examinate luând în considerare amplasarea coroanelor axelor cu role [8, 9].

4.1.1 Angrenaje A^B de tip $K-H-V$

Schema structurală a acestui angrenaj este prezentată în figura 2.2 (c), iar schema de calcul al forțelor din angrenaj – în figura 4.1. Forțele rezultante care acționează în angrenajul precesional multipar le examinăm pentru cupla dinte-rolă, amplasată în planul YOZ_φ sub unghiul φ în raport cu axa OZ a rolei. Valoarea unghiului φ depinde de multiplicitatea angrenării dinților ε . În baza analizei rezultatelor experimentale și simulărilor computerizate, se recomandă a determina φ din relația:

$$\varphi = 120 \frac{Z_\varepsilon}{Z_2}, \quad (4.1)$$

în care Z_ε este numărul perechilor de dinți simultan angrenați și care transmit sarcina

$$Z_\varepsilon = \frac{\varepsilon(Z_2 - 1)}{200}, \quad (4.2)$$

unde ε – este multiplicitatea angrenării dinților, Z_2 – este numărul de dinți ai roții centrale.

Conform schemei din figura 4.1, în contactul rolă–dinte forțele tangențială F_t , normală F_n și axială F'_a acționează în planul perpendicular pe linia de contact a dinților și se determină în secțiunea mediană a danturii prin relațiile

$$F_t = \frac{2T_2}{d_{m1}}, \quad F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_\omega}, \quad F'_a = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega,$$

unde

$$\alpha_\omega = \operatorname{arctg} \frac{\xi_n - \xi_{n-1}}{\zeta_n - \zeta_{n-1}}, \quad (4.3)$$

unde ξ_n , ξ_{n-1} , ζ_n și ζ_{n-1} sunt coordonatele punctelor pe profilul convex/concav al dinților roții centrale, prezentat în sistemul de coordonate $\xi - \zeta$, iar d_{m1} este diametrul roții centrale pe secțiunea mediană a danturii, în care acționează forțele în angrenaj.

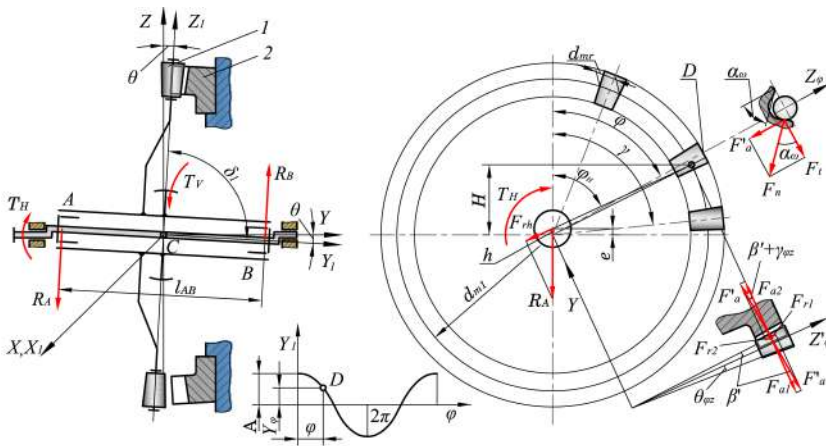


Figura 4.1. Forțe în angrenajul A^B de tip $K-H-V$ cu roata-satelit cu bolțuri conice ($\delta_1 = 90^\circ$)

Pentru determinarea sarcinii specifice q în contactul dinte–rolă, trebuie să cunoaștem unghiul angrenării α_ω al profilului dintelui, în care acționează forța rezultantă. Analizând distribuirea sarcinii între dinții simultan angrenați identificată în cadrul cercetărilor experimentale prin tensometrie și simulărilor computerizate CAD, s-a constatat că forța rezultantă este aplicată segmentului profilului cuprins între coordonatele $n = 50 - 70$

(în cazul divizării pasului dinților în 300 segmente) și se determină din

$$\alpha_\omega = \operatorname{arctg} \frac{\xi_{50} - \xi_{49}}{\zeta_{50} - \zeta_{49}}.$$

După formula (4.3) au fost construite diagramele dependenței unghiului angrenării α_ω de numărul de dinți Z_1 , unghiul axoidei conice δ , coraportul dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ și unghiurile θ : $\theta = 1^\circ 30'$ (a); $\theta = 2^\circ$ (b); $\theta = 2^\circ 30'$ (c); $\theta = 3^\circ$ (d) pentru transmisii cu regim de funcționare de reductor și $\theta = 1^\circ 30'$ (d); $\theta = 2^\circ 30'$ (e) – de multiplicator, prezentate respectiv în figura 6.7 și figura 6.8.

Astfel, unghiul α_ω se alege din diagramele varierii acestuia în funcție de numărul dinților roților centrale Z_1 , unghiul de nutație θ , unghiul axoidei conice δ și coraportul $Z_1 = Z_2 + 1$ al numerelor de dinți ai roților conjugate.

Componentele axială F_a și radială F_r se determină separat pentru fiecare roată, deoarece ele sunt necesare pentru calculul reacțiunilor în rulmenții portsatelitului și ai roții-satelit, acestea constituind componentele transmisiei cu sarcina mai solicitată.

Forțele din angrenaj care acționează în dinții roții centrale generează componentele radială F_{r2} și axială F_{a2} , care se determină din relațiile;

$$F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \sin(\beta' + \theta_{\varphi_z}), \quad (4.4)$$

$$F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \cos(\beta' + \theta_{\varphi_z}), \quad (4.5)$$

unde β' definit prin

$$\beta' = \operatorname{arctg} \left(\frac{d_{mr}}{d_{m1}} \right) \sin \alpha_\omega$$

este unghiul poziției liniei de contact a dinților în planul $YOZ\varphi$, iar θ_{φ_z} definit prin

$$\theta_{\varphi_z} = \operatorname{tg} \theta \cos \left(120 \frac{Z_\varepsilon}{Z_2} \right)$$

este unghiul de poziție a rolei în planul Z_1OX_1 . Forțele radială F_{r1} și axială F_{a1} acționează bolțurile conice ale coroanelor satelitului și se determină din relațiile:

$$F_{r1} = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \sin \beta', \quad (4.6)$$

$$F_{a1} = F_t \operatorname{tg} \alpha_\omega \cos \beta'.$$

În angrenajul transmisiei precesionale $K-H-V$ cu roata-satelit cu dinți prezentată în figura 4.2 acționează forțele tangențială F_t , normală F_n și componenta axială F'_a , determinate din relațiile

$$F_t = \frac{2T_2}{d_{m1}}, \quad F_n = \frac{F_t}{\cos(\alpha_\omega - \theta_{\varphi_x})}, \quad F'_a = F_t \operatorname{tg}(\alpha_\omega - \theta_{\varphi_x}).$$

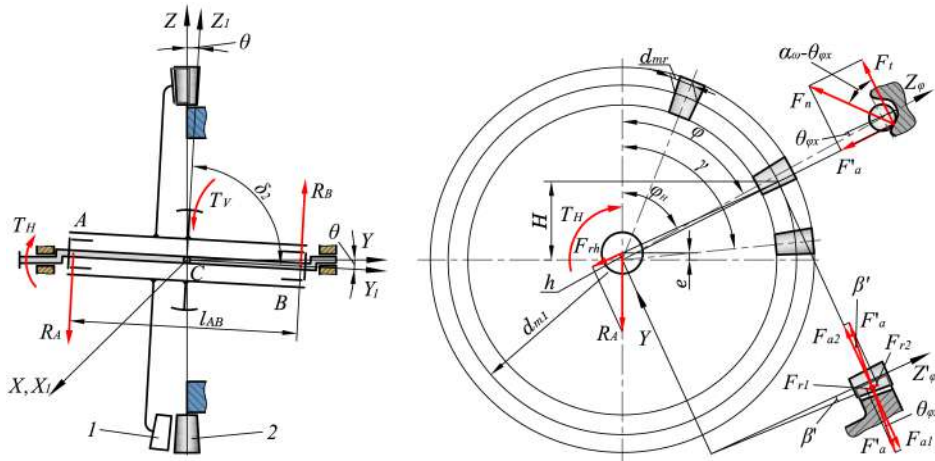


Figura 4.2. Forțe în angrenajul A^B de tip $K-H-V$ cu roata-satelit dințată ($\delta = 90^\circ$)

Forțele din angrenaj le determinăm aparte pentru roata centrală cu role F_{a2} și F_{r2} și pentru roata-satelit cu dinți F_{a1} și F_{r2} conform relațiilor:

$$\begin{aligned} F_{a2} &= F_t \operatorname{tg}(\alpha_w - \theta_{\varphi_x}) \cos \beta', \\ F_{r2} &= F_t \operatorname{tg}(\alpha_w - \theta_{\varphi_x}) \sin \beta', \end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned} F_{a1} &= F_t \operatorname{tg}(\alpha_w - \theta_{\varphi_z}) \cos \theta_{\varphi_z}, \\ F_{r1} &= F_t \operatorname{tg}(\alpha_w - \theta_{\varphi_z}) \sin \theta_{\varphi_z}. \end{aligned} \tag{4.8}$$

4.1.2 Angrenaje A^B de tip $2K-H$

Schema structurală a angrenajului este prezentată în figura 2.8 (c), iar schema de calcul al forțelor din angrenaj – în figura 4.3. După cum rezultă din schema de calcul, rolele în roata-satelit sunt amplasate pe conurile conice a două axoide cu unghiuri la vârf egale sau diferite $\delta_3 = \pi/2 - \delta$. În transmisia $2K-H$, rolele roții-satelit angrenează simultan cu dinții roților centrale laterale, formând două zone de angrenare diametral opuse.

Analizăm interacțiunea forțelor numai în unul dintre angrenaje, de exemplu, a cuplului roților 3 și 4 care, de regulă, din punctul de vedere al cinematicii optime constituie angrenajul cu mai puțini dinți. La fel ca în angrenajul din transmisia $K-H-V$, rezultantele forțelor active le aplicăm în cupla *dinte-rolă*, amplasată în planul OYZ sub unghiul φ față de axa Z a rolei. În această cuplă, forța normală F_n se descompune în componentele: tangențială F_t , axială F_a și radială F_r .

Pentru comoditatea efectuării calculului practice, determinăm forțele active de asemenea pentru ambele roți. Unghiurile care influențează

neînsemnat asupra rezultatelor finale nu sunt luate în considerare în relațiile de calcul.

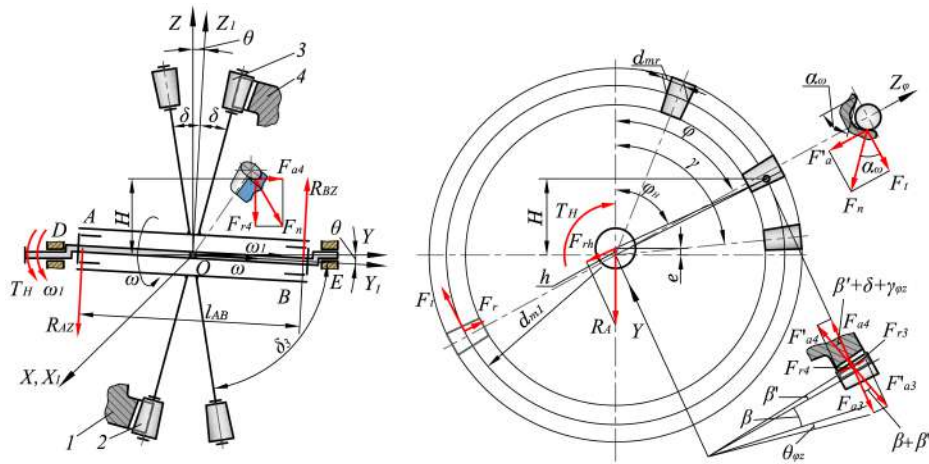


Figura 4.3. Forțe în angrenajul AB de tip $2K-H$ cu roată-satelit cu coroane din bolțuri conice

Forța normală F_n se descompune în componentele F'_a și F'_r . La rândul său, forța F'_a se descompune în forță axială F_a și forță radială F_r . Astfel, pentru roata dințată centrală avem:

$$\begin{aligned} F_{a4} &= F'_a \cos(\delta + \beta' + \theta_{\varphi_z}) = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cos(\delta + \beta' + \theta_{\varphi_z}), \\ F_{r4} &= F'_a \sin(\delta + \beta' + \theta_{\varphi_z}) = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \sin(\delta + \beta' + \theta_{\varphi_z}), \end{aligned} \quad (4.9)$$

iar pentru roata-satelit cu role, admitînd că $F'_{a3} = F'_{a4}$, obținem:

$$\begin{aligned} F_{a3} &= F'_{a4} \cos(\delta + \beta') = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \cos(\delta + \beta'), \\ F_{r3} &= F'_{a4} \sin(\delta + \beta') = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \sin(\delta + \beta'). \end{aligned} \quad (4.10)$$

În transmisia $2K-H$ cu axele rozelor amplasate pe conurile cu unghiul la vîrf $\pi/2 - \delta$, forțele axiale care acționează asupra rolei pe direcția axei ei se determină din relația $F_{a_r} = F_{r_3} \cos \beta$.

În transmisiile precesionale $K-H-V$ și $2K-H$, forțele în angrenaje influențează diferit sarcina statică din rulmenții arborilor și portsatelitului.

De exemplu, în transmisia de tip $K-H-V$ forța axială solicită rulmenții arborelui-manivelă și ai roții-satelit direct cu forța axială, iar în transmisia de tip $2K-H$ forțele axiale din angrenaje sunt direcționate în contrasens și se autocompensează. Dar deoarece forțele axiale în transmisia $2K-H$ acționează în contrasens în zone diametral opuse, acestea formează un cuplu de forțe care încarcă rulmenții cu forțe radiale $R_{A,B}^{st} = M_{OF}/\ell_{AB}$.

Din condiția de echilibru, momentul de torsiune la arborele-manivelă se obține

$$T_H = F_{rh} H = F_{rh} e \sin \varphi_H, \quad (4.11)$$

unde F_{rh} este forța aplicată în centrul sprijinului manivelei sub unghiul φ_H în raport cu axa OZ și e este excentricitatea manivelei în secțiunea sprijinelor A și B .

Având în vedere cele menționate, avem

$$\begin{aligned} F_{rh} &= R_A^{st} \cos \varphi_H, \\ e &= \frac{1}{2} \ell_{AB} \operatorname{tg} \theta, \\ T_H &= \frac{1}{4} R_A^{st} \ell_{AB} \tan \theta \sin(2\varphi_H), \end{aligned}$$

în care φ_H este unghiul direcției acțiunii forței F_{rh} față de axa OZ și care se determină din relația

$$\varphi_H = \operatorname{arctg} \frac{d_{m_1} \sin \left(\varphi + \arcsin \frac{d_p}{d_{m_1}} \cos \alpha_w \right)}{d_{m_1} \cos \left(\varphi + \arcsin \frac{d_p}{d_{m_1}} \cos \alpha_w \right) - 2e}. \quad (4.12)$$

4.2 Coordonatele generalizate ale roții-satelit

Roata-satelit din transmisia planetară precesională reprezintă un corp rigid cu mișcare sferospațială în jurul unui punct fix.

Datorită acestui specific cinematic, interacțiunea dinților în angrenajul precesional se manifestă cu viteze unghiulare liniare și accelerații care definesc caracterul dinamic al sarcinii, capacitatea portantă și pierderile energetice în contactul dinților.

Pentru stabilirea gradului de influență a specificului cinematic al roții-satelit asupra contactului dinților, identificăm coordonatele generalizate ale roții-satelit considerate un corp rigid.

Poziția oricărui punct A de pe corpul rigid S (satelit) și centrul sistemului fix de coordonate O (fig. 4.4) este definită prin vectorii de poziție

$$\mathbf{r} = [x, y, z]^T, \quad \mathbf{r}' = [x', y', z']^T, \quad \mathbf{r}_o = [x_o, y_o, z_o]^T \quad (4.13)$$

și matricea cosinusurilor directe ale axelor sistemului mobil în raport cu axele sistemului fix:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix}.$$

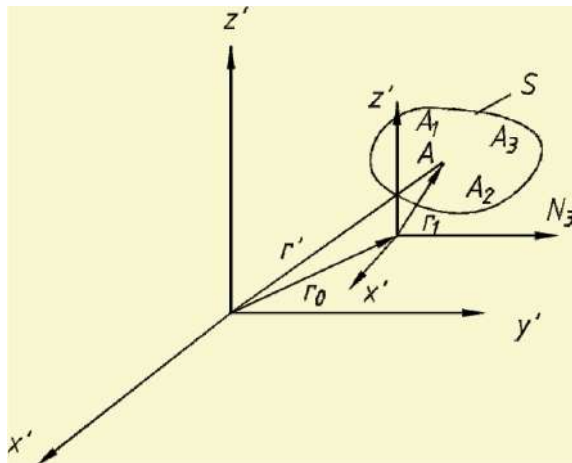


Figura 4.4. Prezentarea poziției satelitului prin vectorii de poziție

Între vectorii de poziție \mathbf{r}_0 și \mathbf{r} există relația

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}_0 + \mathbf{A}\mathbf{r} \quad (4.14)$$

și deoarece cosinusurile directoare satisfac condițiile de ortonormare, rezultă, că numai 3 din cele 9 cosinusuri directoare sunt independente. Prin urmare, mișcarea unui punct arbitrar $A \in C$ este determinată complet dacă se cunosc coordonatele punctului O și trei parametri independenți.

Din punct de vedere cinetostatic și al echilibrului dinamic, se tinde ca punctul de precesie al roții-satelit să coincidă cu unul din punctele caracteristice ale rigidului (centru de masă, centru de simetrie etc.). Pentru studiul mișcării roții-satelit, care efectuează mișcări finite, este indicată utilizarea unghiurilor Euler clasice.

Studiul mișcării satelitului se va baza pe unghiurile reprezentate în figura 4.5. Ne vom conduce de notațiile acceptate în teoria mișcării corpului solid cu un punct fix:

- unghiul $\psi = \angle XON$ este unghiul de precesie și poate fi generat printr-o rotație în jurul axei fixe OY ;
- unghiul $\varphi = \angle X_1ON$ este unghiul de rotație proprie și poate fi generat printr-o rotație în jurul axei fixe OX ;
- unghiul $\theta = \angle Z_1OZ$ este unghiul de nutație și poate fi generat printr-o rotație în jurul axei fixe ON .

Razele vectorilor în sistemul de referință fix $OXYZ$ și, respectiv, în sistemul rotit $OX_1Y_1Z_1$, obținut prin trei rotații succesive cu unghiurile ψ , θ , φ , pot fi exprimate astfel:

$$\mathbf{e} = \Psi\Theta\Phi\mathbf{e}', \quad (4.15)$$

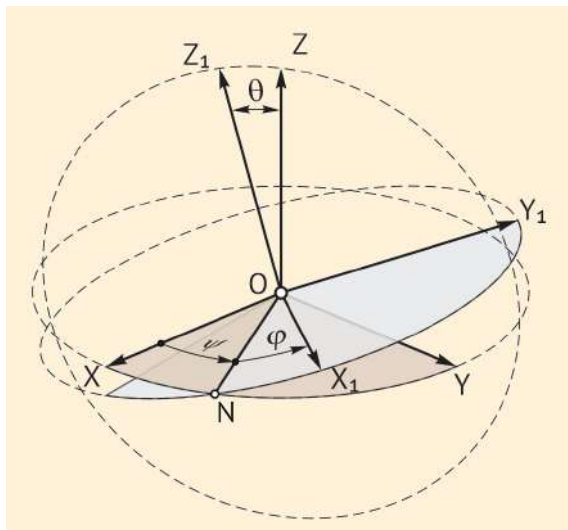


Figura 4.5. Prezentarea mișcării sferospațiale cu un punct fix a roții-satelit prin unghiurile Euler θ, φ și ψ

unde Ψ , Θ și Φ sunt matricele corespunzătoare acestor rotații:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix}.$$

Scriind relația (4.15) sub forma

$$\mathbf{e}' = \Psi^{-1} \Theta^{-1} \Phi^{-1} \mathbf{e},$$

obținem matricea cosinusurilor directe:

$$\mathbf{A} = \Psi^{-1} \Theta^{-1} \Phi^{-1}. \quad (4.17)$$

Matricele de rotație Ψ , Θ , Φ și, respectiv, \mathbf{A} sunt matrice, ortogonale, prin urmare $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$ și $\det(\mathbf{A}) = 1$. Din relațiile (4.16) și (4.17) obținem:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \psi \sin \theta \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi & \cos \psi \cos \theta & -\cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi \\ -\cos \theta \sin \varphi & \sin \theta & \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & -\sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

În cazul mișcării precesionale a roții-satelit în transmisia planetară precesională cu unghiul de nutație în limitele $\theta = 1, 5^\circ - 3^\circ$, oscilațiile vor fi relativ mici, astfel:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta & \psi \\ \theta & 1 & \varphi \\ -\psi & \varphi & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

4.3 Componentele vitezei unghiulare a roții-satelit

Pentru studiul mișcării sferospațiale a roții-satelit se utilizează 6 coordonate generalizate ce formează vectorul:

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_6]^T = [\mathbf{q}'^T, \mathbf{q}''^T]^T, \quad (4.20)$$

unde

$$\begin{aligned} \mathbf{q}' &= [q_1, q_2, q_3]^T = \mathbf{r}_0 = [x_0, y_0, z_0], \\ \mathbf{q}'' &= [q_4, q_5, q_6]^T = [\varphi, \psi, \theta]^T. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Roata-satelit se prezintă prin punctul D care coincide cu originea razei de curbură a profilului dintelui satelitului din angrenajele dințate A^D sau cu centrul rolei în cazul angrenajelor de putere cu bolțuri A^B . Derivând expresia (4.14) în raport cu timpul, obținem viteza \mathbf{V}' a centrului rolei $D \in S$ (fig. 4.5), caracteristică pentru orice punct propriu roții-satelit:

$$\mathbf{V}' = \dot{\mathbf{r}}_0 + \dot{\mathbf{A}}\mathbf{r}, \quad (4.22)$$

adică

$$\mathbf{V}' = \dot{\mathbf{r}}_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_j} \dot{q}_j \mathbf{r}, \quad j = 4, 5, 6 \quad (4.23)$$

sau exprimat pe componente:

$$\begin{aligned} V'_x &= \dot{x}_0 + \frac{\partial \alpha_{1j}}{\partial q_j} \dot{q}_j r_i, \\ V'_y &= \dot{y}_0 + \frac{\partial \alpha_{2i}}{\partial q_j} \dot{q}_j r_i, \\ V'_z &= \dot{z}_0 + \frac{\partial \alpha_{3i}}{\partial q_j} \dot{q}_j r_i. \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, 2, 3 \\ j = 4, 5, 6 \end{array} \right), \quad (4.24)$$

unde $r_1 = x$, $r_2 = y$, $r_3 = z$.

În relațiile (4.23), (4.24) și în cele ce urmează se va folosi convenția conform căreia indicii care se repetă se sumează, i.e. $a_i b_i$ ($i = 1, 2, 3$) denotă $\sum_{i=1}^3 a_i b_i$.

Înmulțind relația (4.22) cu \mathbf{A}^T , se obține viteza \mathbf{V} a centrului rolei D al roții-satelit în raport cu sistemul de referință mobil:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}}\mathbf{r}, \quad (4.25)$$

unde

$$\begin{aligned}\mathbf{V} &= \mathbf{A}^T \mathbf{V}' = [V_x \ V_y \ V_z]^T, \\ \mathbf{V}_0 &= \mathbf{A}^T = [V_{0x} \ V_{0y} \ V_{0z}]^T \dot{\mathbf{r}}'.\end{aligned}\quad (4.26)$$

Pornind de la forma inițială a matricii $\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}}$ exprimată prin expresia

$$\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i1} & \alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i2} & \alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i3} \\ \alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i1} & \alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i2} & \alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i3} \\ \alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i1} & \alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i2} & \alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i3} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.27)$$

și ținând cont de relațiile:

$$\begin{aligned}\alpha_{ik} \dot{\alpha}_{ik} &= 0, \\ \alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i2} &= -\alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i1}, \quad (k = 1, 2, 3) \\ \alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i3} &= -\alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i2}, \quad (i = 1, 2, 3) \\ \alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i1} &= -\alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i3},\end{aligned}\quad (4.28)$$

rezultă că cele 9 componente ale matricii (4.27) pot fi exprimate cu ajutorul a trei valori scalare ω_x , ω_y și ω_z :

$$\begin{aligned}\omega_x &= \alpha_{i2} \dot{\alpha}_{i1} = \alpha_{i2} \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_j} \dot{q}_j, \\ \omega_y &= \alpha_{i3} \dot{\alpha}_{i2} = \alpha_{i3} \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_j} \dot{q}_j, \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, 2, 3 \\ j = 4, 5, 6 \end{array} \right) \\ \omega_z &= \alpha_{i1} \dot{\alpha}_{i3} = \alpha_{i1} \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_j} \dot{q}_j\end{aligned}\quad (4.29)$$

care formează vectorul vitezei unghiulare în sistemul de referință mobil:

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T.$$

Vectorul $\boldsymbol{\omega}$ poate fi exprimat și astfel:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Gamma} \dot{\mathbf{q}}'', \quad (4.30)$$

unde

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \alpha_{i2} \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_4} & \alpha_{i2} \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_5} & \alpha_{i2} \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_6} \\ \alpha_{i3} \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_4} & \alpha_{i3} \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_5} & \alpha_{i3} \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_6} \\ \alpha_{i1} \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_4} & \alpha_{i1} \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_5} & \alpha_{i1} \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_6} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (4.31)$$

Utilizând relațiile (4.28) și (4.29), matricia $\mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}}$ din (4.27) notată cu $\boldsymbol{\Omega}$ se rescrie în următoarea formă:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{A}^T \dot{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & \omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_y \\ -\omega_z & \omega_y & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Matricea Ω este o matrice pătratică asimetrică ($\Omega = -\Omega^T$) asociată vectorului ω . În consecință, expresia (4.22) ce reprezintă viteza centrului roiei D al roții-satelit poate fi descrisă ca:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \Omega \mathbf{r}. \quad (4.33)$$

Introducând α_{ij} din (4.18) în (4.29), se obține:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi, \\ \omega_y &= \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi, \\ \omega_z &= \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

unde $\dot{\psi}$, $\dot{\varphi}$ și $\dot{\theta}$ reprezintă valorile absolute ale vectorilor vitezei unghiulare, reprezentați în (fig. 4.5) și care satisfac relația:

$$\omega = |\omega| = \sqrt{\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\psi}\dot{\varphi} \cos \theta}. \quad (4.35)$$

Totodată, proiecțiile vectorului vitezei unghiulare ω pe axele reperului fix sunt determinate de formulele:

$$\begin{aligned} \omega_{x'} &= \dot{\varphi} \sin \psi \sin \theta + \dot{\theta} \cos \psi, \\ \omega_{y'} &= -\dot{\varphi} \cos \psi \sin \theta + \dot{\theta} \sin \psi, \\ \omega_{z'} &= \dot{\varphi} \cos \theta + \dot{\psi}. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Atât viteza unghiulară ω , cât și proiecțiile vectorului vitezei unghiulare pe axele sistemului mobil de referință ω_x , ω_y , ω_z reprezintă caracteristicile cinematice de bază ale mișcării sferospațiale a satelitului. Cunoașterea coraportului valoric al componentelor vitezei unghiulare ω_x , ω_y , ω_z oferă posibilitatea de a studia și a dezvolta elaborările ce țin de optimizarea geometriei suprafețelor de contact, de îmbunătățirea condițiilor de lubrifiere a dinților conjugați etc.

4.4 Viteză liniară a satelitului și a punctului de contact al dinților

Pornind de la specificul funcționării transmisiei planetare precesionale, în special al mecanismului de transformare și de transmitere a mișcării și sarcinii, și ținând cont de importanța diminuării pierderilor energetice în angrenaje, un obiectiv important al cercetării cinematice revine studiului vitezelor liniare în contactul dinților angrenați.

Conform relațiilor (4.34), pentru determinarea proiecțiilor vitezelor unghiulare pe axele X , Y , Z obținem viteza liniară a unui punct D de pe

sfera de raza R care în același timp aparține și axei rolei roții-satelit în angrenajele precesionale cu bolțuri A^B sau cu originea razei de curbură a profilului în arc de cerc al dintelui satelitelui în angrenajele A^D , exprimată prin:

$$\begin{aligned}
 V_{XD} &= R_D \dot{\psi} \cos \delta \left[\sin \psi \sin \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \psi \cos \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \cos \psi \cos \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta - \frac{Z_1}{Z_2} \sin \psi \sin \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta \right] \\
 &\quad - R_D \dot{\psi} \sin \delta \cos \psi \sin \theta, \\
 V_{YD} &= R_D \dot{\psi} \cos \delta \left[\cos \psi \sin \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) + \frac{Z_1}{Z_2} \sin \psi \cos \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \right. \\
 &\quad \left. - \sin \psi \cos \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \psi \sin \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \cos \theta \right] \\
 &\quad - R_D \dot{\psi} \sin \delta \sin \psi \sin \theta, \\
 V_{ZD} &= R_D \dot{\psi} \frac{Z_1}{Z_2} \cos \delta \sin \left(\frac{\psi Z_1}{Z_2} \right) \sin \theta,
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

unde R_D este raza din originea de coordonate până la punctul D , Z_1 și Z_2 reprezintă numărul de dinți ai roții dințate și numărul de role ale roții-satelit.

Viteza liniară a punctului D al rolei roții-satelit este determinată din relația:

$$V_D = \sqrt{V_{XD}^2 + V_{YD}^2 + V_{ZD}^2}. \tag{4.38}$$

În consecință, utilizând pachetul de modelare matematică *MathCAD*, au fost obținute variațiile vitezei liniare a punctului D al rolei în spațiul tridimensional la o rotație completă a arborelui-manivelă (fig. 4.6 a) și variațiile vitezei liniare a punctului D în spațiul tridimensional la o rotație completă a blocului-satelit (fig. 4.6 b).

În mod similar, utilizând pachetul de modelare *MathCAD*, a fost modelată influența parametrilor geometrici de bază asupra vitezei centrului rolei D în funcție de unghiul de rotire a arborelui-manivelă ψ [106]. Pentru obținerea unor rezultate generalizatoare și pentru stabilirea gradului de influență, varierea parametrilor geometrici de bază s-a efectuat în limitele: $Z_1 = 10 - 50$, $Z_2 = Z_1 \pm 1$, $\delta = 0^\circ - 30^\circ$, $\beta = 2^\circ - 6^\circ$, $\theta = 1,5^\circ - 3^\circ$, $R_e = 200 - 500 \text{ mm}$, analiza cărora a permis stabilirea gradului de influență a fiecărui parametru geometric asupra vitezei a punctului D al rolei. În figura 4.7 (a) este prezentată diagrama caracteristică a dependenței vitezei liniare a punctului D (centrului rolei conice) de unghiul de rotație a arborelui-manivelă pentru parametrii geometrici $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_1 = 21$, $Z_2 = 22$, $\delta = 0^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200 \text{ mm}$. Pentru comparație,

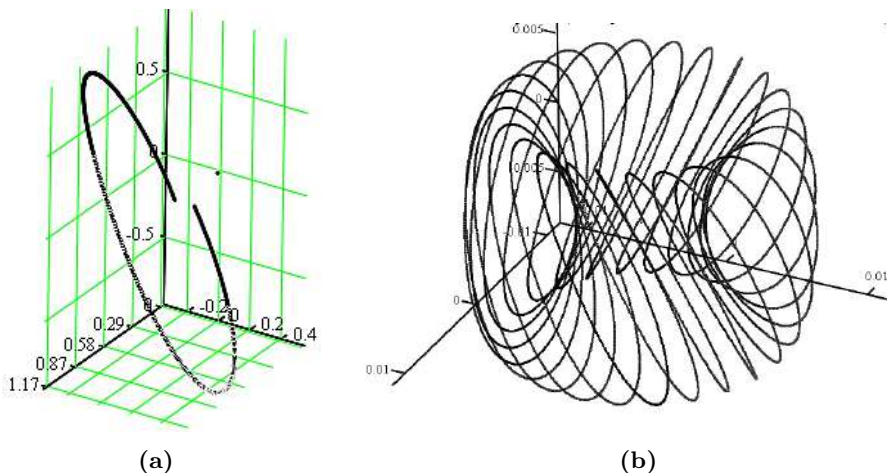


Figura 4.6. Diagrama vitezelor liniare ale punctului D în spațiu la o rotație completă a arborelui-manivelă (a) și diagrama vitezelor liniare ale punctului D al rolei în spațiu la o rotație completă a blocului roții-satelit (b)

în figura 4.7 (b) este prezentat un fragment al rezultatelor obținute prin metoda de calcul numeric pe baza platformei *Autodesk Motion Inventor*, efectuată în timp real.

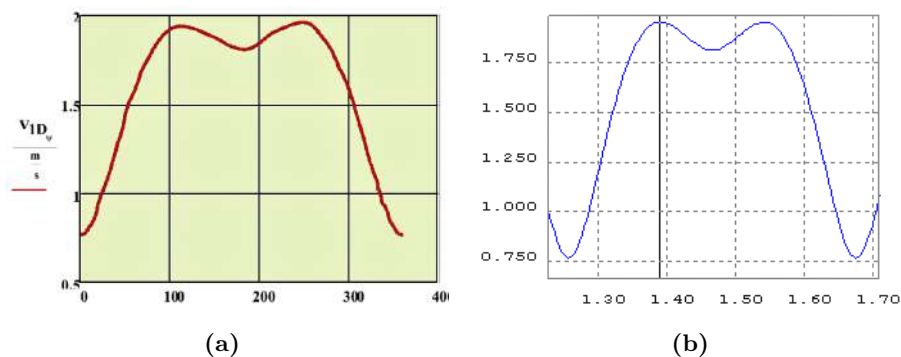


Figura 4.7. Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_1 = 21$, $Z_2 = 22$, $\delta = 22,5^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200 \text{ mm}$

În figura 4.8 este prezentată influența numărului de dinți asupra vitezei liniare a punctului D al roții-satelit. Pentru a evidenția această influență, modelarea a fost efectuată pentru numerele de dinți $Z_2 = 10$ și $Z_2 = 50$. Analiza diagramelor obținute arată că numărul de dinți influențează vădit asupra formei diagramei și valorilor vitezei punctului D . Depresiunea pe diagramă pentru valoarea unghiului $\psi = 180^\circ$ este deosebit de pronunțată pentru numărul de dinți $Z_2 = 50$, fapt ce vorbește despre un grad mai

pronunțat de variație a vitezei punctului D în limitele unei turații a arborelui-manivelă, aceasta fiind una din sursele de generare a forțelor dinamice în angrenajul precesional.

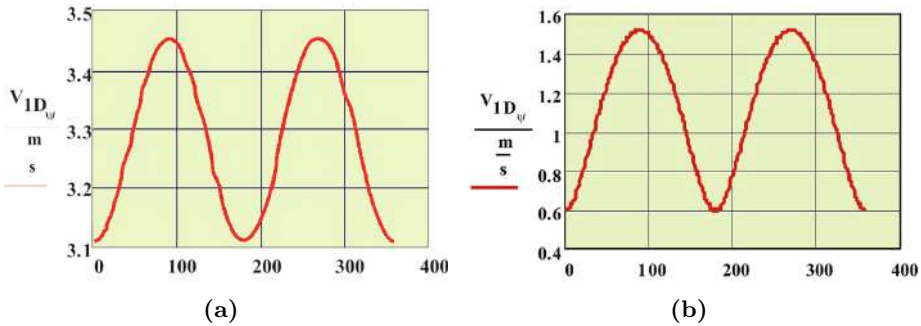


Figura 4.8. Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $\delta = 0^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2.5^\circ$, $R_e = 200 \text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $Z_2 = 10$ (a) și $Z_2 = 50$ (b)

În figura 4.9 este prezentată influența unghiului axoidei conice asupra vitezei liniare a punctului D pentru două valori extreme ale acestui unghi: $\delta = 0^\circ$ și $\delta = 30^\circ$. Analiza diagramelor obținute arată o influență deosebit de pronunțată a unghiului axoidei conice asupra variației formei diagramei la valori mici ale lui. Pentru unghiul $\delta = 0^\circ$, depresiunea pe diagramă care corespunde unghiului de rotire a arborelui manivelă de cca 180° atinge cota de jos a limitei de variație a vitezei și se egalează cu vitezele corespunzătoare fazelor de intrare și de ieșire a dintelui din angrenare. Având aproximativ aceeași valoare maximă a vitezei, amplitudinea de variație a vitezei este mai mare pentru $\delta = 30^\circ$ ($V_{1D_{min}} = 1,3 \text{ m/s}$ pentru $\delta = 0^\circ$; $V_{1D_{min}} = 0,4 \text{ m/s}$ pentru $\delta = 30^\circ$) (fig. 4.9).

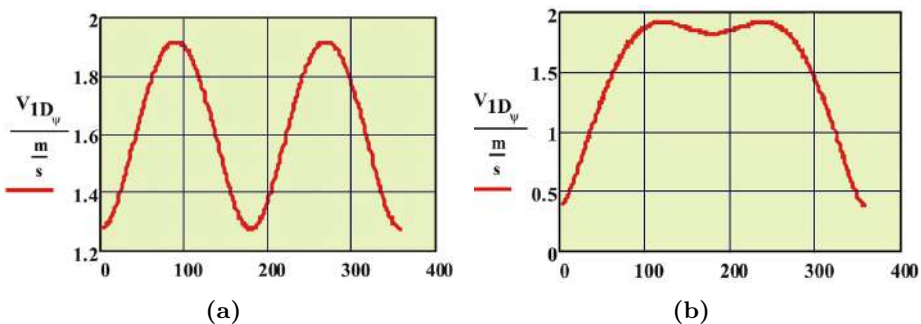


Figura 4.9. Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200 \text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\delta = 0^\circ$ (a) și $\delta = 30^\circ$ (b)

În figura 4.10 este prezentată analiza influenței unghiului θ asupra formei diagramei și valorilor vitezei liniare a punctului D al roții-satelit. Diagramele sunt obținute pentru două valori extreme ale unghiului de nutație: $\theta = 1,5^\circ$ (fig. 4.10 a) și $\theta = 30^\circ$ (fig. 4.10 b) – valori frecvent utilizate în practica de proiectare a transmisiilor precesionale. Forma diagramei obținute este similară celor precedente cu o depresiune mai puțin pronunțată în zona unghiului de rotire a arborelui-manivelă de cca 180° .

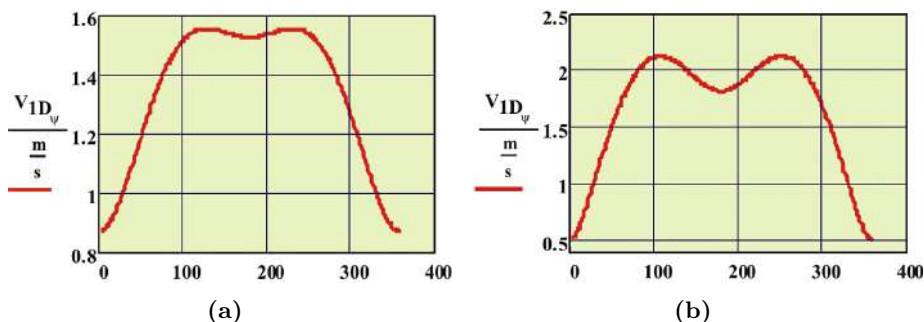


Figura 4.10. Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\delta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\theta = 1,5^\circ$ (a) și $\theta = 30^\circ$ (b)

De asemenea, a fost studiată influența unghiului de conicitate a roților satelitului β asupra vitezei liniare a punctului D (fig. 4.11). Analiza diagramei obținute demonstrează același caracter al diagramei, fapt explicabil prin influența unghiului de conicitate a roților doar asupra poziției punctelor de pe suprafața rolei.

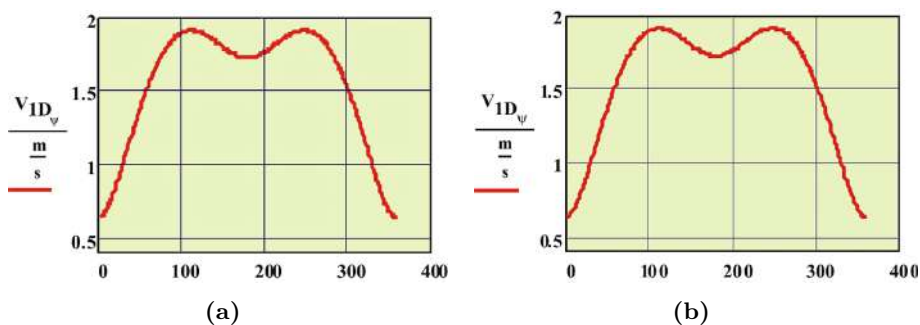


Figura 4.11. Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\delta = 22,5^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\beta = 2^\circ$ (a) și $\beta = 6^\circ$ (b)

Este important de menționat că rezultatele obținute prin utilizarea pachetului de modelare *MathCAD* au fost comparate cu rezultatele obținute

prin metoda de calcul numeric pe baza platformei *Autodesk Motion Inventor*, care au demonstrat o corelare înaltă. Rezultatele obținute în *Autodesk Motion Inventor* pot fi utilizate la elaborarea modelelor dinamice și la optimizarea modelului 3D al transmisiei planetare precesionale.

Pentru determinarea alunecării relative între flancurile dinților este necesar de a cunoaște viteza liniară în contactul *dinte-rolă* definit prin punctul E . Pentru determinarea vitezei liniare a punctului de contract E , se procedează analogic ca și la determinarea vitezei liniare a punctului D , obținând următoarea relație pentru viteza liniară a punctului de contact al dinților V_E :

$$V_E = \dot{\psi} \left\{ \left[Z_E \frac{Z_1}{Z_2} \sin \theta \cos \psi - Y_E \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \theta \right) \right]^2 + \left[Z_E \frac{Z_1}{Z_2} \sin \theta \sin \psi + X_E \left(1 - \frac{Z_1}{Z_2} \cos \theta \right) \right]^2 + \left[Y_E \frac{Z_1}{Z_2} \sin \theta \cos \psi + X_E \cos \psi \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (4.39)$$

Pentru modelarea influenței parametrilor geometrici ai angrenajului precesional asupra vitezei liniare a punctului de contact E al dinților a fost utilizat pachetul de modelare matematică *MathCAD*. Metodologia efectuării modelărilor este similară metodologiei adoptate la modelarea vitezei liniare a punctului D . Evident, parametrii geometrici selectați pentru efectuarea modelărilor și limitele de variație au fost luate aceleași ca și în cazul precedent. La analiza diagramei prezentate în figura 4.12 (a) se observă o ușoară reducere a valorii maxime a vitezei (cu aproximativ $0,3 \text{ m/s}$), o reducere a diferenței dintre viteza minimă, corespunzătoare unghiului de rotire a arborelui-manivelă, și viteza maximă $0,21 \text{ m/s}$ (fig. 4.12 a) și $0,6 \text{ m/s}$ (fig. 4.8 a). Același lucru se observă și în cazul diagramelor din figura 4.12 (b) și figura 4.8 (b), precum și la analiza diagramelor influenței unghiului axoidei conice δ și unghiului de mutație θ asupra valorilor și caracterului variației vitezei liniare a punctului de contact E (fig. 4.13, 4.14).

Mărirea unghiului de conicitate a rotelor β duce la o ușoară reducere a gradului de variație a vitezei liniare în limitele unei turații a arborelui-manivelă (fig. 4.15).

Analiza complexă a influenței parametrilor geometrici de bază ai angrenajului precesional (vitezei liniare în contactul dinților, accelerațiilor unghiulare și liniare) pentru o gamă largă de variere a lor permite alegerea argumentată a parametrilor geometrici de bază ai angrenajului precesional din punctul de vedere al reducerii sarcinilor dinamice pentru fiecare caz concret de aplicare. Rezultatele cercetărilor complexe (atât analitice, cât și

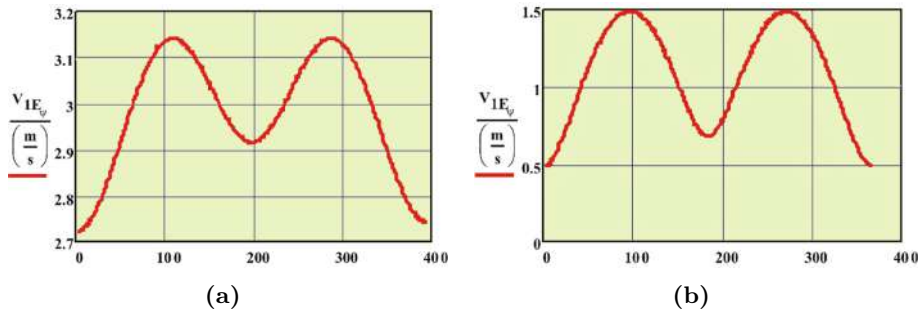


Figura 4.12. Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $\delta = 0^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $Z_2 = 10$ (a) și $Z_2 = 50$ (b)

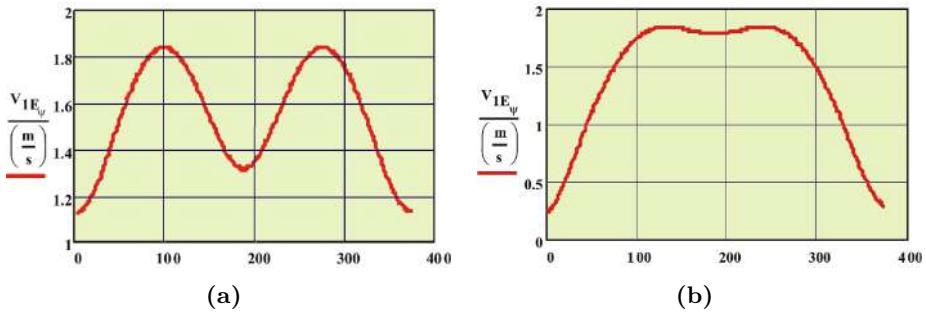


Figura 4.13. Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\delta = 0^\circ$ (a) și $\delta = 30^\circ$ (b)

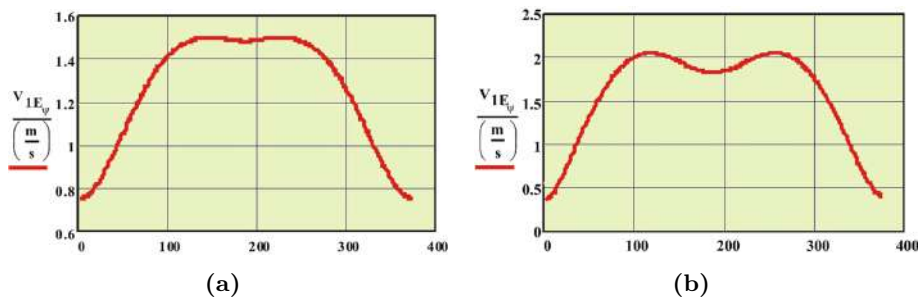


Figura 4.14. Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\theta = 1,5^\circ$ (a) și (b) $\theta = 3^\circ$ (b)

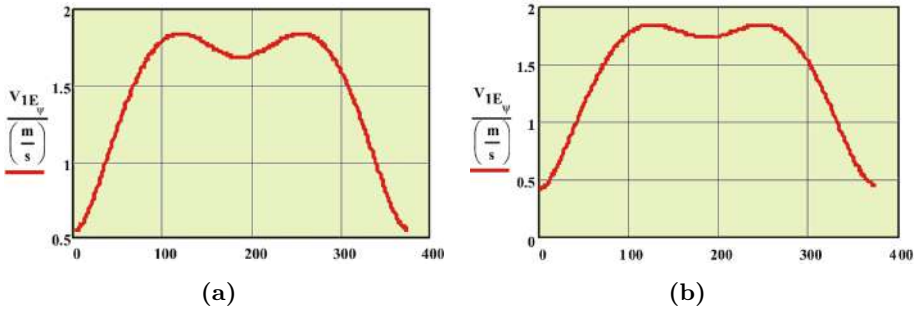


Figura 4.15. Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\delta = 22,5^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\beta = 2^\circ$ (a) și $\beta = 6^\circ$ (b)

pe modele CAE) ale influenței parametrilor geometrici de bază (Z_1 , Z_2 , δ , θ , β) asupra valorii și caracterului variației vitezei liniare a punctului de contact al dinților în limitele unei turații a arborelui-manivelă au un rol important pentru pronosticarea pierderilor energetice în angrenajul precesional și a comportamentului transmisiei planetare precesionale în etapa de proiectare.

4.5 Accelațiunile unghiulare și liniare ale satelitului

Accelația satelitului în mișcarea sa sferospațială determină sarcinile dinamice din angrenajul precesional. De asemenea, accelerațiile elementelor mobile influențează emisia de zgomot și vibroactivitatea transmisiei în ansamblu.

Accelația roții-satelit, exprimată prin centrul rolei $D \in S$ în raport cu sistemul de referință fix, se determină utilizând relația (4.22) după formula:

$$\dot{\mathbf{V}}' = \ddot{\mathbf{r}}_0 + \dot{\mathbf{A}}\mathbf{r}. \tag{4.40}$$

Din relația (4.32) avem:

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\Omega}$$

și prin urmare

$$\ddot{\mathbf{A}} = \dot{\mathbf{A}}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{A}\mathbf{E}, \tag{4.41}$$

unde am introdus notația $\mathbf{E} = \dot{\boldsymbol{\Omega}}$.

Astfel, relația (4.40) se rescrie în forma:

$$\mathbf{a}' = \dot{\mathbf{V}}' = \ddot{\mathbf{r}}_0 + (\dot{\mathbf{A}}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{A}\mathbf{E})\mathbf{r}, \tag{4.42}$$

unde $\mathbf{a}' = [a'_x, a'_y, a'_z]$. Componentele independente ale matricei $\mathbf{E} = \dot{\boldsymbol{\Omega}}$ se obțin derivând în raport cu timpul relațiile (4.32):

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_r} \dot{q}_r \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_j} \dot{q}_j + \alpha_{i2} \frac{\partial^2 \alpha_{i1}}{\partial q_r \partial q_j} \dot{q}_r \dot{q}_j + \alpha_{i2} \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_j} \ddot{q}_j, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_r} \dot{q}_r \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_j} \dot{q}_j + \alpha_{i3} \frac{\partial^2 \alpha_{i2}}{\partial q_r \partial q_j} \dot{q}_r \dot{q}_j + \alpha_{i3} \frac{\partial \alpha_{i2}}{\partial q_j} \ddot{q}_j, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial \alpha_{i1}}{\partial q_r} \dot{q}_r \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_j} \dot{q}_j + \alpha_{i1} \frac{\partial^2 \alpha_{i3}}{\partial q_r \partial q_j} \dot{q}_r \dot{q}_j + \alpha_{i1} \frac{\partial \alpha_{i3}}{\partial q_j} \ddot{q}_j,\end{aligned}\quad (4.43)$$

unde iarăși folosim convenția sumării după indicii care se repetă: $i = 1, 2, 3$, $j = 4, 5, 6$ și $r = 4, 5, 6$.

Înmulțim la stânga relația matriceală (4.42) cu matricea \mathbf{A}^T , ca să obținem accelerația în sistemul mobil de coordonate:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + (\boldsymbol{\Omega}^2 + \mathbf{E})\mathbf{r}, \quad (4.44)$$

unde am notat:

$$\mathbf{a} = \mathbf{A}^T \mathbf{a}' = [a_x, a_y, a_z]^T \quad \text{și} \quad \mathbf{a}_0 = \mathbf{A}^T \ddot{\mathbf{r}}_0 = [a_{0x} \ a_{0y} \ a_{0z}]^T$$

și care reprezintă accelerația punctelor D și O în sistemul de referință mobil.

În cazul ideal, când originea sistemului mobil de coordonate coincide cu originea sistemului fix ($\mathbf{r}_0 = \mathbf{0}$), avem $\mathbf{a}_0 = \mathbf{0}$ și

$$\mathbf{a} = (\boldsymbol{\Omega}^2 + \mathbf{E})\mathbf{r}. \quad (4.45)$$

În caz particular, ecuațiile pentru determinarea accelerației unghiulare a satelitului corespunzătoare centrului rolei D se exprimă prin relațiile:

$$\begin{aligned}\varepsilon_X &= \dot{\theta} \cos\left(\frac{Z_1}{Z_2}\psi\right) + \omega \cos\theta \sin\left(\frac{Z_1}{Z_2}\psi\right), \\ \varepsilon_Y &= \omega \frac{Z_1}{Z_2} + \omega \sin\theta, \\ \varepsilon_Z &= \omega \cos\theta \sin\theta + \sin\left(\frac{Z_1}{Z_2}\psi\right), \\ \varepsilon &= \sqrt{\varepsilon_X^2 + \varepsilon_Y^2 + \varepsilon_Z^2}.\end{aligned}\quad (4.46)$$

În baza relațiilor obținute, în pachetul matematic *MathCAD* a fost modelată influența parametrilor geometrici ai angrenajului precesional asupra componentelor accelerației unghiulare a satelitului ε_X , ε_Y și ε_Z (corespunzătoare punctului D) pentru angrenajul cu parametrii: $Z_2 = 25$, $\delta = 22,5^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200 \text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ (fig. 4.16 a).

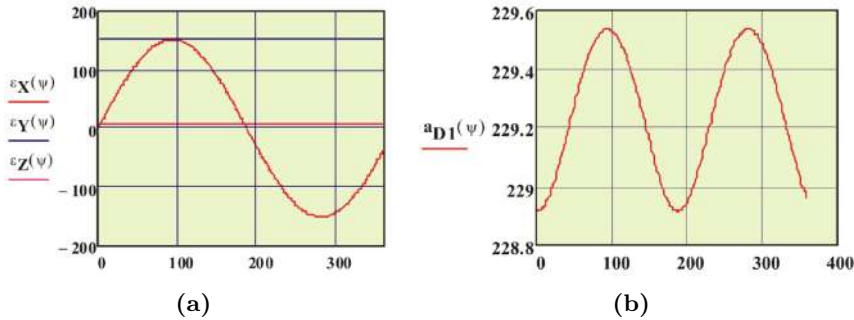


Figura 4.16. Variația componentelor ε_X , ε_Y , ε_Z ale accelerației unghiulare (a) și variația accelerației liniare a satelitului (corespunzătoare punctului D) (b)

Analiza graficelor arată că ε_Z pe parcursul unei rotații complete a satelitului are un caracter aleatoriu cu valori aproape nule, prin urmare – neglijabile. Componenta accelerației unghiulare a satelitului este de asemenea constantă pe parcursul unei rotații, însă atinge valoarea de 100 s^{-1} practic egală cu valoarea maximă a componentei ε_X . Componenta accelerației unghiulare ε_X a satelitului are un caracter sinusoidal cu valori maxime corespunzătoare unghiurilor de rotire a satelitului de 90° și 270° și este proprie mecanismelor care conțin cel puțin un element ce efectuează mișcare sferospațială cu un punct fix. Ultimele două componente determină valoarea sumară a accelerației unghiulare a satelitului.

Accelerația liniară a satelitului corespunzătoare punctului D la o rotație a arborelui de intrare al transmisiei planetare precesionale este prezentată în figura 4.16 (b) și are un caracter sinusoidal cu două perioade pe parcursul unei rotații a arborelui-manivelă, având două puncte maxime cu valoarea de aproximativ 230 m/s^2 .

4.6 Dezechilibrul dinamic de poziție și de mișcare a satelitului. Ecuțiile dinamice ale lui Euler

Una din problemele importante ale studiului complex al transmisiiilor precesionale este analiza solicitării dinamice suplimentare a reazemelor roții-satelit și a arborilor, cauzată de mișcarea precesională și de dezechilibrul static și dinamic al roții-satelit și al arborelui-manivelă.

Mișcarea sferospațială a roții-satelit poate fi studiată ca mișcare a corpului rigid cu un punct fix, care coincide cu centrul de precesie. Determinarea relației dintre parametrii care determină poziția și mișcarea roții-satelit în spațiu și forțe permite soluționarea problemelor de bază ale dinamicii transmisiiilor precesionale. Utilizând relațiile dinamice și cinematice ale lui Euler, putem determina gradul influenței asupra solicitării dinamice a

parametrilor de regim, cinematici, dimensionali și a indicilor de masă și gabarit ai pieselor mobile ale nodului precesional [8, 9].

Să înlocuim nodul precesional al reductorului $2K-H$ cu un model simplificat, schema de principiu a căruia este prezentată în figura 4.17.

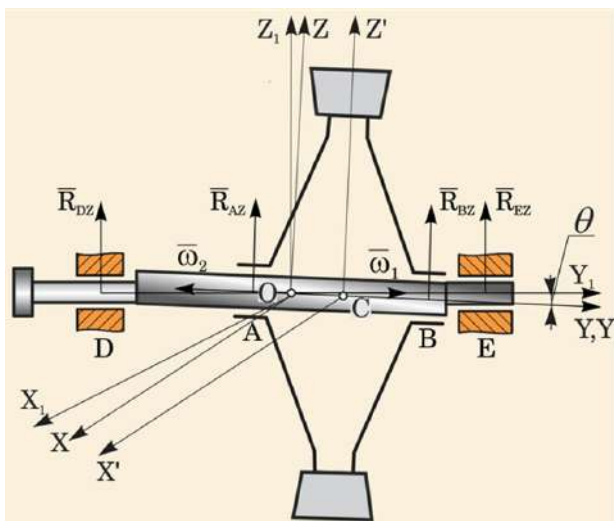


Figura 4.17. Determinarea reacțiunilor suplimentare în funcție de deplasarea centrului maselor

Fie că roata-satelit se rotește cu viteză unghiulară constantă ω_2 în jurul axei manivelei, care la rândul său se rotește cu viteza unghiulară ω_1 în jurul axei rulmenților săi. În rezultatul rotirii compuse în jurul axelor concurente, satelitul capătă mișcare de precesie, totodată unghiul θ dintre axele sectorului înclinat și arborelui-manivelă este unghi de nutație, ω_1 este viteza de precesie și ω_2 – viteza unghiulară a mișcării proprii. Între vitezele unghiulare ω_1 și ω_2 există relația:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 - \omega}{\cos \theta}, \quad (4.47)$$

unde ω este proiecția vitezei unghiulare absolute Ω a roții pe axa arborelui-manivelă care se determină cu relația:

$$\omega = \frac{Z_4 - Z_5}{Z_4} \omega_1. \quad (4.48)$$

Să suprapunem originile sistemului de coordonate mobilă $OX_1Y_1Z_1$ și nemișcată $OXYZ$ cu centrul de precesie O . Direcția axei Y_1 coincide cu axa manivelei, axa X_1 cu linia nodurilor, axa Z_1 va forma împreună cu axele X_1 și Y_1 partea dreaptă a axelor de coordonate. Sistemul de axe $OX_1Y_1Z_1$ nu este legat cu roata și fiind sistemul axelor de inerție principale, se rotește

în jurul axei de precesie cu viteza unghiulară ω_1 . Axa Y coincide cu axa arborelui-manivelă, iar axele X și Z le îndreptăm astfel încât împreună cu axa Y să formeze sistemul de dreapta al axelor de coordonate.

La compunerea ecuațiilor dinamice ale lui Euler în sistemul de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ trebuie de ținut cont că roata se rotește în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2. \quad (4.49)$$

Momentele cantității de mișcare a roții-satelit față de axele principale X , Y și Z vor fi:

$$L_x = I_x \Omega_x, \quad L_z = I_z \Omega_z, \quad L_y = I_y \Omega_y, \quad (4.50)$$

unde I_x, I_y, I_z sunt momentele de inerție ale roții în raport cu axele X , Y și, respectiv, Z , iar $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ sunt proiecțiile vectorului $\boldsymbol{\Omega}$ pe aceste axe. La determinarea lor trebuie să ținem cont de faptul că paralelogramul vitezelor unghiulare (4.49) se află în planul Y_1Z_1 . Din figura 4.17 rezultă că

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega} &= (\omega_1 \cos \theta - \omega_2) \mathbf{j} + \omega_1 \sin \theta \mathbf{k}, \\ \boldsymbol{\omega}_1 &= \omega_1 \cos \theta \mathbf{j} + \omega_1 \sin \theta \mathbf{k}, \end{aligned} \quad (4.51)$$

unde \mathbf{j} și \mathbf{k} sunt vectori unitari ai axelor de coordonate mobile.

Ținând cont de teorema schimbării momentului cantității de mișcare a sistemului în raport cu centrul fix O în sistemul de coordonate mobil $OX_1Y_1Z_1$

$$\frac{d\mathbf{L}_0}{dt} + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{L}_0 = \mathbf{M}_0^e \quad (4.52)$$

și proiectând această ecuație pe axele de coordonate X_1, Y_1 și Z_1 , obținem ecuațiile dinamice ale lui Euler:

$$\begin{aligned} M_x^e &= \frac{dL_x}{dt} + \omega_{1y}L_z - \omega_{1z}L_y, \\ M_y^e &= \frac{dL_y}{dt} + \omega_{1z}L_x - \omega_{1x}L_z, \\ M_z^e &= \frac{dL_z}{dt} + \omega_{1x}L_y - \omega_{1y}L_x. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Deoarece L_x, L_y, L_z sunt constante (vom considera mișcările uniforme), avem

$$\frac{dL_x}{dt} = \frac{dL_y}{dt} = \frac{dL_z}{dt} = 0. \quad (4.54)$$

După substituire în (4.53) a relațiilor (4.49)–(4.51) și (4.54) obținem:

$$\begin{aligned} M_x^e &= \omega_1 \sin \theta [I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta], \\ M_y^e &= 0, \\ M_z^e &= 0. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Admitem poziția satelitului cu centrul masei C amplasat în centrul de precesie O . Dacă centrul maselor roții coincide cu centrul de precesie, atunci numai forțele exterioare care sunt incluse în partea dreaptă a ecuației (4.55) sunt forțele de reacțiune ale rulmenților roții sau ale arborelui-manivelă.

Pentru transmisiile precesionale $2K-H$ ($I_y > I_z$, $0 < \theta < \pi/2$),

$$\omega_1 \sin \theta [I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta] > 0$$

și deci momentul rezultat \mathbf{M}_0^o al forțelor de reacțiune ale rulmenților conform (4.55) se găsește pe axa X_1 și coincide cu ea după direcție.

Reacțiunile dinamice suplimentare ale rulmenților A și B ai roții-satelit și ale rulmenților D și E ai arborelui-manivelă, ca urmare a mișcării de precesie a roții, se determină cu relațiile:

$$\begin{aligned} R_{Bz} = -R_{Az} &= \frac{\omega_1 \sin \theta [I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta]}{\ell_{AB}}, \\ R_{Ez} = -R_{Dz} &= \frac{\omega_1 \sin \theta [I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta]}{\ell_{DE}}, \end{aligned} \quad (4.56)$$

unde ℓ_{AB} și ℓ_{DE} sunt distanțele dintre reazemele A și B ale roții și D și E ale arborelui. Deoarece $\ell_{AB} < \ell_{DE}$, atunci, după cum rezultă din relațiile (4.55) și (4.56), sarcina dinamică suplimentată va fi mai mare asupra rulmenților roții.

Pentru reductoarele cu masă și gabarite mari, la momentele de inerție I_y și I_z ale roții trebuie adăugate momentele de inerție ale inelelor exterioare ale rulmenților A și B .

Pentru determinarea reacțiunilor dinamice ale rulmenților D și E rezultate din dezechilibrul dinamic al sectorului înclinat al arborelui-manivelă și al inelelor interioare ale rulmenților roții, putem folosi relația (4.54), dacă ținem cont că în acest caz $\omega_2 = 0$:

$$R'_{Ez} = -R'_{Dz} = \frac{(I'_z - I'_y) \omega_1^2 \sin 2\alpha}{2\ell_{DE}}, \quad (4.57)$$

unde I'_z și I'_y sunt momentele de inerție ale manivelei și inelelor interioare ale rulmenților roții în raport cu axele Y_1 și Z_1 (fig. 4.31).

În modelul precedent am determinat reacțiunile dinamice, presupunând că centrul maselor roții precesionale coincide cu centrul de precesie.

Admitem că centrul masei satelitului C nu coincide cu centrul de precesie O . Din cauza erorilor de execuție și montaj, este posibilă o oarecare deplasare a centrului maselor roții în raport cu centrul de precesie. Să analizăm cum va influența o deplasare mică asupra solicitării dinamice a rulmenților.

Fie că axa manivelei intersectează planul de simetrie al roții în centrul maselor C , care nu coincide cu centrul de precesie O (fig. 4.17). Cantitatea de mișcare a roții în acest caz este diferită de zero și se determină cu relația:

$$\mathbf{Q} = m \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{OC}, \quad (4.58)$$

unde m este masa roții, $\boldsymbol{\Omega}$ este viteza unghiulară absolută a roții, iar \mathbf{OC} este raza vectoroară a centrului maselor.

Proiectând (4.58) pe axele X_1 , Y_1 și Z_1 , ținând cont de (4.51) și $\mathbf{OC} = |OC|\mathbf{j}$, obținem:

$$Q_x = -m|OC|\omega_1 \sin \theta, \quad Q_y = 0, \quad Q_z = 0, \quad (4.59)$$

Prezentăm teorema despre schimbarea cantității de mișcare cu relația:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{Q} = \mathbf{F}_0^e. \quad (4.60)$$

unde \mathbf{F}_0^e denotă vectorul rezultat al forțelor exterioare, care la determinarea reacțiunilor dinamice suplimentare ale rulmenților roții este

$$\mathbf{F}_0^e = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_B, \quad (4.61)$$

iar la determinarea reacțiunilor dinamice suplimentare ale manivelei:

$$\mathbf{F}_0^e = \mathbf{R}_D + \mathbf{R}_E. \quad (4.62)$$

În proiecții pe axele de coordonate $X_1Y_1Z_1$, ținând cont de (4.51), (4.59), (4.61), (4.62) și de faptul că $\omega_1 = const.$, din (4.60) rezultă ecuațiile scalare:

$$-m|OC|\omega_1^2 \sin^2 \theta = R_{Ay} + R_{By}, \quad (4.63)$$

$$m|OC|\omega_1^2 \sin^2 \theta = R_{Az} + R_{Bz}. \quad (4.64)$$

Alăturând la (4.64) relația

$$-R_{Az}|OA| + R_{Bz}|OB| = \omega_1 \sin \theta \left[I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta \right] \quad (4.65)$$

obținută din (4.55) și rezolvându-le în raport cu R_{Az} și R_{Bz} , obținem:

$$R_{Bz} = \frac{\omega_1 \sin \theta}{\ell_{AB}} \left[I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta + \ell_{OA}|OC|m \omega_1 \cos \theta \right], \quad (4.66)$$

$$R_{Az} = -\frac{\omega_1 \sin \theta}{\ell_{AB}} \left[I_y \omega_2 + (I_z - I_y) \omega_1 \cos \theta - \ell_{OB}|OC|m \omega_1 \cos \theta \right], \quad (4.67)$$

unde $\ell_{OA} = \frac{1}{2}\ell_{AB} - |OC|$, $\ell_{OB} = \frac{1}{2}\ell_{AB} + |OC|$, $I_z = I'_z + |OC|^2 m$, iar Z' este axa principală de inerție a roții paralele axei Z .

Dacă în (4.66) și (4.67) vom înlocui ℓ_{AB} , ℓ_{OA} , ℓ_{OB} corespunzător cu ℓ_{DE} , ℓ_{OD} , ℓ_{OF} , atunci relațiile obținute determină reacțiunile dinamice ale rulmenților arborelui.

Relația (4.63) conține reacțiunile dinamice îndreptate de-a lungul axei rulmenților, determinate numai de deplasarea centrului maselor în raport cu centrul de precesie. Este ușor de observat că la valori mici ale lui $|OC|$ aceste reacțiuni sunt foarte mici.

Admitem că centrul maselor satelitelui C se află în planul de simetrie al satelitelui, dar este deplasat radial. În acest caz, valorile maxime ale reacțiunilor dinamice suplimentare ale rulmenților, determinate de dezechilibrul static al roții, corespund momentului când raza vectoare OC este îndreptată în direcția axei Z_1 .

Relația care conține aceste reacțiuni are forma:

$$|OC| m \omega_4^2 \cos \theta = R'_{Az} + R'_{Bz}, \quad (4.68)$$

unde $\omega_4 = \frac{Z_4 - Z_5}{Z_4} \omega_1$ este proiecția vitezei unghiulare absolute Ω pe axa de precesie. După cum rezultă din calcule, R'_{Az} și R'_{Bz} au valori mici la valori destul de mari ale m , ω_1 și un interval destul de larg al valorilor posibile de deplasare $|OC|$.

În figura 4.18 sunt expuse dependențele reacțiunilor dinamice suplimentare $R_{A,B}$ de unghiul de nutație θ la diferite diametre ale roții-satelit D . Dependențele $R_{A,B} = f(\theta, D)$ sunt studiate pentru diferite tipodimensiuni ale reductorului de tip $2K-H$ ($T = 225000 Nm$, $i = -527$, $m = 7875 kg$).

La diametrul roții-satelit $D = 110 mm$, unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 23'$, turația $n_1 = 1500 min^{-1}$ și $Z_2 = 27$, reacțiunile dinamice suplimentare $R_{A,B} = 54N$ constituie 2,5% din cele statice $R_{A,B}^{st} = 2160 N$. Din grafice rezultă că micșorarea de două ori a diametrului (la $D = 50 mm$) contribuie la micșorarea de 18 ori a reacțiunilor dinamice suplimentare. Totodată, la mărirea diametrului roții-satelit la $D = 300 mm$, reacțiunile dinamice suplimentare se măresc la $R_{A,B}^{st} = 2950 N$ și constituie 5,9% din cele statice $R_{A,B}^{st} = 50000 N$.

În figura 4.19 este prezentată dependența componentei dinamice suplimentare a reacțiunii $R_{A,B}$ în sprijinele satelitelui unui reductor precesional ($T = 225000 Nm$, $i = -527$, $m = 7875 kg$) în funcție de frecvența de turații n_1 ale arborelui-manivelă pentru diferite unghiuri de nutație θ .

Dependența $R_{A,B} = f(n_1, \theta)$ a fost cercetată pentru diapazonul $n_1 \in (600 \div 3000) min^{-1}$ și unghiul de nutație $\theta \in (1 - 3)^\circ$. Din figura 4.19 (a) constatăm că componenta dinamică suplimentară $R_{A,B}$ crește considerabil cu majorarea n_1 și θ . Astfel, la majorarea n_1 de la 600 la $3000 min^{-1}$ pentru $\theta = 2^\circ 15'$, componenta dinamică suplimentară $R_{A,B}$ crește de la 30100 N

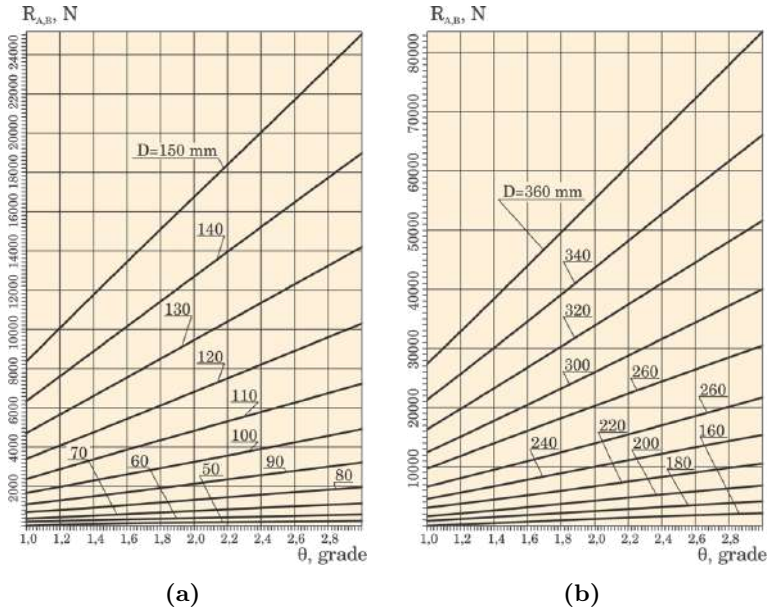


Figura 4.18. Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii sprijinelor satelitelui în funcție de θ pentru diferite D

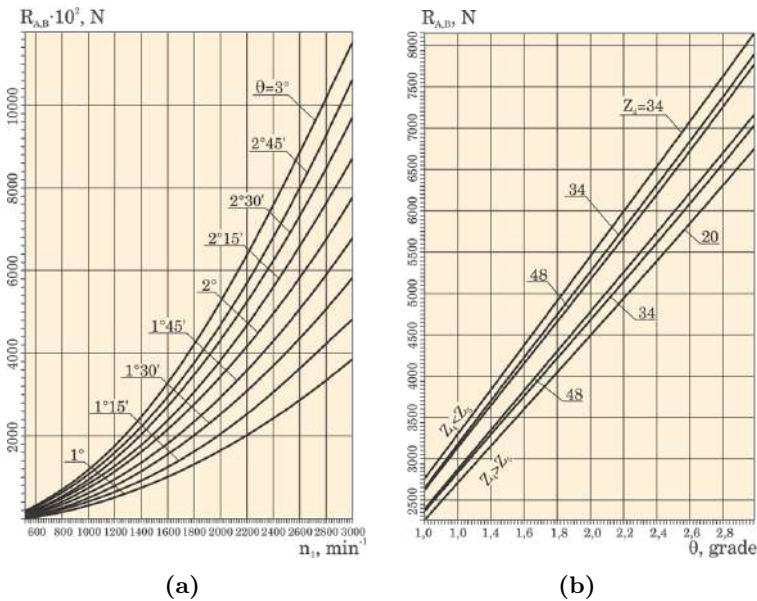


Figura 4.19. Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii sprijinelor satelitelui în funcție de n_1 pentru diferite θ (a) și în funcție de θ pentru diferite Z_4 și coraport $Z_4 < Z_5$ și $Z_4 > Z_5$ (b)

până la 841000 N , constituind corespunzător 10,7 și 299,5% în comparație cu reacțiunea statică $R_{A,B}^{st} = 280790 N$.

Din figura 4.19 (b) rezultă că reacțiunile dinamice suplimentare $R_{A,B}$ se majorează considerabil odată cu creșterea unghiului de nutație θ . Asupra solicitării dinamice suplimentare exercită o influență considerabilă unghiul de nutație θ . La turația manivelei $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$, schimbarea unghiului de nutație de la $\theta = 1$ la 3° contribuie la creșterea reacțiunilor dinamice suplimentare $R_{A,B} = 90000 N$ la $285000 N$, ceea ce în raport cu reacțiunile statice constituie 31,5 și 101,4% corespunzător.

Analiza complexă a dependentei $R_{A,B} = f(n_1, \theta)$ arată că la turațiile $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$ și unghiul de nutație $\theta < 2^\circ 15'$, componenta dinamică suplimentară a reacțiunii în rulmenți depășește 85%, iar pentru $n \leq 750 \text{ min}^{-1}$ și $\theta < 2^\circ 15'$ constituie mai puțin de 19,9%. Din analiza $R_{A,B} = f(n_1, \theta)$ s-a propus ca pentru acționarea reductorului respectiv să fie ales un electromotor cu turație $n_1 = 750 \text{ min}^{-1}$, iar unghiul de nutație să fie aprobat $\theta = 2^\circ 15'$. În acest caz, componenta dinamică $R_{A,B} = 5000 N$, ce constituind 17,8% din reacțiunea statică $R_{A,B}^{st}$. Analiza formulei (4.56) arată că componenta dinamică a reacțiunii $R_{A,B}$ depinde de viteza unghiulară proprie de rotație a satelitului ω_2 și de direcția de rotire a acestuia.

Din grafic rezultă că pentru o valoare concretă a unghiului de nutație θ la mărirea numărului de dinți Z_4 , reacțiunile dinamice suplimentare $R_{A,B}$ se măresc pentru $Z_4 > Z_5$ și se micșorează pentru $Z_4 < Z_5$.

Astfel, pentru $\theta = 2^\circ 15'$ și $Z_4 > Z_5$, mărirea numărului de dinți de la $Z_4 = 20$ la 48 conduce la creșterea reacțiunilor dinamice suplimentare de la $R_{A,B} = 49600$ la $52500 N$, ce constituie 17,6 și, respectiv, 18,6% din cele statice, iar pentru $Z_4 < Z_5$ – la micșorarea de la $R_{A,B} = 60000$ la $56500 N$, ceea ce constituie 21,3 și 20,12% din reacțiunile statice.

Deci, pentru $Z_4 > Z_5$, mărirea numărului de dinți de la $Z_4 = 20$ la 48 conduce la majorarea reacțiunilor dinamice suplimentare numai cu 1% de la cele statice, iar pentru $Z_4 < Z_5$ – la micșorare cu 1,2% din reacțiunile statice. Schimbarea direcției de rotire a roții-satelit, adică a corelației numărului de dinți din $Z_4 > Z_5$ în $Z_4 < Z_5$, contribuie la micșorarea reacțiunilor dinamice suplimentare – de exemplu, pentru $Z_4 = 34$ - cu $6000 N$, ceea ce constituie numai 2,13% din cele statice.

Analiza dependentelor $R_{A,B} = f(\theta, Z_5, Z_4 - Z_5)$ demonstrează influența neesențială a numărului de dinți Z_4 și a direcției de rotire a roții-satelit în jurul axei geometrice proprii asupra sarcinii dinamice suplimentare a reazemelor.

În figura 4.20 este prezentată dependența componentei dinamice a reacțiunii $R_{A,B}$ de unghiul de nutație θ pentru diferite frecvențe de turații n_1 ale manivelei pentru același reductor precesional ($T = 225000 Nm$, $i = -527$, $m = 7875 kg$). Se atestă că θ și n_1 au o influență considerabilă

asupra $R_{A,B}$. De aceea, la proiectarea reductoarelor precesionale cu gabarite și mase mari se recomandă de a alege unghiuri de nutație și frecvențe de rotații mai mici. De asemenea, o anumită influență are și deplasarea centrului maselor C al satelitului de la centrul de precesie O atât în direcție axială, cât și în direcție radială.

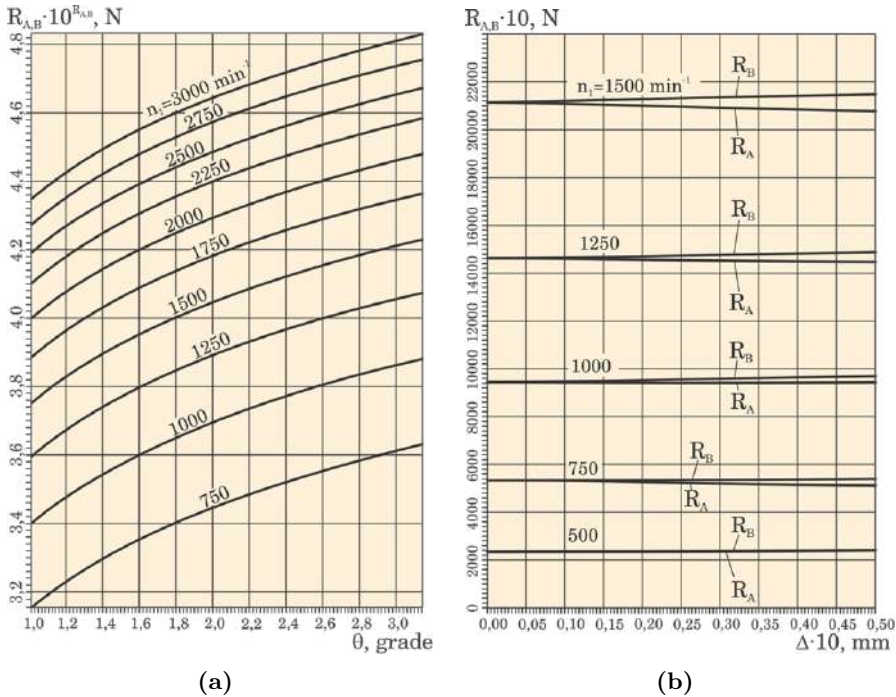


Figura 4.20. Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii $R_{A,B}$ în funcție de θ (a) de deplasare a centrului meselor Δ al satelitului de la centrul de precesie θ (b) pentru diferite n_1

Din figura 4.20 (b) putem constata că pentru rotațiile n_1 în diapazonul $500-1000 \text{ min}^{-1}$, odată cu majorarea deplasării Δ al centrului maselor C a satelitului de la centrul de precesie O , componenta dinamică suplimentară pentru sprijinul B crește neînsemnat, iar pentru sprijinul A scade neînsemnat. Astfel, pentru frecvența de rotație $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$, deplasarea Δ până la 5 mm conduce la majorarea R_B în sprijinul B și la diminuarea R_A în sprijinul A doar cu 3500 N , ceea ce constituie doar $1,5\%$ din reacțiunile statice $R_{A,B}^{st}$. Din formulele (4.56) și (4.57) de asemenea constatăm că asupra componentei dinamice a reacțiunilor $R_{A,B}$ în sprijine influențează momentele de inerție, care la rândul lor depind de masă și dimensiunile diametrale și axiale ale satelitului cu mișcare sferospațială cu un punct fix.

Analiza rezultatelor calculelor analitice comparative efectuate arată că componenta dinamică a reacțiunilor în sprijine $R_{A,B}$ este considerabilă și dependentă de masa și de valoarea abaterilor poziționării satelitului, de unghiul de nutație θ , de frecvența turațiilor și direcția de rotație a satelitului.

Studiul comparativ efectuat ne demonstrează că componentele dinamice ale reacțiunilor în sprijine nu pot fi neglijate, iar la proiectarea reductoarelor, în special cu gabarite și mase mari, trebuie să alegem parametri geometrici ai angrenajului precesional în diapazoane raționale, pentru a evita dezechilibrul static și dinamic al acestora.

4.7 Randamentul mecanic al transmisiei precesionale

Randamentul mecanic este unul din principalii indici funcționali ai oricărei transmisii cu angrenaj, care determină raționalitatea utilizării ei în acționările de forță ale mașinilor. De aceea, studiul teoretic privind determinarea gradului influenței parametrilor geometrici ai angrenajului asupra pierderilor de putere în cuplele cinematice ale transmisiei prezintă un interes deosebit [8, 9].

Pentru determinarea dependenței randamentului de parametrii geometrici și cinemati, folosim metoda determinării directe a pierderilor din fiecare cuplă cinematică.

Randamentul transmisiei planetare precesionale, exprimat prin pierderile la frecare în cuplele cinematice, se determină cu relația:

$$\eta = 1 - \frac{P_f}{P_1} = 1 - \left(\frac{P_a + P_r + P_\ell + P_h}{P_1} \right), \quad (4.69)$$

unde P_f este puterea consumată prin frecare în reductor, P_1 este puterea la arborele motor, P_a – puterea consumată prin frecare în angrenaj, P_ℓ – puterea consumată prin frecare în mecanismul de legătură a satelitului cu arborele condus (pentru transmisii $K-H-V$ se determină în funcție de construcția mecanismului de legătură; în transmisia $2K-H$ acest mecanism lipsește), P_r este consumul de putere prin frecare în rulmenți, iar P_h – pierderile hidraulice.

Consumul de putere prin frecare în angrenajul dinte-rolă poate fi exprimat prin:

$$P_a = P_{f,r} + P_{f,a} + P_{f,rz}, \quad (4.70)$$

unde $P_{f,r}$ este consumul de putere la frecarea de rostogolire a rolei pe profilul dintelui, $P_{f,a}$ – consumul de putere la frecarea de alunecare a rozelor pe axe, iar $P_{f,rz}$ – consumul de putere la frecarea de alunecare pe suprafața de reazem.

Consumul de putere la frecarea de alunecare a rolei pe profilul dintelui poate fi determinat cu relația:

$$P_{f,r} = F_n k \omega_{\Sigma r}, \quad (4.71)$$

unde F_n reprezintă sarcina normală în contactul dinte-rolă, k este coeficientul frecării de rostogolire, iar $\omega_{\Sigma r}$ – viteza unghiulară sumară a rolei la rostogolirea ei pe dintele roții:

$$\omega_{\Sigma r} = \omega_r + \omega_\theta, \quad (4.72)$$

cu notațiile ω_r – viteza unghiulară a rolei la rostogolire pe profilul dintelui roții și ω_θ – viteza unghiulară a rolei față de dinte, ca rezultat al mișcării de precesie a satelitului cu unghiul de nutație θ .

În angrenajul analizat, rola este elementul cinematic pasiv și este solicitată de momentul forțelor de rezistență la rotire. De aceea, rostogolirea ei pe profilul dinților se realizează cu alunecare. Viteza unghiulară a rolei, ținând cont de alunecare, se determină cu relația:

$$\omega_{ra} = \omega_r (1 - \varepsilon), \quad (4.73)$$

unde ε este valoarea alunecării relative în cupla cinematică superioară definită de

$$\varepsilon = \frac{V_a}{V_{\Sigma r}}, \quad (4.74)$$

unde V_a este viteza de alunecare și $V_{\Sigma r}$ – viteza sumară de rostogolire în cupla superioară.

Viteza de alunecare V_a în cupla cinematică superioară dinte-rolă se determină cu relația

$$V_a = k_1 \ln \frac{f_{max}}{f_{max} + \frac{2k_r}{d_{mr}} - \frac{fd_0 + 0,5f(d_{fr} + d_0) \sin \alpha \sin(\delta + \beta') \cos \delta}{d_{mr}}}, \quad (4.75)$$

unde β' este unghiul care determină poziția liniei de contact a cuplei dinte-rolă.

Viteza sumară de rostogolire se calculează din relația

$$V_{\Sigma r} = \frac{d_{mr}}{2} (\omega_r + \omega_\theta), \quad (4.76)$$

unde ω_r este viteza unghiulară a rolei la rostogolirea fără alunecare:

$$\omega_r = \frac{\omega_H d_{m4}}{Z_2 d_{mr} \cos \left(\arctg \frac{Z_4 \operatorname{tg} \theta}{\pi \cos(\delta + \theta)} \right)}, \quad (4.77)$$

iar ω_θ este viteza unghiulară a rolei față de dinte ca rezultat al mișcării de precesie a satelitului cu unghiul de nutație θ :

$$\omega_\theta = \frac{\omega_H \operatorname{tg} 2\theta}{2\pi}. \quad (4.78)$$

Introducem notația

$$K_\omega = \frac{d_{m_4}}{Z_2 d_{mr} \cos \left(\operatorname{arctg} \frac{Z_4 \operatorname{tg} \theta}{\pi \cos(\delta + \theta)} \right)}, \quad (4.79)$$

care este constanta de influență a geometriei angrenajului asupra rostogolirii rolei fără alunecare pe profilul dintelui roții centrale. Similar, introducem notația

$$K_\theta = \frac{\operatorname{tg} 2\theta}{2\pi}, \quad (4.80)$$

ce reprezintă constanta de influență a nutației mișcării sferospațiale a satelitului asupra vitezei unghiulare a rolei în raport cu dintele rolei centrale. Luând în considerație (4.79) și (4.80), relațiile (4.77) și (4.78) se rescriu:

$$\omega_r = \omega_H K_\omega, \quad (4.81)$$

$$\omega_\theta = \omega_H K_\theta. \quad (4.82)$$

Ținând cont de (4.81) și (4.82) și de notațiile (4.79), (4.80), relația (4.76) capătă forma:

$$V_{\Sigma r} = \frac{\omega_H d_{mr}}{2} (K_\omega + K_\theta). \quad (4.83)$$

Valoarea relativă a alunecării în perechea cinematică de clasă superioară dinte-rolă a angrenajului precesional, calculată pentru diferite frecvențe de rotații, sarcini la arborele conducător variază între $\varepsilon = 2, 5\%$ și $\varepsilon = 4\%$.

Utilizând relațiile (4.73) și (4.82), viteza unghiulară a rolei cu alunecare va fi:

$$\omega_{ra} = \omega_H K_\omega (1 - \varepsilon). \quad (4.84)$$

Luând în considerare relațiile (4.78) și (4.84), viteza unghiulară sumară a rolei la rostogolirea pe dinte este:

$$\omega_{\Sigma r} = \omega_H \left[(1 - \varepsilon) K_\omega + K_\theta \right]. \quad (4.85)$$

Substituind (4.71) în (4.85), obținem relația pentru determinarea consumului de putere la frecarea de rostogolire a rolei pe profilul dintelui:

$$P_{f,r} = F_n k \omega_H \left[(1 - \varepsilon) K_\omega + K_\theta \right]. \quad (4.86)$$

Consumul de putere la frecarea de alunecare pe axă se determină cu relația:

$$P_{f,a} = F_n f \omega_{ra} \frac{d_0}{2} = F_n f \omega_H \frac{d_0}{2} (1 - \varepsilon) K_\omega, \quad (4.87)$$

unde f este coeficientul de frecare de alunecare, iar d_0 – diametrul axei rolei.

Consumul de putere la frecarea de alunecare între suprafața de reazem și rolă se determină astfel:

$$P_{f,rz} = F_n f \omega_H \left(\frac{d_r - d_0}{4} \right) (1 - \varepsilon) K_\omega \sin \alpha_w \sin(\delta + \beta') \cos \delta. \quad (4.88)$$

Substituind (4.86)–(4.88) în (4.70), obținem relația pentru determinarea puterii consumate prin frecare în cupla cinematică superioară dinte–rolă:

$$P_a = F_n \omega_H \left\{ (1 - \varepsilon) K_\omega \left[k + \frac{f d_0}{2} + f \left(\frac{d_r + d_0}{4} \right) \sin \alpha_w \sin(\delta + \beta') \sin \delta \right] + k K_\theta \right\}. \quad (4.89)$$

Notăm cu f_r coeficientul de frecare redus al rolelor:

$$f_r = \left[k + \frac{f d_0}{2} + \left(\frac{d_r + d_0}{4} \right) \sin \alpha_w \sin(\delta + \beta') \sin \delta \right]. \quad (4.90)$$

Atunci relația (4.89) capătă forma:

$$P_a = F_n \omega_H \left((1 - \varepsilon) K_\omega f_r + k K_\theta \right). \quad (4.91)$$

Consumul de putere în rulmenții roții-satelit în reazeme cu rulmenți cu bile se determină cu relația:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e \left(\frac{F_e}{C_0} \right)^{0,33} D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(\pm 1)}^b, \quad (4.92)$$

iar în reazeme cu rulmenți cu role – cu relația:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(\pm 1)}^r, \quad (4.93)$$

unde f_g reprezintă condițiile de ungere, ν este viscozitatea cinematică a uleiului, n – turația rulmentului; D_0 – diametrul mediu al rulmentului, f_i – coeficientul care ține cont de gradul de încărcare a rulmentului, F_e – sarcina echivalentă asupra rulmentului, C_0 – capacitatea statică de

încărcare a rulmentului, iar $\omega_{cr,(\pm 1)}^b$ este viteza unghiulară a corpurilor de rulare în formă de bile în raport cu arborele-manivelă înclinat și $\omega_{cr,(\pm 1)}^r$ este viteza unghiulară a corpurilor de rulare în formă de role în raport cu arborele-manivelă.

Valoarea $\omega_{cr,(\pm 1)}$ depinde de direcția de rotire a inelelor rulmentului. În angrenajele precesionale cu numărul de dinți ai roții centrale fixe $Z_b = Z_g + 1$, inelele se rotesc în direcții opuse, iar corpurile de rulare se rotesc în raport cu arborele înclinat cu viteza unghiulară:

pentru rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$\omega_{cr,(+1)}^b = \frac{\pi (n_e + n_i) (D_0 + d_c \cos \alpha_c)}{60 D_0}, \quad (4.94)$$

pentru rulmenți radiali-axiali cu role:

$$\omega_{cr,(+1)}^r = \frac{\pi (n_e + n_i) (\operatorname{tg} \alpha_i + \operatorname{tg} \alpha_r) \operatorname{ctg} \alpha_i}{60}, \quad (4.95)$$

unde n_e și n_i sunt turațiile inelelor exterior și, respectiv, interior, α_c este unghiul de contact în rulmentul radial-axial cu bile, α_i – unghiul conicității inelului interior al rulmentului, α_r – unghiul conicității rolei, iar d_c – diametrul corpului de rulare.

În angrenajul precesional cu coraportul dinților $Z_b = Z_g - 1$, inelele rulmentului au aceeași direcție de rotire și atunci vitezele unghiulare se determină:

pentru rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$\omega_{cr,(-1)}^b = -\frac{\pi (n_e - n_i) (D_0 + d_c \cos \alpha_c)}{60 D_0}, \quad (4.96)$$

pentru rulmenți radiali-axiali cu role:

$$\omega_{cr,(-1)}^r = -\frac{\pi (n_e - n_i) (\operatorname{tg} \alpha_i + \operatorname{tg} \alpha_r) \operatorname{ctg} \alpha_i}{60}. \quad (4.97)$$

Substituind (4.94)–(4.97) în relațiile (4.92) și (4.93), obținem:

pentru angrenajele cu $Z_b = Z_g + 1$ și rezeme cu rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e \left(\frac{F_e}{C_0} \right)^{0,33} D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(+1)}^b; \quad (4.98)$$

pentru angrenajele cu $Z_b = Z_g + 1$ și rezeme cu rulmenți radiali-axiali cu role:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(+1)}^r; \quad (4.99)$$

pentru angrenajele cu $Z_b = Z_g - 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e \left(\frac{F_e}{C_0} \right)^{0,33} D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(+1)}^b; \quad (4.100)$$

pentru angrenajele cu $Z_b = Z_g - 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu role:

$$P_r = \left(f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e D_0 \right) 10^{-3} \omega_{cr,(-1)}^r. \quad (4.101)$$

Puterea consumată prin frecare în cuplajul dințat se calculează prin relația:

$$P_\ell = \left(1 - \frac{f\theta \sin(\varphi_{max} + \alpha_w)}{\cos \alpha_w} \right) P_1, \quad (4.102)$$

unde f este coeficientul de frecare în angrenajul cuplajului, θ este unghiul de dezaxare a axelor cuplajului, φ_{max} – unghiul de rotație al cuplajului la care unghiul de întârziere capătă valoare maximă, iar α_w – unghiul de angrenare.

Introducem notația

$$W_f = \frac{f\theta \sin(\varphi_{max} + \alpha_w)}{\cos \alpha_w},$$

ce reprezintă caracteristica tribogeometrică a mecanismului de legătură a satelitului cu arborele condus în formă de cuplaj dințat (pentru transmisiile $2K-H$ avem $W_f = 1$).

Cu această notație și substituind (4.91), (4.98)–(4.102) în (4.69), obținem relația pentru determinarea randamentului reductorului precesional în funcție de coraportul dinților conjugați. Astfel:

pentru coraportul $Z_b = Z_g + 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$\eta_a = 1 - \left\{ \frac{F_n \omega_H \left[(1 - \varepsilon) K_\omega f_r + k K_\theta \right]}{P_1} + (1 - W_f) + \frac{\left[f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e \left(\frac{F_e}{C_0} \right)^{0,33} D_0 \right] 10^{-3} \omega_{cr,(+1)}^b}{P_1} \right\}; \quad (4.103)$$

pentru coraportul $Z_b = Z_g + 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu role:

$$\eta_a = 1 - \left\{ \frac{F_n \omega_H \left[(1 - \varepsilon) K_\omega f_r + k K_\theta \right]}{P_1} + (1 - W_f) + \frac{\left[f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e D_0 \right] 10^{-3} \omega_{cr,(+1)}^r}{P_1} \right\}; \quad (4.104)$$

pentru coraportul $Z_b = Z_g - 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu bile:

$$\eta_a = 1 - \left\{ \frac{F_n \omega_H [(1 - \varepsilon) K_\omega f_r + k K_\theta]}{P_1} + (1 - W_f) + \frac{[f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e \left(\frac{F_e}{C_0}\right)^{0,33} D_0] 10^{-3} \omega_{cr,(-1)}^b}{P_1} \right\}; \quad (4.105)$$

pentru coraportul $Z_b = Z_g - 1$ și reazeme cu rulmenți radiali-axiali cu role:

$$\eta_a = 1 - \left\{ \frac{F_n \omega_H [(1 - \varepsilon) K_\omega f_r + k K_\theta]}{P_1} + (1 - W_f) + \frac{[f_g 10^{-7} (\nu n)^{2/3} D_0^3 + f_i F_e D_0] 10^{-3} \omega_{cr,(-1)}^r}{P_1} \right\}. \quad (4.106)$$

În relațiile (4.103)–(4.106), pierderile hidraulice nu sunt considerate. Acestea se calculează în funcție de condițiile de exploatare și caracteristicile lubrifiantului, printre care viscozitatea cinematică.

Din (4.103)–(4.106) se constată că pierderile de putere în perechile cinematice cresc proporțional cu majorarea momentului de torsiune transmis, iar din figura 4.21 (a, b) se observă că asupra pierderilor de putere influențează preponderent unghiul de angrenare α_ω și diametrul rolei d_r . S-a stabilit că consumul de putere în rulmenți se mărește odată cu creșterea momentului transmis, a turației și a raportului de transmitere.

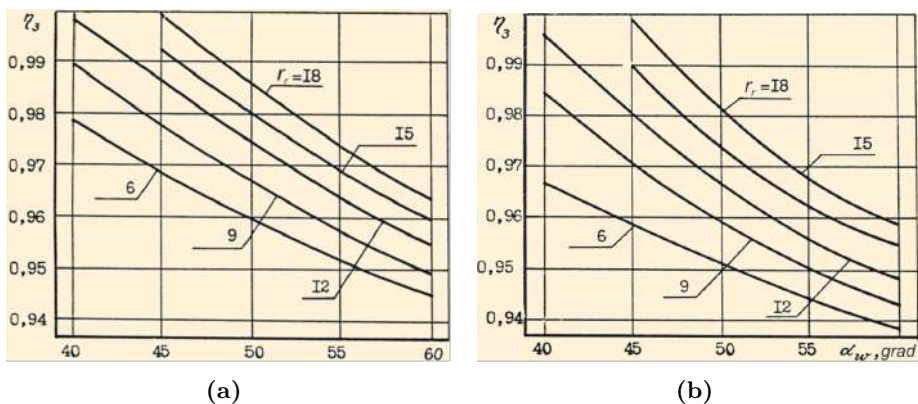


Figura 4.21. Dependența randamentului angrenajului de unghiul de angrenare α_ω la diferite valori ale razelor r : reductor $K-H-V$, $i = 20$ (a), și reductor $K-H-V$, $i = 60$ (b), $P = 3,5 kW$

S-a constatat că datorită specificului mișcării sferospațiale a satelitului din transmisiile precesionale de tipurile $K-H-V$ și $2K-H$ submersibile umplute complet cu ulei compensator, pierderile hidraulice sunt cu mult mai reduse decât în transmisiile clasice, în special cele exploatate la presiuni hidrostatice de până la $70 - 80 \text{ MPa}$ și temperaturi de $2^\circ - 4^\circ$. Transmisiile $2K-H$ submersibile sunt descrise în capitolul 7.

4.8 Elaborarea modelelor computerizate pentru cercetarea-proiectarea-fabricarea transmisiilor precesionale

Metodele moderne ale științei computaționale utilizate în cercetare au creat noi oportunități de proiectare computerizată de analiză a funcționalității și de perfecționare tehnologică a fabricării transmisiilor mecanice bazate pe abordări complexe. Totodată, întreprinderile moderne utilizează tot mai des conceptul de “organizare a producerii prin integrarea calculatorului” (*CIM — Computer Integrated Manufacturing*). Acest concept a fost motivat de doi factori principali: creșterea productivității, pe de o parte, și optimizarea capacității sistemului de a produce o gamă mai largă de tipuri de produse industriale, pe de altă parte. Aceste două motivații cu timpul au generat însă unele tendințe negative, impunându-se soluționarea corectă a situației: când crește flexibilitatea, scade productivitatea. De aceea, concilierea celor două tendințe din punct de vedere economic a devenit o preocupare permanentă a specialiștilor din domeniu.

Una dintre funcțiile conceptului CIM este proiectarea constructivă asistată de calculator (*CAD — Computer Aided Design*), care îmbină posibilitatea de elaborare a modelelor virtuale 3D ale pieselor, cu posibilitatea de parametrizare a lor. Parametrizarea pieselor constă în atribuirea modelului a unor proprietăți, cum ar fi: forma geometrică definită a piesei, volumul și masa piesei, coordonatele centrului maselor, caracteristicile inerțiale, proprietățile fizico-mecanice ale materialului utilizat etc.

O altă funcție a conceptului CIM constă în proiectarea tehnologică asistată de calculator (*CAE — Computer Aided Engineering*), prin care pot fi utilizate modelele CAD ale mecanismelor cu aplicarea calculelor inginerești (cinetostatice, de rezistență etc.), cu posibilitatea optimizării rapide a construcțiilor mecanismelor, luând în considerație factorii reali de influență.

În spectrul larg al posibilităților proiectării CAD, conceptul CIM conține și funcția de fabricație asistată de calculator (*CAM - Computer Aided Manufacturing*), care asigură ajustarea proceselor tehnologice și a programelor de prelucrare mecanică pe mașini-unelte cu comandă numerică CNC.

În șirul posibilităților se înscrie și funcția de asigurare a calității asistate

de calculator (CAQ - *Computer Aided Quality*) a produselor fabricate, care ne dă posibilitatea controlului asistat de calculator pe mașini de măsurat în coordonate, prin compararea modelului real al produsului cu modelul lui matematic. Pentru realizarea producerii asistate de calculator, în procesul de proiectare a transmisiei planetare precesionale a fost utilizată funcția CAD cu produse software de nivel mediu *Autodesk Inventor* și *Solid Works*, care se integrează în funcțiile nominalizate.

4.8.1 Modelul 3D al transmisiei precesionale parametrizat cu reflectarea particularităților geometrice și cinematice

Funcționarea majorității transmisiilor mecanice, în special a celor bazate pe principii de transformare și de transmitere a mișcării cu viteze și accelerații variabile la care se referă și transmisiile precesionale, este influențată de apariția sarcinilor dinamice în cuplele cinematice generate de:

- dezechilibrul elementelor mobile;
- rigiditatea excesivă a elementelor componente;
- complexitatea mecanismului de transformare a mișcării și sarcinii;
- tendința creșterii vitezelor de rotație;
- eroarea sumară a transmisiei.

Eroarea sumară a transmisiei la rândul său depinde de mulți factori, printre care:

- erorile de formă a flancurilor dinților;
- erorile de montaj;
- bătăile ce apar în rezultatul jocului și deplasărilor elementelor transmisiei;
- eroarea generată de lanțul cinematic al mașinii-unelte și eroarea de profil al sculei;
- microneregularitățile suprafețelor active;
- erorile de pas ale dinților;
- rigiditatea dinților.

Cercetarea dinamicii transmisiei planetare precesionale este o problemă deosebit de complexă și necesită evidențierea surselor de bază generatoare de sarcini dinamice.

La elaborarea modelului 3D parametrizat în cadrul simulărilor computerizate ale transmisiilor precesionale s-au luat în calcul particularitățile constructiv-cinematice ale angrenajului și geometrice ale cuplelor cinematice din transmisia precesională $2K-H$ cu angrenare A_{CX-CV}^B prezentată în figura 4.22, care se rezumă la următoarele cerințe și condiții:

1. Angrenajul precesional A^B este constituit din roata-satelit 2 cu două coroane laterale de bolțuri conice 6 și 7, care efectuează mișcare sferospațială cu un punct fix între două roți centrale: fixă 3 și mobilă 4.
2. Roata-satelit 2 este instalată pe porțiunea înclinată a arborelui-manivelă 1, sub unghiul de nutație θ .
3. Prelungirile generatoarelor bolțurilor conice 6 și 7 și ale dinților roților centrale 3 și 4 se intersectează în centrul de precesie plasat la intersecția axelor porțiunii înclinate și centrale a arborelui-manivelă 1.
4. Axele bolțurilor conice ale fiecărei coroane 6 și 7 ale satelitului 2 sunt plasate pe suprafața unei axoide conice cu unghiul la vârf de 2δ , iar vârfului acestora se suprapun în centrul de precesie.
5. Profilul dinților roților centrale este convex/concav, descris prin ecuațiile parametriche prezentate în [8, 9], și variabil, dependent de parametrii geometrice ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ a angrenajului precesional.
6. Multiplicitatea angrenajului poate fi $\varepsilon \leq 100\%$ perechi de dinți conjugați.
7. Coroanele satelitului sunt constituite din bolțuri conice, instalate pe axe cu posibilitatea de a se roti, de asemenea pot fi în formă de danturi cu profilul dinților în arc de cerc.

Transmisia precesională în configurația prezentată în figura 4.22 asigură rapoarte de transmitere de la ± 10 până la ± 3600 într-o treaptă, iar cu structuri cinematice speciale – până la 14 mil . Din perspectiva proiectării computerizate este important de menționat că una și aceeași configurație constructivă a transmisiei precesionale asigură un diapazon foarte larg al rapoartelor de transmitere, fapt ce facilitează atât proiectarea, cât și procesele de fabricare și control dimensional al roților acestora.

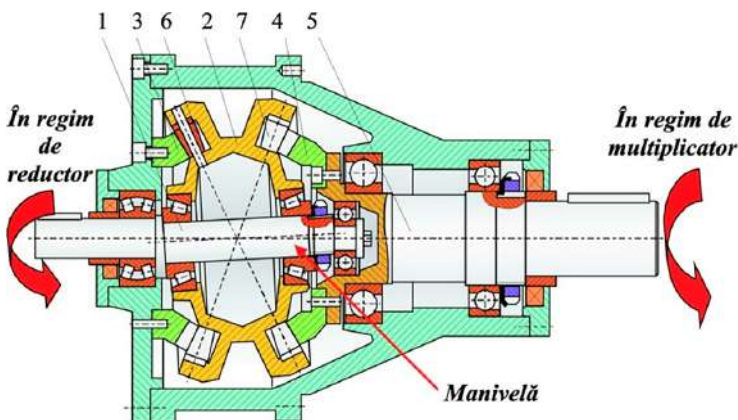


Figura 4.22. Schema constructivă a transmisiei planetare precesionale $2K-H$

Transmisia planetară precesională $2K-H$ nu are analogi printre transmisiile cunoscute la scara mondială după posibilitățile sale cinematice. Într-o transmisie clasică cu raport de transmitere mare, în angrenaje apar sarcini majorate pe dinți. Spre deosebire de transmisiile clasice, în transmisia planetară precesională acest factor are o influență mai redusă, deoarece sarcina se repartizează între jumătate de dinți aflați simultan în angrenare.

În transmisia planetară precesională $2K-H$ (fig. 4.22), arborele-manivelă 1 cu partea înclinată transformă mișcarea de rotație în mișcare sferospațială a roții-satelit 2 care, prin coroanele cu bolțuri (sau cu dinți), interacționează cu roata dințată fixă 3 și, respectiv, cu roata dințată mobilă 4. La transmiterea mișcării și sarcinii, sensul rotirii arborelui condus 5 poate sau nu poate coincide cu direcția arborelui de intrare. Raportul de transmitere al transmisiei planetare precesionale se calculează conform relației:

$$i = -\frac{Z_6 Z_4}{Z_3 Z_7 - Z_6 Z_4}, \quad (4.107)$$

unde Z_6 și Z_7 sunt numerele de dinți ai coroanelor satelitului, iar Z_3 și Z_4 reprezintă numărul de dinți ai roților dințate centrale mobilă și fixă.

Realizarea rapoartelor de transmitere mari conduce la sporirea sarcinilor statice în practic toate cuplurile cinematice ale angrenajului precesional. Totodată, mișcarea sferospațială a satelitului suplimentează sarcina în angrenaj și alte cupluri cinematice cu componenta dinamică, apreciată în calculele de rezistență a angrenajului cu coeficientul k_{HV} determinat anterior pe cale experimentală. Factorul dinamic k_{HV} urmează a fi apreciat prin simulări computerizate în funcție de parametrii geometrici, forțele aplicate, vitezele și accelerațiile din cuplurile cinematice ale angrenajului.

Un aspect important în dezvoltarea proiectării asistate de calculator a fost apariția programelor de modelare tridimensională (3D). Pe lângă posibilitatea de elaborare a modelelor virtuale (3D), aceste programe au posibilitatea de parametrizare a modelelor. Parametrizarea pieselor constă în atribuirea modelului unor proprietăți fizico-mecanice, cum ar fi: forma geometrică definită a piesei, volumul piesei, masa, coordonatele centrului maselor, caracteristicile inerțiale, caracteristica materialului utilizat etc. În continuarea lor au apărut programele de calcul CAE, care funcționează integrat cu modelele (3D). Un domeniu important din acest calcul este analiza dinamică a transmisiilor, din care face parte și pachetul *Motion Inventor*, care funcționează integrat cu programul de proiectare CAD *Autodesk Inventor*. Aceste programe au fost aplicate și la analiza dinamicii transmisiilor planetare precesionale.

La elaborarea modelului (3D) al transmisiei precesionale s-a ținut cont de condițiile și cerințele constructiv-cinematice și funcționale ale angrenajului, de respectarea enunțului de bază al legii fundamentale a angrenării privind

asigurarea continuității și a raportului constant al mișcărilor transformate în transmisie. Luând în considerație specificul constructiv-cinematic al transmisiei precesionale, precum și particularitățile geometriei contactului dinților cu profiluri convex-concave nestandardizate, au fost identificate obiectivele de bază ale utilizării în complex a platformei CAD/CAM/CAE privind cercetarea - proiectarea - fabricarea - control dimensional:

1. Proiectarea CAD a transmisiilor:

- a) elaborarea documentației tehnice cu desene de ansamblu și de execuție, însoțite de analiza lanțurilor dimensionale;
- b) utilizarea produselor PDM (*Product Data Management*) în scopul organizării proiectării în echipă, cu separarea funcțiilor fiecărui proiectant. În proiectare au fost utilizate produsele software: *Autodesk Inventor*, *Solid Works*, *CATIA*, *NX (Unigraphics)*, *Autodesk Vault*, *Solid Works Enterprise PDM* etc.

2. Analiza cinetostatică cu studiul și aprecierea efectelor din angrenajul precesional A^B cu angrenarea A_{CX-CV}^B :

- a) multiplicitatea angrenării, vitezele și accelerațiile contactului dinților, forțele de alunecare și de rostogolire dintre flancurile dinților;
- b) presiunea de contact și neuniformitatea distribuirii sarcinii între dinți și pe lungimea lor;
- c) studiul și determinarea reacțiunilor sumare (statice și dinamice) în sprijine (rulmenți), în contactul dinților concomitent angrenați în cuplele cinematice solicitate cu sarcină;
- d) determinarea coeficienților dinamicității sarcinii k_{HV} , neuniformității repartizării sarcinii între dinți k_{HP} și pe lungimea dinților $k_{H\beta}$, utilizați în calculul de rezistență a angrenajului la presiunea de contact. În aceste scopuri au fost utilizate programele: *Adams*, *Nastran*, *Motion Inventor*, *Cosmos Motion/Works*, *ANSYS*.

3. Elaborarea în baza teoriei de generare a danturilor prin rostogolire cu sculă cu mișcare sferospațială (descrisă în [8, 9]) a tehnologiilor:

- a) procedeul de generare $G_{r,s}^{con}$ prin rostogolire-rulare spațială a dinților cu profil convex/concav variabil cu sculă precesională de forma “trunchi de con”;
- b) procedeul de generare $G_{r,s}^{con}$ prin rostogolire-rulare spațială a dinților cu profil în arc de cerc (inclusiv a profilurilor-oglină) cu sculă precesională de forma “trunchi de con”;
- c) procedeul de generare $G_{r,s}^{disc}$ prin rostogolire-rulare spațială a dinților cu profil convex/concav variabil cu sculă precesională de forma “disc profilat periferic”;

d) procedeul de generare a danturilor cu profil convex/concav variabil cu scula de formă cilindrică pe mașini-unelte cu comanda numerică în 3 și 5 axe. La elaborarea procedeelor de generare au fost utilizate programele: *Solid CAM*, *Mastercam*, *Delcam*, *Edgecam* etc.

4. Determinarea erorilor de execuție a pieselor fabricate cu utilizarea mașinilor de măsurat în coordonate, prin compararea modelelor lor fizice cu cele matematice, și a programelor *FARO*, *Geomagic*.

Gradul de influență a dinamicității sarcinii asupra parametrilor funcționali și caracteristicilor de rezistență a transmisiilor planetare precesionale depinde de: erorile de execuție a pieselor ce formează angrenajul, deformabilitatea acestora sub acțiunea forțelor din angrenaj, erorile de montaj etc. Totodată, trebuie de ținut cont de aspectul vectorial sumar al acestor factori de influență. În cadrul elaborării schemelor de calcul, pe lângă factorii de influență menționați trebuie de luat în calcul manifestarea specificului mișcării sferospațiale a satelitului asupra contactului între flancurile dinților și al dinamicii transmisiei precesionale în ansamblu.

Din aceste considerente prezintă interes științific abordarea complexă a dinamicii transmisiilor planetare precesionale cu considerarea tuturor factorilor de influență. Ținând cont de obiectivele cercetării racordate la specificul și complexitatea geometriei angrenajului precesional cu mișcare sferospațială a satelitului în jurul unui punct fix, a fost elaborată schema parametrizată de ansamblu în 2D a transmisiei $2K-H$ (fig. 4.23), [101].

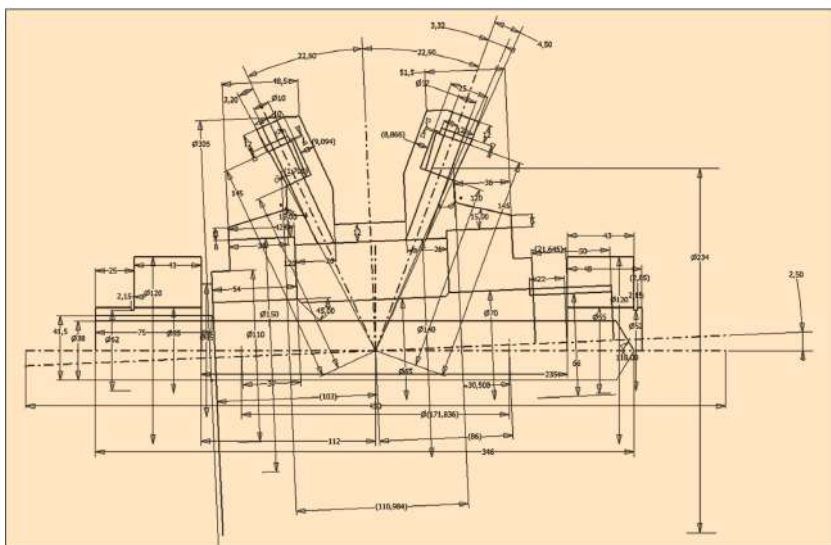


Figura 4.23. Schema parametrizată 2D a transmisiei precesionale $2K-H$

Utilizând cotele de referință din schema parametrizată 2D, au fost elaborate (cu funcția *Derived component*) modelele tuturor pieselor participante la transformarea și transmiterea mișcării de rotație și a sarcinii, și anume:

- al arborelui-manivelă (fig. 4.24 a, b);
- al blocului-satelit (fig. 4.24 c, d);
- al cuplei cinematice ax – rolă conică (fig. 4.24 e, f);
- al danturii roților centrale cu profil convex/concav al dinților (fig. 4.25).

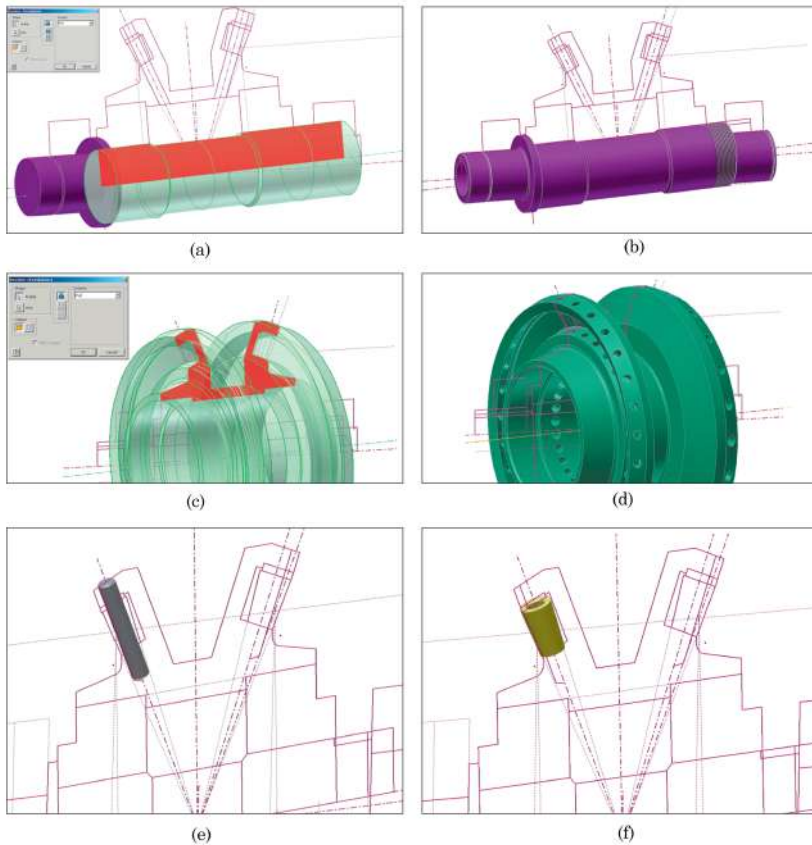


Figura 4.24. Modelul parametrizat 3D al arborelui-manivelă (a, b), satelitului (c, d), axei (e) și rolei conice (f)

Scopul urmărit în prima etapă de elaborare a schemei parametrizate 2D este de a asigura posibilitatea modificării rapide a modelelor pieselor componente ale transmisiei în procesul de proiectare. Spre exemplu, la modificarea dimensiunii unui rulment urmează automat modificarea dimensiunilor modelelor pieselor cuplate cu rulmentul respectiv (roata-satelit, arbore-manivelă), fără intervenții suplimentare de modificare a acestora. Acest fapt contribuie

la reducerea erorilor în cotele de dimensionare a pieselor și la asamblarea corectă a pieselor reale.

Procesele dinamice din transmisia precesională derivă, în mare parte, din interacțiunea bolțurilor conice ale coroanelor roții-satelit cu suprafețele flancurilor dinților roților centrale. De procesele dinamice din angrenaj depinde capacitatea portantă a contactului dinților, determinată de geometria flancurilor și de forțele statice și dinamice din angrenare, precizia cinematică, emisia de zgomot și vibroactivitatea transmisiei în general.

Din aceste considerente, elaborarea modelului parametrizat 3D al angrenajului precesional include proiectarea conturului liniar al profilului flancurilor dinților roților centrale (fig. 4.25 a).

Modelul parametrizat 3D a roților centrale include atât configurația corpului roții, cât și forma geometrică a danturii cu dinți cu profil convex/concav, descriși cu ecuațiile parametriche prezentate în [8, 9].

Suprafața de lucru a flancurilor dinților roții centrale se descrie cu următoarele ecuații parametriche:

$$\begin{aligned}
 X_{1E}^m &= k_2^m Z_{1E}^m + d_2^m, \\
 Y_{1E}^m &= k_1^m Z_{1E}^m - d_1^m, \\
 Z_{1E}^m &= \frac{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m) - \sqrt{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m)^2 + (k_1^{m^2} + k_2^{m^2} + 1)(R_D^2 - d_1^{m^2} - d_2^{m^2})}}{k_1^{m^2} + k_2^{m^2} + 1}, \\
 k_1^m &= \frac{X_{1D}^m (X_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m + Y_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m) + Z_{1D}^{m^2} \dot{X}_{1D}^m}{Z_{1D}^m (X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - Y_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m)}, \\
 k_2^m &= -\frac{k_1^m Y_{1D}^m + Z_{1D}^m}{X_{1D}^m},
 \end{aligned} \tag{4.108}$$

unde:

$$\begin{aligned}
 d_1^m &= \frac{R_D^2 \cos \beta \dot{X}_{1D}^m}{X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - \dot{X}_{1D}^m Y_{1D}^m}, \\
 d_2^m &= \frac{R_D^2 \cos \beta + d_1^m Y_{1D}^m}{X_{1D}^m}.
 \end{aligned}$$

Conturul profilului de flanc 3D al danturii roților centrale este prezentat în figura 4.25 (a). Utilizând aplicația *Visual Basic* pentru *Autodesk Inventor* în baza conturului profilului de flanc 3D a fost construit profilul spațial al dinților roților centrale, prezentat în figura 4.25 (b) [101].

În mediul *Autodesk Inventor* a fost elaborat modelul 3D al roților centrale (fig. 4.25 c, d) și desenul de execuție (fig. 4.25 e). În figura 4.26 este prezentat ansamblul CAD al transmisiei precesionale 2K-H.

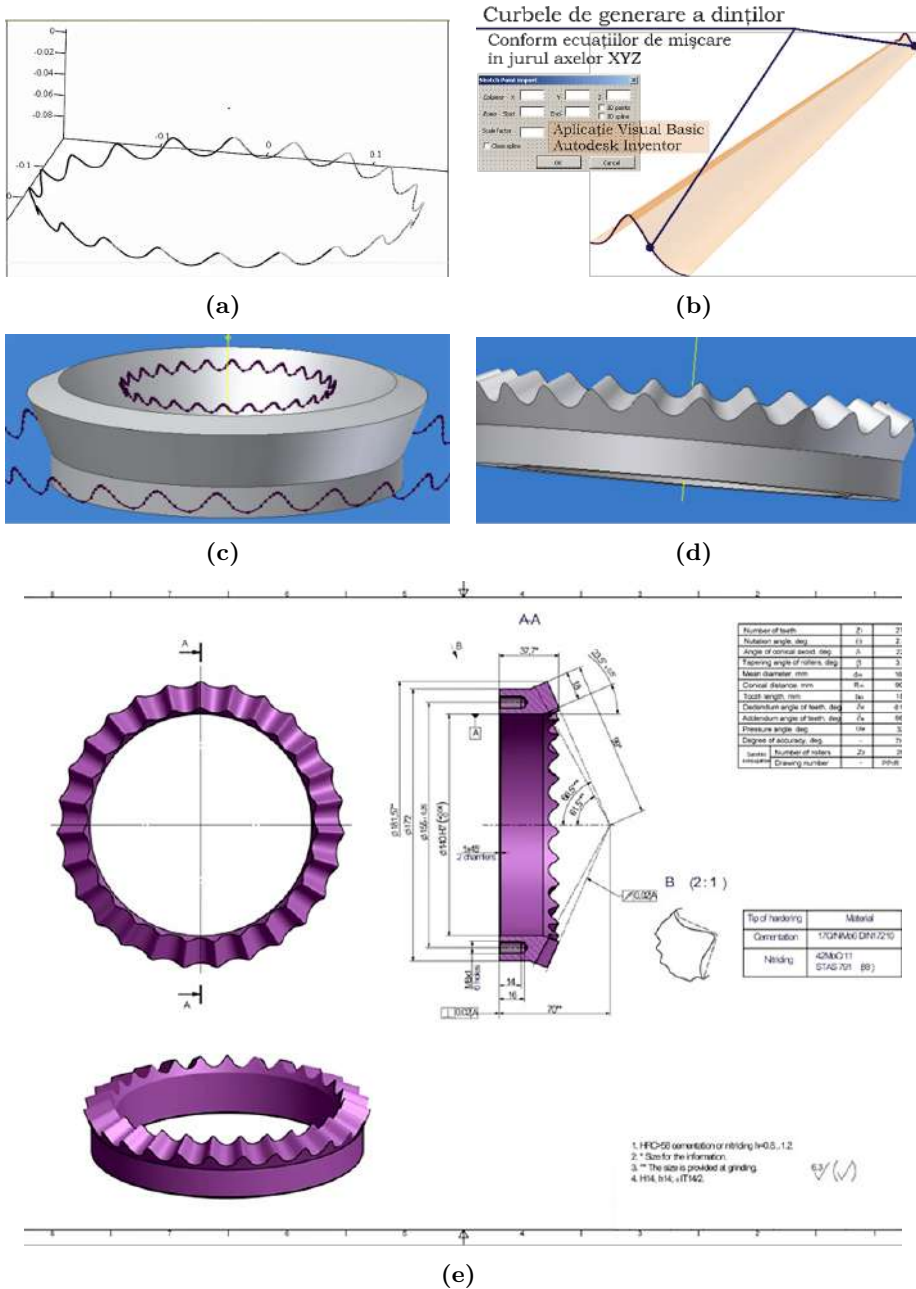


Figura 4.25. Conturul profilului de flanc 3D al danturii roților centrale (a), profilul dinților în 3D, construit cu aplicația *Visual Basic* (b), modelele 3D ale roților centrale (c, d), desen de execuție (e)

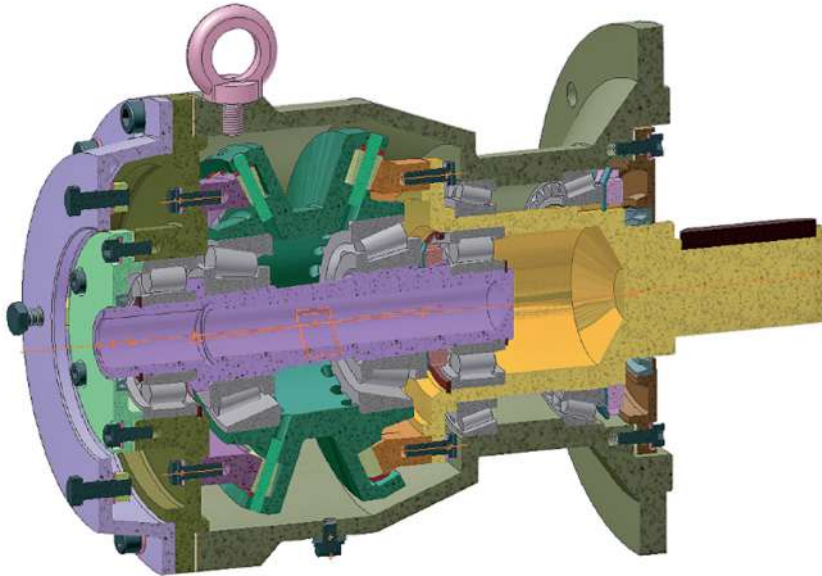


Figura 4.26. Ansamblul transmisiei planetare precesionale $2K-H$

Sunt de menționat câteva nuanțe ale proiectării, legate de corelarea și specificarea principalelor cote de dimensionare a pieselor, de argumentarea preciziei rezonabile de execuție a acestora din punctul de vedere al respectării cerințelor tehnice impuse transmisiei și al costului de producere.

Spre exemplu, arborele-manivelă (fig. 4.27) este instalat cu un capăt în carcasa laterală a transmisiei, cu alt capăt – în lăcașul arborelui de ieșire prin intermediul rulmenților radiali cu role. Această soluție de instalare a arborelui-manivelă îi permite satelitului să floteze axial între cele două roți centrale sub acțiunea forțelor axiale din angrenaj. Din această situație rezultă două cote importante pentru arborele manivelă, și anume: cota liniară de la centrul de intersecție a axelor până la umărul de sprijin al rulmenților instalați pe porțiunea înclinată a acestuia și cota unghiului de înclinare a părții înclinate a arborelui-manivelă (fig. 4.27, evidențiat roșu).

Următoarea piesă importantă pentru transmisia planetară precesională este roata-satelit, pentru care sunt impuse restricții dure la cotele de dimensionare în raport cu centrul de precesie. În urma analizei au fost specificate cotele de amplasare a rulmenților radiali-axiali de la centrul de precesie până la suprafața laterală de sprijin (fig. 4.28). O altă cotă importantă este unghiul de vârf al axoidei conice 2δ , precizia de execuție a căruia influențează angrenarea corectă pe generatoarele dinților conjugați, fapt ce determină uniformitatea repartizării sarcinii pe lungimea liniei de contact al dinților angrenați.

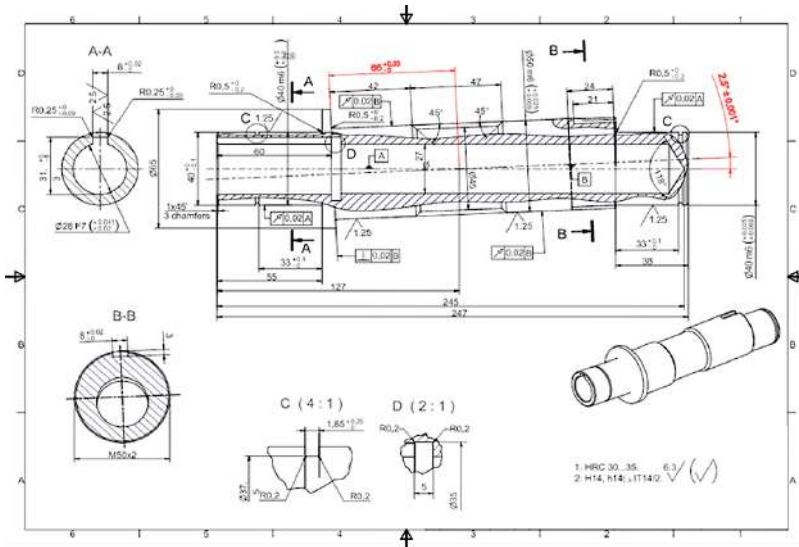


Figura 4.27. Desen de execuție arbore-manivelă

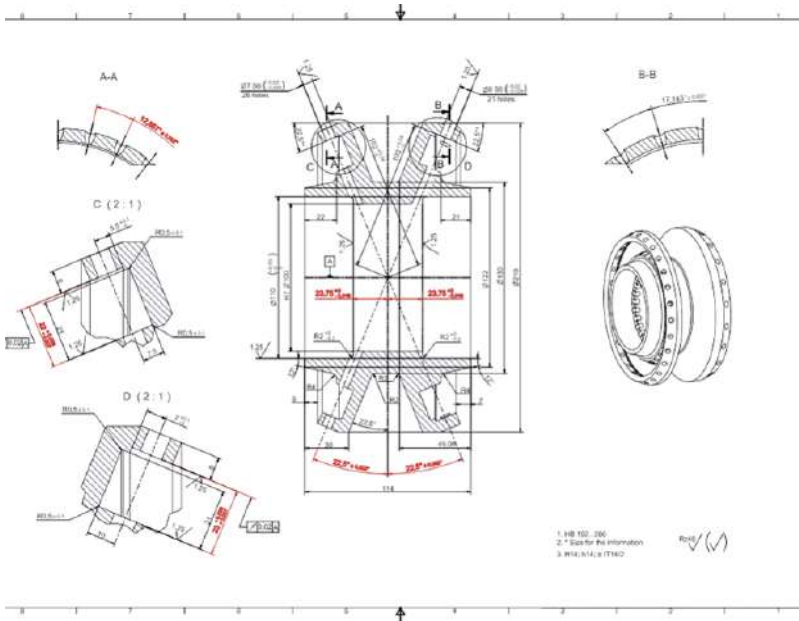


Figura 4.28. Desen de execuție roată-satelit

4.8.2 Modelul dinamic bazat pe ecuațiile Euler

Pentru descrierea proceselor dinamice care au loc în transmisia planetară precesională, în baza recomandărilor expuse în subcapitolul 4.7 a fost elaborat modelul dinamic al nodului *satelit – arbore manivelă* reprezentat în figura 4.29. La elaborarea acestuia au fost adoptate următoarele aproximații și restricții:

- centrul maselor coincide cu centrul de precesie O al roții-satelit;
- roata-satelit este constituită din 2 discuri egale (ca dimensiuni și masă), amplasate simetric față de planul de simetrie al satelitului.

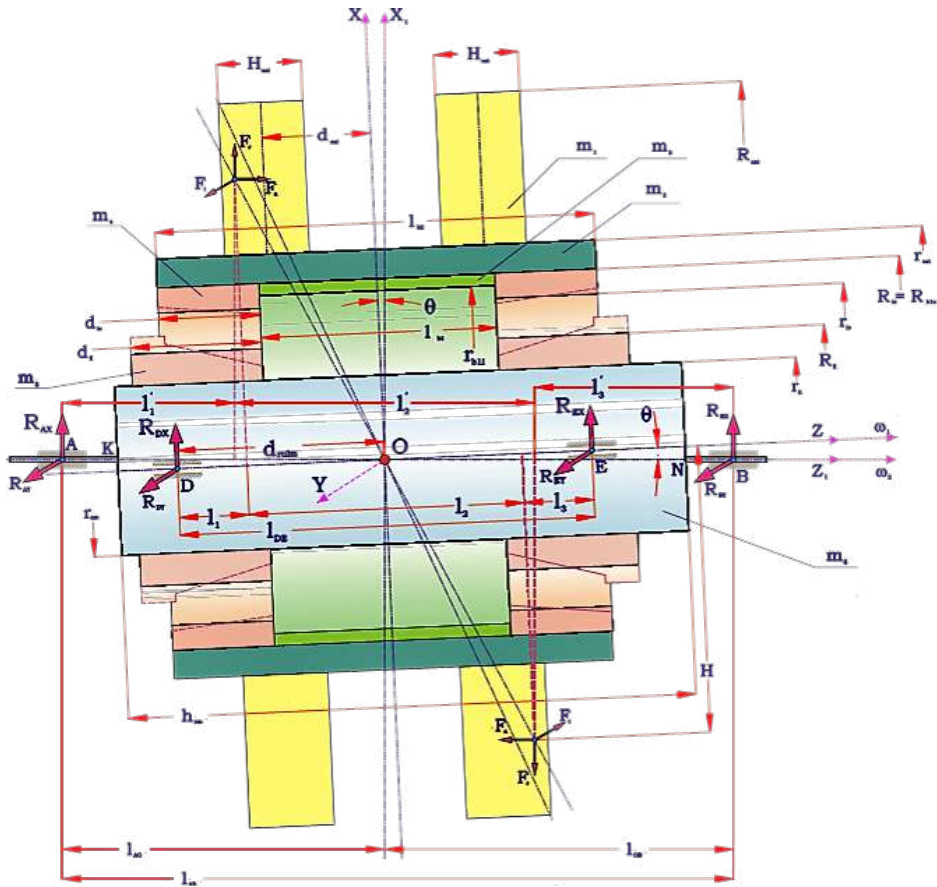


Figura 4.29. Modelul dinamic al transmisiei planetare precesionale de tip $2K-H$

În scopul determinării valorii și a variației sarcinii dinamice în cuplurile cinematice și sprijinele angrenajului precesional, precum și cu scopul validării rezultatelor calculului analitic cu cele definite prin CAE, a fost elaborat modelul dinamic parametrizat cu cotele dimensionale ale tuturor elementelor

de influență dinamică pentru reductorul planetar precesional cu parametrii:

- puterea $P = 3 kW$;
- frecvența turațiilor $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$;
- raportul de transmitere $i = 106,3$;
- momentul de torsiune $T_2 = 4000 Nm$.

În transmisia planetară cu mișcare sferospațială a roții-satelit, cele mai mari sarcini dinamice revin sprijinilor de instalare a blocului-satelit și a arborelui-manivelă. Din aceste motive, anume roata-satelit cu mișcare sferospațială este supusă analizei dinamice. Deformațiile arborelui, ale roții-satelit și ale altor elemente constructive intermediare se neglijează.

Porțiunea KN a arborelui manivelă se consideră un cilindru cu volum dinamic dezechilibrat cu raza r_{am} și lungimea h_{am} . Pentru simplificarea calculului, roata-satelit se divizează în următoarele elemente (fig. 4.29):

- butucul roții-satelit este reprezentat prin: bucsa cu masa m_3 , lungimea ℓ_{b1} , raza interioară r_{b1i} și raza exterioară R_{b1e} ;
- corpul roții-satelit cu două coroane din role conice este reprezentat prin: bucsa cu masa m_2 , lungimea ℓ_{b2} , raza interioară R_{ie} și raza exterioară r_{sat} ;
- două discuri-inel cu masa m_1 , înălțimea H_{sat} , razele interioară r_{sat} și exterioară R_{sat} .

Rulmenții nodului *arbore manivelă — roată-satelit* sunt reprezentați prin elementele:

- inelul exterior al rulmentului cu masa m_4 , lățimea d_{ie} , razele exterioară R_{ie} și, respectiv, interioară r_{ie} ;
- inelul interior al rulmentului cu parametrii m_5 , d_{ii} , R_{ii} , r_{ii} ;
- distanța dintre rulmenți egală cu ℓ_{DE} ;
- distanța de la centrul rulmentului până la punctul O este egală cu d_{rulm} ;
- unghiul dintre axele rulmenților $A-B$ și $D-E$ este unghiul de nutație θ ;
- distanța dintre rulmenții $A-B$ egală cu ℓ_{AB} .

Pentru aplicarea ecuațiilor Euler referitoare la cinematica și dinamica corpului rigid cu mișcare sferospațială cu un punct fix, sistemul de coordonate fix $OX_1Y_1Z_1$ și sistemul mobil $OXYZ$, legat cu satelitul, au originea O plasată în centrul maselor elementelor mecanismului, care coincide cu centrul de precesie. Reacțiunile statice în reazemele A , B și D , E (fig. 4.30) se determină în mod clasic în funcție de forțele în angrenaj: axială F_a , radială F_r și tangențială F_t . Reacțiunile dinamice în reazeme depind de

parametrii geometrici, de forțele aplicate și de caracteristicile mișcării elementelor angrenajului precesional. În acest context, un obiectiv important al cercetării este argumentarea limitei de viteze până la care este posibilă utilizarea tipodimensiunii concrete de lagăre.

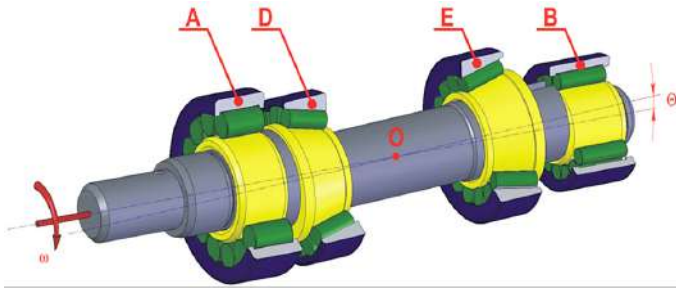


Figura 4.30. Amplasarea rulmenților pe arborele-manivelă al transmisiei precesionale

Fie că roata-satelit efectuează o mișcare de rotație în jurul axei materiale de simetrie cu viteza unghiulară ω_1 . La rândul său, această axă se rotește cu viteza unghiulară ω_2 în jurul axei rulmenților A și B . Atunci viteza unghiulară absolută de rotație a blocului-satelit va fi egală cu:

$$\omega = \omega_1 + \omega_2. \quad (4.109)$$

Deoarece axele sistemului de coordonate $OXYZ$ coincid cu axele principale de inerție ale roții-satelit în jurul punctului O , proiecția momentului cinetic pe aceste axe se determină din egalitățile:

$$L_X = I_X \omega_{2X}, \quad L_Y = I_Y \omega_{2Y}, \quad L_Z = I_Z \omega_{2Z}, \quad (4.110)$$

unde L_X , L_Y , L_Z sunt momentele de inerție ale roții-satelit și inelului exterior al rulmentului, legate rigid de roata-satelit.

Să admitem că axele sistemului de coordonate $OXYZ$ se rotesc în jurul axei rulmenților AB cu viteză unghiulară ω_2 , atunci roata-satelit se rotește în jurul axei proprii cu viteză unghiulară $\omega = \omega_1 + \omega_2$, unde ω_1 este viteza unghiulară de rotație proprie a roții-satelit.

Aplicăm pe modelul dinamic elaborat sistemul de coordonate fix $OXY'Z'$ astfel încât axa Z' să coincidă cu axa de rotație a rulmenților AB . Pentru determinarea proiecțiilor vitezelor unghiulare ω și ω_2 pe axele sistemului de coordonate $OXYZ$, luăm în considerație faptul că paralelogramul vitezelor unghiulare se află în planul XOZ , din care rezultă:

$$\omega_{2X} = \omega_2 \sin \theta, \quad \omega_{2Y} = 0, \quad \omega_{2Z} = \omega_2 \cos \theta - \omega_1. \quad (4.111)$$

Înlocuind formula (4.111) în (4.110), obținem:

$$L_X = I_X \omega_2 \sin \theta, \quad L_Y = 0, \quad L_Z = I_Z (\omega_2 \cos \theta - \omega_1). \quad (4.112)$$

Deoarece L_X , L_Y , L_Z sunt constante în cazul în care mișcarea este uniformă (i.e. ω_1 și ω_2 sunt constante), rezultă că:

$$\frac{dL_X}{dt} = \frac{dL_Y}{dt} = \frac{dL_Z}{dt} = 0. \quad (4.113)$$

Pentru determinarea momentului forțelor exterioare în jurul punctului O , care conduc la formarea mișcării de precesie, prin ecuațiile dinamice ale lui Euler descriem mișcarea unui corp rigid în jurul unei axe fixe:

$$\begin{aligned} M_X^{(e)} &= \frac{dL_X}{dt} + \omega_{2Y}L_Z - \omega_{2Z}L_Y, \\ M_Y^{(e)} &= \frac{dL_Y}{dt} + \omega_{2Z}L_X - \omega_{2X}L_Z, \\ M_Z^{(e)} &= \frac{dL_Z}{dt} + \omega_{2X}L_Y - \omega_{2Y}L_X. \end{aligned} \quad (4.114)$$

După introducerea în ecuațiile (4.114) a expresiilor ω_{2X} , ω_{2Y} , ω_{2Z} din (4.111) și expresiilor L_X , L_Y , L_Z din (4.112) și luând în considerație formula (4.113), se obțin următoarele interpretări ale relațiilor (4.114):

$$\begin{aligned} M_X^{(e)} &= 0, \\ M_Y^{(e)} &= \omega_2 \sin \theta [I_Z \omega_1 + \omega_2 \cos \theta (I_X - I_Z)], \\ M_Z^{(e)} &= 0. \end{aligned} \quad (4.115)$$

De aici rezultă că momentul principal al forțelor exterioare $M_0^{(e)}$ în raport cu punctul fix O se află pe axa Y și coincide cu direcția pozitivă a axei Y , dacă

$$I_Z \omega_1 + \omega_2 \cos \theta (I_X - I_Z) > 0, \quad (4.116)$$

și invers.

Momentul de inerție total pe axa Z este format din:

$$I_Z = I_Z^{m,1} + I_Z^{m,2} + I_Z^{m,3} + I_Z^{m,4}, \quad (4.117)$$

unde $I_Z^{m,1}$, $I_Z^{m,2}$, $I_Z^{m,3}$ și $I_Z^{m,4}$ sunt, respectiv, momentele de inerție pe axa Z generate de corpurile cu masele m_1 , m_2 , m_3 , m_4 :

$$\begin{aligned} I_Z^{m,1} &= m_1 (R_{sat}^2 + r_{sat}^2), & I_Z^{m,2} &= \frac{m_2}{2} (r_{sat}^2 + R_{b1e}^2), \\ I_Z^{m,3} &= \frac{m_3}{2} (R_{b1e}^2 + r_{b1i}^2), & I_Z^{m,4} &= m_4 (R_{ie}^2 + r_{ie}^2). \end{aligned}$$

Înlocuind relația (4.115) în (4.114), obținem formula de calcul al momentului de inerție I_Z .

$$\begin{aligned} I_Z &= m_1 (R_{sat}^2 + r_{sat}^2) + \frac{m_2}{2} (r_{sat}^2 + R_{b1e}^2) \\ &\quad + \frac{m_3}{2} (R_{b1e}^2 + r_{b1i}^2) + m_4 (R_{ie}^2 + r_{ie}^2). \end{aligned} \quad (4.118)$$

Momentul de inerție total pe axa X este format din:

$$I_X = 2I_X^{m,1} + I_X^{m,2} + I_X^{m,3} + 2I_X^{m,4}, \quad (4.119)$$

unde $I_X^{m,1}$, $I_X^{m,2}$, $I_X^{m,3}$ și $I_X^{m,4}$ sunt, respectiv, momentele de inerție pe axa X generate de corpurile cu masele m_1 , m_2 , m_3 și m_4 :

$$\begin{aligned} I_X^{m,1} &= \frac{m_1}{4} \left(R_{sat}^2 + r_{sat}^2 + \frac{H_{sat}^2}{3} \right) + d_{sat}m_1, \\ I_X^{m,2} &= \frac{m_2}{4} \left(R_{ie}^2 + r_{sat}^2 + \frac{\ell_{b2}^2}{3} \right), \\ I_X^{m,3} &= \frac{m_3}{4} \left(R_{b1e}^2 + r_{b1i}^2 + \frac{\ell_{b1}^2}{3} \right), \\ I_X^{m,4} &= \frac{m_4}{4} \left(R_{ie}^2 + r_{ie}^2 + \frac{d_{ie}^2}{3} \right) + d_{rulm}m_4. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Înlocuind relația (4.119) în (4.118), obținem relația de calcul al momentului de inerție I_X :

$$\begin{aligned} I_X &= \frac{m_1}{2} \left(R_{sat}^2 + r_{sat}^2 + \frac{H_{sat}^2}{3} \right) + 2d_{sat}m_1 + \frac{m_2}{4} \left(R_{ie}^2 + r_{sat}^2 + \frac{\ell_{b2}^2}{3} \right) \\ &+ \frac{m_3}{4} \left(R_{b1e}^2 + r_{b1i}^2 + \frac{\ell_{b1}^2}{3} \right) + \frac{m_4}{2} \left(R_{ie}^2 + r_{ie}^2 + \frac{d_{ie}^2}{3} \right) + 2d_{rulm}m_4. \end{aligned} \quad (4.121)$$

După o serie de transformări, se obține relația de calcul pentru determinarea reacțiunii dinamice în punctele D și E :

$$R_D = R_E = \frac{T_Y^e}{\ell_{DE}} = \frac{\omega_2 \sin \theta [I_Z \omega_1 + \omega_2 \cos \theta (I_X - I_Z)]}{\ell_{DE}}, \quad (4.122)$$

unde I_X și I_Z sunt momentele totale de inerție pe axa X și, respectiv, Z , iar ω_2 este viteza unghiulară a roții-satelit în raport cu axa mobilă.

Reacțiunile dinamice suplimentare în rulmenții A și B , care apar în rezultatul dezechilibrării dinamice al părții înclinate a arborelui-manivelă, se determină conform relațiilor:

$$\begin{aligned} R'_{AX_1} + R'_{BX_1} &= 0, \\ R'_{AY_1} + R'_{BY_1} &= 0, \\ \frac{1}{2}\ell_{AB}R'_{AY_1} - \frac{1}{2}\ell_{AB}R'_{BY_1} &= -I_{YZ_1}\omega_2^2, \\ -\frac{1}{2}\ell_{AB}R'_{AY_1} + \frac{1}{2}\ell_{AB}R'_{BY_1} &= I_{XZ_1}\omega_2^2, \end{aligned} \quad (4.123)$$

unde R'_{AX_1} , R'_{BX_1} , R'_{AY_1} și R'_{BY_1} sunt proiecțiile pe axele X_1 și Y_1 ale reacțiunilor dinamice suplimentare ale părții înclinată a arborelui-manivelă în punctele A și B , ℓ_{AB} este distanța dintre punctele respective, iar I_{XZ_1} și I_{YZ_1} sunt momentele centrifugale de inerție în raport cu axele respective.

Determinăm momentele centrifugale de inerție ale părții înclinată KN a arborelui. Deoarece axa Y , fiind perpendiculară pe planul material de simetrie X_1Z_1 , este axa principală de inerție a porțiunii date, reiese că:

$$I_{Y_1Z_1} = 0.$$

Momentul centrifugal de inerție se determină prin relația:

$$I_{X_1Z_1} = \sum_{k=1}^n m_k X_{1k} Z_{1k}. \quad (4.124)$$

Formulele de transformare a coordonatelor la rotirea lor cu unghiul θ în sens orar au forma:

$$X_1 = X \cos \theta - Z \sin \theta, \quad Z_1 = X \sin \theta + Z \cos \theta. \quad (4.125)$$

Luând în considerație (4.125), relația (4.124), după o serie de transformări, capătă forma:

$$\begin{aligned} I_{X_1Z_1} &= \frac{1}{2} \sin 2\theta \left[\sum_{k=1}^n m_k (X_k^2 + Y_k^2) - \sum_{k=1}^n m_k (Z_k^2 + Y_k^2) \right] \\ &= \frac{1}{2} \sin 2\theta (I_Z - I_X). \end{aligned} \quad (4.126)$$

Momentele de inerție în jurul axelor respective sunt cauzate de partea înclinată a arborelui-manivelă și de inelele interioare ale rulmenților D și E :

$$I_X = \frac{1}{4} m_6 \left(\frac{1}{3} \ell_{AB}^2 + \ell_{am}^2 \right) + \frac{m_5}{2} \left(R_{ii}^2 + r_{ii}^2 + \frac{d_{ii}^2}{3} \right) + \frac{m_5}{2} \ell_{DE}^2, \quad (4.127)$$

$$I_Z = \frac{1}{2} m_6 r_{am}^2 + m_5 (R_{ii}^2 + r_{ii}^2). \quad (4.128)$$

În consecință, relațiile (4.123) iau forma:

$$\begin{aligned} R_{AX_1}^D + R_{BX_1}^D &= 0, \\ -R_{AX_1}^D + R_{BX_1}^D &= \frac{\ell}{\ell_{AB}} \sin 2\theta (I_Z - I_X) \omega_2^2, \\ R_{AY_1}^D &= 0, \\ R_{BY_1}^D &= 0. \end{aligned} \quad (4.129)$$

Ținând cont de amplasamentul rulmenților A și B față de punctul de precesie O , obținem:

$$-R_{AX_1}^D + R_{BX_1}^D = \frac{\omega_2^2}{2\ell_{AB}} \sin 2\theta (I_Z - I_X). \quad (4.130)$$

De aici rezultă că reacțiile dinamice suplimentare, care solicită rulmenții A și B , sunt orientate de-a lungul axei X (fig. 4.28).

Reacțiile sumare pe rulmenții arborelui-manivelă vor fi egale cu:

$$R_{AX_1} = R_{AX_1}^{st} + R_{AX_1}^D + \frac{\omega_2 \sin \theta [I_Z \omega_1 + \omega_2 \cos \theta (I_X - I_Z)]}{\ell_{DE}}, \quad (4.131)$$

$$R_{BX_1} = R_{BX_1}^{st} + R_{BX_1}^D + \frac{\omega_2 \sin \theta [I_Z \omega_1 + \omega_2 \cos \theta (I_X - I_Z)]}{\ell_{DE}}. \quad (4.132)$$

Prin relațiile obținute evaluăm influența specificului mișcării sferospațiale a roții-satelit asupra solicitării suplimentare dinamice a rulmenților. Relațiile solicitărilor dinamice au fost utilizate de asemenea la elaborarea modelelor CAE pentru studiul cinetostaticii transmisiilor precesionale în ansamblu și la formularea recomandărilor pentru proiectanți.

4.8.3 Modelul CAE

În baza mediului CAD (*Autodesk Inventor*) și a modului CAE (*Motion Inventor*) cu suport de calcul numeric, a fost efectuată analiza cinetostatică a transmisiilor planetare precesionale cu considerarea efectelor dinamice din angrenajul precesional. Modelul CAE al TPP (fig. 4.31) a inclus doar piesele participante în transformarea și transmiterea mișcării și a sarcinii, și anume arborele-manivelă 1, roata centrală fixă 2, roata-satelit 3, roata centrală mobilă 4, legată rigid cu arborele de ieșire 5. Drept parametri de intrare pentru modelul CAE s-au considerat: frecvența de rotație al arborelui-manivelă (*grade/s* sau *rad/s*), momentul de torsiune la arborele de ieșire (*Nm*) și proprietățile fizico-mecanice ale materialelor utilizate la fabricarea pieselor.

În modelul CAE componentele transmisiei au fost considerate rigide, iar mișcările relative ale elementelor au fost exprimate prin cuplele cinematice de clasa respectivă, amplasarea cărora este prezentată în figura 4.32.

În conformitate cu principiul de funcționare și mișcările relative din transmisia precesională reală, au fost acceptate următoarele cuple cinematice: *arbore-manivelă – carcasă*, cu legătura cinematică de revoluție cu 2 grade de libertate (rotire și deplasare axială, fig. 4.32 A): *arbore-manivelă – satelit*, cu legătura cinematică linie-punct cu 4 grade de libertate (rotire în jurul a 3 axe și deplasare axială, fig. 4.32 D, E), *roata-satelit – role*, cu legătura cinematică de rotație cu un grad de libertate (rotirea în jurul axelor), rolele

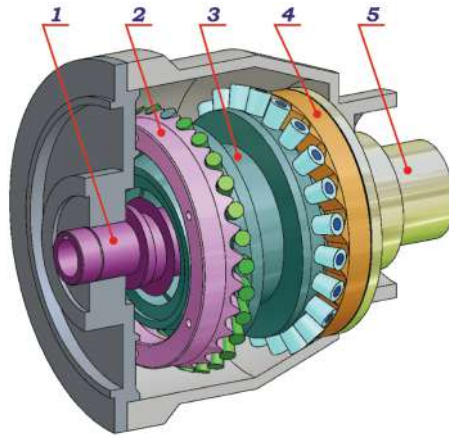


Figura 4.31. Modelul CAE al transmisiei planetare precesionale de tip $2K-H$

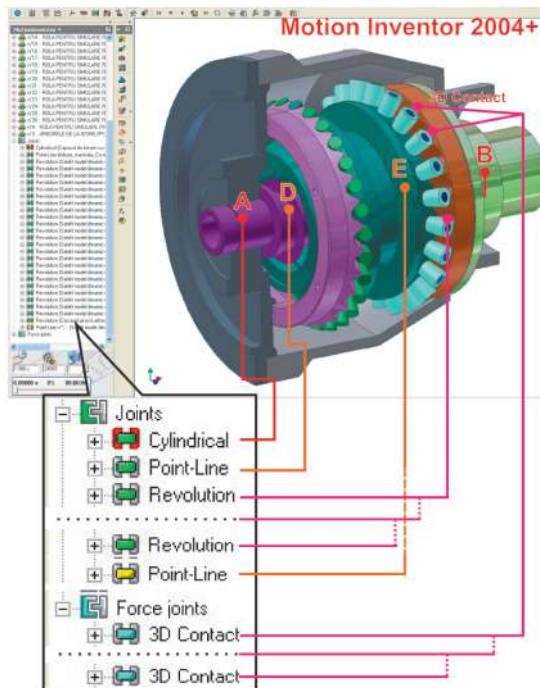


Figura 4.32. Amplasarea cuplurilor cinematice în modelul CAE al transmisiei precesionale de tip $2K-H$

fiind amplasate doar în angrenajul cu roata centrală mobilă, în care sarcina este mai mare datorită unghiului de angrenare a dinților mai mare; *arbore de ieșire — carcasă*, cu legătura cinematică de rotație cu un grad de libertate (rotirea în jurul axei proprii); *roți dințate centrale — role conice*, cu legătură de contact 3D (3D Contact).

Pentru studiul cinetostatic al modelului real al transmisiei precesionale, au fost alese două tipodimensiuni de reductoare: cu raportul de transmitere 106,3 și, respectiv, 13,5, turația motorului electric $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$. Reductoarele cu $i = 13,5$ au fost testate la turații variabile în diapazonul $100 - 1500 \text{ min}^{-1}$.

4.9 Analiza CAE a parametrilor funcționali ai transmisiilor precesionale

Posibilitățile cinematice extinse ale transmisiilor planetare precesionale, caracterizate prin consum specific redus de materiale, pot fi realizate în cazul în care toate cuplele cinematice participante la transformarea și transmiterea mișcării și sarcinii vor rezista la suprasarcini provocate de fluxul de putere realizat în gabarite mici. Din aceste considerente, este foarte importantă cercetarea parametrilor cinematici, în special a variației vitezelor liniare și a accelerațiilor în contactul dinților conjugați, de care, în linii mari, depinde capacitatea portantă a oricărei transmisii mecanice. Pentru realizarea acestui obiectiv, a fost necesară elaborarea modelului matematic de studiu și analiză a cinematicii transmisiei planetare precesionale, care va servi drept bază pentru cercetarea parametrilor cinematici și dinamici cu utilizarea programelor CAE.

4.9.1 Studiul cinematicii

Studiul cinematic al transmisiei planetare precesionale a inclus:

1. *Analiza raportului vitezelor unghiulare arbore conducător – arbore condus*. Parametrul de intrare în CAE: viteză unghiulară a arborelui conducător de forma unui arbore-manivelă. În modelul elaborat, arborelui-manivelă i se comunică viteza unghiulară $\omega[1.1] = 158,08 \text{ rad/s}$ (fig. 4.33 roșu). În urma simulărilor efectuate, viteza unghiulară la arborele condus constituie $\omega[3.1] = 1,48 \text{ rad/s}$ (albastru). Conform rezultatelor simulării, viteza unghiulară a arborelui-manivelă considerată ca parametru de bază ($\omega[1.1] = 158,08 \text{ rad/s}$), raportată la viteza medie a arborelui condus înregistrată ($\omega[3.1] = 1,48 \text{ rad/s}$), coincide cu raportul de transmitere calculat teoretic. Varierea vitezei unghiulare medii la arborele condus în limitele $\pm 0,02 \text{ rad/s}$ se datorează abaterilor sumare ale profilului dinților modelului matematic,

descriș cu ecuații parametrice, din cauza erorii de schemă a legăturii cinematice satelit - carcasă.

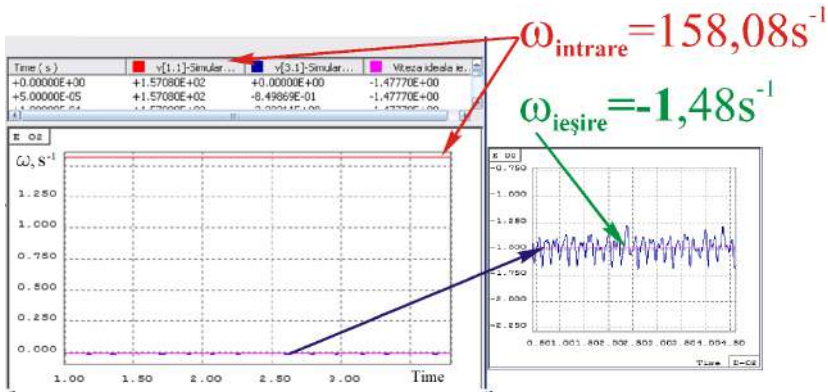


Figura 4.33. Vitezele unghiulare la arborele-manivelă și la arborele condus

2. *Analiza continuității vitezei unghiulare proprii a roții-satelit instalate pe arborele - manivelă.* Parametrul de intrare în CAE: viteza unghiulară a arborelui - manivelă $\omega[1.1] = 158,08 \text{ rad/s}$. În cazul în care numărul de dinți ai roții centrale imobile $Z = 28$ este cu un dinte mai mic decât numărul de bolțuri conice din coroana satelitului, viteza unghiulară proprie a satelitului în raport cu arborele-manivelă teoretic va fi egală cu $\omega = 151,66 \text{ rad/s}$. Rezultatele simulării coincid cu calculele teoretice cu o eroare de doar $\pm 0,002 \text{ rad/s}$. În același timp, conform figurii 4.33, caracterul variației vitezei unghiulare proprii a roții-satelit este unul sinusoidal și se datorează legăturii neasurice a satelitului cu carcasa. Caracterul abaterii coincide cu forma traiectoriei punctului C al articulației de legătură a sculei cu carcasa mașinii-unelte. Această eroare evidențiată în figurii 4.34 (a) se exclude prin corijarea profilului real al dinților generați prin procedeele $G_{r,s}^{con}$ de modificare a flancurilor, examinate în capitolul 8. Simularea CAE a cinematicii confirmă corectitudinea descrierii teoretice a profilului dinților și funcționalitatea corectă a TPP din punct de vedere cinematic.

3. *Analiza timpului de pornire.* O caracteristică dinamică importantă pentru transmisiile utilizate în mecanismele de acționare cu precizie cinematică înaltă (roboți, aparate topografice, mecanica fină, tehnica cosmică etc.) este *timpul de pornire*, în care viteza unghiulară nominală a motorului electric cuplat cu transmisia se egalează cu viteza unghiulară a arborelui de intrare al transmisiei solicitate cu momentul nominal de torsiune. Calculele efectuate prin simulare CAE demonstrează că sub acțiunea momentelor de inerție ale trans-

misiei și momentelor de torsiune la arborele de ieșire $T = 4000 \text{ Nm}$ egalarea vitezelor unghiulare are loc în timp de $0,175 \text{ sec}$. Timpul de pornire calculat $t = 0,175 \text{ s}$ se află în limitele admisibile pentru motoarele electrice cu factorul de sarcină $k = 0,4$, puterea $P = 3 \text{ kW}$ și $n = 1500 \text{ min}^{-1}$.

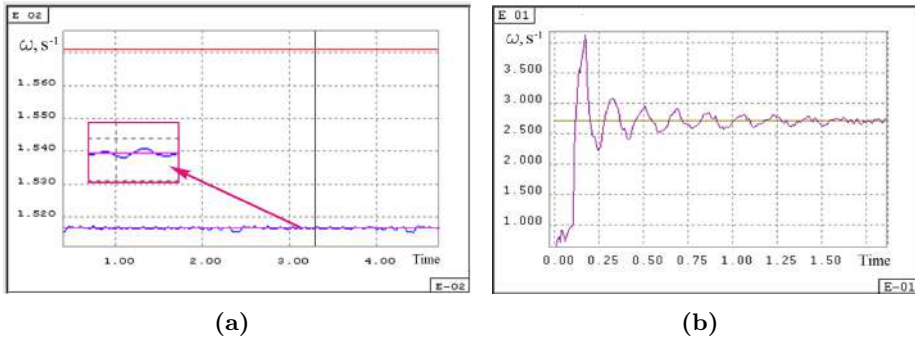


Figura 4.34. Viteza unghiulară proprie ω a roții-satelit (a) și timpul de pornire până la echivalarea vitezelor unghiulare nominale ale motorului electric și arborelui-manivelă

4.9.2 Momentul de torsiune și reacțiunile sumare în sprijinire

Mărimea și variația în timp a momentului de torsiune reprezintă caracteristici determinante ale solicitărilor statice și dinamice, aplicate cuplurilor cinematice participante în transformarea și transmiterea mișcării și sarcinii între arborii transmisiei mecanice. Odată cu dezvoltarea științelor calculatoarelor, studiul clasic al caracteristicilor funcționale ale transmisiilor mecanice este complementat cu simulări și analize computerizate bazate pe modele cinematice și dinamice parametrizate ale acestora.

În continuare sunt prezentate rezultatele studiului parametrilor cinematici și dinamici ai transmisiei precesionale în baza modului *Motion Inventor* pe modele 3D, create pe platforma *Autodesk Inventor*.

În acest scop, în prima etapă a fost creat un model dinamic simplificat al transmisiei planetare precesionale prezentat în figura 4.35 (a), identic cu cel din figura 4.29.

Pe modelul dinamic simplificat au fost efectuate o serie de experimente-simulări. Inițial s-a cercetat momentul dinamic sumat al forțelor de inerție ale roții-satelit și arborelui-manivelă. Pentru aceasta, în baza schemei de amplasare în rulmenți a roții-satelit pe manivelă și a acesteia în carcasă (fig. 4.30), a fost creată schema de amplasare a cuplurilor cinematice în următoarea succesiune. Între arborele-manivelă și roata-satelit a fost amplasată o cuplă cinematică de rotație (*revolution joint*), care admite

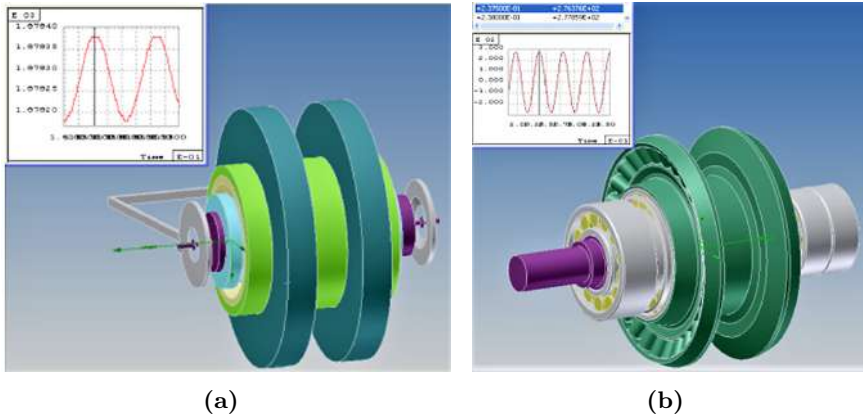


Figura 4.35. Model dinamic simplificat pentru calculul reacțiunilor dinamice suplimentare în reazemele roții-satelit (a) și sumar în reazemele roții-satelit și a arborelui-manivelă (b)

numai o singură mișcare – cea de rotație în jurul axei. Pentru această cuplă a fost determinat momentul dinamic sumar al arborelui-manivelă împreună cu roata-satelit (fig. 4.36 a), iar în figura 4.36 (b) este prezentată variația momentului dinamic sumar generat numai de roata-satelit.

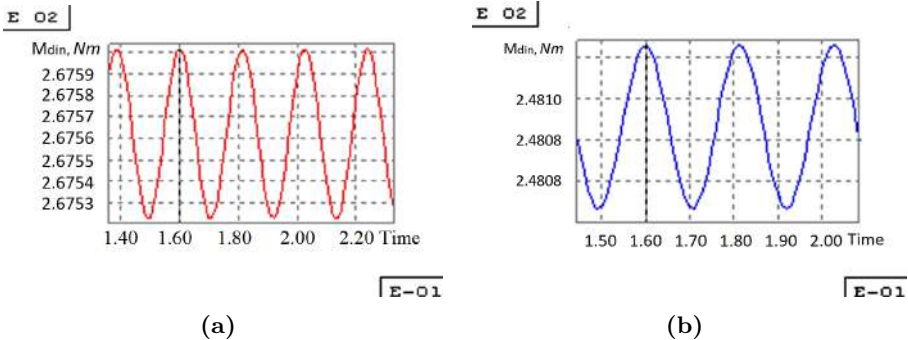


Figura 4.36. Momentul dinamic sumar pe arborele-manivelă împreună cu blocul-satelit (a) și separat al blocului-satelit (b)

În continuare a fost elaborat modelul dinamic pentru determinarea componentelor dinamice suplimentare ale sarcinilor în rulmenții arborelui-manivelă și a roții-satelit. În model a fost utilizat un alt tip de legătură cinematică – *linie-punct* (point line), care admite 4 grade de mobilitate și anume deplasarea de-a lungul unei axe și rotirea în jurul a 3 axe. În acest caz au fost eliminate trei grade de mobilitate și lăsată numai mișcarea de rotație în jurul unei axe. Astfel, considerăm doar rotirea în jurul unei axe a cuplei arbore-manivelă – roată-satelit.

Adaptarea modelului dinamic simplificat la condițiile reale de funcționare a mecanismului cu mișcare sferospațială a permis utilizarea modelelor dinamice complete ale transmisiei precesionale (fig. 4.35 (b)) cu analiza tuturor componentelor transmisiei (arbore-manivelă, rulmenți, role, axele rolor, rondelurile etc.). Aceasta permite obținerea unei caracteristici mai exacte a parametrilor dinamici în stadiul proiectării și optimizarea rapidă a construcției transmisiei precesionale cu mișcare sferospațială a roții-satelit.

În transmisia planetară precesională $2K-H$ (fig. 4.22), roata-satelit cu două coroane cu bolțuri este montat în rulmenții D și E (fig. 4.30) pe porțiunea înclinată a arborelui-manivelă, care la rândul său este instalat în rulmenții A și B .

La rotirea arborelui-manivelă, satelitul efectuează o mișcare sferospațială cu un punct fix între cele două roți centrale – fixă 3 și mobilă 4 (fig. 4.22).

Datorită mișcării sferospațiale a roții-satelit, atât angrenajul, cât și reazemele arborilor sunt încărcate suplimentar cu sarcini dinamice dependente de frecvența de rotație a arborelui-manivelă, de masa satelitului și de unghiul de nutație θ . Reazemele în transmisia precesională sunt solicitate cu sarcini statice dependente de momentul de torsiune pe arborii respectivi, și suplimentar – cu sarcini dinamice provocate de mișcarea sferospațială a roții-satelit.

Având în vedere mecanismul de transformare a mișcării și a sarcinii în TPP diferit de cel din transmisiile clasice, este important să fie studiate prin simulări CAE atât cotele sarcinilor dinamice în angrenaj și reazeme, cât și caracterul varierii acestora.

În baza modelului elaborat, analizăm mai întâi randamentul mecanic al transformării mișcării și al transmiterii sarcinii de la arborele-manivelă către arborele condus.

Pentru analiză, în calitate de parametri de intrare s-au admis momentul de torsiune la arborele condus $T_2 = 4000 Nm$, viteza unghiulară $\omega_2 = 1,476 rad/s$ și coeficientul de frecare în cupla cinematică *dinte – rolă* $f = 0,01$. Conform diagramei prezentate în figura 4.37, momentul de torsiune la arborele-manivelă se estimează la $40 Nm$.

Luând în calcul raportul de transmitere al TPP $i = 106,3$, eficiența transformării mișcării și a transmiterii sarcinii este:

$$\eta = \frac{T_{out}}{T_{in} i} = \frac{4000}{40 \cdot 106,3} = 0,94, \quad (4.133)$$

prin urmare randamentul mecanic este de 94%.

Fluctuația valorică neînsemnată a momentului de torsiune T_2 reprezintă influența erorii de schemă a legăturii cinematice *satelit – carcasă* asupra profilului modelului matematic al dinților roților centrale (în profilurile roților centrale reale această eroare este exclusă prin tehnologia de rectificare).

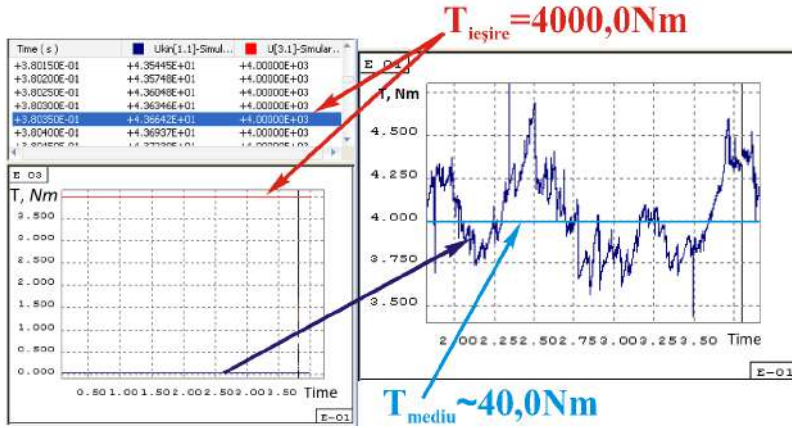


Figura 4.37. Momentul de torsiune la arborii de intrare și de ieșire

Pentru același moment de torsiune la arborele de ieșire $T_2 = 4000 \text{ Nm}$, prin simulare CAE au fost cercetate reacțiunile sumare în reazemele D și E (fig. 4.30) de instalare a roții-satelit pe arborele-manivelă ca fiind cele mai solicitate (fig. 4.38 a, b).

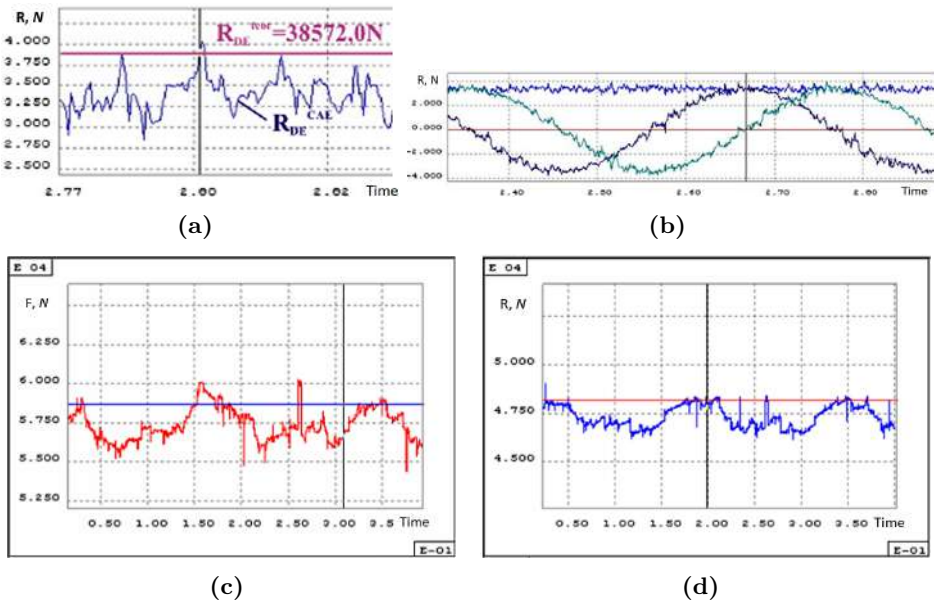


Figura 4.38. Reacțiunile în reazemele D și E calculate teoretic și prin CAE (a), proiecțiile reacțiunilor pe X, Y, Z (b), sarcinile dinamice în reazemele A și B calculate teoretic și prin CAE (c), reacțiunile în reazemele rulmenților arborelui de ieșire (d)

Rezultatele obținute arată că reacțiunile medii sumare calculate prin simulare sunt estimate la $R_{DE}^{tot} = 36800 N$, iar reacțiunile calculate teoretic conform [8, 9] sunt $R_{DE}^{teor} = 38572 N$ (fig. 4.38 a), o abatere de doar 4,8%.

Din diagrama prezentată în figura 4.38 (b) constatăm că proiecțiile pe axele X și Y ale reacțiunilor sumare poartă un caracter sinusoidal, caracteristic specificului mișcării sferospațiale a roții-satelit. În figura 4.38 (c) vedem calculul prin simulare CAE și cel teoretic al sarcinii dinamice în reazemele A și B ale rulmenților de instalare a arborelui-manivelă în carcasa transmisiei, care în mare parte coincid.

În figura 4.38 (d) sunt prezentate reacțiunile din rulmenții de reazem ale arborelui de ieșire – carcasă. Din analiza rezultatelor obținute prin simulări CAE putem concluziona că sarcinile dinamice în reazemele arborelui de ieșire sunt neînsemnate, de aceea la proiectarea TPP se pot considera doar reacțiunile statice. Aceste rezultate în mare parte coincid cu calculele analitice (liniile orizontale), fapt ce denotă corectitudinea metodologiei.

În figura 4.39 (a) este prezentat calculul prin simulare CAE și cel teoretic a sarcinii dinamice în reazemele D și E de instalare a roții-satelit pe arborele-manivelă, iar în figura 4.39 (b) – simularea sarcinii dinamice în reazemele A și B de instalare a arborelui-manivelă în carcasa transmisiei. Rezultatele simulărilor au demonstrat coincidența acestora cu calculele teoretice.

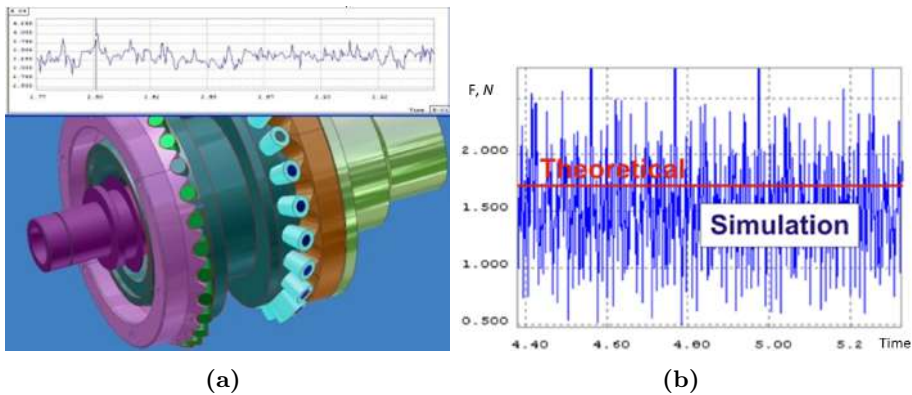


Figura 4.39. Calculele CAE și teoretice ale sarcinilor dinamice în reazemele D și E (a) și reazemele A și B (b)

În figura 4.40 sunt prezentate reacțiunile în reazemele rulmenților D și E de instalare a roții-satelit pe arborele-manivelă la frecvențe de turații ale acestuia de 750 min^{-1} , 1500 min^{-1} , 3000 min^{-1} și 6000 min^{-1} . Analiza diagramelor arată că în raport cu frecvența turațiilor arborelui-manivelă de 750 min^{-1} , reacțiunile în reazemele D și E cresc cu 2,6%; la frecvența turațiilor de 1500 min^{-1} – cu 8,1%; la 3000 min^{-1} – cu 13,9% și la 6000 min^{-1} – cu 62,6%. Creșterea componentei dinamice a reacțiunilor

pentru viteze de rotație 3000 min^{-1} și 6000 min^{-1} nu implică dificultăți de selectare a tipodimensiunii de rulmenți datorită specificului constructiv al transmisiilor planetare precesionale (se asigură posibilitatea măririi diametrului rulmenților). Totodată, diagramele din figura 4.40 arată că frecvența turațiilor arborelui-manivelă recomandabilă pentru transmisia precesională $2K-H$ de mare putere este de până la 3000 min^{-1} .

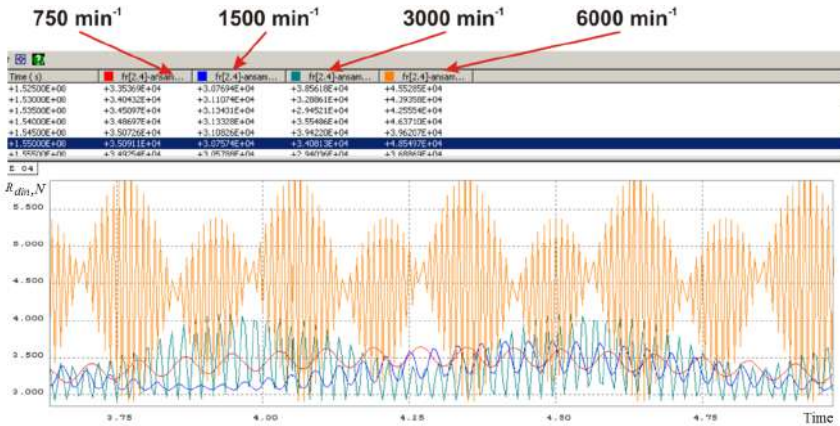


Figura 4.40. Reacțiunile în reazemele D și E la diferite frecvențe de turații ale arborelui-manivelă n

În continuare, în baza modelului dinamic complet (fig. 4.35 (b)) al transmisiei precesionale a fost efectuată analiza variației reacțiilor sumare (statice și dinamice) în sprijinele roții-satelit pe arborele-manivelă. În figura 4.41 sunt prezentate variațiile reacțiilor pentru două tipodimensiuni de reductoare: cu diametrele de 100 mm și de 250 mm .

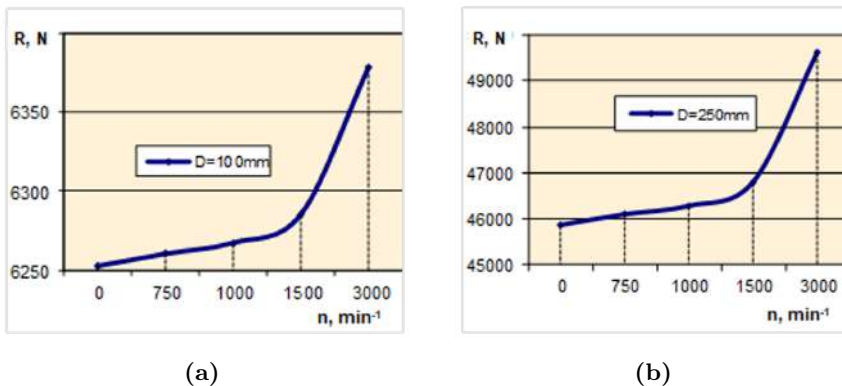


Figura 4.41. Reacțiunile în sprijinele D și E în funcție de turațiile arborelui-manivelă n : pentru roata-satelit cu diametrul $D = 100 \text{ mm}$ (a) și 250 mm (b)

În realitate au fost supuse analizei o gama largă de tipodimensiuni: 100, 150, ..., 450, 500 mm. În urma analizei s-a constatat că dacă reacțiunile statice pentru roata-satelit cu diametrul de 100 mm constituie cca 6252 N, atunci, la turația de 3000 min^{-1} componenta dinamică a reacțiunilor constituie cca 150 N, ceea ce reprezintă 1,96% din reacțiunile statice.

În tabelul 4.1 sunt prezentate creșterile în procente ale componentei dinamice pentru o serie de reductoare nominalizate mai sus. O influență majoră (de cca 40%) se observă în transmisiile precesionale cu diametrul roții-satelit de 500 mm. Luând în considerație aceste recomandări în etapa de proiectare este posibilă pronosticarea solicitărilor dinamice în nodurile transmisiei pentru fiecare serie de tipodimensiuni ale acestora.

Tabelul 4.1. Creșterea componentei dinamice pentru diferite tipodimensiuni de reductoare (%)

Diametrul mediu al angrenajului, mm	R_{static} N	Componenta dinamică (în procente) pentru diferite turații ale reductorului (min^{-1})			
		750 (min^{-1})	1000 (min^{-1})	1500 (min^{-1})	3000 (min^{-1})
100	6252	0,12	0,22	0,49	1,96
150	17624	0,23	0,41	0,92	3,70
200	31570	0,38	0,68	1,53	6,11
250	45855	0,51	0,91	2,04	8,20
300	75000	0,72	1,41	3,16	12,65
350	105000	1,17	2,07	4,67	18,66
400	128000	1,46	2,59	5,84	23,34
450	160000	2,00	3,54	7,96	31,83
500	188000	2,51	4,47	10,05	40,23

Aceeași analiză a fost efectuată și pentru rulmenții care sprijină arborele-manivelă pe carcasa reductorului. În figura 4.42 sunt reprezentate numai două tipodimensiuni de reductoare, cu diametrul roții-satelit de 100 mm și de 250 mm. În tabelul 4.2 este redată analiza solicitărilor dinamice în rulmenții arborelui-manivelă – carcasa pentru aceleași tipodimensiuni de reductoare.

Similar cu cazul precedent, conform rezultatelor prezentate în tabelul 4.2 poate fi identificată tendința influenței componentelor dinamice asupra reacțiunilor în reazemele arborelui-manivelă pe carcasa reductorului.

Analiza rezultatelor demonstrează că odată cu creșterea diametrului mediu al angrenajului sporesc substanțial reacțiunile dinamice suplimentare în aceste reazeme. Este de menționat faptul că, odată cu creșterea dimensiunilor diametrale, cresc mai mult componentele dinamice pentru reacțiunile în reazemele arbore-manivelă – carcasa reductorului.

Pentru sprijinele arborele-manivelă – carcasa, variația unghiului θ de la

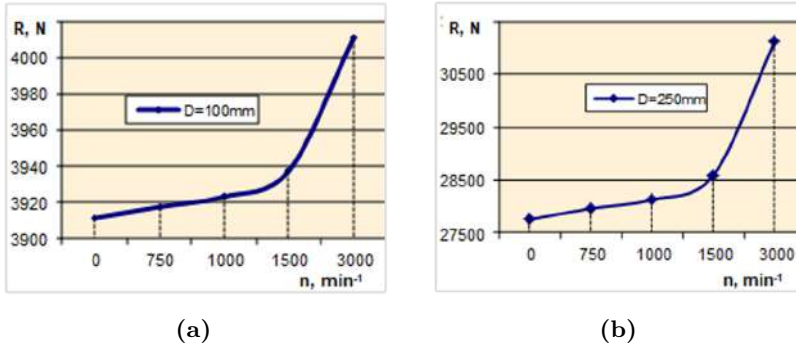


Figura 4.42. Reacțiunile în sprijinele A și B în funcție de turațiile arborelui-manivelă: pentru roata-satelit cu diametrul $D = 100 \text{ mm}$ (a) și 150 mm (b)

Tabelul 4.2. Solicitări dinamice în rulmenții arborelui-manivelă – carcasă pentru aceleași tipodimensiuni de reductoare

Diametrul mediu al angrenajului, mm	R_{static} , N	Componenta dinamică (în procente) pentru diferite turații ale reductorului (min^{-1})			
		750 (min^{-1})	1000 (min^{-1})	1500 (min^{-1})	3000 (min^{-1})
100	3900	0,15	0,27	0,61	2,45
150	9200	0,33	0,59	1,33	5,33
200	19000	0,5	0,89	2,00	8,01
250	27700	0,76	1,35	3,03	12,11
300	38000	1,18	2,10	4,73	18,94
350	50200	1,70	3,03	6,82	27,27
400	64000	2,15	3,83	8,62	34,46
450	79000	3,02	5,38	12,10	48,38
500	109000	3,27	5,81	13,07	52,29

1° la 3° conduce la creșterea componentei dinamice cu circa 15%. Aceasta denotă că nodul satelit – arbore-manivelă, prin construcție, este un element generator de sarcini dinamice, fapt de care trebuie să ținem cont în cadrul proiectării.

4.9.3 Forța normală din contact și distribuția sarcinii între dinții deformabili

Sarcina transmisă de angrenajul unei transmisii generează forțe normale în contactul dinților, distribuite între ei după o anumită legitate. În angrenajul precesional, forța normală atribuită unei perechi de dinți depinde de sarcina transmisă, de multiplicitatea angrenării și de caracterul distribuției sarcinii între dinții deformabili aflați concomitent în angrenare.

Acești trei factori, suplimentați de influența preciziei de execuție și de montaj, de proprietățile elastice ale materialului și de forma geometrică a dinților deformabili, determină starea tensională a contactului din angrenaj.

În angrenajul precesional cu multiplicitate absolută $\varepsilon = 100\%$, teoretic toți dinții roților centrale angrenează cu bolțurile coroanelor roții-satelit, dintre care doar jumătate transmit sarcina (cealaltă jumătate contactează cu flancurile pasive ale dinților).

Din aceste considerente, caracterul distribuirii sarcinii între perechile de dinți concomitent angrenate și mărimea forței normale nominale prezente în calculul de rezistență reprezintă un subiect important al cercetărilor teoretice și experimentale ale angrenajelor precesionale.

Studiul stării tensionale a contactului dintre flancurile dinților deformabili este foarte complex și de durată, astfel încât prin metode teoretice și experimentele tradiționale durează ani la rând (în 25–30 de ani se valorifică un angrenaj principial nou).

Recent, știința calculatoarelor oferă posibilități de simplificare a cercetărilor teoretice și experimentale tradiționale, substituindu-le prin modelări ale geometriei și cinetostaticii contactului deformabil, a proceselor angrenării și distribuirii sarcinii între dinții concomitent angrenați, care conduc la reducerea substanțială a timpului investigațiilor, a consumului de materiale și a costurilor cercetărilor.

De asemenea, cercetarea prin modele computerizate reprezintă o modalitate operativă și exactă de validare a rezultatelor teoretice și experimentale, în unele cazuri substituind complet cercetările experimentale tradiționale.

În transmisia precesională, datorită transmiterii sarcinii de la arborele de intrare către arborele de ieșire printr-un număr mare de perechi de dinți angrenați simultan ($Z_\varepsilon = (Z_4 - 1)/2$), forțele normale din contactul dinților sunt mult mai mici decât în transmisiile clasice cu angrenaj evolventic cu grad redus de acoperire.

Constatările și concluziile referitoare la multiplicitatea angrenării dinților în transmisia precesională ($\varepsilon = 100\%$), făcute anterior prin elaborările teoretice, și cercetările experimentale tradiționale în prezent se verifică prin simulări CAE.

În figura 4.43 sunt prezentate diagramele evoluției contactului unei role (bolț) din coroana satelitului cu un dinte al roții centrale la un ciclu de precesie $0 < \theta < 2\pi$, obținute prin simularea CAE.

Ca parametru de intrare a fost considerată viteza unghiulară a arborelui manivelă, raportată simbolic la timpul unui semiciclu precesional al roții-satelit. Acest fapt ne permite să înregistrăm evoluția contactului dintre dinți în toate fazele de poziționare a rolei roții-satelit în raport cu flancul activ al dintelui roții centrale, deci de la piciorul până la vârful dintelui acesteia. Fiecare dintre diagrame (fig. 4.43) reprezintă contactul unei perechi de dinți

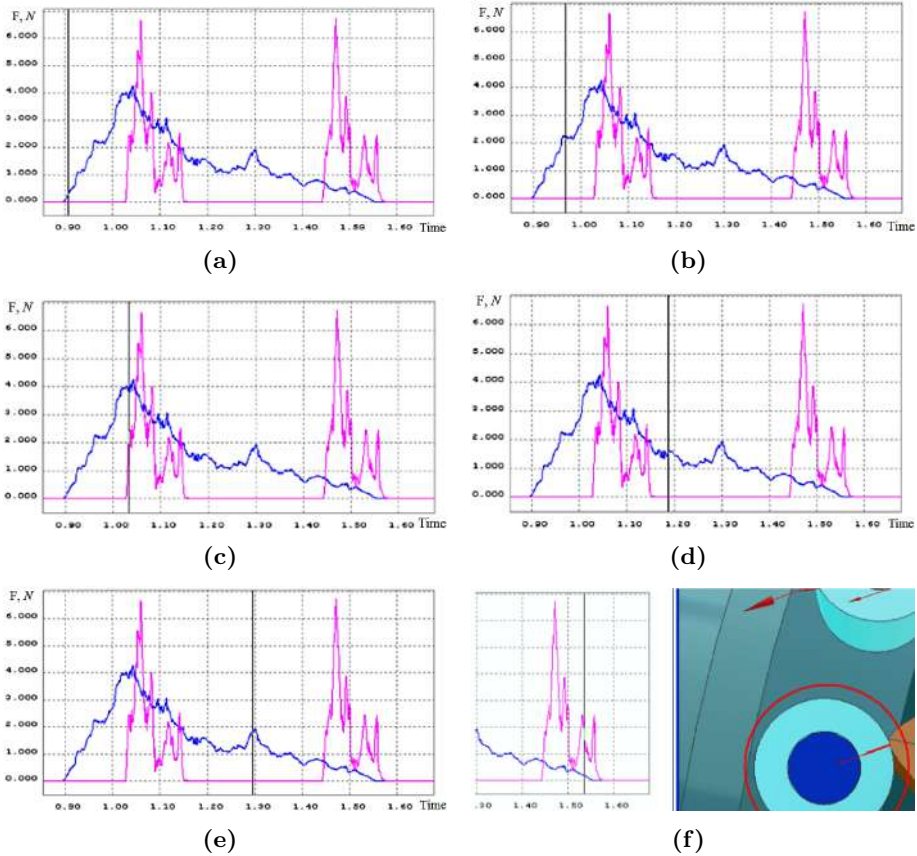


Figura 4.43. Evoluția sarcinii în contactul dinților angrenați la un ciclu de precesie

(imaginea din partea dreaptă a diagramei) într-o anumită fază a semiciclului precesional, identificată prin linia-rastru verticală.

Pe fiecare diagramă, punctul de intersecție a liniei-rastru cu graficul (oscilograma în culoare albastră) reprezintă forța normală din contactul dinților aflați în faza respectivă a semiciclului precesional. Totalitatea punctelor de contact al dinților reprezintă evoluția angrenării acestora, iar totalitatea forțelor normale reprezintă repartizarea sarcinii între perechile de dinți angrenați la un ciclu de precesie.

Din diagrame constatăm că caracterul distribuției sarcinii între dinți este același, indiferent de faza contactului dinților, fapt ce denotă repartizarea sarcinii între $(Z_2 - 1)/2$ perechi de dinți concomitent angrenați (pe flancul activ al dinților roților centrale). Analizând oscilogramele (fig. 4.43) obținute prin simulare CAE, observăm o similitudine apropiată cu rezultatele obținute tradițional pe cale experimentală, prin tensometrie [8, 9].

Pentru calculul de rezistență la presiunea de contact a angrenajului precesional, în general, și a cuplelor cinematice dinte - rolă, în particular. Din cauza repartizării neuniforme a sarcinii între perechile de dinți concomitent angrenate, pentru calculul de dimensionare a angrenajului trebuie identificate forțele normale din cupla dinte-rolă maximal solicitată la transmiterea sarcinii.

Având în vedere cele menționate, prin CAE au fost efectuate simulări, unele rezultate fiind prezentate în figurile 4.44 – 4.45. Simulările au fost realizate la diferite turații și momente de torsiune la arborele-manivelă, inclusiv prin utilizarea unor algoritmi de considerare a factorului dinamic al solicitărilor.

În figura 4.44 sunt prezentate acțiunea forțelor normale în contactul dinte - rolă (a, b), proiecțiile forțelor normale pe axele de coordonate (c, d) și variația momentelor de torsiune care au generat forțele normale în contactul dinților angrenați (e, f).

În figura 4.45 sunt prezentate variația reacțiunii totale în cupla cinematică de rotație ax (bolț) – rolă (a) și a forței normale în contactul dinte - rolă pe perioada unui ciclu de precesie (b).

4.9.4 Factorul dinamicității sarcinii k_{HV} în funcție de parametrii geometrici și cinematici

Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} , coeficientul distribuirii sarcinii între dinții concomitent angrenați k_{HP} și coeficientul distribuirii sarcinii pe lungimea lor $k_{H\beta}$ reprezintă factori importanți în relația de calcul al angrenajului precesional A^B la presiunea de contact.

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2T_A (1 - \nu) k_{HP} k_{HB} k_{HV}}{d_{mp} d_{m4} b_{\omega_4} Z_\varepsilon \cos \alpha_w}} \leq [\sigma_H]. \quad (4.134)$$

Pentru transmisiile clasice, coeficientul dinamicității sarcinii de regulă se calculează prin raportul tensiunilor statice la cele dinamice, care solicită contactul dinților în angrenare. În transmisiile precesionale, roata-satelit cu mișcare sferospațială reprezintă sursa suplimentară de sarcini dinamice care se repartizează între perechile de dinți concomitent angrenate.

Conform figurii 4.46, forța axială F_a^{dyn} se determină din relația:

$$F_a^{dyn} = \frac{M^{dyn}}{\ell_{AB}}. \quad (4.135)$$

unde M^{dyn} este momentul dinamic sumar al forțelor de inerție în angrenajul precesional la diferite faze de precesie, iar ℓ_{AB} – distanța de la punctele diametral opuse de aplicare a forțelor axiale în angrenaj.

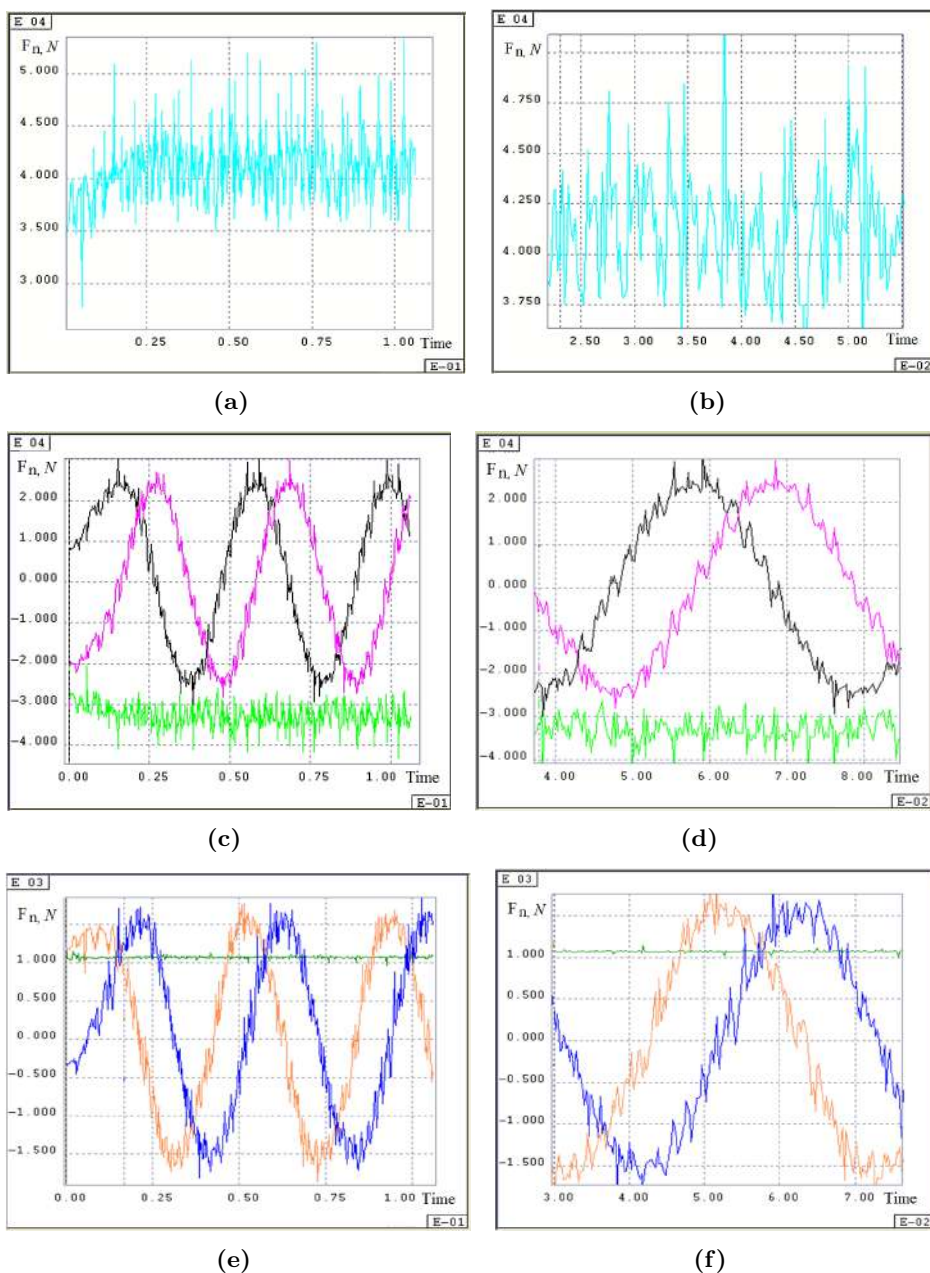


Figura 4.44. Forțele normale în cupla cinematică dinte - rolă (a, b), proiecțiile forțelor normale pe axele de coordonate (c, d) și momentele de torsiune generatoare de forțe normale (e, f)

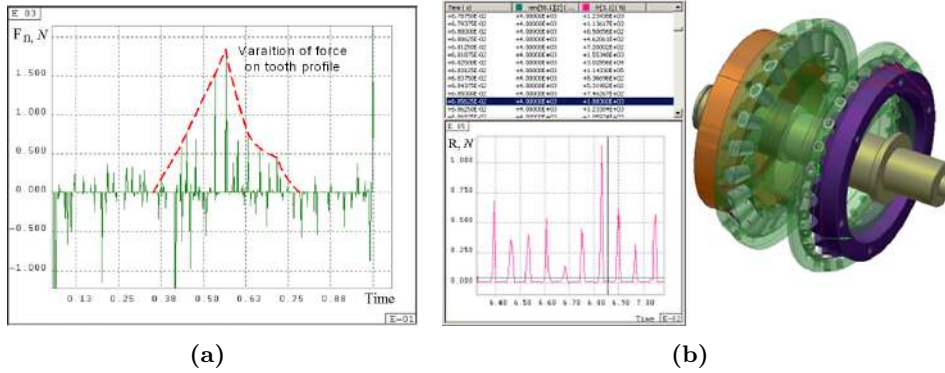


Figura 4.45. Forța normală în contactul dinte – rolă (a), reacțiunea totală în cupla de rotație ax – rolă conică (b)

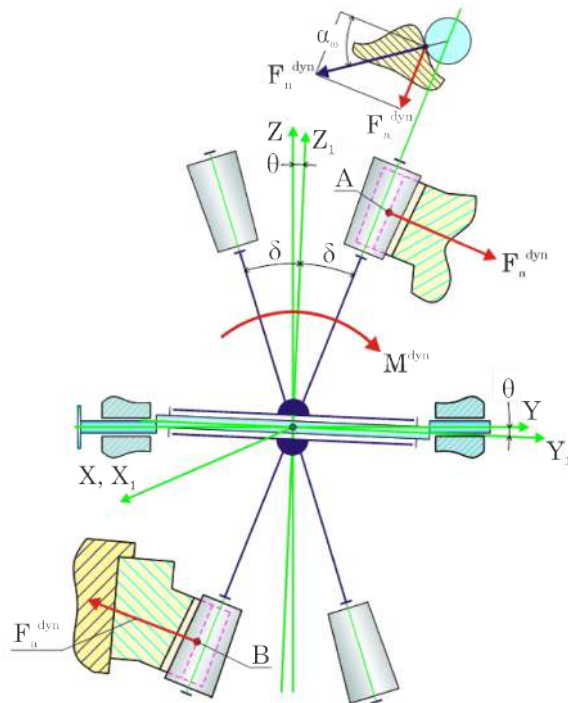


Figura 4.46. Schema de calcul al forțelor axiale dinamice și normale în angrenajul A^B de tip $2K-H$

Conform schemei de calcul din figura 4.46, forța normală care acționează asupra dintelui se determină din relația:

$$F_n^{dyn} = \frac{F_a^{dyn}}{\sin \alpha_w}. \tag{4.136}$$

Utilizând relația de calcul pentru unghiul de angrenare α_w [12], a fost determinată variația forței normale care acționează în angrenajul precesional în funcție de unghiul de poziționare a arborelui-manivelă ψ în cadrul unui semiciclu de precesie (fig. 4.47 (a)). Forța normală maximă dintre dinții conjugați atinge valoarea maximă în punctul de contact al acestora determinat de $\psi = 60^\circ$ (în condiția în care $\psi = 0^\circ$, bolțul conic este conjugat cu piciorul dintelui roții centrale). Pentru determinarea coeficientului de dinamicitate a sarcinii k_{HV} , a fost utilizată următoarea relație:

$$k_{HV} = 1 + \frac{F_n^{dyn}}{F_n^{st}}, \tag{4.137}$$

unde F_n^{dyn} este forța normală dinamică din angrenaj, iar F_n^{st} – forța normală statică din angrenaj.

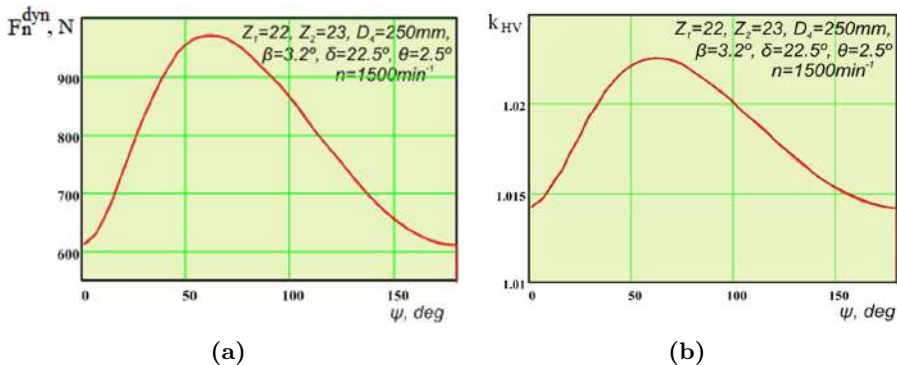


Figura 4.47. Forța dinamică normală pe dinte pe durata unui semiciclu de precesie (a) și variația coeficientului de dinamicitate a sarcinii k_{HV} pe durata unui semiciclu de precesie (b)

Similar cazului forței normale dinamice, a fost efectuată o analiză a influenței coeficientului de dinamicitate a sarcinii pe durata unui semiciclu de precesie (fig. 4.47 (b)). Din cauza varierii unghiului de angrenare, au fost determinate valoarea și gradul de variere a acestui coeficient.

Pentru stabilirea gradului de influență a parametrilor geometrici și cinematici asupra momentului dinamic M^d și coeficientului de dinamicitate a sarcinii k_{HV} , a fost elaborat algoritmul și alcătuit programul de calcul

la calculator în baza pachetelor matematice *MathCAD* și *Motion Inventor*. În baza rezultatelor obținute, au fost construite graficele funcțiilor $M_{\Sigma}^d = f(\omega_1, D)$ (fig. 4.48), $k_{HV} = f(\omega_1, \delta)$ (fig. 4.49 a) și $k_{HV} = f(\omega_1, \theta)$, (fig. 4.49 b). Limitele de variere a parametrului cinematic ω_1 sunt dictate de turațiile motoarelor electrice de putere produse de diferite firme, iar limitele de variere a unghiului de nutație θ – din considerente de optimizare a profilului dinților.

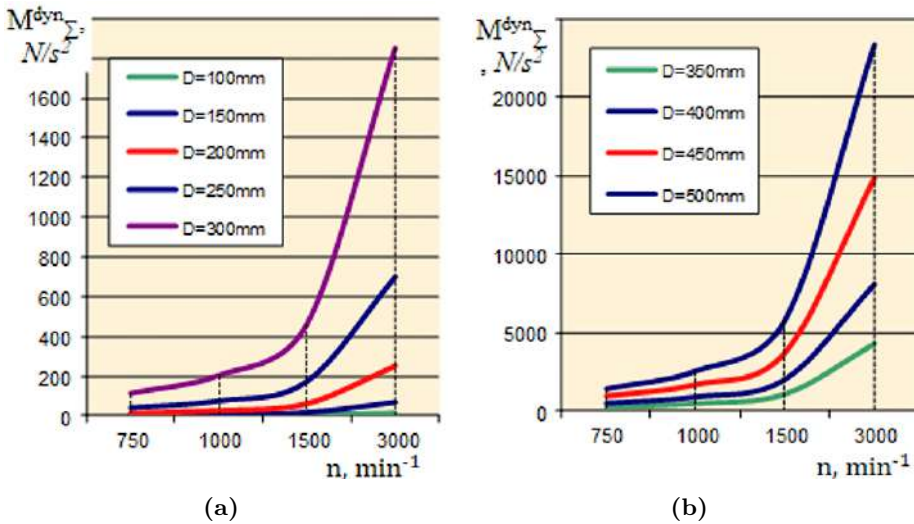


Figura 4.48. Momentul dinamic sumar în funcție de frecvența turațiilor arborelui-manivelă n , min^{-1} .

Graficele prezentate în figura 4.48 au fost construite pentru o gamă de transmisii precesionale $2K-H$ cu parametrii: $i = -106, 3$, $\theta = 2, 5^\circ$, $\delta = 22, 5^\circ$, $D_4 = 100 \dots 500 mm$.

Din analiza acestor grafice se observă că momentul dinamic sumar crește considerabil odată cu creșterea diametrului roții-satelit D_4 și a vitezei unghiulare ω_1 a arborelui-manivelă. Observăm că la mărirea diametrului mediu al roții-satelit de la $100 mm$ până la $300 mm$, momentul dinamic crește de la $0,65 Nm$ până la valoarea de $146 Nm$ la turația arborelui-manivelă de $750 min^{-1}$. Deci, în general, mărirea frecvenței de turație n a arborelui-manivelă conduce la creșterea momentului dinamic. Intensitatea creșterii momentului dinamic depinde esențial de diametrul D_4 al roții-satelit.

Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} depinde în mare măsură de parametrii geometrici principali ai transmisiei planetare precesionale. Influența unghiului axoidei conice δ a fost determinată pe un reductor de putere cu parametrii: $i = -106, 3$, $\theta = 2, 5^\circ$, $D_4 = 250 mm$, care permite transmiterea unui moment de torsiune la ieșire de până la $5300 Nm$. Varierea

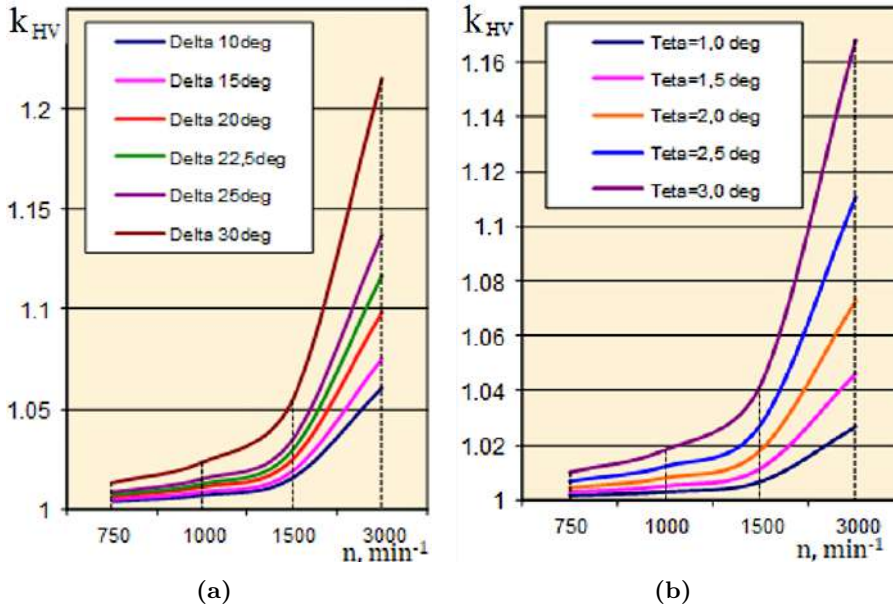


Figura 4.49. Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} în funcție de frecvența turațiilor n pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ (a) și diferite unghiuri de nutație θ (b)

unghiului axoidei conice δ a fost luată în limitele $10^\circ - 30^\circ$. În limitele de variere a unghiului axoidei conice $\delta = 10^\circ - 22,5^\circ$, coeficientul de dinamicitate are o creștere lentă de la 1,01 până la 1,03 la turația arborelui-manivelă de 1500 min^{-1} , iar la 3000 min^{-1} această variere constituie respectiv 1,06–1,12 (fig. 4.49 a). La varierea unghiului axoidei conice $\delta = 22,5^\circ - 30^\circ$, coeficientul de dinamicitate k_{HV} se află în limitele 1,03–1,05 la frecvența turațiilor arborelui-manivelă de 1500 min^{-1} și, respectiv, 1,12–1,21 la 3000 min^{-1} . Din această analiză pot fi trase următoarele concluzii: în etapa de proiectare se recomandă alegerea unghiului axoidei conice în limitele $\delta = 10^\circ - 22,5^\circ$ la turații al arborelui-manivelă de până la 3000 min^{-1} , și $\delta = 10^\circ - 30^\circ$ la turații de până la 1500 min^{-1} .

Stabilirea influenței unghiului de nutație θ asupra coeficientului de dinamicitate a fost efectuată pe un reductor de putere cu parametrii principali $i = -106,3$, $\delta = 22,5^\circ$ și $D_4 = 250 \text{ mm}$, care permite transmiterea unui moment de torsiune la ieșire de până la $T = 5300 \text{ Nm}$. Varierea unghiului de nutație θ a fost efectuată în limitele $\theta = 1^\circ - 3^\circ$. Ca și în cazul precedent, proiectanților li se recomandă să aleagă acest unghi cu valori în limitele $\theta = 1^\circ - 2^\circ$, pentru care coeficientul dinamicității sarcinii variază în limitele $k_{HV} = 1,03 - 1,07$ la frecvențele de turații de până la 3000 min^{-1} (fig. 4.49 b). Unghiul $\theta = 2,5^\circ - 3^\circ$ se recomandă pentru turațiile arborelui-

manivelă de până la 1500 min^{-1} , asigurându-se menținerea coeficientului de dinamicitate în limitele $k_{HV} = 1,03 - 1,05$.

Asupra coeficientului de dinamicitate a sarcinii are o influență majoră diametrul roții-satelit, în special la turații mari ale arborelui conducător (a se vedea figura 4.50). Din analiza graficelor obținute, dacă vom lua ca preferință menținerea coeficientului de dinamicitate ca valoare de până la 1,1, pot fi făcute următoarele recomandări:

- pentru numărul de turații ale arborelui-manivelă de până la 1000 min^{-1} preferențial se pot utiliza reductoare cu diametrul roților-satelit de până la $D = 500 \text{ mm}$.
- pentru numărul de turații de până la 1500 min^{-1} preferențial se pot folosi reductoare cu diametrul roților-satelit de până la $D = 400 \text{ mm}$.
- pentru numărul de turații de până la 3000 min^{-1} preferențial se pot utiliza reductoare cu diametrul roților-satelit $D = 100 \dots 200 \text{ mm}$.

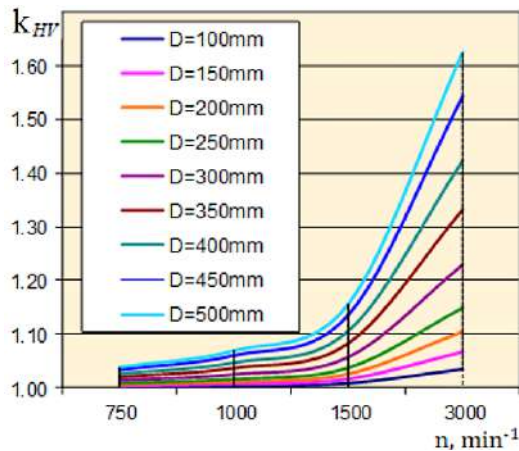


Figura 4.50. Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} în funcție de ω_1 a arborelui-manivelă, pentru diferite diametre D ale satelitului

Graficele din figurile 4.48, 4.49 și 4.50 vin în ajutorul proiectanților transmisiilor precesionale privind alegerea rațională în etapa de proiectare a coeficientului sarcinilor dinamice pentru parametri constructivi-cinematici concreți. De asemenea, având la bază modelele computerizate pentru studiul transmisiilor precesionale, proiectanții au posibilitatea de a determina prin analiza CAE, în etapa de proiectare, momentul dinamic și coeficientul de dinamicitate a sarcinii pentru orice tipodimensiune de reductor.



CERCETAREA EXPERIMENTALĂ A CARACTERISTICILOR FUNCȚIONALE ALE TRANSMISIILOR PRECESIONALE

5.1 Transmisii precesionale prin angrenaj cu bolțuri

5.1.1 Mostre de reductoare experimentale

Cercetările experimentale ale transmisiilor precesionale cu angrenaje A^B și A^D au fost efectuate cu scopul determinării caracteristicilor funcționale care, conform normelor și standardelor de produs, reprezintă nivelul tehnic al reductoarelor.

De asemenea au fost cercetate avantajele transmisiilor precesionale, care ar prezenta interes pentru consumatorii de reductoare precesionale sau de mecanisme de acționare elaborate în baza lor.

În acest scop, au fost cercetate caracteristicile:

- randamentul mecanic;
- multiplicitatea angrenării dinților;
- neuniformitatea distribuirii sarcinii între dinți și pe lungimea lor;
- nivelul de zgomot și de vibrații;
- precizia cinematică;
- rigiditatea torsională;
- momentul și timpul de pornire;
- luftul în angrenare;
- influența nivelului lubrifiantului din baia de ulei asupra randamentului;
- deteriorarea flancurilor dinților prin piting;
- rezistența la ruperea și intensitatea uzurii pieselor componente.

Un alt obiectiv al cercetărilor experimentale a fost stabilirea criteriilor de pierdere a capacității de funcționare și elaborarea relațiilor de calcul al angrenajelor precesionale. Transmisii precesionale de tip $2K-H$ și $K-H-V$ au fost cercetate în laboratorul TM, UTM¹ în regim de funcționare de reductor și de multiplicator [8, 9, 12, 102 – 106, 162] cu angrenaj A^B și angrenările A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^B .

Transmisii precesionale $2K-H$ sunt transmisii cu efect cinematic extins, cu rapoarte de transmitere ale mișcării cuprinse între $i = \pm 10$ și $i = \pm 3600$ într-o singură structură cinematică. În astfel de transmisii mecanice, la rapoarte de transmitere mari, randamentul mecanic este redus. De aceea, în cadrul cercetărilor experimentale s-a pus accentul pe studiul dependenței randamentului mecanic de raportul de transmitere, de coraportul dinților roților angrenate, de nivelul de ulei în baie, de gradul de solicitare etc. Este de menționat că prin cercetări experimentale s-a demonstrat că, datorită specificului mișcării sferospațiale a roții-satelit, pierderile de putere la antrenarea uleiului în baia de ulei “plină” sunt minime, fapt ce crează perspective largi pentru utilizarea transmisiilor planetare precesionale în mecanisme de acționare submersibile.

Nivelul de zgomot și de vibrații ale reductorului sunt parametri importanți, care determină posibilitatea utilizării lui în diverse domenii, cu limitarea poluării fonice a mediului. Este cunoscut faptul că dinamicitatea și caracterul sarcinii, emisia de zgomot și de vibrații în transmisiile mecanice cu angrenare depind în mare măsură de eroarea de execuție și de deformațiile din angrenaj. În acest sens, un alt obiectiv important al încercărilor experimentale a fost determinarea influenței erorilor asupra preciziei cinematice.

Parametrii constructivi și funcționali ai mostrelor experimentale. Pentru efectuarea cercetărilor experimentale, au fost calculate, proiectate și fabricate reductoare precesionale $2K-H$ (fig. 5.1 a-f) și $K-H-V$ (fig. 5.1 g,h), având caracteristicile prezentate în tabelul 5.1.

Reductoarele experimentale au fost completate suplimentar cu seturi de roți dințate cu diferite numere de dinți Z și unghiuri ale axoidei conice δ , cu seturi de role cu diverse diametre d_r cu arbori-manivelă cu diferite unghiuri θ de înclinare a sectorului portsatelit. Pentru determinarea gradului și a direcției influenței parametrilor δ , β , d_r și θ asupra profilului dinților, au fost elaborate instalația și prototipul experimental al reductorului $2K-H$ cu unghi de nutație θ reglabil, în care a fost prevăzută posibilitatea autoprofilării prin deformare plastică a dinților roților executate din aliaje cu plasticitate înaltă. Pentru autoprofilare au fost utilizate role cu diametru diferit și discuri-satelit cu număr diferit de găuri pentru instalarea roților.

¹Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău.

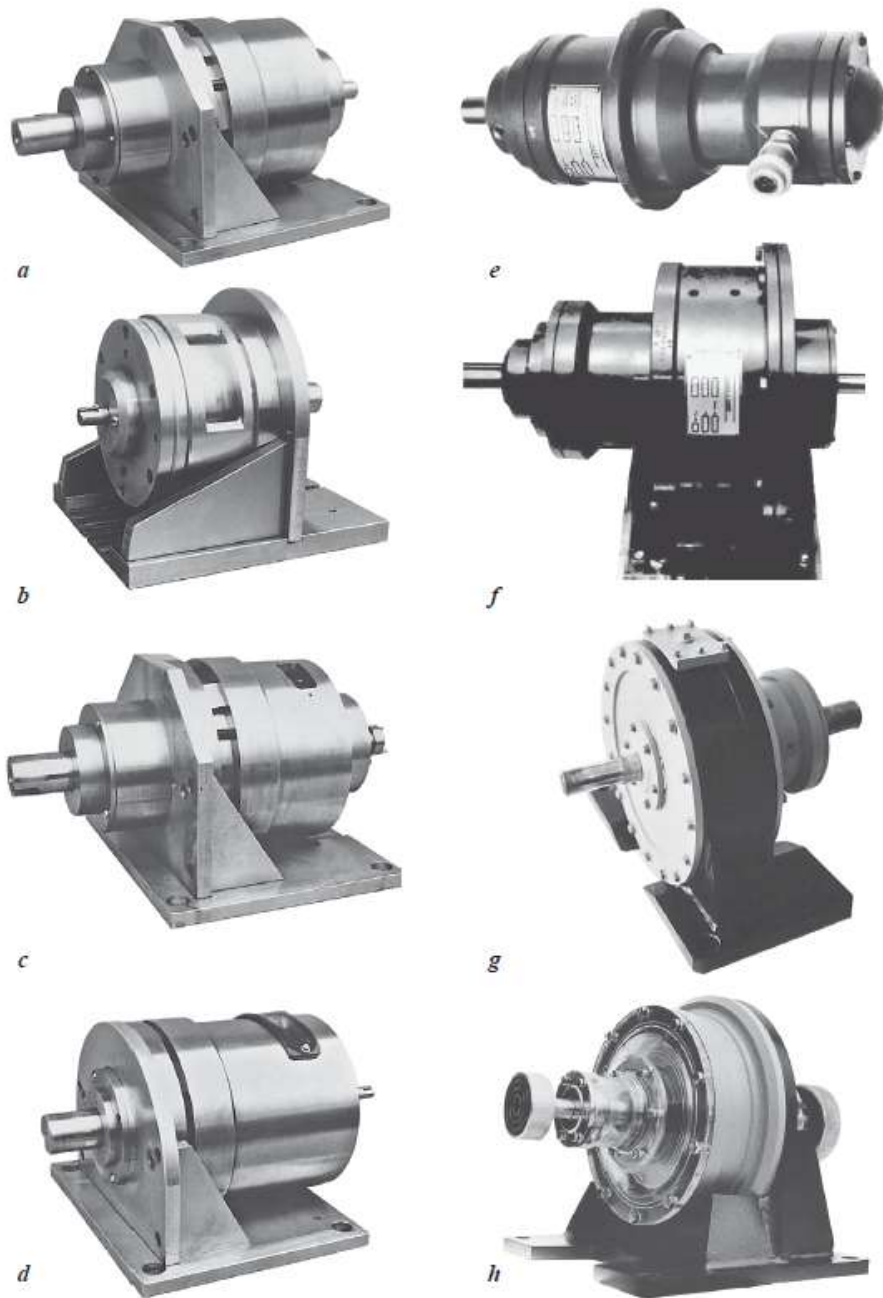


Figura 5.1. Reductoare precesionale experimentale $2K-H$ (a-f) și $K-H-V$ (g, h)

Tabelul 5.1. Parametrii constructivi și caracteristicile funcționale ale reductoarelor experimentale

Tipul transmisiei	i	T_2 , Nm	δ , grad	Numărul dinților				θ	d_r, r , mm
				Z_1	Z_2	Z_3	Z_4		
K-H-V	20	650	0	20	21	-	-	2°56'	20
K-H-V	30	850	0	30	31	-	-	2°23'	18
K-H-V	40	1000	0	40	41	-	-	2°16'	16
K-H-V	27	850	15	27	28	-	-	2°24'	14
K-H-V mult.	15	1626	0	16	15	16	-	2°30'	35
2K-H	13,5	200	7°30'	27	28	28	29	2°30'	8
2K-H	78,8	275	15°	29	30	22	21	2°30'	8/10
2K-H	144	275	7°30'	29	30	25	24	2°30'	8/10
2K-H	144	1850	10°30'	29	30	25	24	2°30'	20
2K-H	323	110	22°30'	18	19	18	17	2°30'	12
2K-H	324	300	7°30'	26	27	25	24	2°30'	8/10
2K-H	624	15	25°	25	26	25	24	2°30'	5,4
2K-H	728	110	22°30'	27	28	27	26	2°30'	11
2K-H	840	15	25°	29	30	29	28	2°30'	5,4
2K-H*	2115	10	6°	46	47	46	45	1,4°	r = 1,7
2K-H**	299	95	22°30'	25	26	24	23	2°30'	r = 4,0
2K-H*	72,3	1,6	22°30'	30	31	22	21	2°30'	r = 2,1
2K-H*	144	2,2	22°30'	29	30	25	24	2°30'	r = 1,9
2K-H	∞	1750	7°30'	29	30	30	29	2°30'	10

*Cu angrenaj dințat A^D

**Cu angrenaje în variantele A^B și A^D

5.1.2 Multiplicitatea angrenării și factorul distribuirii sarcinii între dinți k_{HP} . Metodologia cercetării și standurile

Multiplicitatea angrenării și caracterul distribuirii sarcinii între dinții simultan angrenați, inclusiv pe lungimea lor determină capacitatea portantă a angrenajului și influențează asupra majorității caracteristicilor funcționale ale transmisiilor precesionale. Analiza teoretică a multiplicității angrenării dinților în angrenările A_{CX-CV}^B și A_{CX-CV}^D în funcție de geometria angrenajelor precesionale A^B și A^D este prezentată în capitolul 3. Experimental și prin simulări CAE a fost stabilit că distribuția sarcinii între dinții simultan angrenați și pe lungimea lor depinde de geometria angrenajului, de construcția nodului de precesie și a roților dințate, de sarcina transmisă și de precizia fabricării roților conjugate. Factorii de influență asupra distribuirii sarcinii, determinați teoretic și prin simulări computerizate, sunt verificați experimental pe mostre reale de reductoare.

5.1.2.1 Metodologia cercetărilor

Pentru argumentarea intervalelor de variere rațională a parametrilor constructiv-cinematici ai TPP, a factorilor de influență asupra neuniformității repartizării sarcinii între dinți și implicit asupra lungimii sumare a liniei de contact a dinților care transmit sarcina, au fost efectuate cercetări experimentale complexe. Multiplicitatea angrenării dinților, definită prin numărul dinților aflați simultan în angrenare și solicitați cu sarcină, a fost determinată prin metoda clasică de tensometrie prin intermediul unei perechi de tensori lipiți pe dintele de control cu forma geometrică adaptată la înregistrarea deformației în funcție de forțele de deformare.

Așadar, numărul dinților aflați simultan în angrenare se determină prin analiza deformării dintelui roții centrale angrenat în timpul unui ciclu de precesie cu dintele roții-satelit (o rotație a arborelui-manivelă). Durata deformării dintelui de control în timpul unei rotații a arborelui-manivelă exprimă numărul perechilor de dinți aflați simultan sub sarcină:

$$Z_\varepsilon = \frac{\ell_\varepsilon Z_b}{\ell_o}, \quad (5.1)$$

unde Z_b este numărul de dinți ai roții centrale, ℓ_o este sectorul corespunzător unei rotații a arborelui conducător, iar ℓ_ε – sectorul angrenării dintelui testat.

Prin metodologia descrisă mai sus, înregistrând deformația unui dinte pe durata unui ciclu de precesie, de facto înregistrăm numărul perechilor de dinți concomitent angrenați, aflați sub sarcină. La un ciclu de precesie, jumătate de dinți se conjugă pe profilul activ și transmit sarcina utilă, iar cealaltă jumătate a dinților se conjugă cu profilul pasiv al dintelui și nu participă la transmiterea sarcinii, dar influențează considerabil precizia cinematică a transmisiei. Luând în considerare faptul, că la un ciclu de precesie incontinuu o singură pereche de dinți angrenați nu formează unghi de presiune α_ω , atunci numărul perechilor de dinți aflate sub sarcină va fi

$$Z_\varepsilon = \frac{Z_b - 1}{2}. \quad (5.2)$$

Caracterul distribuirii sarcinii între dinți se determină prin analiza mărimii deformării dintelui de control al roții centrale, aflat în diferite faze de angrenare în cadrul unui ciclu precesional al roții-satelit.

S-a determinat experimental că dintele de control participă în angrenare pe durata unei rotații a arborelui-manivelă pe porțiunea sectorului ℓ_o al oscilogramii prezentate în figura 5.2. În urma încercărilor efectuate, a fost determinată dependența numărului de dinți care transmit simultan sarcina și a multiplicității angrenării Z_ε de momentul de torsiune transmis.

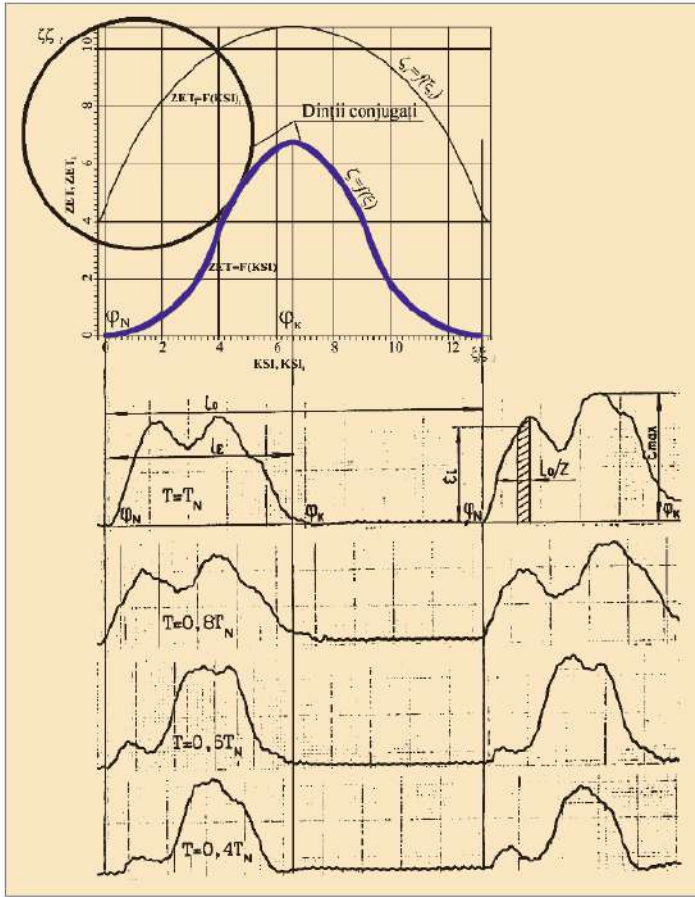


Figura 5.2. Oscillogramele dependenței numărului de dinți ce transmit simultan sarcina și a multiplicității angrenajului Z_ϵ de momentul de torsiune transmis

Legătura dintre deformația dintelui controlat și forța ce acționează asupra lui o determinăm prin înregistrarea continuă a deformării dintelui la încărcarea transmisiei cu diferite momente de torsiune. Încercările au demonstrat că suprafețele oscilogramelor sunt proporționale momentului de torsiune transmis. Înlocuind momentul cu forța tangențială, obținem dependența suprafeței oscilogramei A de forța tangențială F_t :

$$A = A_o + \frac{F_t}{k_p} \tag{5.3}$$

unde A_o este suprafața oscilogramei la momentul mersului în gol ($T = 0$).

Scara forței care acționează pe dintele de control este:

$$k_p = \frac{F_t}{A - A_o} = \frac{2T_n 10^3}{d_m (A - A_o) \eta}, \tag{5.4}$$

unde T_n este momentul de încărcare și η este randamentul mecanic care ține cont de pierderile de la arborele condus până la roata cu dințele de controlat.

Pentru determinarea forței aplicate asupra dintelui testat, este necesar de a înmulți suprafața oscilogramei ce corespunde unui pas circular cu scara forței k_p . Conform oscilogramei, pasul este egal cu ℓ_o/Z_b , iar forța care acționează pe dinte într-o anumită fază a angrenării se determină cu relația:

$$F_t = \frac{\varepsilon_i k_p \ell_o}{Z_b} = \frac{2\varepsilon_i T_n \ell_o}{(A - A_o) Z_b d_m \eta}, \quad (5.5)$$

unde ε_i reprezintă indicațiile tensorului în anumite faze ale angrenării, k_p este scara forței, iar Z_b – numărul dinților roții testate.

Considerând ε_i a dintelui de control al roții centrale la diferite faze de angrenare, putem determina sarcina pe orice dinte aflat în limitele arcului de angrenare. În cadrul experimentului, pentru fiecare valoare a momentului de torsionare au fost analizate câteva oscilograme corespunzătoare diferitor faze de angrenare a dintelui roții centrale cu dinții roții-satelit. De regulă, au fost analizate câte 4–6 oscilograme înregistrate la 1/4–1/6 rotații ale arborelui condus.

În calculul angrenajului precesional multipar la presiunea de contact, trebuie de ținut cont de factorul neuniformității distribuirii sarcinii între dinții concomitent angrenați k_{Hp} , care se determină cu relația:

$$k_{Hp} = \frac{F_{tmax}}{F_{tmed}}, \quad (5.6)$$

unde F_{tmax} este sarcina maximă pe dinte în zona angrenării și F_{tmed} este sarcina medie în zona angrenării, definită prin:

$$F_{tmed} = \frac{2T}{d_m Z_\varepsilon}, \quad (5.7)$$

unde Z_ε este numărul dinților (concomitent angrenați) care transmit sarcina.

Din relațiile (5.5) și (5.7) rezultă că:

$$k_{Hp} = \frac{F_{tmax}}{F_{tmed}} = \frac{\varepsilon_{max} \ell_o Z_\varepsilon}{(A - A_o) \eta Z_b}, \quad (5.8)$$

unde ε_{max} este deformarea maximă a dintelui testat.

5.1.2.2 Standuri și roți-dinamometre pentru studii de multiplicității angrenării și al distribuirii sarcinii

Caracterul distribuirii sarcinii între dinții simultan conjugați a fost studiat pe standurile din laboratorul TM, UTM, prezentate în figura 5.3 [8, 9],

compuse din electromotorul 1, reductorul precesional $2K-H$ cercetat 2 și frâna electromagnetică 3, unite prin cuplaje. Cercetările s-au efectuat pe reductoare cu diferite rapoarte de transmitere, fapt ce a permis determinarea influenței specificului constructiv al nodului precesional deformabil, inclusiv a forțelor din angrenaj asupra numărului perechilor de dinți simultan angrenate și asupra caracterului distribuției sarcinii între acestea.

Tensorii au fost lipiți pe un dinte de control al roții-dinamometru confecționate din oțel 65 G cu suprafața de flanc activă finisată prin rectificare. Dintele controlat a fost separat de coroană cu canale de formă diferită (fig. 5.4 a, b). Înregistrările cele mai stabile au fost obținute la tensorii dintelui de control executați în formă de bară încastrată (fig. 5.4 c), care asigură o deformare stabilă a tensorului la orice fază de angrenare. Turațiile electromotorului 1 și momentul de frânare a frânei electromagnetice 3 au fost reglate cu ajutorul blocului de comandă (fig. 5.5).

Semnalul electric de la tensor a fost amplificat cu ajutorul amplificatorului *TOPAZ* și înregistrat cu un oscilograf galvanometric *H338 4* pe hârtie fotosensibilă.

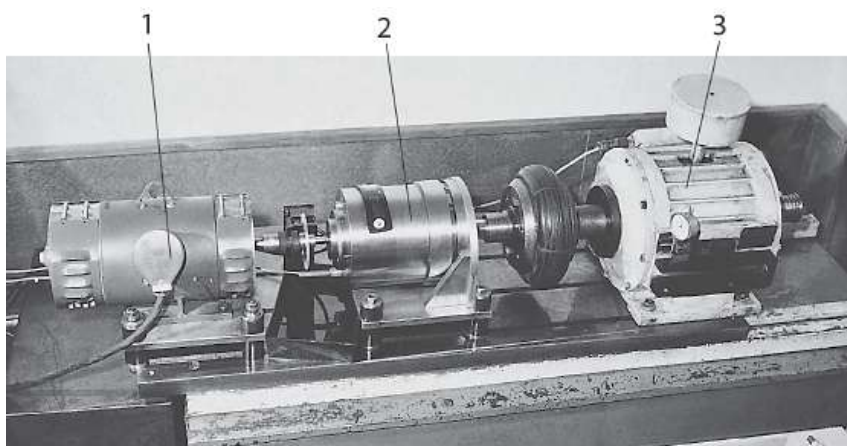
Puntea tensometrică a fost alimentată cu energie de la sursa de alimentare 5 modelul *AGAT*.

5.1.2.3 Determinarea multiplicității angrenajului și a distribuției sarcinii între dinții simultan angrenați

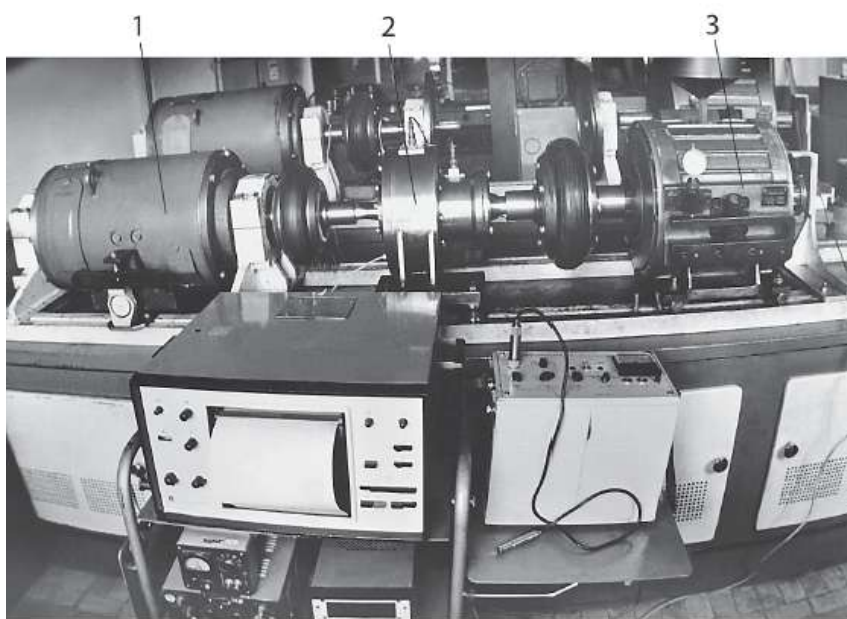
Oscilogramele deformării dintelui de control în reductorul cu raportul de transmisie $i = -78,8$ la diferite momente de torsiune (fig. 5.6 a) se reprezintă prin durata aflării dintelui de control în angrenare la o rotație a arborelui conducător (fig. 5.7 a).

Analiza oscilogramei arată că dintele de control participă în angrenare pe sectorul care începe cu punctul φ_H și se sfârșește cu punctul φ_K (fig. 5.7 a). Sectorul l_o corespunde unei rotații a arborelui-manivelă. Dintele de control în sectorul $\varphi_K - \varphi_H$ nu participă în angrenare. Numărul perechilor de dinți care participă simultan la transmiterea momentului de torsiune se caracterizează prin durata deformării dintelui de control în sectorul $\varphi_H - \varphi_K$ la o rotație a arborelui-manivelă și se determină după formula (5.1). S-a stabilit experimental că numărul dinților aflați simultan în angrenare Z_ε depinde de valoarea momentului de torsiune transmis.

Dependența multiplicității angrenajului de momentul de torsiune este prezentată în figura 5.6 (a), conform căreia multiplicitatea angrenajului se mărește până la o valoare anumită a momentului transmis, apoi se micșorează. Varierea multiplicității angrenării dinților este influențată de factori inevitabili cum sunt erorile de execuție a profilurilor flancurilor



(a)



(b)

Figura 5.3. Standurile experimentale pentru determinarea multiplicității angrenării și neuniformității distribuției sarcinii între dinți și pe lungimea lor: reductor $2K-H$ ($i = -13, 5$): 1 – electromotor $2PH100$, 2 – reductor $2K-H$, 3 – frână electromagnetică cu pulbere metalică $PT-40M$ (a) și reductor $K-H-V$ ($i = -30$): 1 – electromotor $D21-Y2$, 2 – reductor $K-H-V$, 3 – frână electromagnetică cu pulbere metalică $PT-100M$ (b)

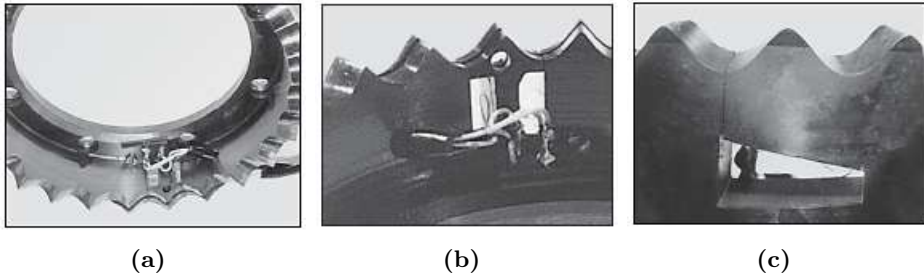


Figura 5.4. Roți-dinamometre cu dinți de control în formă de paralelogram (a), consola axială (b) și tangențială cu tensotraductoare lipite pe piciorul dintelui (c)

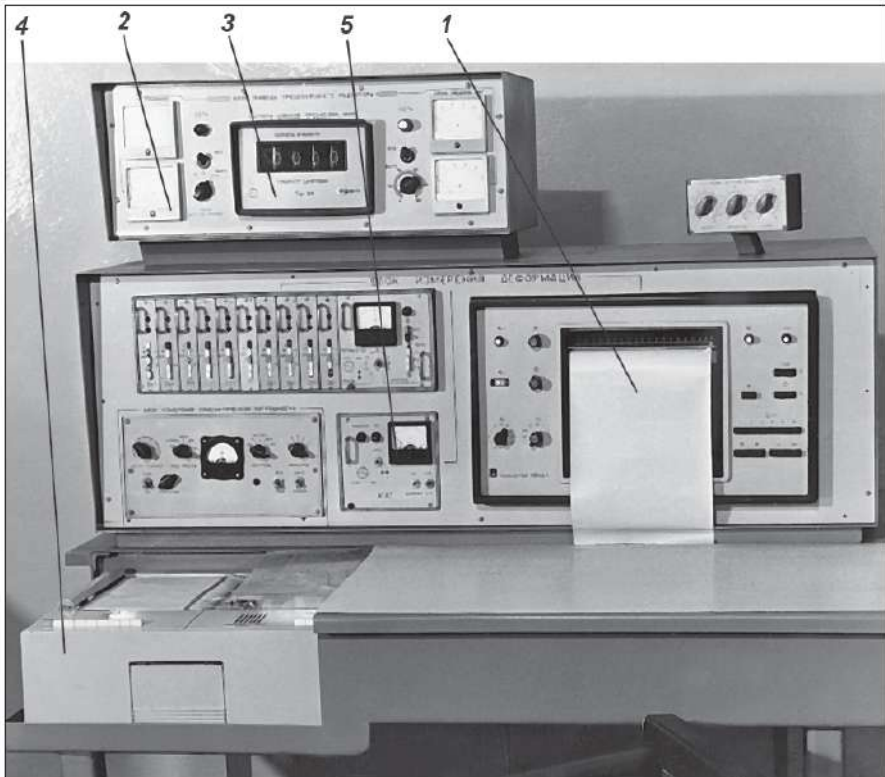


Figura 5.5. Blocul de comandă și înregistrări: 1 – oscilograf cu fascicul de lumină H043, 2 – amplificator TOPAZ-3-01, 3 – sursă de alimentare AGAT, 4 – aparat cu autoînregistrare H338-4, 5 – înregistrator de turații TИ-3M

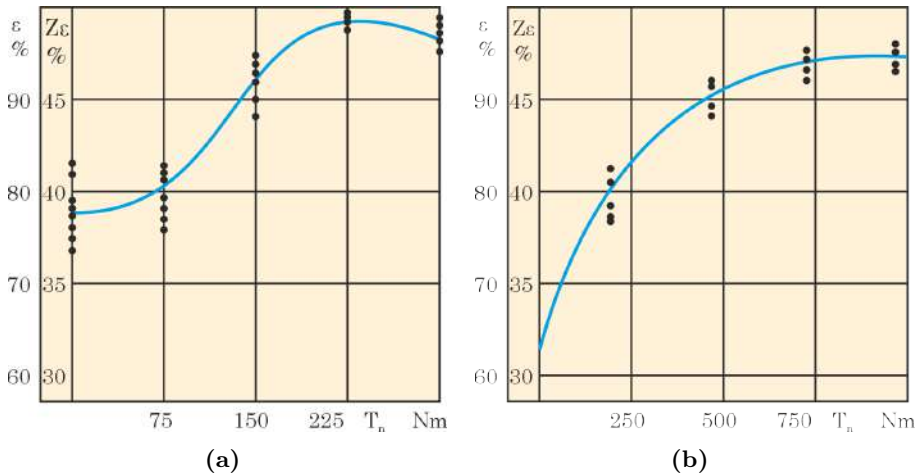


Figura 5.6. Numărul perechilor de dinți simultan angrenate în funcție de momentul de torsiune: reductor $2K-H$ cu parametrii angrenajului: $Z_1 = 27$, $Z_2 = 28$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 29$, $R = 75$ mm, $R_1 = 4$ mm, $\delta = 7^\circ 30'$, $\theta = 2^\circ 30'$ (a), reductor $K-H-V$ cu parametrii angrenajului: $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $R = 108$ mm, $R_1 = 9$ mm, $\delta = 0^\circ$, $\theta = 2^\circ 23'$ (b)

dinților, erorile de montaj și deformațiile elementelor angrenajului și ale pieselor, care participă la transmiterea sarcinii.

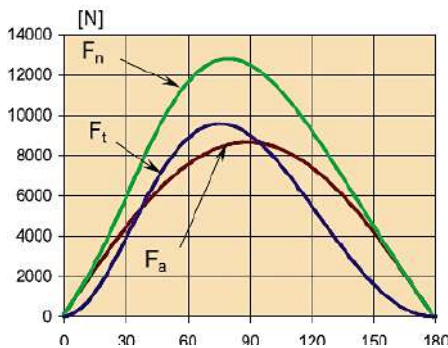
După mărirea deformării dintelui de control se determină distribuția sarcinii între dinții simultan angrenați. S-a determinat experimental că suprafața A sub curba de deformare a dintelui de control este proporțională cu momentul de torsiune (fig. 5.2). Suprafața A se determină din relația (5.3), iar factorul neuniformității distribuției sarcinii k_{HP} – din relația (5.4). Sarcina medie pe dinții de control s-a determinat din relația (5.7), iar factorul neuniformității distribuției sarcinii între dinții simultan angrenați – din relația (5.8).

Utilizând rezultatele încercărilor experimentale obținute pentru angrenaje cu parametri diferiți, prin relația (5.8) a fost determinat intervalul valorilor factorului neuniformității distribuției sarcinii între dinți $k_{HP} = 1,45 - 1,93$ pentru transmisiile tip $2K-H$ și $k_{HP} = 1,3 - 1,93$ pentru transmisiile $K-H-V$. Certitudinea rezultatelor obținute este argumentată prin coincidența caracterului distribuției sarcinii între dinții simultan angrenați obținute experimental cu distribuția calculată prin metoda analitică (fig. 5.7 b) [8] și CAE (fig. 5.7 c) [12]. Caracterul de variație a distribuției sarcinii între dinți și valorile obținute prin cele trei metode sunt foarte apropiate.

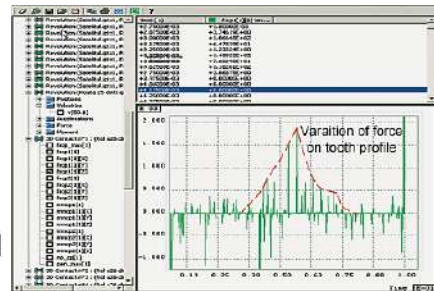
Pentru uniformizarea repartizării sarcinii pe lungimea dinților și asigurarea plasării petei de contact în limitele lungimii dinților, a fost propusă



(a)



(b)



(c)

Figura 5.7. Distribuția sarcinii între perechile de dinți simultan angrenate: experimental prin tensometrie (a), analitic (b) și prin metode CAE (c)

modificarea longitudinală a dinților prin comunicarea flancurilor dinților roților centrale a unor suprafețe în formă de butoi [8, 9]. În subcapitolul 8.2 este prezentată descrierea analitică a formei suprafețelor flancurilor dinților cu modificare longitudinală și a profilului conturului generator al sculei în formă de hiperboloid. De asemenea, e prezentat procedeul de generare prin rostogolire a dinților modificați longitudinal cu scula precesională și descrierea utilajului de profilare a sculei-hiperboloid.

Remarca 5.1. Neuniformitatea distribuției sarcinii pe lungimea dinților, exprimată prin coeficientul $k_{H\beta}$, a fost determinată utilizând traductoare – folii înțeleate pe lungimea dinților, ce reacționează la repartizarea sarcinii prin dezvoltarea unor procese cinetice dezvoltate pe suprafața lor. Metodologia, tehnicile și utilajul de înregistrare a neuniformității distribuției sarcinii pe lungimea dinților în angrenajul precesional sunt descrise în [8, 9]. Varierea coeficientului $k_{H\beta}$ în angrenajele 2K–H a fost validată și prin cercetări CAE, rezultatele cărora în comparație cu testările experimentale nu depășesc limitele erorilor încercărilor.

5.1.3 Randamentul mecanic. Metodologia cercetării și standurile

5.1.3.1 Metodologia încercărilor și standurile

Randamentul mecanic a fost studiat pentru diferite turații și momente de torsiune cu uleiuri *TAD-17*, *I-40* și *AMG-10*. La fiecare treaptă de încărcare, după instalarea regimului termic, măsurarea momentului de torsiune se realiza de trei ori. Regimul termic al reductorului era monitorizat prin înregistrări continue. La momentul nominal T_n , durata încercărilor era egală cu durata ciclului de lucru $t_c = 10-12$ ore. Indicațiile dinamometrelor se înregistrau peste fiecare 30 de minute. Încercările la aceleași regimuri se repetau nu mai puțin de două ori.

Valorile randamentului la diferite turații au fost apreciate prin metodele matematicii statistice. Prin teste specializate de determinare a valorilor medii au fost calculate eroarea medie $\Delta x = \pm 3\sigma$ și eroarea probabilă statistică maximă:

$$\frac{\Delta x}{x} = \pm \frac{3\sigma}{\bar{x}}. \quad (5.9)$$

Conform calculelor, eroarea probabilă statistică maximă nu depășește 4%. În conformitate cu rezultatele calculelor statistice, ipoteza H_0 se confirmă, adică valorile medii ale randamentului mecanic la diferite turații nu diferă. Diferența obținută la încercări pentru reductoarele *K-H-V* se află în limitele erorilor încercărilor.

5.1.3.2 Standuri de încercări universale

Încercările au fost efectuate în laboratorul TM, UTM pe standurile realizate în baza schemei din figura 5.8 și prezentate în figura 5.9. La elaborarea construcției standurilor s-a ținut cont de asigurarea următoarelor condiții: universalitatea experimentului – posibilitatea de a încerca reductoare de diferite tipodimensiuni fără reglare suplimentară esențială; posibilitatea reglării și demontării după încercări cu cheltuieli minime; fiabilitatea în exploatare; simplitatea deservirii; flexibilitatea regimurilor de putere și cinematice ale standului – posibilitatea încercării reductoarelor în regimuri apropiate de cele de exploatare, reglarea continuă a sarcinii de la minimum la maximum în timpul funcționării și realizarea momentului de frânare maxim într-un diapazon larg al turațiilor rotorului frânei; dirijarea de la distanță a regimului de încărcare conform ciclogramei expuse în caietul de sarcini.

Ținând cont de cele menționate, au fost proiectate și fabricate standuri după schema desfășurată, dotate cu electromotoare cu reglarea continuă a turațiilor și frâne electromagnetice care permit dirijarea regimului de

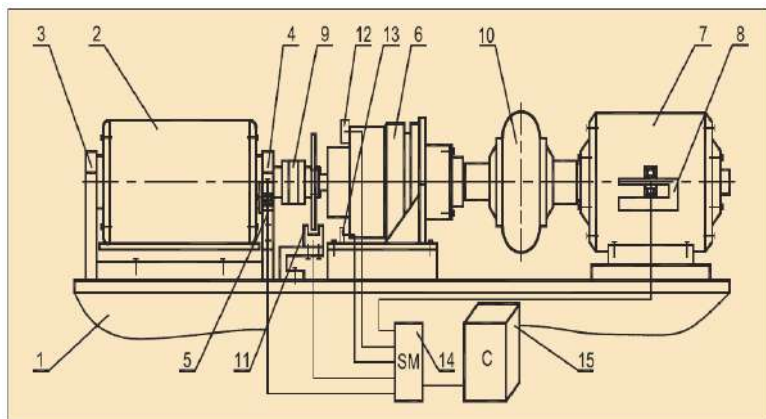


Figura 5.8. Schema standului de încercări universale

încărcare de la distanță conform unui program stabilit. Standurile pot fi asamblate după schemele: *electromotor – reductor – frână sau electromotor – reductor – multiplicator – frână*. De exemplu, standul de încercări ale transmisiilor mecanice (fig. 5.9 a) include motorul electric de curent continuu 1, frâna electromagnetică 2 cu pulberi *PT40*, reductorul planetar precesional 3, sistemul *LabVIEW* de înregistrare computerizată a datelor experimentale 4, traductoare de moment, turație, accesorii.

Standurile includ servomotoare de tip *SIEMENS 1FT6-105*, traductoare de moment, de viteză și de accelerație tip *TW20N*, amplasate pe arborii de intrare/ieșire din reductor, sisteme de măsurări bazate pe programele unităților respective cuplate cu sistemul de măsurare *LabVIEW*. Servomotoarele și traductoarele performante utilizate în standuri au permis modelarea diferitelor regimuri de încărcare și măsurarea cu precizie înaltă a vitezelor unghiulare, a momentelor de torsiune la intrarea și la ieșirea din reductor, precum și prelucrarea datelor măsurate în sistemul de operare *LabVIEW*.

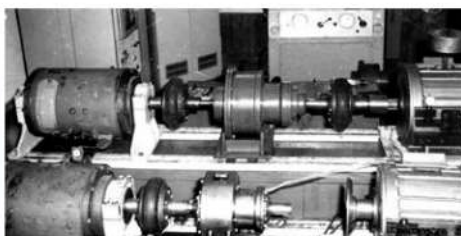
Carcasa electromotorului 1 (fig. 5.9 a) se instalează în rulmenți oscilanți pe două reazeme laterale. Momentul reactiv de la statorul electromotorului 1 se măsoară cu dinamometrul etalon tip *DOSM*, iar momentul la frâna 2 – cu dinamometrul fixat pe carcasa acesteia. Electromotorul 1, reductorul 3 și frâna 2 sunt unite prin cuplaje compensatoare ale erorilor de montaj. Turația electromotoarelor se înregistrează cu tahometrul numeric tip *TII-3M*. Pentru aceasta, pe arborele conducător al reductorului precesional este fixat un disc cu 60 de crestături, la rotirea căruia se întrerupe fasciculul de lumină spre o fotodiodă *FD-3A*. Semnalul de la fotodiodă se înregistrează cu tahometrul numeric. Regimul de sarcină al frânei se dirijează cu un bloc de comandă, elaborat special, conform ciclogramei cunoscute de variere a sarcinii. Pe standurile din fig. 5.9 (b, c, d), în afară de randament, au fost



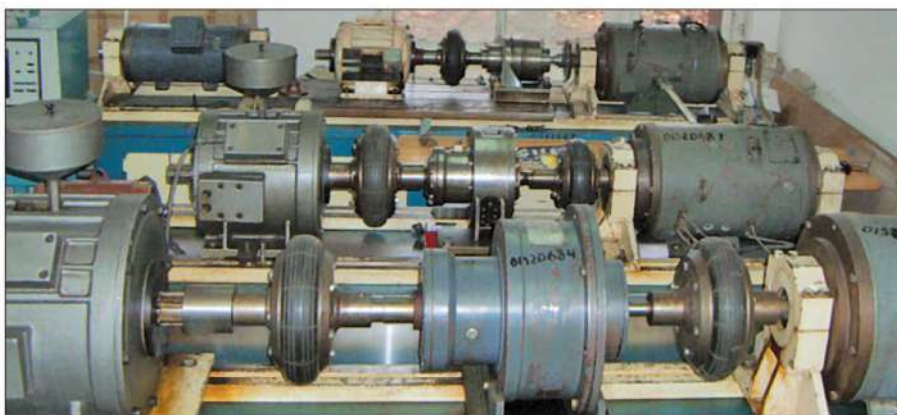
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.9. Standuri pentru testarea reductoarelor cu puterea până la 8 kW și momentul de torsiune până la 5000 Nm

cercetate de asemenea regimul termic, rezistența și durata de funcționare a pieselor reductoarelor.

Randamentul reductorului se determină cu relația:

$$\eta = \frac{T_2}{T_1 \cdot i}, \quad (5.10)$$

unde T_2 și T_1 sunt momentele de torsiune la frâna de încărcare și la electromotor, respectiv, iar i – raportul de transmitere.

Eroarea măsurării momentului la arborele conducător depinde de momentul de frecare T_f în rulmenții reazemelor electromotorului:

$$T_f = \left(G_m - \frac{T_1}{\ell_m} \right) f_r \frac{d_r}{2}, \quad (5.11)$$

unde G_m este masa electromotorului, ℓ_m – brațul de acțiune a sarcinii, f_r – coeficientul de frecare redus în rulmenții reazemelor și d_r este diametrul interior al rulmentului.

Pragul de sensibilitate al dinamometrului electromotorului determinat prin încercări este egal cu $0,025 Nm$ ($0,05 N$ pe brațul de $1 m$). Conform cerințelor, pragul de sensibilitate nu trebuie să depășească $0,5$ din valoarea diviziunii cadranelor indicatorului, adică $0,1 N$. Acceptăm eroarea măsurării momentului la electromotor $\Delta T_1 = \pm 0,05 Nm$. Astfel, eroarea maximă relativă a măsurării va fi:

$$\delta T_1 = \frac{\Delta T_1}{T_{1max}} 100\% = \pm \frac{0,05}{40,9} 100\% = 0,12\%. \quad (5.12)$$

Momentul pe arborele frânei se măsoară cu dispozitivul frânei. Eroarea măsurării, determinată experimental, constituie $\pm 40 N$, care pe brațul $\ell_t = 0,25 m$ creează eroarea absolută $\Delta T_2 = \pm 10 Nm$. Pentru $T_{2max} = 1000 Nm$, eroarea relativă maximă este de $\delta T_2 = 1\%$. Eroarea relativă limită la determinarea randamentului va fi:

$$\delta_\eta = \pm (|\delta T_2| + |\delta T_1|) = \pm (1 + 0,12)\% = \pm 1,12\%.$$

Conform calculelor efectuate, toate standurile pentru încercări asigură determinarea randamentului cu eroarea relativă limită $\delta_\eta = \pm 1,47\%$, care este una acceptabilă. După cum a fost menționat, transmisiile precesionale, datorită specificului mișcării sferospațiale a roții-satelit, pot fi utilizate cu succes în tehnica submersibilă. În acest context, studiul pierderilor hidraulice în reductoarele precesionale umplute în plin volum cu lubrifianț (compensator de presiuni) prezintă un interes deosebit.

În acest sens a fost propusă metoda studiului pierderilor hidraulice în transmisii precesionale cu raport de transmitere infinit. Această posibilitate

se asigură prin faptul că în reductorul cu $i = \infty$, la funcționarea fără sarcină, puterea electromotorului se consumă numai la amestecul uleiului. În cazul transmiterii sarcinii, puterea se va consuma pentru învingerea forțelor de frecare în cuplele cinematice și la amestecarea uleiului. Prin această metodă pot fi realizate încercări de lungă durată ale angrenajelor și rulmenților la rezistență și durabilitate, deoarece arborele condus poate fi încărcat cu un moment constant printr-un braț cu greutate.

Raportul de transmitere infinit poate fi obținut în reductoarele $2K-H$ cu un număr de dinți ai roților centrale $Z_1 = Z_4$ și ai roții-satelit $Z_2 = Z_3$. În acest caz vom obține:

$$i = -\frac{30 \cdot 29}{29 \cdot 30 - 30 \cdot 29} = \infty. \quad (5.13)$$

5.1.3.3 Rezultatele încercărilor

Testările au fost efectuate pe reductoare $2K-H$ cu rapoarte de transmitere: $i = -13,5$, $i = +14,5$ (fig. 5.1 b); $i = -78$, $i = +79$ (fig. 5.1 d); $i = -144$ (fig. 5.1 a) și pe reductoare $K-H-V$ cu $i = -20, -30, -40$ (fig. 5.1 g, h), precum și pe multiplicatorul cu $i = -16$ (v. subcapitolul 9.8). Au fost testate și reductoare $2K-H$ submersibile cu $i = -323, -144$ (fig. 5.1 e, f), fabricate la Uzina *Azovmaș* din or. Mariupol, Ucraina. Prin încercări, a fost studiat gradul influenței asupra randamentului mecanic a raportului de transmitere, momentului de torsiune, turației, nivelului și viscozității uleiului, direcțiilor de rotire a arborilor motor și condus. S-a stabilit că randamentul reductoarelor precesionale crește odată cu mărirea momentului de torsiune până la o valoare anumită, apoi se micșorează, iar caracterul curbei depinde de turație. Conform figurii 5.10, pentru reductorul cu $i = -13,5$, la turațiile $n = 1500, 1000, 750 \text{ min}^{-1}$, valorile maxime ale randamentului mecanic corespund valorilor momentului de torsiune $T = 160, 225, 275 \text{ Nm}$, care sunt nominale pentru fiecare turație.

Pentru determinarea influenței direcțiilor de rotire a arborilor motor și condus asupra randamentului mecanic în același reductor, au fost schimbate cu locul roțile centrale, astfel modificând raportul de transmitere din $i = -13,5$ în $i = +14,5$. Din figura 5.10 (a) rezultă că randamentul mecanic al reductorului cu $i = +14,5$ este mai mic (cu 4–7%). Aceasta se explică prin faptul că direcția de rotire a satelitelui coincide cu direcția fluxului de putere (are direcția de rotire a arborelui motor), ceea ce mărește consumul de putere la frecare.

Specificul mișcării sferospațiale a roții-satelit în transmisiile precesionale oferă posibilitatea de a soluționa o problemă de mare perspectivă – majorarea randamentului mecanic al acționărilor mecanismelor submersibile care funcționează într-un volum umplut cu ulei la presiuni înalte ($\leq 60 \text{ MPa}$) și

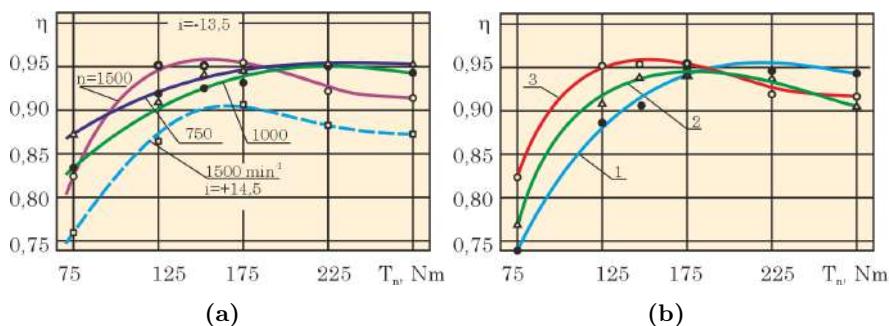


Figura 5.10. Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -13,5$) în funcție de momentul de torsiune T (ungere cu ulei $I-20$) la diferite turații (a) și la diferite nivele ale uleiului (b)

temperaturi joase ($\leq 2^{\circ}C$) - condiții de exploatare de la fundul Oceanului Planetar.

S-a stabilit că pierderile hidraulice din reductoarele precesionale nu depind în mare măsură de nivelul uleiului și de viscozitatea cinematică a acestuia. Conform figurii 5.10 (b), la creșterea momentului de la 75 la 175 Nm , randamentul mecanic sporește lent, iar pentru valori ale momentului de torsiune de peste 175 Nm , randamentul mecanic al reductorului umplut cu ulei este mai mare decât în cazurile nivelului uleiului la înălțimea dintelui sau la axa arborilor. Din figura 5.11 (a) rezultă că, odată cu mărirea nivelului uleiului, valorile maxime ale randamentului mecanic se deplasează în zona momentelor mari. Aici, la momentul $T = 225 Nm$, randamentul mecanic al reductorului are valori maxime la toate turațiile. Pierderile hidraulice cresc odată cu mărirea turației la orice nivel al uleiului, iar randamentul mecanic se micșorează.

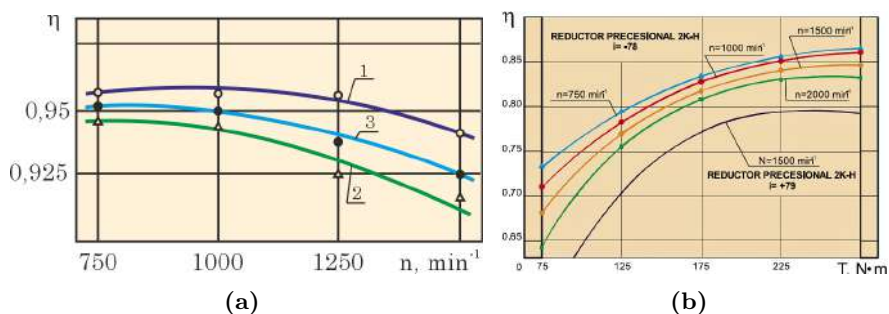


Figura 5.11. Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -13,5$) în funcție de turația arborelui conducător n la diferite nivele ale uleiului 1 - scufundate în ulei, 2 - la nivelul axelor arborilor, 3 - la nivelul dinților ($T = 225 Nm$, ungere cu ulei $I-20$) (a) și de momentul de torsiune T la diferite turații (ungere cu ulei $I-20$) (b)

Influența regimului de funcționare, a nivelului uleiului și a viscozității asupra momentului pierderilor hidraulice a fost studiată pe reductorul $K-H-V$ cu momentul nominal $T = 800 Nm$. Influența principală asupra pierderilor hidraulice o exercită turația n_1 , adâncimea de scufundare a roții-satelit și viscozitatea uleiului ν . Studiul s-a efectuat cu uleiuri cu viscozitate diferită ($I-30$, $ISP-65$ și $TAD-17$) la temperatura de $50^\circ C$, cu adâncimea de scufundare a roții-satelit în ulei $h = 1/3d_e$, $1/2d_e$, la turații în limitele $500-2500 min^{-1}$. Conform rezultatelor încercărilor (fig. 5.12), pierderile hidraulice au valoare maximă la turații mari. Adâncimea de scufundare a roții și viscozitatea uleiului au o influență mai mică.

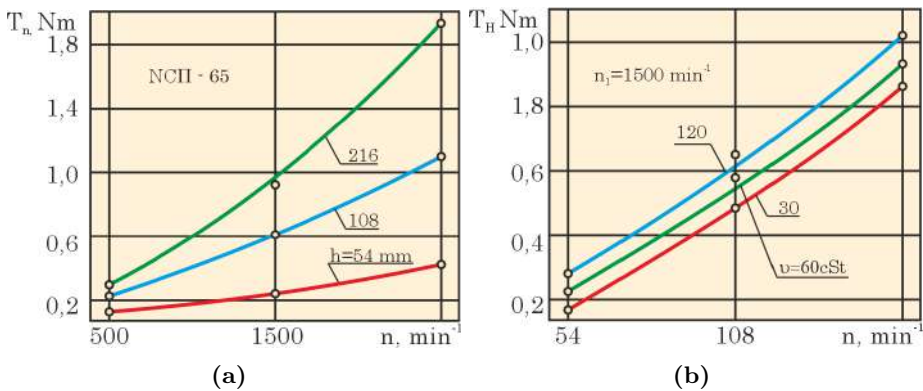


Figura 5.12. Momentul pierderilor hidraulice T_h în funcție de turația n la diferite adâncimi h de scufundare a satelitului (ulei $ISP-65$) (a) și de adâncimea h de scufundare a satelitului la diferite valori ale viscozității uleiului ν (b)

Dependențele descrise pentru reductoarele cu $i = -13,5$ și $i = +14,5$ au același caracter și pentru reductoarele cu $i = -78, +79$ și 144 , figurile 5.13 (a) și 5.15. Aici însă valorile maxime ale randamentului mecanic se stabilesc la momente de torsiune mai înalte. De asemenea, s-a stabilit că, odată cu mărirea raportului de transmitere, randamentul mecanic se micșorează (a se vedea în figura 5.13 (b): la turația $n_1 = 1500 min^{-1}$ – de la $\eta = 0,96$ pentru $i = -13,5$ la $\eta = 0,81$ pentru $i = -144$) din cauza pierderilor mărite în rulmenții portsatelitului și ai roții-satelit, care sunt solicitați cu sarcina de la ieșire și au turația arborelui motor.

Caracterul dependenței randamentului mecanic de momentul de torsiune este influențat într-o oarecare măsură de tipul uleiului. Din figura 5.14 (a) rezultă că pentru reductorul umplut cu ulei ($i = -78$), la valori mici ale momentului de torsiune, randamentul este mai înalt la ungere cu ulei $AMG-10$ care are o viscozitate mai mică. La valori mai mari ale momentului de torsiune, randamentul mecanic are valori mai mari la ungere cu ulei $TAD-17$, cu proprietăți de ungere mai bune. Acest fapt a fost confirmat

și prin testarea reductoarelor $K-H-V$. Graficele din figurile 5.14 (b) și 5.15 demonstrează că randamentul mecanic al acestor reductoare ($i = -30$, $i = -20$) este mai înalt la ungere cu ulei $TAD-17$. Valoarea maximă a randamentului mecanic corespunde valorii maxime a momentului de torsiune transmis pentru fiecare reductor.

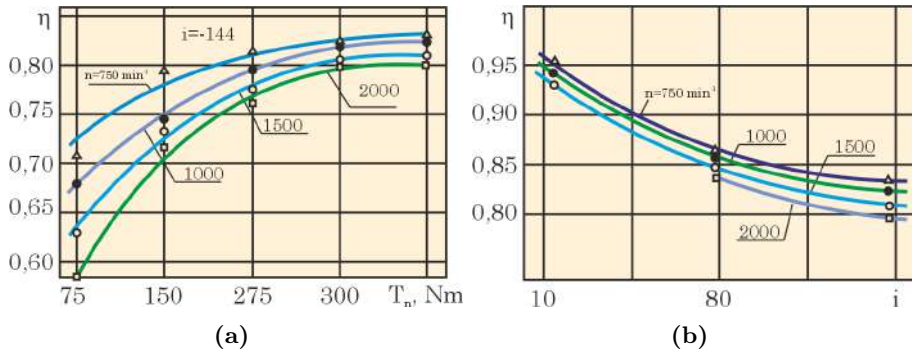


Figura 5.13. Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -144$, ungere cu ulei $I-20$) în funcție de momentul de torsiune T la diferite turații (a) și de raportul de transmitere i la diferite turații (b)

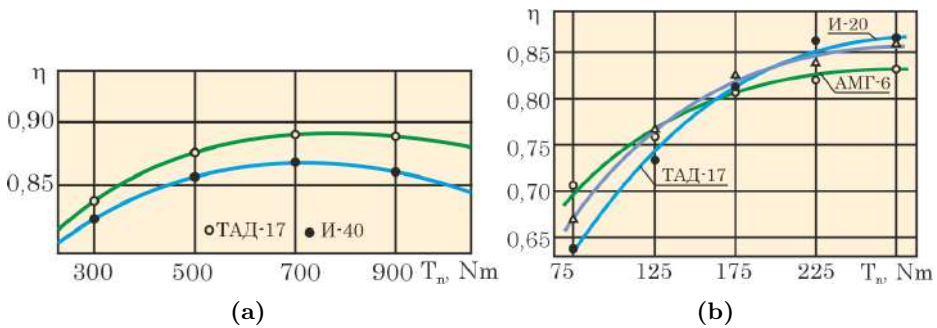


Figura 5.14. Randamentul mecanic în funcție de momentul de torsiune T al reductorului $2K-H$ ($i = -78$, umplut cu ulei $I-20$, $AMG-6$ și $TAD-17$) la turația $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ (a) și $K-H-V$ ($i = 30$, umplut cu ulei $I-20$ și $TAD-17$) (b)

Reductoarele precesionale $K-H-V$ și $2K-H$ (cu același număr de role ale coroanelor) funcționează și în regim de multiplicator. În figura 5.15 sunt expuse dependențele randamentului mecanic de momentul de torsiune pentru transmisia precesională $K-H-V$ ($i = -16$) cu funcționare în regim de reductor și de multiplicator. Randamentul mecanic la funcționare în regim de multiplicator este cu 8–10% mai mic, fapt explicat prin particularitățile transformării mișcării. În multiplicator, mișcarea de rotație a arborelui motor (arborele condus în reductor) prin interacțiunea dinților se transformă

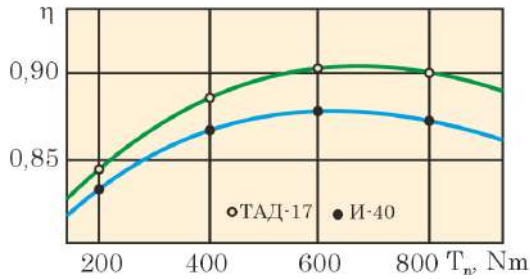


Figura 5.15. Randamentul mecanic în funcție de momentul de torsiune T al multiplicatorului $K-H-V$ ($i = -20$, umplut cu ulei $I-40$ și $TAD-17$)

în mișcare sferospațială a roții-satelit, iar prin intermediul rulmenților arborelui manivelă se transformă în mișcare de rotație a arborelui înclinat. S-a constatat că în transmisiile precesionale cu regim de multiplicator, în procesul de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii, pierderile consistente de energie se produc în rulmenții roții-satelit.

5.1.4 Parametrii cinematici și precizia cinematică. Metodologia cercetării și standurile

5.1.4.1 Parametrii cinematici

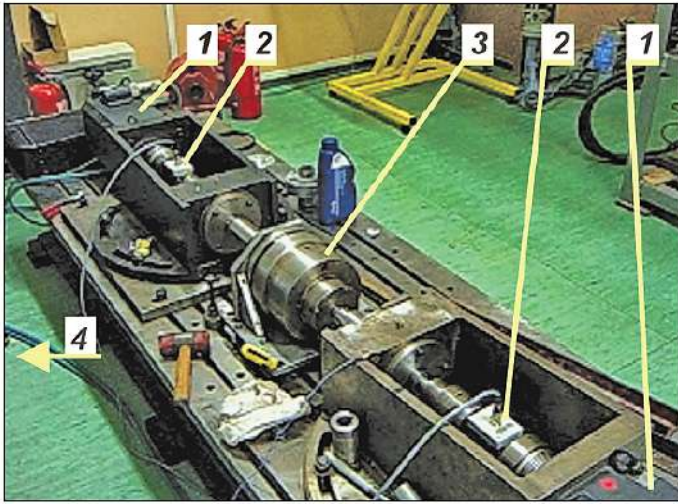
Pentru cercetarea parametrilor cinematici ai reductorului planetar precesional, a fost utilizat standul specializat de măsurări ale parametrilor cinematici ai transmisiilor mecanice din Laboratorul RV al UTB², prezentat în figura 5.16.

Testările au fost efectuate în condiții obișnuite ale mediului înconjurător. Regimul de încărcare a fost stabilizat prin variația momentului de torsiune la arborele de ieșire și a turației arborelui de intrare în toată gama de la valori minime până la valori maxime admise de prototipul experimental al transmisiei planetare precesionale.

A fost cercetată variația turației arborelui de intrare (fig. 5.17) pentru $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ și, respectiv, pentru $n = 1500 \text{ min}^{-1}$. În aceste două cazuri, se observă o deviere cu circa $\pm 0,1 \text{ min}^{-1}$ de la valoarea medie. Un aspect important, caracteristic transmisiei planetare precesionale, este variația ciclică (sinusoidală) a turației la arborele de ieșire.

Un alt parametru cercetat a fost viteza unghiulară la frână (arborele de ieșire). Deoarece raportul de transmitere al reductorului este $i = -13,5$, au fost posibile cercetarea și verificarea valorilor vitezei la arborele de ieșire (fig. 5.18) pentru numărul de turații de 1000 și 1500 min^{-1} . Pentru ambele cazuri, luând în considerație raportul de transmitere, la ieșire se

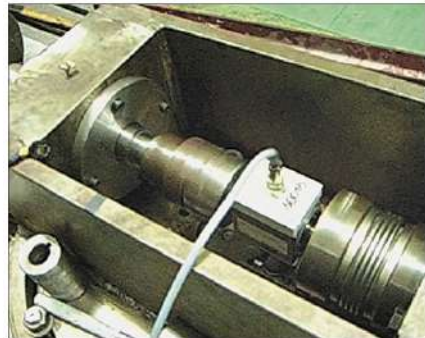
²Universitatea Transilvania din Brașov, România.



(a)

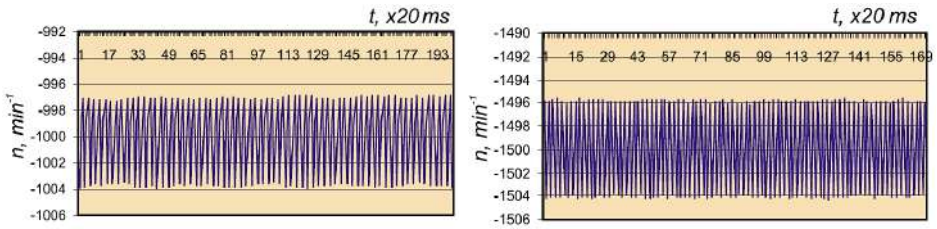


(b)



(c)

Figura 5.16. Stand pentru cercetarea parametrilor cinematici ai transmisiilor planetare precesionale



(a)

(b)

Figura 5.17. Variația vitezei unghiulare la arborele de intrare

obțin turații de $74,07 \text{ min}^{-1}$ și, respectiv, de $111,11 \text{ min}^{-1}$. Se observă că abaterea vitezei unghiulare de la valoarea medie constituie circa $\pm 0,3 \text{ min}^{-1}$.

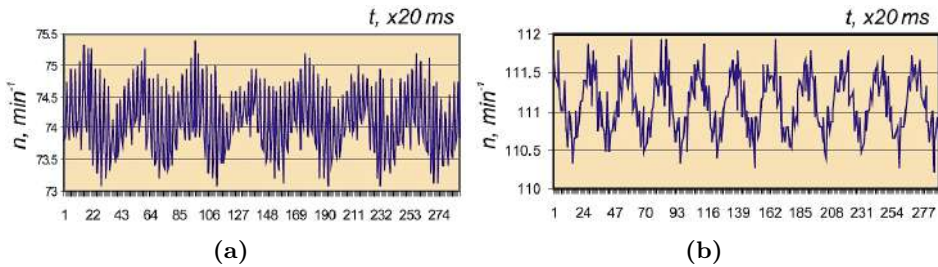


Figura 5.18. Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire

O analiză mai amplă a variațiilor vitezelor unghiulare, utilizându-se aceleași turații, este prezentată în figura 5.19. În figura 5.19 (a) variația vitezei unghiulare într-un interval de timp practic egal cu perioada a 2 turații ale arborelui de ieșire, deoarece arborele-manivelă are o frecvență de rotație $n = 1000 \text{ min}^{-1}$, roata-satelit are o viteză unghiulară de $35,71 \text{ min}^{-1}$ și arborele de ieșire obține o viteză unghiulară egală cu $74,07 \text{ min}^{-1}$ (de 2,07 ori mai mare decât cea a blocului-satelit). Aceste date arată că blocul-satelit efectuează o turație completă la 2,07 turații ale arborelui de ieșire.

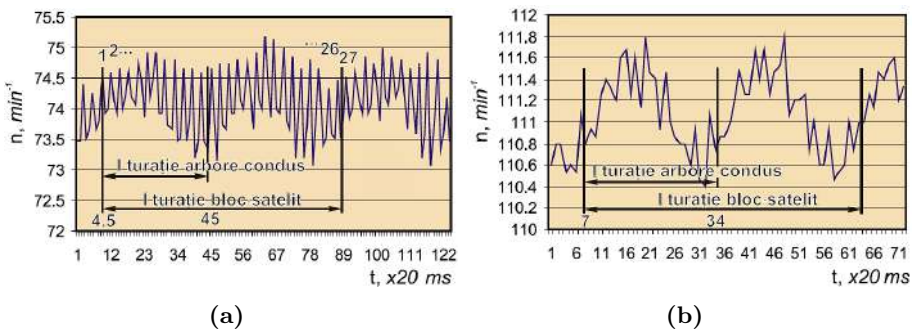


Figura 5.19. Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire la o turație a arborelui de intrare

Pentru măsurările efectuate la viteza de rotație de 1500 min^{-1} au fost observate aceleași variații ale vitezei unghiulare. În acest caz, timpul unei turații a arborelui de intrare este egal cu $0,04 \text{ s}$, iar timpul necesar unei turații a arborelui de ieșire este de $0,54 \text{ s}$ (ceea ce corespunde cu 27 de diviziuni pe diagramă).

Pentru verificarea datelor obținute, a fost creat un model dinamic al transmisiei precesionale identic cu cel experimental. În figura 5.20 sunt

prezentate variațiile vitezelor unghiulare $157,08 \text{ s}^{-1}$ și $104,72 \text{ s}^{-1}$, ce corespund frecvenței rotațiilor de 1000 min^{-1} și, respectiv, 1500 min^{-1} . Vitezele nominale la arborele de ieșire constituie $7,757 \text{ s}^{-1}$ și, respectiv, $11,636 \text{ s}^{-1}$.

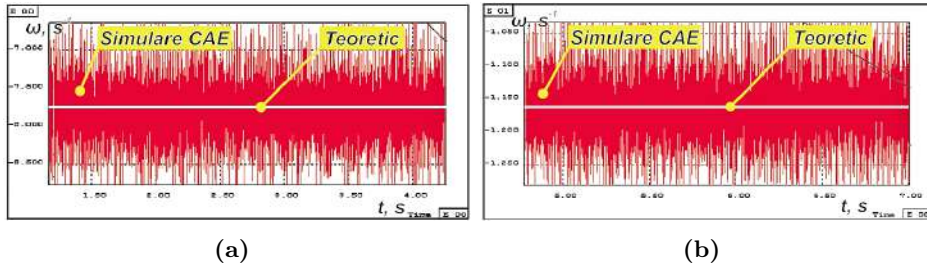


Figura 5.20. Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire la o rotație a arborelui de intrare

Valorile datelor obținute în urma simulării sunt de culoare roșie, iar valoarea teoretică ce trebuie să fie obținută de culoare albastră. Se observă că valoarea teoretică a vitezei unghiulare a arborelui condus reprezintă media amplitudinilor vitezei obținute prin simulare CAE.

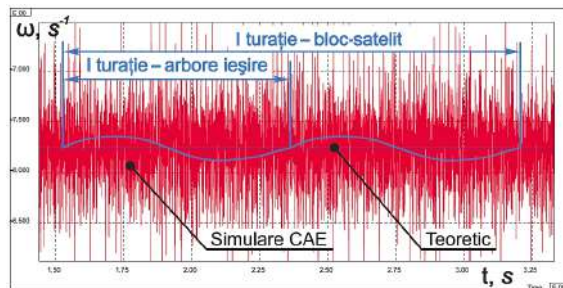


Figura 5.21. Variația vitezei unghiulare a satelitului la o rotație a acestuia în jurul axei sale

La analiza figurii 5.21 se observă că variația vitezei unghiulare a satelitului în jurul propriei axe descrie o curbă sinusoidală cu două perioade, ceea ce reprezintă eroarea de schemă a TPP. În transmisia reală, această eroare de schemă impusă de legătura cinematică *satelit - roată centrală imobilă* se exclude ca factor de influență asupra neuniformității rotirii arborelui de ieșire prin modificarea profilului dinților în cadrul generării acestora cu scula precesională $G_{r,s}$ [8, 9]. Veridicitatea acestei constatări se confirmă prin analiza rezultatelor simulării CAE, prezentate în figura 5.21. Acest fapt denotă și corectitudinea soluțiilor adoptate atât la descrierea analitică a formei profilurilor dinților roților centrale, cât și la generarea acestora prin procedeu elaborat conform invenției [111].

5.1.4.2 Precizia cinematică

Cercetările experimentale ale preciziei cinematice a transmisiilor planetare precesionale au fost efectuate pe prototipurile experimentale ale reductoarelor $2K-H$ și $K-H-V$, prezentate în figura 5.1 (a-f, g, h). Modellele experimentale au fost suplimentate cu seturi de roți dințate cu număr diferit de dinți, precum și cu arbori-manivelă cu unghi de înclinare diferit. Pentru stabilirea influenței erorilor de excentricitate și înclinare a arborelui-manivelă asupra valorii erorii cinematice, au fost executate o serie de șaibe și bucșe înclinate. Prin instalarea șaibelor pe arborele-manivelă s-a obținut deplasarea centrului de precesie al satelitului în raport cu punctul de intersecție a axelor arborelui conducător și manivelei, fapt ce a provocat o excentricitate de montaj prestabilită a roții-satelit. Pentru asamblarea reductorului cu diferite valori ale înclinării roții-satelit, în butucul acesteia au fost instalate bucșe înclinate, ceea ce a provocat o înclinare prestabilită a roții-satelit. Reductorul a fost completat cu un set de roți dințate cu număr diferit de dinți, pentru a asambla reductoare cu diferite rapoarte de transmitere. De asemenea, reductoarele experimentale au fost completate cu roți având dinții modificați longitudinal și dinți nemodificați.

Eroarea cinematică a transmisiei a fost determinată ca diferență între poziția reală a arborelui condus și poziția acestuia pe care ar fi avut-o în cazul conjugării ideale a dinților. În majoritatea cercetărilor efectuate, eroarea cinematică a transmisiei a fost măsurată la viteze și sarcini mici. Pentru un control calitativ, sarcinile mici sunt convenabile la măsurarea erorii profilului bății radiale și a grosimii variabile a dintelui, care poate fi determinată pentru toți dinții printr-o simplă rotire a roții dințate controlate aflate în angrenaj cu roata dințată etalon. Totodată, viteza de rotire a roții controlate trebuie să fie destul de joasă, pentru a evita orice influență dinamică. De asemenea, este necesar să se țină cont de faptul că, la încărcarea transmisiei cu angrenare, apare o componentă suplimentară a erorii, provocată de deformarea dinților roților și a sprijinelor lor. Modelarea acestor abateri și pronosticarea erorilor rezultante ale transmisiilor au constituit obiectul multor cercetări.

În scopul verificării veridicității modelului matematic elaborat al procesului apariției erorii cinematice în transmisiile planetare precesionale, au fost efectuate o serie de încercări ale modelelor reductoarelor cu diferite noduri de schimb. În procesul testărilor au fost variate: rapoartele de transmitere, sarcinile de lucru, înclinările și excentricitățile roților dințate. Eroarea cinematică a fost calculată atât după valorile reale ale erorilor nodurilor, cât și după toleranțele pieselor separate. În acest scop a fost efectuat controlul preciziei de execuție a pieselor, fiind stabilite gradele preciziei de execuție a lor. Au fost comparate rezultatele calculului și ale

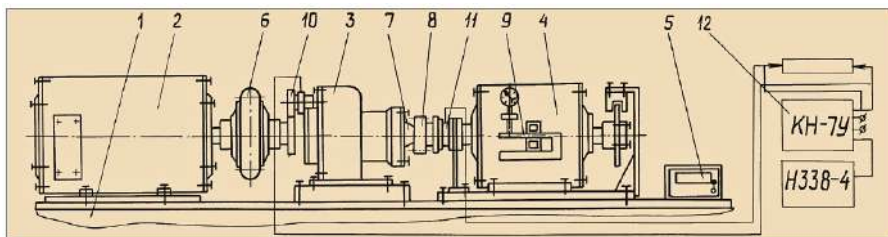
încercărilor experimentale ale erorii cinematice a transmisiei precesionale pentru câteva variante de asamblare și, în baza descrierii matematice, a fost efectuată analiza influenței factorilor constructiv-tehnologici asupra componentei *amplitudine – frecvență* a erorii cinematice. Ca urmare a cercetărilor teoretice și experimentale efectuate, a fost propusă schema de realizare a metodei de compensare a erorii cinematice [9, 12, 101].

Metodele moderne de măsurare a erorii cinematice în regim de rotire continuă sunt bazate pe utilizarea sistemelor de impulsuri. O răspândire largă a obținut metoda cu impulsuri pe fază, care se bazează pe transformarea unghiurilor de rotire ale elementelor transmisiei în semnale electrice și pe măsurarea decalajului dintre ele. Această metodă se află la baza aparatelor de măsurări *KH-7U* (Kramatorsk, Ucraina); *BV-5058* (Federația Rusă); *GSP-2* (*Golder Mikron*, Marea Britanie); *GSP-0,5* (*Opton*, Germania) ș.a.

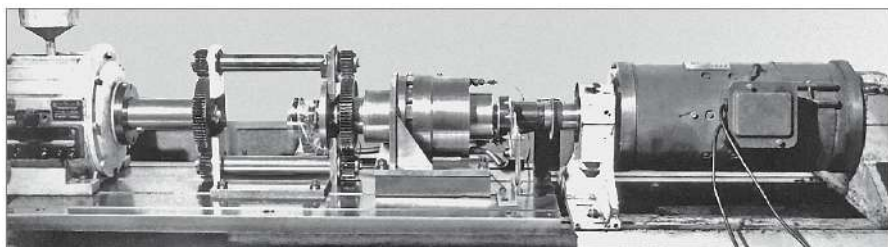
5.1.4.3 Standurile și echipamentele de cercetări experimentale

Cercetările experimentale ale preciziei cinematice au fost efectuate pe standurile specializate pentru încercări din laboratorul TM, UTM, prezentate în figura 5.22 (b, d). Măsurările au fost efectuate cu ajutorul aparatului de control și măsurare, instalate pe un stand aparte.

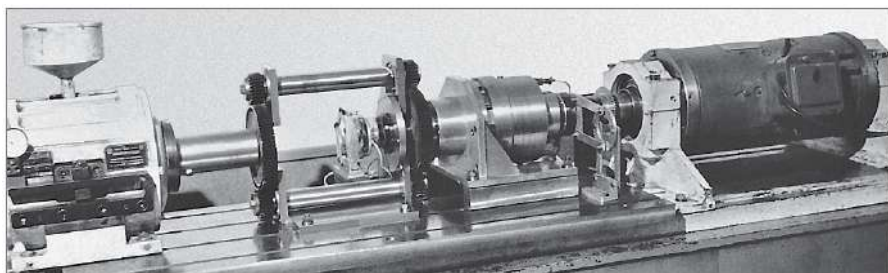
Standul din figura 5.22 (a, d), destinat măsurării erorii cinematice a transmisiilor planetare precesionale $K-H-V$, include carcasa 1, electromotorul 2, reductorul pentru încercări 3, frâna electromagnetică cu pulberi metalice *PT-40M* 4 și tahometrul 5. Arborele electromotorului și arborele motor al reductorului se conectează printr-un cuplaj elastic 6, care exclude influența vibrației generate de excentricitatea arborilor. Arborele condus 7 de asemenea este legat cu arborele frânei prin intermediul cuplului de roți dințate 8. Momentul de torsiune de încărcare se măsoară cu ajutorul dispozitivului 9, legat cu statorul. Pe arborele motor al reductorului este instalat captorul electromagnetic cu angrenaj 10, iar pe arborele condus – captorul fotoelectric 11 al aparatului cinematic de măsurări 12 de tipul *KH-7U*. Corpul captorului 10 este fixat pe carcasa reductorului 3, iar captorul fotoelectric 11 este fixat în pantograful 13. Semnalele captoarelor sunt recepționate de blocul electronic al aparatului 12, sunt prelucrate și transmise înregistratorului cu regim automat de funcționare *H-338*. Setul captorului electromagnetic include nouă rotoare și statoare pentru diferite rapoarte de transmitere. În standul de încercări prezentat (fig. 5.22 c), captorul electromagnetic de intrare de asemenea este instalat într-un pantograf, fapt ce exclude influența impreciziei instalării captorului asupra preciziei cinematice. Captorul de ieșire este instalat pe arborele de ieșire, iar încărcarea reductorului are loc prin intermediul unei punți. Acest fapt exclude influența vibrațiilor din angrenajul punții de încărcare asupra preci-



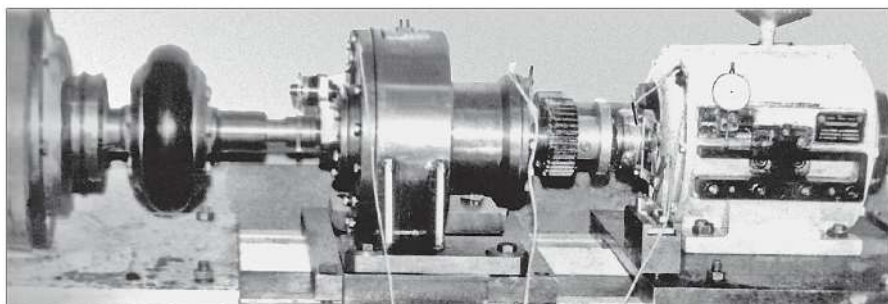
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.22. Standuri pentru cercetări experimentale ale preciziei cinematice

ziei de măsurare a captorului de ieșire. Pentru măsurarea erorii cinematice s-au utilizat captoarele: fotoelectric de model *D-3*, cu precizia de măsurare de $3''$ (fig. 5.22 b), și magnetoelectric, cu precizia de măsurare de $1''$, model *ROD 800*, cu 25000 de rastre (fig. 5.22 c).

5.1.4.4 Condițiile efectuării măsurărilor

Evaluările erorii cinematice se efectuează atât în condiții de măsurare, cât și în condiții de funcționare. În condiții de măsurare, mișcarea elementelor transmisiei are loc fără deformarea suprafețelor generatoare și cu viteză constantă de rotire. Momentul de frânare la arborele condus, în condiții de măsurare, nu trebuie să depășească $1/20 - 1/10$ din momentul nominal, iar frecvența de rotire a arborelui condus trebuie să se afle în limitele $0,3 - 1 \text{ min}^{-1}$. Suprafețele de contact ale dinților trebuie să fie curățate de unsoare. Condițiile de măsurare permit evidențierea erorii cinematice reale a transmisiei și deci stabilirea surselor tehnologice de generare a erorilor. Aceste posibilități sunt necesare pentru aprecierea parametrilor constructivi ai transmisiei și a eficienței tehnologiei de execuție a angrenajelor.

Condițiile de funcționare presupun măsurarea erorii cinematice la funcționarea transmisiei, în diapazonul vitezelor și sarcinilor reale. Evident, obiect de măsurare în acest caz este eroarea cinematică complexă, determinată de precizia transmisiei și de condițiile funcționării ei. Condițiile de funcționare sunt însoțite de vibrații ale elementelor aparatului de măsurare (captoarelor). Pentru obținerea informației veridice este necesar ca frecvențele proprii ale vibrațiilor elementelor captoarelor să nu intre în spectrul frecvențelor erorii estimate. Încercările transmisiilor precesionale au fost efectuate atât în condiții de măsurare, cât și în condiții de funcționare.

5.1.4.5 Metodologia prelucrării datelor experimentale. Spectrul Fourier pentru eroarea cinematică

Compararea înregistrărilor erorii cinematice la o turație a arborelui condus cu viteza unghiulară constantă, arată că aceste înregistrări practic se repetă. În scopul eliminării influenței factorilor aleatorii, este necesar de luat o realizare cu lungime eficientă. În continuare, pentru efectuarea analizei *amplitudine - frecvență* a erorii cinematice, au fost luate înregistrări ale unei turații complete a arborelui condus. În acest caz, arborele conducător al transmisiei planetare precesionale $K-H-V$ cu $i = 20, 30, 40$ va efectua, respectiv, $20, 30, 40 \text{ min}^{-1}$, sau al transmisiei $2K-H$ cu $i = -78, 8, -144$, respectiv 79 min^{-1} și 144 min^{-1} . Aceasta asigură baza pentru determinarea cu precizie a frecvențelor pe diagrame.

Pentru separarea frecvenței parazitare purtătoare f_{pt} a semnalului erorii cinematische estimate, e necesar ca frecvența de tăiere a filtrului f_t să fie egală cu frecvența semnalului frecvenței superioare permise de aparat, iar frecvența de reținere este mai mică decât frecvența purtătoare. Frecvența purtătoare se determină din relația:

$$f_{pt} = \frac{Z_{g1} \cdot n}{60 \cdot i}, Hz, \quad (5.14)$$

în care n și Z_{g1} reprezintă numărul de turații ale rotorului într-un minut și numărul de repere ale captorului de ieșire, respectiv.

Frecvența purtătoare, exprimată prin numărul de turații ale arborelui de intrare într-o secundă pentru captorul cu $Z_g = 2160$, este:

$$f_{pt} = \frac{2160 \cdot n_n}{60 \cdot i}, Hz. \quad (5.15)$$

Înlocuind $i = 20, 30, 40, 78, 144$, obținem $f_{pt} = 1, 8-0, 26$, adică $f_{pt}^{\max} \approx 2n$. Așadar, frecvența superioară a erorii ciclice și frecvența purtătoare a captorului sunt aproximativ egale, fapt ce permite utilizarea părții caracteristice filtrului cu unghi de înclinare mic.

Sarcina controlului cinematic al transmisiilor este determinarea valorii și a spectrului erorii cinematische, adică stabilirea numărului armonicii care provoacă această eroare. În general, ecuația erorii cinematische a transmisiei planetare precesionale este:

$$F' = \sum_{i=1}^n A_{0n} \sin i\phi + \sum_{i=1}^n \frac{A_{1n}}{i} \sin i\phi + \sum_{i=1}^n \frac{A_{2n}}{i} \sin i\phi. \quad (5.16)$$

în care A_{0n} este amplitudinea componentei armonice a arborelui de ieșire, iar A_{1n} și A_{2n} sunt amplitudinile componentei armonice a coroanelor roții-satelit, care se manifestă cu frecvența de angrenare a ultimei.

Deoarece funcția de mai sus este periodică, metoda cea mai adecvată de analiză armonică a funcției este descompunerea în seria Fourier. De asemenea, prezentarea erorii funcționale a transmisiei prin seria Fourier este dictată de următoarele circumstanțe:

- posibilități nelimitate de prezentare a erorii cinematische a oricărui mecanism real;
- simplitatea stabilirii cauzelor erorii cinematische datorată faptului că modul exprimării acestei erori în formă de rând trigonometric corespunde întru totul naturii erorii cinematische;
- posibilitatea descompunerii erorii cinematische sumare într-o serie de componente armonice;

- posibilitatea stabilirii gradului de influență a abaterilor elementelor lanțului asupra impreciziei sumare a transmisiei, reduse la arborele condus, prin compararea seriei Fourier cu schema cinematică a transmisiei.

Funcția erorii cinematice, exprimată prin seria Fourier în limitele $0 \leq x \leq 2$ are forma:

$$S_n = A_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx), \quad (5.17)$$

în care a_k și b_k sunt coeficienții Fourier.

Trebuie găsite astfel de valori ale coeficienților, care vor asigura apropierea maximă a funcțiilor S_n și $f(x)$.

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx \, dx, \\ b_k &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx \, dx, \\ A_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y_i \sin kx_2 \, dx. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Utilizând metode numerice, coeficienții Fourier se determină aproximativ din relațiile:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N y_i \cos kx_i, \\ b_k &= \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N y_i \sin kx_i. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Componenta constantă este egală cu $A_0 = a_0/2$, unde a_0 se determină similar lui a_k pentru $k = 0$. Luând în considerare particularitățile factorilor $\cos kx$ și $\sin kx$, deseori se aprobă $N = 12$ sau $N = 24$, iar în caz de necesitate a unei precizii mai înalte $N = 48$. Deoarece la cercetarea preciziei cinematice a transmisiilor funcția se obține grafic, cea mai comodă schemă de calcul al coeficienților Fourier este schema de șabloane.

5.1.4.6 Eroarea cinematică a reductoarelor experimentale. Interpretarea rezultatelor

Măsurarea erorii cinematice a reductoarelor experimentale a fost efectuată la diferite regimuri de funcționare:

- cu ungerea flancurilor dinților roților;
- fără ungere;
- solicitarea angrenajului cu moment de torsiune egal cu $1/10 - 1/20$ din valoarea nominală (controlul erorii cinematice în condiții de măsurare);
- solicitarea transmisiei cu moment de torsiune $T = 400 Nm$ (pentru reductoarele $K-H-V$) și $T = 250 Nm$ (pentru reductoarele $2K-H$).

Încercările s-au efectuat în gama de viteze unghiulare ale arborelui motor n în limitele $20 - 400 \text{ min}^{-1}$.

Cercetarea erorii cinematice a fost efectuată pe trei reductoare $K-H-V$, cu rapoarte de transmitere $i = 20, 30, 40$, și două reductoare $2K-H$, cu raportul de transmitere $i = -78, 8$ și $i = -144$. Scopul cercetărilor a fost stabilirea gradului și a direcției influenței asupra erorii cinematice $\Delta\varphi$ a jocului și strângerii în angrenaj Δ , a bății radiale Δl și frontale $\Delta\delta$ la diferite momente de torsiune, precum și evidențierea surselor constructive și tehnologice ale erorii cinematice a reductoarelor precesionale, inclusiv forma dinților. Reductoarele au fost completate cu roți dințate cu profil aproximat rectiliniu și roți dințate cu profil curbiliniu.

În figura 5.23 (a) este prezentată o diagramă caracteristică, înregistrată în urma controlului reductorului $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -78, 8$. Analiza armonică a acestor diagrame demonstrează că componentele de frecvență înaltă alcătuiesc 50% din spectrul general al erorii cinematice. Aceste componente cu frecvența de rotire a arborelui motor și de angrenare pot fi reduse, acționând asupra cauzelor geometrice. Ele formează fascicule de frecvență independente. Semnalul poate să includă și fascicule suplimentare ale frecvenței, fapt datorat prezenței în componența cu frecvența angrenării a unei componente stohastice, dependente direct de metoda de execuție și de condițiile de funcționare (de exemplu, între flancurile dinților angrenați nimeresc produse de uzură, care influențează asupra caracterului cinematogramelor).

Analiza diagramelor erorii cinematice prezentate în figura 5.23 demonstrează că caracterul varierii erorii cinematice se repetă la câteva turații. Eroarea sumară pe diagramele respective constituie $55''$. În același timp, se observă că un fragment al diagramei din figura 5.23 (a) conține aproximativ 30 de amplitudini cu frecvența de angrenare și număr egal cu numărul de dinți ai roții centrale. Analiza diagramei din figura 5.23 (b) arată ca numărul amplitudinilor de frecvență înaltă nu coincide cu numărul dinților

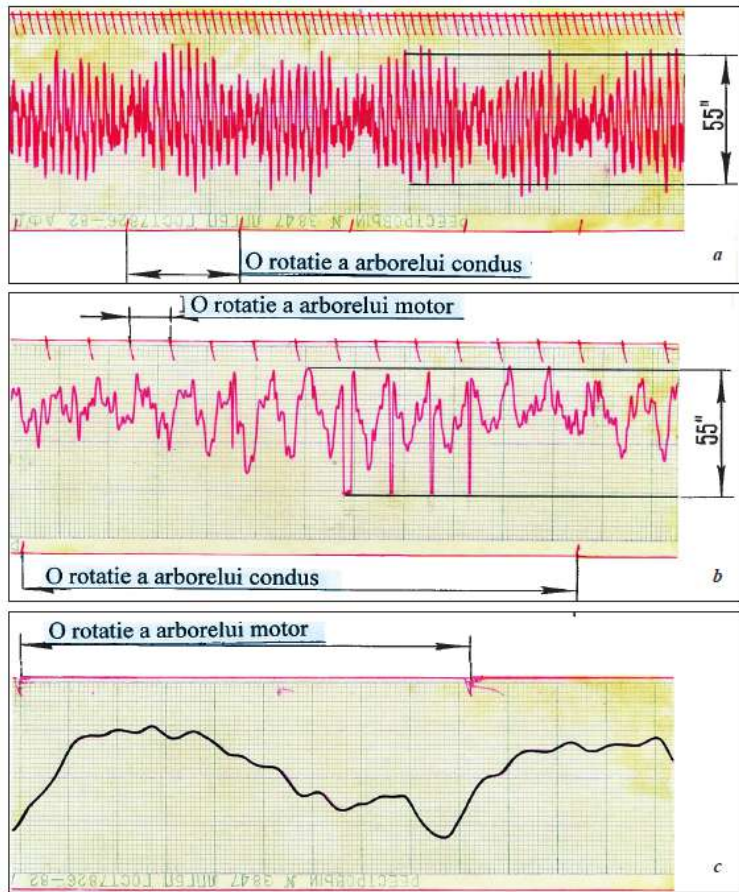


Figura 5.23. Diagramele erorii cinematice a angrenajelor precesionale: $K-H-V$ ($i = 30$) (a) și $2K-H$ ($i = -78, 8$) (b)

roților centrale, egal cu 29 și, respectiv, 21. Această constatare trebuie privită sub două aspecte: în primul rând, în angrenaj precesional A^B sau A^D datorită multiplicității angrenării înalte, la transformarea mișcării și sarcinii participă practic toate perechile de dinți simultan angrenate fără a ieși din contact; în al doilea rând, existența unor amplitudini cu frecvență înaltă este cauzată de erorile de pas și de profil care, într-o măsură oarecare, sunt supuse medierii.

Folosirea filtrelor corespunzătoare în schema electronică a aparatului de control oferă posibilitatea de a extrage din diagrama erorii cinematice diferite erori individuale, cum ar fi, de exemplu, bătaia radială și cea frontală (fig. 5.23 c), extrase din diagrama din figura 5.23 (b).

În scopul descrierii autentice a semnalului, este necesară prelucrarea lui prin diferite metode existente. Folosind metoda descrisă mai sus, a fost

obținută funcția pentru determinarea erorii cinematice. Pentru obținerea valorilor probabile ale coeficienților Fourier, au fost analizate un număr suficient de înregistrări – zece diagrame înregistrate în registratorul controlului reductorului cu raportul de transmitere $i = 30$ la aceleași regimuri de funcționare.

Media aritmetică a coeficienților Fourier pentru cele zece măsurări:

$$y_i = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10}. \quad (5.20)$$

Pentru mediile aritmetice y , determinăm abaterea pătratică medie:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (y_i - y) / 9}. \quad (5.21)$$

Erorile aritmetică și statistică maxime vor fi:

$$\Delta n(y) = \pm 3\sigma, \quad \frac{\Delta n(y)}{\bar{y}} = \pm \frac{3\sigma}{\bar{y}}. \quad (5.22)$$

Analiza datelor obținute arată că eroarea statistică maximă nu va depăși valoarea de 0,133. După valorile obținute au fost elaborate șabloane, cu care se efectuează calcularea coeficienților Fourier. Rezultatul analizei armonice efectuate s-a obținut odată cu elaborarea funcției erorii cinematice, care permite eliminarea neajunsurilor depistate:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi'' = & 35,9 + 2,38x + 9,5 \sin x - 2,08 \cos 2x - 0,88 \sin 2x - \\ & - 2,83 \cos 3x - 1,5 \sin 3x - 5,83 \cos 4x + 7,83 \sin 4x + \\ & + 3,95 \cos 5x - 0,08 \sin 5x + 0,33 \cos 6x. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Cercetările teoretice efectuate au demonstrat că asupra erorii cinematice a reductorului precesional exercită influență următoarele erori geometrice: bătăile radială și frontală ale roților, generate de erorile de execuție și asamblare, erorile de pas etc. Mai mult decât atât, s-a stabilit influența ungerii flancurilor dinților transmisiei precesionale asupra preciziei ei cinematice. În acest sens, au fost cercetate reductoare care au funcționat fără ungerea flancurilor dinților, precum și cu ungerea flancurilor cu ulei industrial 20. În baza rezultatelor măsurărilor au fost construite graficele $\Delta\varphi'' = f(dW)$ (curbele 2 și 3) din figura 5.24. Analiza curbelor demonstrează că ungerea suprafețelor conjugate ale elementelor angrenajului asigură o reducere neînsemnată a erorii cinematice – cu aproximativ 10%. Aceasta se datorează, în special, lipsei frecării de alunecare în angrenaj, care este o sursă

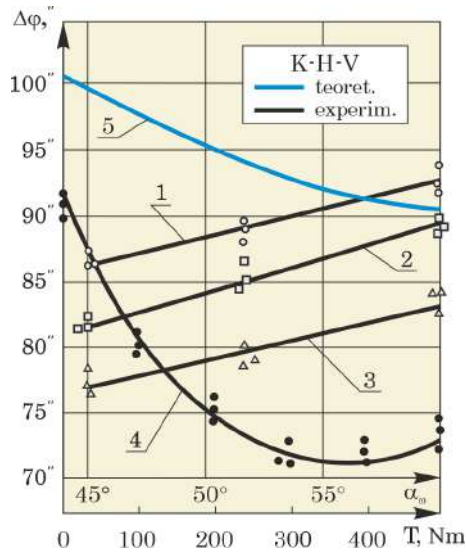


Figura 5.24. Eroarea cinematică în funcție de unghiul de angrenare α_w și momentul de torsiune T

a rotirii în salturi, precum și presiunii neînsemnate în angrenaj datorită multiplicității înalte a angrenării dinților.

Pentru stabilirea influenței sarcinii asupra valorii erorii cinematice, reductorul cu raportul de transmitere $i = 30$ a fost încărcat cu moment de torsiune de până la $T = 400 \text{ Nm}$, ceea ce constituie $0,5T_n$. Pentru momentele de torsiune $T > 400 \text{ Nm}$, se mărește nivelul de vibrații ale reductorului, care se transmit captoarelor aparatului de control $KH-7U$, fapt ce duce la denaturarea semnalului. La fiecare treaptă de încărcare egală cu 100 Nm a fost înregistrată diagrama erorii cinematice. După prelucrarea diagramelor, a fost construit graficul funcției $\Delta\varphi'' = f(T)$, prezentat în figura 5.24 (curba 4). Analiza funcției demonstrează că la creșterea momentului de torsiune de până la 350 Nm are loc o oarecare reducere a erorii cinematice. La mărirea de mai departe a momentului de torsiune, eroarea cinematică crește ușor. Aceasta se explică prin faptul că creșterea momentului de torsiune până la 350 Nm conduce la creșterea multiplicității angrenării dinților, în rezultat deformărilor elastice ale elementelor angrenajului, și ca urmare, la o oarecare reducere a erorii cinematice. Încărcarea ulterioară a reductorului generează apariția unei erori cinematice suplimentare, condiționate de deformarea nodurilor ce prevalează asupra posibilităților de compensare a erorilor în urma creșterii multiplicității angrenării dinților.

Pentru stabilirea gradului de influență a preciziei de execuție și de montaj al roților dințate asupra valorii erorii cinematice, au fost cercetate reductoare $K-H-V$ asamblate cu roți dințate prelucrate prin frezare (clasa

de precizie $8H$), care după încercări au fost rectificate (clasa de precizie $7H$). În funcție de rezultatele încercărilor, a fost construit graficul $\Delta\varphi = f(\alpha_w)$, prezentat în figura 5.24 (curbele 1 și 3), pentru cazurile examinate mai sus. O reducere neînsemnată (cu aproximativ 15%) a erorii cinematice la ridicarea cu un grad a preciziei de prelucrare a roților dințate denotă o mediere puternică a erorilor de execuție. Aceasta se lămurește prin înlocuirea în angrenaj a forței de frecare prin alunecare cu forța de frecare prin rostogolire. Curba 5 este construită prin punctele calculate teoretic. Clasa de precizie a prelucrării pieselor este $7H$. În acest caz au fost utilizate date privind varierea multiplicității angrenajului Z_ε , incluse în lucrările [8, 9, 101]. Analiza comparativă a cercetărilor experimentale (curba 3) și teoretice (curba 5) arată o corespundere satisfăcătoare. Diferența neînsemnată se explică prin faptul că calculul teoretic nu ține cont de dinamicitatea funcționării reductorului, de materialele deformabile ale pieselor, de compensarea relativă a erorilor etc.

Rezultatele cercetărilor reductoarelor precesionale $2K-H$ demonstrează unele particularități specifice ale acestora. Reductorul precesional include două cupluri de roți angrenate, fapt ce modifică diagramele erorii cinematice, fiind suprapuse mai multe componente cu frecvență înaltă. În figura 5.25 sunt prezentate diagramele erorii cinematice înregistrate de pe un reductor cu raportul de transmitere $i = -13,5$ la diferite regimuri de funcționare și erori de execuție și de montaj.

Analiza diagramelor înregistrate arată că componenta de frecvență înaltă nu are frecvență de angrenare a dinților (adică nu numără 29 sau 27 amplitudini pentru reductorul $i = -13,5$). Această diagramă include componentele suprapuse cu frecvența de angrenare a ambelor cuple conjugate cu un înalt grad de compensare, asigurat de multiplicitatea înaltă a angrenajului. În procesul testărilor a fost modelată influența diferitelor erori de fabricare (bătăile frontală și radială ale roților dințate). După cum se observă din diagrama din figura 5.25 (a), erorile cinematice sumare sunt egale cu aproximativ $51''$ în cazul lipsei bătăii frontale. În figura 5.25 (b, c) sunt prezentate diagramele erorii cinematice în cazul prezenței bătăii frontale, egale cu $\Delta\delta = 0,05\text{ mm}$ și, respectiv, $\Delta\delta = 0,01\text{ mm}$.

Analiza diagramelor arată că bătaia frontală egală cu $\Delta\delta = 0,01\text{ mm}$ provoacă creșterea valorii erorii cinematice cu aproximativ 60%, ceea ce demonstrează că bătaia radială are o influență majoră asupra erorii cinematice. În baza cercetărilor efectuate, au fost construite graficele funcțiilor $\Delta\varphi = f(T)$ (curba 1) și $\Delta\varphi = f(\Delta)$ (curba 2), prezentate în figura 5.26. Se observă o oarecare reducere a erorii cinematice, determinată de lipsa mecanismului de legătură W .

Cercetarea erorii cinematice a transmisiei planetare precesionale în funcție de parametrii geometrici ai angrenajului îi permite proiectantului

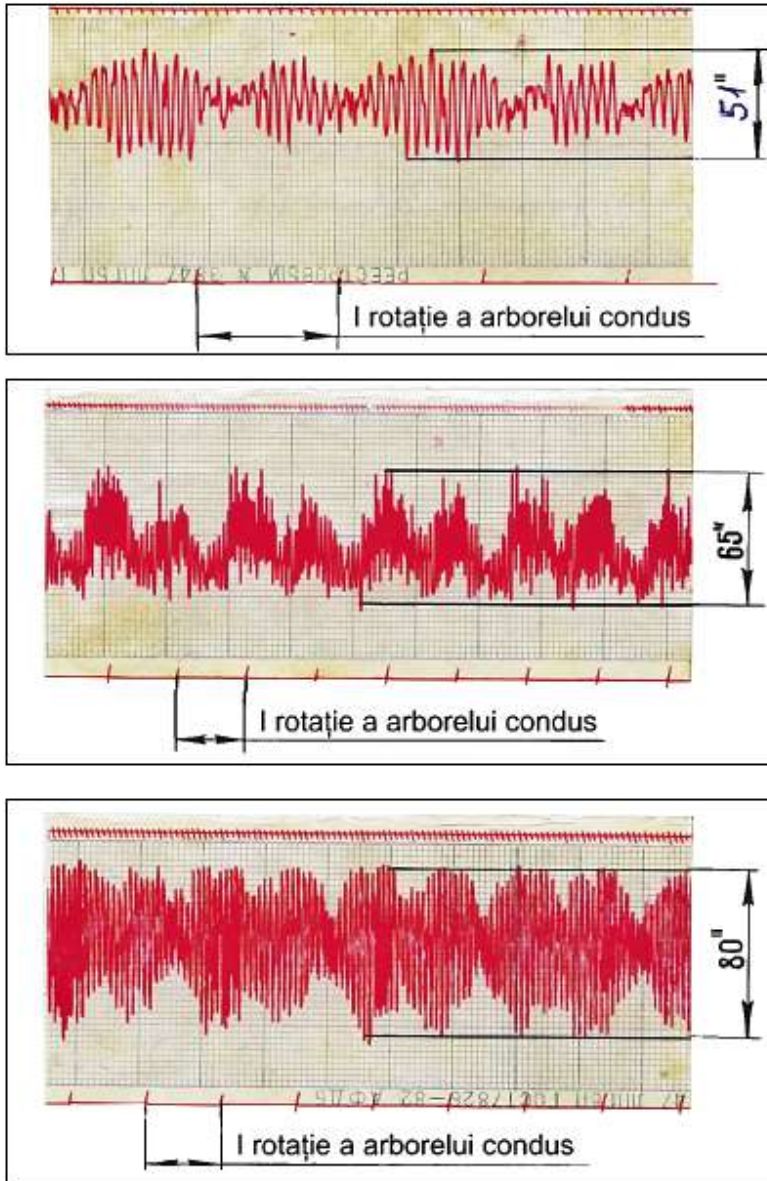


Figura 5.25. Diagramele erorii cinematice a reductoarelor precesionale $2K-H$ ($i = -13,5$)

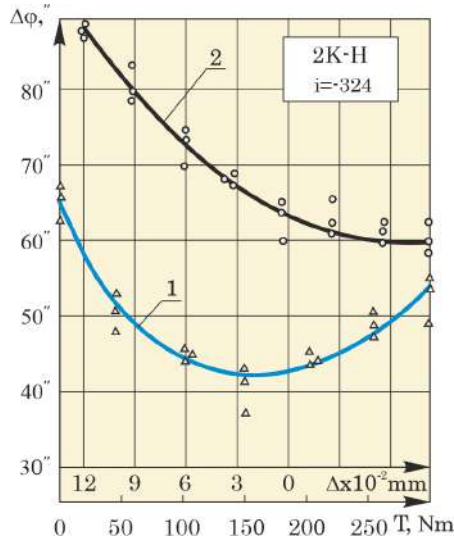


Figura 5.26. Eroarea cinematică în funcție de locul Δ și momentul de torsiune T

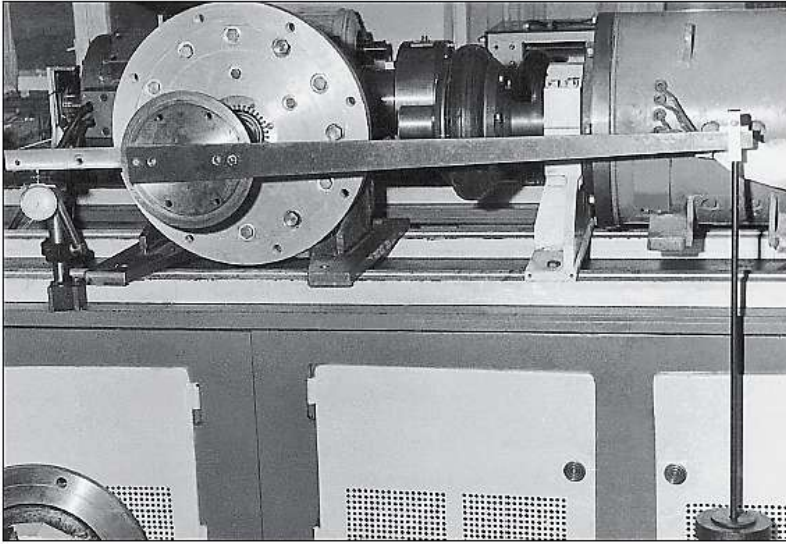
să evidențieze factorii de influență majoră asupra asigurării continuității funcției de transformare a mișcării, în special la proiectarea transmisiilor de precizie pentru roboți, tehnica cosmică de zbor, avionică, mecanica fină etc.

5.1.5 Rigiditatea torsională și momentul de pornire

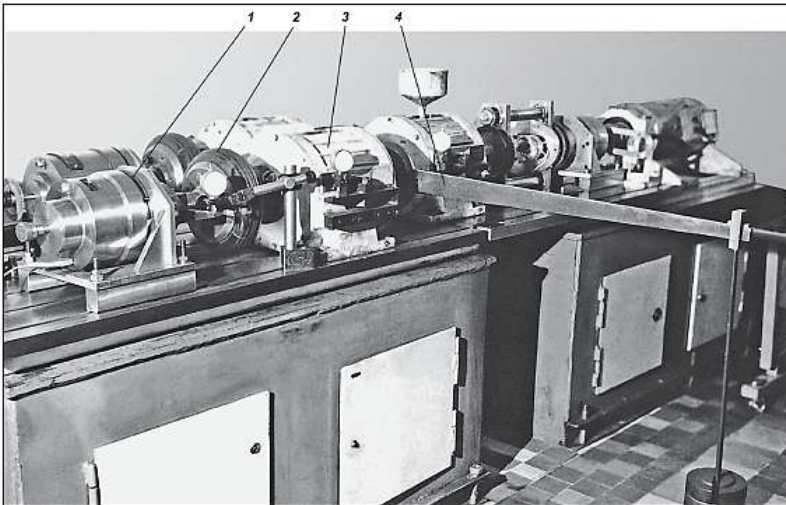
Pentru cercetarea rigidității torsionale au fost utilizate aceleași mostre de reductoare de încercare, standurile fiind completate cu echipamentul necesar. În majoritatea mașinilor și mecanismelor, momentul de torsiune se aplică la arborele condus, fapt ce condiționează cercetarea experimentală a rigidității torsionale prin încărcarea arborelui condus cu blocarea arborelui conducător. Însă, această metodologie nu poate fi realizată în reductoare cu raport mare de transmitere, din cauza diferenței semnificative dintre valorile momentelor de torsiune create la arborii de intrare și de ieșire ai reductorului. Crearea unui moment de torsiune mare la arborele condus cu ajutorul greutateților complică simțitor experimentul prin introducerea unei erori în sistemul de măsurări, generate de încovoierea arborelui condus. În aceste cazuri, se încarcă cu moment de torsiune arborele conducător, iar arborele condus se blochează cu carcasa reductorului.

Standul pentru cercetarea rigidității torsionale a reductoarelor $K-H-V$ este prezentat în figura 5.27 (a). Transmisia a fost încărcată cu moment de torsiune în ambele direcții până la momentul nominal. În scopul eliminării influenței sarcinii asupra încovoierii arborelui încărcat, a fost elaborat un stand pentru încercări în dinamică (fig. 5.27 b), care include reductorul

pentru încercări 1, cuplajul elastic 2, frâna electromagnetică 3 și pârghia cu greutatea 4, fixată pe arborele frânei. Încărcarea reductorului s-a făcut prin rotorul deconectat al frânei și frâna elastică, eliminând astfel acțiunea forțelor transversale asupra arborelui de turație mică, ce ar denatura caracterul deformării pieselor și, deci, al rigidității torsionale.



(a)



(b)

Figura 5.27. Standuri pentru cercetarea rigidității torsionale în regim staționar (a) și de rotire a arborelui condus (b)

Pentru determinarea rigidității torsionale în regim de rotire continuă (în dinamică), la standul prezentat în figura 5.27 (b) motorul electric a fost conectat la reductorul de încercări cu raportul de transmitere infinit $i = \infty$ (a se vedea formula (5.13)). Astfel, la orice frecvență de rotație a arborelui conducător, arborele condus rămâne nemișcat, fapt ce permite încărcarea lui cu momente diferite de torsiune prin pârgă cu greutate.

5.1.5.1 Rigiditatea torsională

Pentru reductoarele cercetate s-a determinat unghiul de torsiune al arborelui de turație mică $\Delta\varphi$ și coeficientul rigidității torsionale C din relația $C = T/\Delta\varphi$ pentru diferite momente de torsiune. Dependenta unghiului de torsiune $\Delta\varphi$ de momentul de torsiune T în reductorul $K-H-V$ cu raport de transmitere $i = 30$ este prezentată în figura 5.28 (a). Din analiza diagramei respective rezultă că funcția $\Delta\varphi = f(T)$ se întrerupe în zona valorilor nule ale momentelor de torsiune, fapt ce denotă existența jocului în lanțul cinematic al reductorului. Jocul indicat aparține, în special, mecanismului de legătură al reductorului $K-H-V$ ($i = 30$), elaborat în formă de cuplaj cu dinți, ce condiționează apariția unui luft $\Delta\varphi_{luft} = 0,0024 \text{ rad}$ ($\approx 30-35\%$ din unghiul sumar de torsiune $\Delta\varphi$).

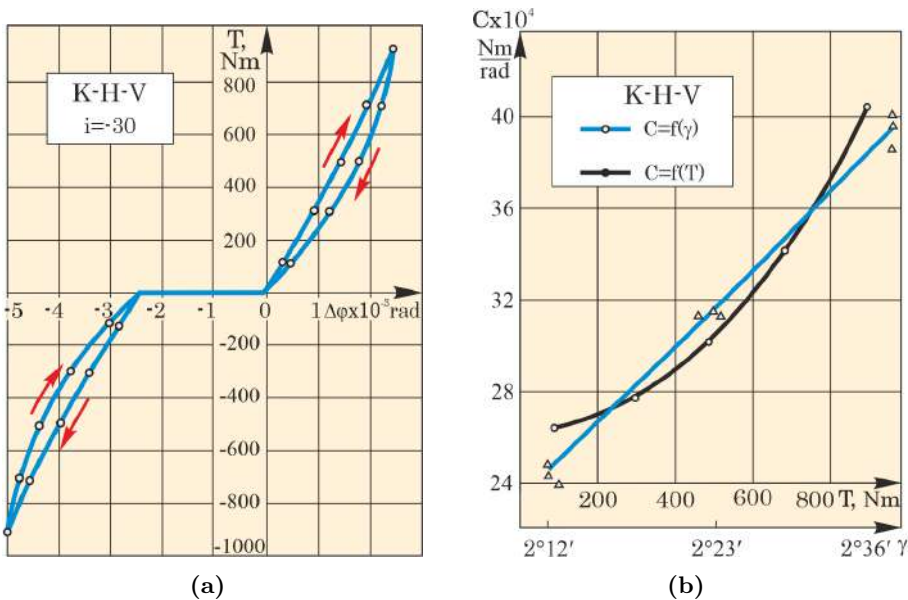


Figura 5.28. Unghiul de torsiune (a) și coeficientul rigidității torsionale (b) ale reductorului $K-H-V$ funcție de momentul de torsiune T și unghiul de rotație θ

Rigiditatea torsională a reductorului $K-H-V$ cu raportul de transmitere $i = 30$ este prezentată în figura 5.28 (b). Elementul cel mai slab din

punctul de vedere al rigidității torsionale a reductoarelor precesionale este arborele-manivelă. S-a demonstrat experimental că influența decisivă asupra rigidității torsionale a nodului *satelit-manivelă* o exercită unghiul de nutație (de înclinare a axei arborelui-manivelă) θ . În scopul determinării influenței unghiului de nutație θ asupra unghiului de torsiune $\Delta\varphi$, a fost cercetat un reductor cu trei arbori-manivele de schimb cu unghiurile de nutație $\theta = 2^\circ 12'$, $\theta = 2^\circ 23'$ și, respectiv, $\theta = 2^\circ 36'$. Conform figurii 5.28 (b), la micșorarea unghiului de nutație cu $11'' - 23''$, rigiditatea torsională se reduce cu 12–20%.

De asemenea, a fost cercetată rigiditatea torsională a unei game de reductoare $2K-H$. Încercările au fost efectuate pe standul prezentat în figura 5.27 (b). În baza rezultatelor cercetărilor a două reductoare $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -144$ și $i = -78,8$, au fost construite diagramele funcțiilor $\Delta\varphi = f(T)$, prezentate în figura 5.29.

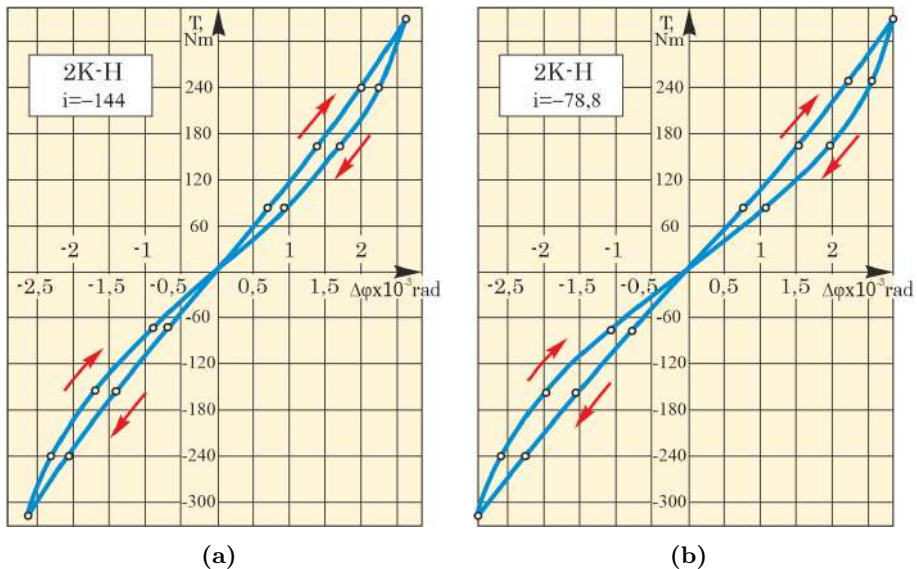


Figura 5.29. Unghiul de torsiune funcție de momentul de torsiune T pentru reductorul $2K-H$: $i = -144$ (a) și $i = -78,8$ (b)

Analiza diagramelor obținute denotă caracterul lor identic și lipsa discontinuității funcției în zona originii de coordonate (valorilor nule ale momentului de torsiune). Unghiul de torsiune reprezintă $0,0054 \text{ rad}$ și, respectiv, $0,0058 \text{ rad}$ pentru $T = 300 \text{ Nm}$. Valoarea maximă a coeficientului rigidității torsionale pentru $T = 320 \text{ Nm}$ reprezintă, respectiv, $C = 1,2 \times 10^5 \text{ Nm/rad}$ și $C = 1,02 \times 10^5 \text{ Nm/rad}$ (fig. 5.30 a). Rigiditatea destul de înaltă a transmisiilor precesionale $2K-H$ cu raportul de transmitere relativ înalt și autofrânare (care nu funcționează în regim de multiplicator), se explică prin

faptul că momentul de torsiune T , aplicat la arborele condus, se cuplează la carcasa reductorului prin roțile centrale, iar corpul roții-satelit se rotește pe arborele-manivelă.

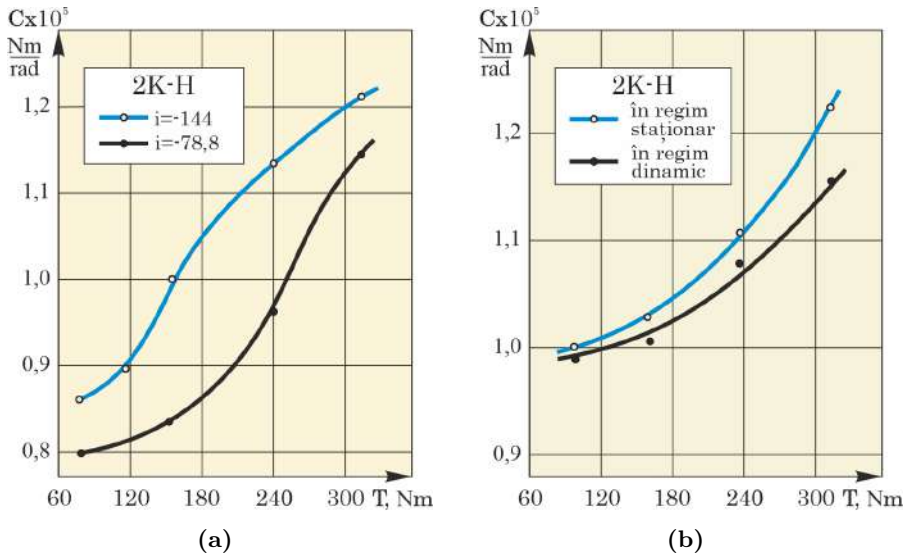


Figura 5.30. Coeficientul rigidității torsionale funcție de momentul de torsiune T

Prezintă interes cercetarea rigidității torsionale în regim de rotire continuă, efectuată pe un reductor asamblat cu roți dințate care asigură raportul de transmitere infinit $i = \infty$. În reductorul cu $i = \infty$ la rotirea arborelui conducător, arborele condus nu se rotește, fapt ce permite încărcarea lui cu moment de torsiune T cu înregistrarea unghiului de torsiune. Dependența unghiului de torsiune $\Delta\varphi$ de momentul de torsiune T în statică și în regim de rotire continuă este prezentată în figura 5.31. La încercarea în statică (fig. 5.31 a), diagrama la încărcarea și descărcarea arborelui condus are forma unei bucle, a cărei lățime depinde de diferența coeficientului de frecare în repaus și în mișcare.

Dependența $\Delta\varphi = f(T)$ la încercarea în regim de rotire continuă se transformă într-o cuplă care trece prin originea de coordonate. S-a stabilit că rigiditatea torsională a reductoarelor precesionale în statică este cu 2–3% mai mare decât în regim de rotire continuă (fig. 5.30 b). Pentru comparație, în transmisiile armonice diferența constituie 15–20%. Această diferență se datorează existenței frecării de rostogolire în angrenajul precesional cu bolțuri, fapt ce elimină efectul deplasării în salturi a dinților la viteze mici. De aceea, rigiditatea torsională a reductoarelor precesionale poate fi determinată cu o precizie înaltă anume în regim staționar.

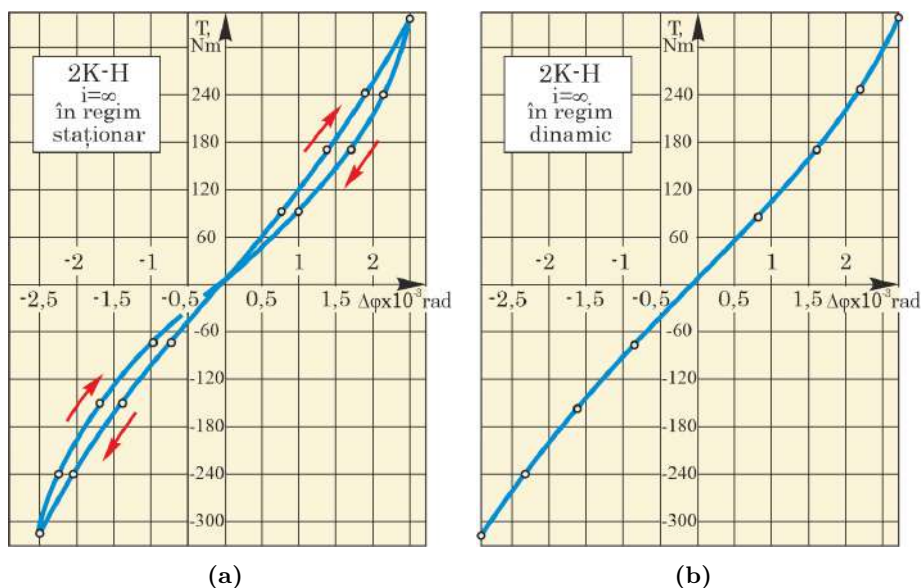


Figura 5.31. Unghiul de torsiune funcție de momentul de torsiune T în regim staționar (a) și dinamic (b)

5.1.5.2 Momentul de pornire

Momentul de pornire reprezintă o caracteristică importantă a transmisiei mecanice, a cărei cunoaștere permite alegerea corectă a electromotorului la stadiul de proiectare a mecanismelor de acționare, inclusiv calculul corect al organigramelor deplasărilor organelor mecanismelor de mecanică fină, roboților, dispozitivelor de înaltă precizie etc. Acest aspect este foarte important la elaborarea mecanismelor de acționare de putere redusă (de exemplu, pentru tehnica de zbor cosmic), în care momentul de pornire poate să fie de același ordin ca și momentul de încărcare, cu condiția excluderii totale a jocului din angrenarea dinților. Valoarea momentului de pornire al transmisiei precesionale, de regulă, depinde de valoarea strângerii în angrenaj și de calitatea execuției și asamblării pieselor transmisiei. Luând în considerare caracterul aleatoriu al erorilor care influențează asupra momentului de pornire, ultimul de asemenea este o mărime aleatorie. De aceea, pentru obținerea valorii reale a momentului de pornire, este necesar de a efectua un număr suficient de măsurări.

Momentul de pornire a fost determinat pentru un reductor $K-H-V$ cu raport de transmitere $i = 30$ și doua reductoare $2K-H$ cu $i = -144$ și, respectiv, $i = -78,8$. Luând în considerare importanța realizării transmisiilor precesionale cu angrenaj fără joc, în procesul testărilor experimentale a fost evaluat gradul de influență a jocului și a strângerii garantate în angrenaj

asupra momentului de pornire. Fiecare reductor a fost cercetat în cinci variante de asamblare cu angrenaj, care asigură jocul $\Delta = 0,05; 0,025$ și 0 , și o prestrângere garantată de $0,025\text{ mm}$ și, respectiv, $0,05\text{ mm}$.

Pentru cercetarea momentului de pornire, pe arborele de intrare s-a instalat un scripete cu un cablu montat pe el, cu ajutorul căruia a fost creat momentul de torsiune. Unghiurile de rotire au fost măsurate cu un limb fixat pe carcasa reductoarelor. Procesul de pornire a transmisiei prin aplicarea la arborele de intrare a unui moment de torsiune, în creștere lină, poate avea loc printr-o rotire lină. Drept moment de pornire a fost adoptat momentul sub a cărui acțiune arborele se va roti la un unghi egal cu pasul măsurărilor și s-a aplicat lin prin mărirea masei greutăților cu $20-30\text{ g}$.

În baza măsurărilor au fost construite graficele funcțiilor $T_p = f(\Delta)$ (fig. 5.32). Analiza diagramelor obținute demonstrează că momentul de pornire în reductorul cu roata-satelit instalată pe rulmenți radiali-axiali este de aproximativ 2 ori mai mic decât pe rulmenți radiali. În general, momentul de pornire în reductoarele precesionale, în comparație cu angrenajele armonice, melcate, cicloidale, în aceleași condiții de asamblare este relativ redus. Astfel, valoarea maximă a momentului de pornire al arborelui de intrare al reductorului precesional ($i = -144$), asamblat cu prestrângere în angrenaj $\Delta = -0,05\text{ mm}$, este $T_p = 0,28\text{ Nm}$ ($T_n = 350\text{ Nm}$), iar cea a reductorului $K-H-V$ ($i = 30$) este $T_p = 0,32\text{ Nm}$ pentru momentul nominal $T_n = 900\text{ Nm}$.

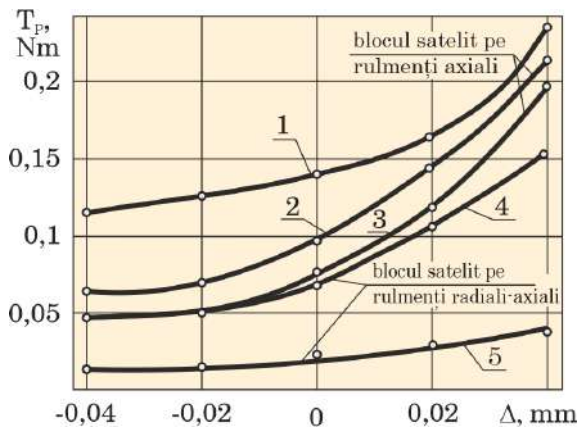


Figura 5.32. Momentul de pornire în funcție de jocul din angrenaj

Rigiditatea torsională și momentul de pornire sunt caracteristici funcționale importante pentru transmisiile planetare precesionale cinematice (de mică putere) utilizate, de exemplu, în robotetică, unde rigiditatea torsională influențează precizia poziționării corecte a organului de lucru, în mecanica fină, în utilajul tehnologic de înaltă precizie etc.

5.1.6 Nivelul de vibrații și de zgomot

Reductoarele și motoreductoarele se referă la sisteme producătoare de zgomot ridicat, care, conform cerințelor de exploatare, trebuie plafonat. Pentru aprecierea nivelului de zgomot, în standardele de calitate ale reductoarelor sunt incluși următorii parametri: nivelul în banda de octavă L_P și nivelul corectat al puterii sonore L_{PA} .

Vibroactivitatea reductoarelor depinde, în special, de forțele excitante din angrenaj. Particularitatea forțelor din angrenaje constă în faptul că ele nu sunt forțe exterioare în raport cu angrenajul, ci sunt generate de erorile de fabricare și asamblare și de deformațiile elastice ale acestora. În angrenajul precesional în care, geometric, până la 100% perechi de dinți se află în angrenare, forțele excitante sunt de proveniență cinematică și acționează în sistem cu considerarea mișcării precesionale. Această particularitate a transmisiilor precesionale face dificilă determinarea forțelor excitante și necesită crearea unor modele convenționale.

De aceea, testările experimentale sunt metodele cele mai comode și mai eficiente pentru determinarea nivelului de vibrații și de zgomot emis de reductoare. În acest sens, a fost creat un stand experimental portativ pentru cercetarea caracteristicilor de zgomot și vibrații ale reductoarelor precesionale. Determinarea caracteristicilor sonore ale reductoarelor precesionale a fost realizată într-o cameră acustică specială din Laboratorul Vibroacustic *Moldovahidromaș*, Chișinău³.

În procesul testărilor, reductorul împreună cu motorul electric și frâna electromagnetică au fost instalate în camera acustică pe un fundament izolat de vibrații din exterior. Măsurările au fost efectuate pe emisfere cu raza de 1 m în opt puncte caracteristice, amplasate în spațiu pe perimetrul reductorului conform recomandărilor [8, 9]. În baza măsurărilor, au fost calculate, pentru diferite regimuri de lucru, nivelul mediu al puterii acustice și nivelul puterii acustice la diferite benzi de frecvențe, precum și nivelul puterii acustice general și corectat.

5.1.6.1 Standul experimental

Standul experimental portabil elaborat include motorul electric 1 de curent continuu, reductorul testat 2 și frâna electromagnetică 3 de model *PT-40M* (fig. 5.33). Cercetările au fost efectuate la diferite frecvențe de rotații și momente de torsiune. Pentru dirijarea regimurilor de lucru al motorului electric și al frânei, au fost elaborate și executate blocuri speciale de comandă. Motorul electric, reductorul precesional și frâna au fost instalate pe amortizoare cu rigiditate reglabilă, fiind legate între ele prin

³Uzina de pompe submersibile *Moldovahidromaș*, Chișinău.

cuplaje elastice. La rândul său, platforma pe care au fost instalate motorul electric, reductorul precesional și frâna a fost montată pe patru amortizoare.

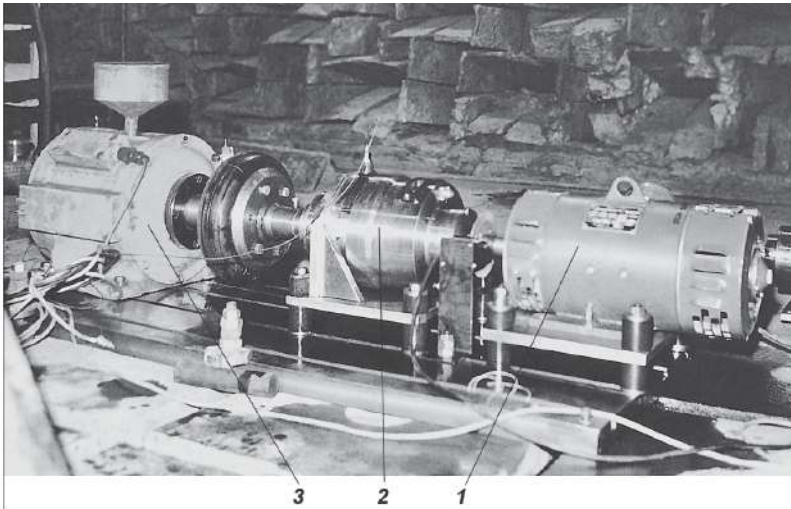


Figura 5.33. Stand experimental portativ pentru cercetarea caracteristicilor de zgomot și vibrații ale reductoarelor precesionale

Măsurările zgomotului au fost efectuate cu sonometrul de model 2203 și microfonul de model 4145, produse de Compania daneză *Bruel Kjaer*. Vibrațiile au fost măsurate cu ajutorul vibrotransformatorului-accelerometru de model 4384, fixat de carcasa reductorului (fig. 5.33). Măsurările vibrațiilor cu $1/3$ de bandă de octavă a analizatorului în gama de $5 - 10000 \text{ Hz}$ au fost efectuate cu analizatorul de model 2131, produs de Compania *Bruel Kjaer*.

5.1.6.2 Rezultatele cercetărilor

Cercetările au fost efectuate pe trei reductoare de tip $2K-H$ cu rapoarțele de transmitere $i = -324, -144, -13,5$ (în două variante de execuție) și pe un reductor $K-H-V$ cu raportul de transmitere $i = -30$ [8, 9]. Nivelul puterii sonore în octavă și al celei corectate în funcție de sarcină și turații pentru reductoare $2K-H$ sunt prezentate în figurile 5.34–5.37. Analiza graficelor din figurile 5.34–5.35 arată că nivelul corectat al puterii sonore la aceeași turație nu depinde practic de momentul de torsiune transmis. Însă, majorarea turației cu 500 min^{-1} conduce la creșterea nivelului de zgomot cu $3-5 \text{ dBA}$. Caracterul varierii nivelului corectat de zgomot pentru toate reductoarele este aproximativ același.

În figurile 5.36–5.37 sunt prezentate nivelele în octavă ale puterii acustice în funcție de turația arborelui conducător al reductorului la momentul de torsiune nominal $T = 250 \text{ Nm}$. Diagramele zgomotului certifică faptul că

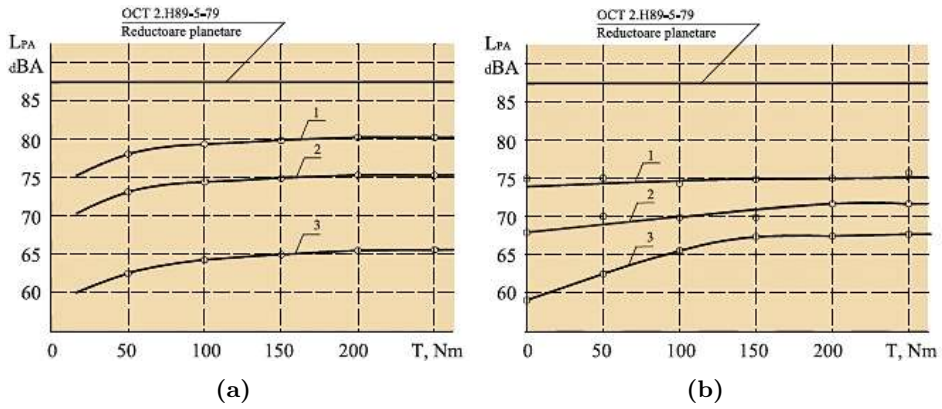


Figura 5.34. Puterea sonoră corectată L_{PA} a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere -144 (a) și -324 (b) în funcție de momentul de torsiune la diferite turații n : 1 – 1500, 2 – 1000, 3 – 500

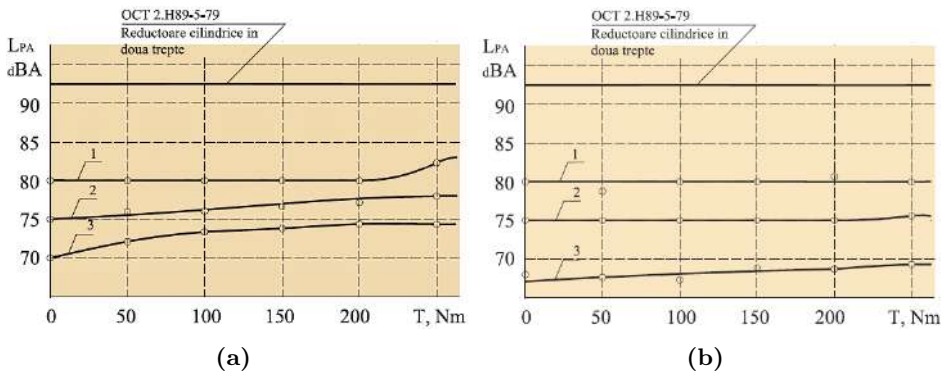


Figura 5.35. Puterea sonoră corectată L_{PA} a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere $-13,5$ în funcție de momentul de torsiune la diferite turații n : satelitul este instalat pe rulmenți axiali (a), radiali-axiali (b), 1 – 1500, 2 – 1000, 3 – 500

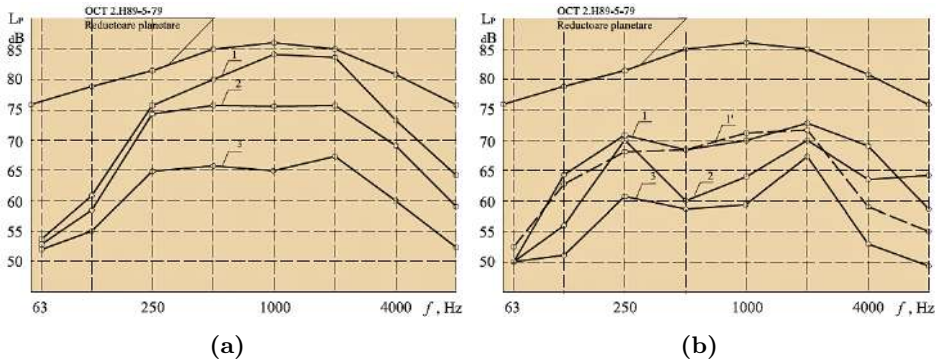


Figura 5.36. Puterea sonoră în octave L_p a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere -144 (a) și -324 (b) la diferitele turații n și sarcina nominală $T = 250$ (b, curbele 1 și 3) și $T = 0$ (b, curba 1); n : 1 – 1500, 2 – 1000, 3 – 500

toate reductoarele au două vârfuri de zgomot în gama de frecvențe $200-400\text{ Hz}$ și $1000-2000\text{ Hz}$, caracterizate de rigiditatea redusă a construcției reductoarelor la gamele de frecvențe indicate.

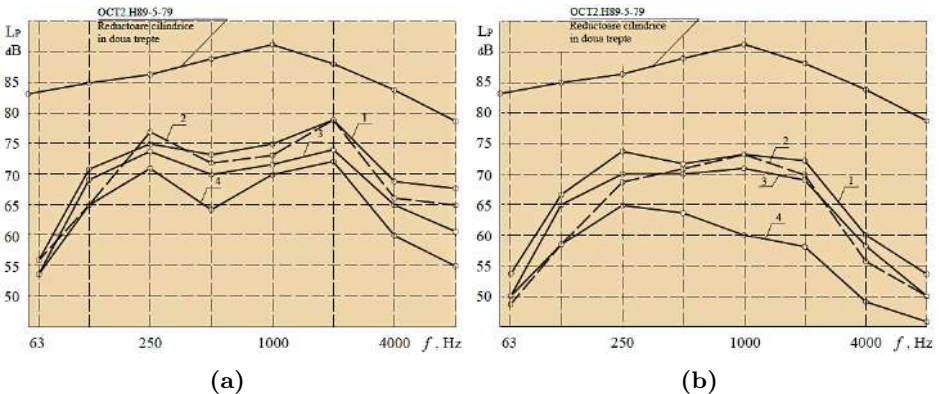


Figura 5.37. Puterea sonoră în octave L_p a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere $-13,5$ la diferitele turații n și sarcini nominale $T = 900$ (b, curbele 1 și 3) și $T = 0$: satelitul instalat pe rulmenți axiali (a), pe rulmenți radiali-axiali (b); n : 1 – 1500, 2 – 1000, 3 – 500

Rezultatele măsurării zgomotului în benzi de frecvență pentru reductoarele $K-H-V$ sunt prezentate în figura 5.38 (a) și se observă că nivelul maxim al puterii acustice pentru reductorul testat la turația de $n = 1500\text{ min}^{-1}$ este 73 dB la frecvența 250 Hz . În figura 5.38 (b) sunt prezentate nivelele de zgomot emise de reductorul $K-H-V$ la diferite frecvențe de turație cu sarcina $T = 900\text{ Nm}$ și fără sarcină, măsurate pe scara A a sonometrului.

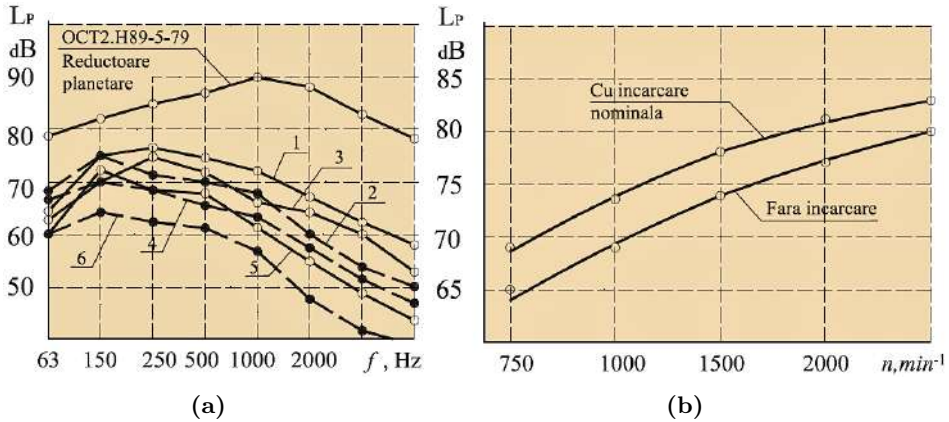


Figura 5.38. Puterea sonoră în octave (a) și corectată (b) a reductorului precasional $K-H-V$ la diferite turații: $n = 2000 \text{ min}^{-1} - 1, 2$; $n = 1500 \text{ min}^{-1} - 3, 4$; $n = 1000 \text{ min}^{-1} - 5, 6$ și momente de torsiune: $T = 900 \text{ Nm} - 1, 3, 5$; $T = 0 \text{ Nm} - 2, 4, 6$

5.1.6.3 Caracteristicile inerțiale, de rigiditate și de vibrații

Analiza de frecvență a vibrațiilor reductoarelor a fost efectuată în gamele de frecvențe $0-200 \text{ Hz}$, $0-1000 \text{ Hz}$ și $0-2000 \text{ Hz}$, cu lățimea benzii analizei de 0,5; 2,5 și, respectiv, 5 Hz . Caracteristicile inerțiale, de rigiditate și de vibrații obținute au permis evidențierea frecvențelor de rezonanță de bază ale construcției lor.

Analiza spectrogramelor prezentate în figura 5.39 demonstrează că toate reductoarele testate se caracterizează printr-o rigiditate redusă, care se manifestă la frecvențe de rezonanță joase, înregistrate până la frecvențele de $40-70 \text{ Hz}$. Deosebit de nefavorabile în planul influenței asupra nivelului de vibrații și zgomot al reductoarelor sunt frecvențele de rezonanță aflate în intervalul $150-1800 \text{ Hz}$, deoarece în acest interval se află sursele de vibrații majore, cum ar fi frecvența de angrenare a dinților.

În figura 5.40 sunt prezentate spectrogramele vibrațiilor măsurate pe reductorul cu raportul de transmitere $i = -324$ la turațiile de rotire a arborelui condus $n = 1000, 1500, 2000 \text{ min}^{-1}$ și sarcina constantă $T = 250 \text{ Nm}$, iar în figura 5.41 – pentru momentele de torsiune $T = 50, 100, 200 \text{ Nm}$ și turația constantă $n = 1500 \text{ min}^{-1}$.

Analiza spectrogramelor vibrațiilor reductoarelor la diferite regimuri de lucru, obținute în gamele de frecvențe $0-1000 \text{ Hz}$ și $0-2000 \text{ Hz}$, arată că spectrele respective pot fi prezentate ca acțiunea suprapunerii armonicii frecvenței de rotire a arborelui motor și a componentelor de vibrație ale angrenării asupra caracteristicilor inerțiale, de rigiditate și de vibrații.

Cercetările experimentale ale influenței forțelor excitante provocate de mișcarea sferospațială a satelitelui asupra emisiei de zgomot și spectrului de vibrații au demonstrat că aceste caracteristici ale transmisiilor precesionale sunt comparabile calitativ cu cele ale transmisiilor planetare clasice.

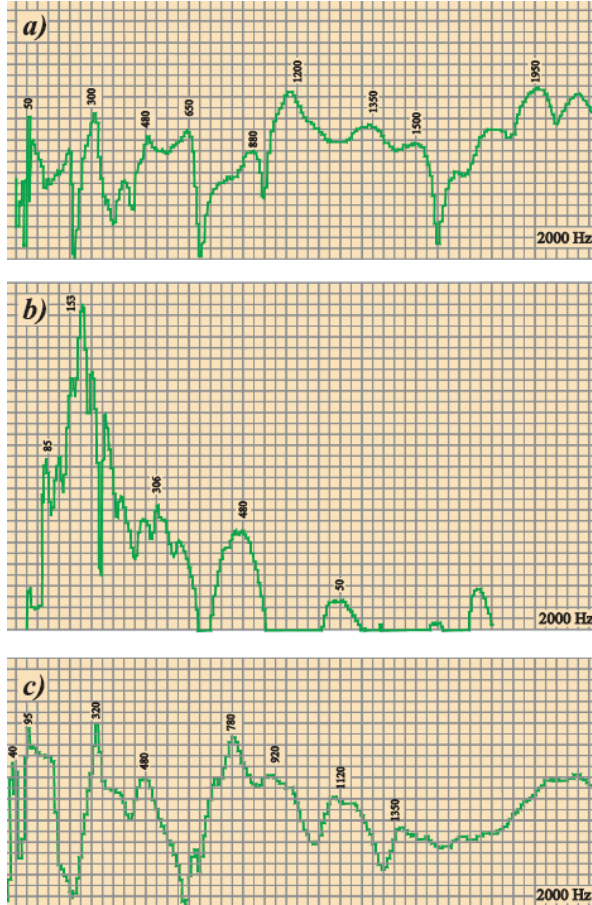


Figura 5.39. Caracteristicile inerțiale, de rigiditate și de vibrații ale reductoarelor $2K-H$ cu rapoartele de transmitere $i = -144$ (a), $i = -324$ (b), $i = -13,5$ (c)

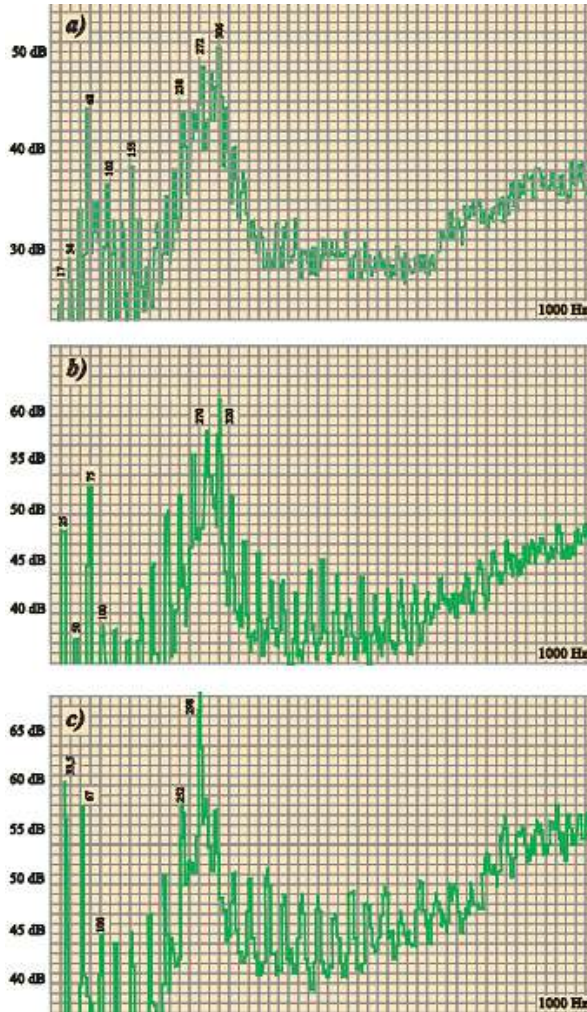


Figura 5.40. Spectrogramele vibrațiilor reductorului $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -324$, $T = 250 Nm$ și turația n , min^{-1} : 1000 (a), 1500 (b), 2000 (c)

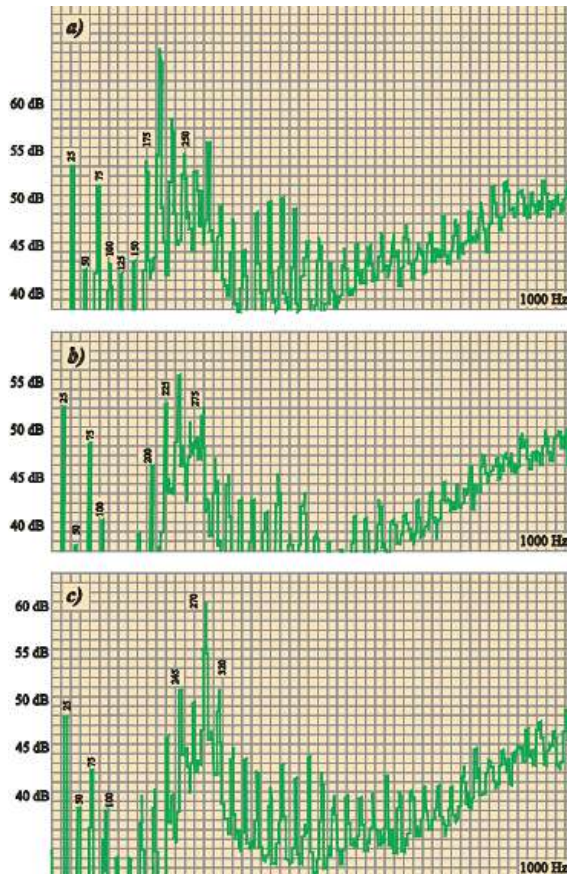


Figura 5.41. Spectrogramele vibrațiilor reductorului $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -324$ pentru frecvența de rotații $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ și momentul de torsiune $T \text{ Nm}$: 50 (a), 100 (b), 200 (c)

5.2 Transmisii precesionale cu angrenaj dințat

5.2.1 Mostre de reductoare experimentale

Mostrele experimentale ale reductoarelor precesionale cinematice cu angrenaj dințat A^D , prezentate în figurile 5.42 și 5.43, au fost proiectate în programul *SolidWorks* având în vedere asigurarea posibilității schimbării seturilor de roți ale angrenajului, executate din diferite materiale și cu diferiți parametri geometrici din configurația $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

Reductorul precesional experimental prezentat în figura 5.42 (a) include carcasa reductorului 1, capacul 2 pe care este montată roata dințată centrală imobilă 4, roata-satelit 5 instalată în rulmenți pe arborele-manivelă 3, roata centrală mobilă fixată pe arborele condus 6, montat în bușa 7. Roata-satelit

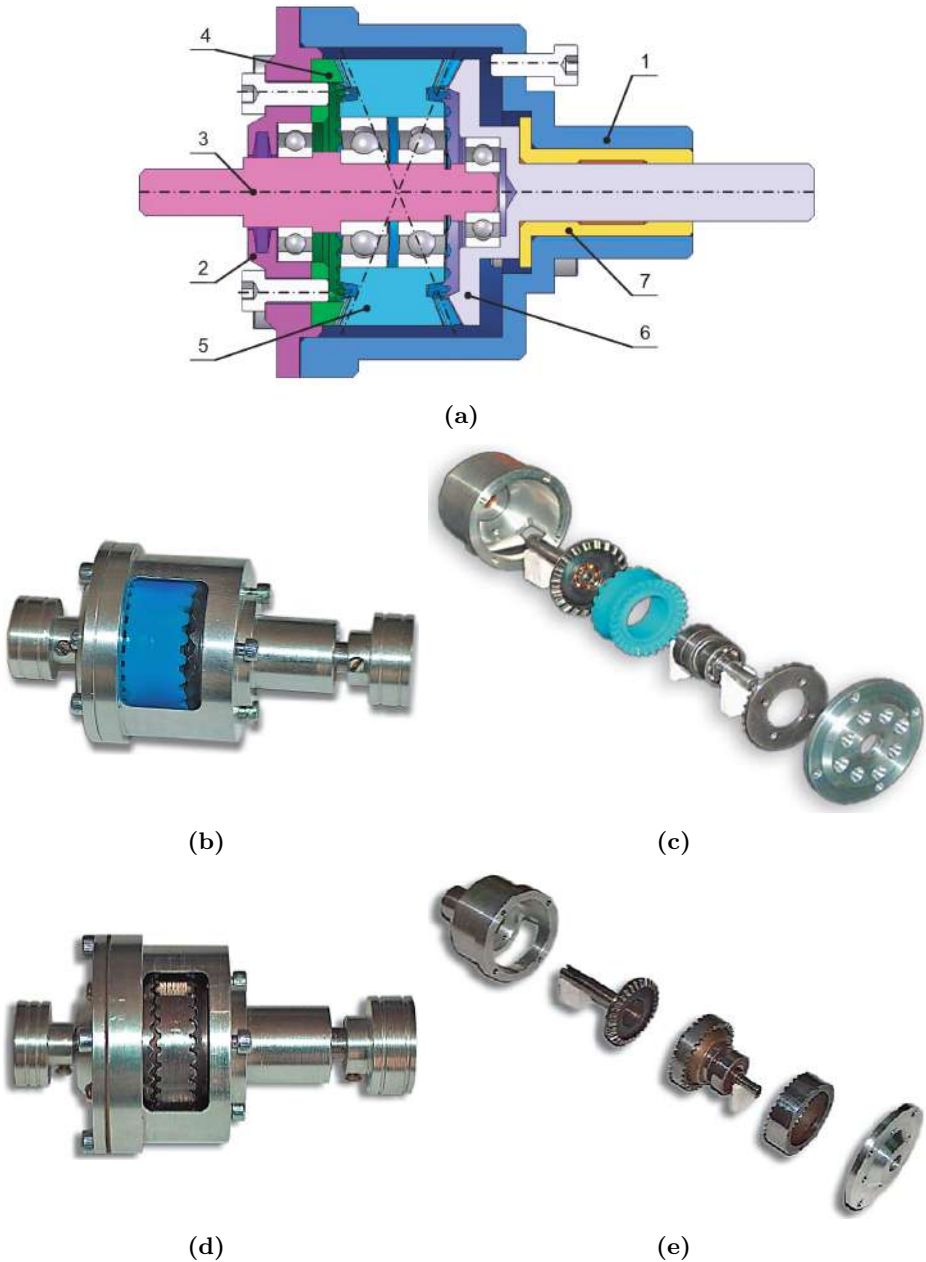


Figura 5.42. Mostre experimentale ale reductoarelor precesionale cu angrenaj A^D : vederea de ansamblu (a); imagini ale reductorului de tip $2K-H$ fabricat cu sateliți din masă plastică (b, c) și cu sateliți din metaloceramică (d, e)

cu profilul dinților în arc de cerc a fost fabricată prin turnare din masă plastică *Hostaform C 9021*. Roțile centrale cu profilul dinților convex/concav nestandardizat au fost fabricate din oțel 40Cr prin procedeul $G_{r,s}^{disc}$ cu generarea danturilor prin rostogolire cu scula-disc profilat periferic în arc de cerc și mișcare sferospațială. Materialul roții-satelit și parametrii geometrici ai angrenajului sunt prezentați în tabelul 5.2, iar imaginile reductorului asamblat și în desfășurare – în figura 5.42 (b, c).

Tabelul 5.2. Materialul roții-satelit cu dinți în arc de cerc și parametrii geometrici ai angrenajului

Material	Numărul dinților		Unghiul axoidei conice		Raport de transmitere i
	Z_1	Z_2	δ_1	δ_2	
<i>Hostaform C9021</i>	30	20	22,5	0	-57,0
	31	20	22,5	0	-53,5
	30	22	22,5	22,5	-78,8
	31	22	22,5	22,5	-72,3
	30	25	22,5	22,5	-144
	31	25	22,5	22,5	-124
<i>Hostaform C9021M</i>	30	20	22,5	0	-57,0
	31	20	22,5	0	-53,5
	30	22	22,5	22,5	-78,8
	31	22	22,5	22,5	-72,3
	30	25	22,5	22,5	-144
	31	25	22,5	22,5	-124
<i>Hostaform C9021TF</i>	30	20	22,5	0	-57,0
	31	20	22,5	0	-53,5
	30	22	22,5	22,5	-78,8
	31	22	22,5	22,5	-72,3
	30	25	22,5	22,5	-144
	31	25	22,5	22,5	-124

În figura 5.42 (d, e) este prezentat reductorul precesional asamblat și în desfășurare, dotat cu roată-satelit fabricată prin sinterizare din pulberi metalice. Parametrii geometrici ai roții-satelit, componenta pulberilor metalice, particularitățile tehnologice și constructive ale angrenajului sunt prezentate în capitolul 8, iar imaginile roților-satelit sinterizate – în figurile 5.44 (b) și 8.66 (a-d).

În figura 5.43 (a, b) este prezentat ansamblul modulului electromecanic precesional de acționare a antenelor sateliților geostaționari, elaborat în două variante ($i = -2115$ și $i = -840$) la comanda Institutului de Cercetări Cosmice din Moscova. Conform proiectului, pentru cercetări experimentale au fost fabricate mai întâi mostrele modulelor precesionale prezentate în figurile 5.43 (a, b), 9.48 (a-d) și 9.49 (a-c)⁴

⁴Secret de stat cu parafa “Uz de serviciu”.

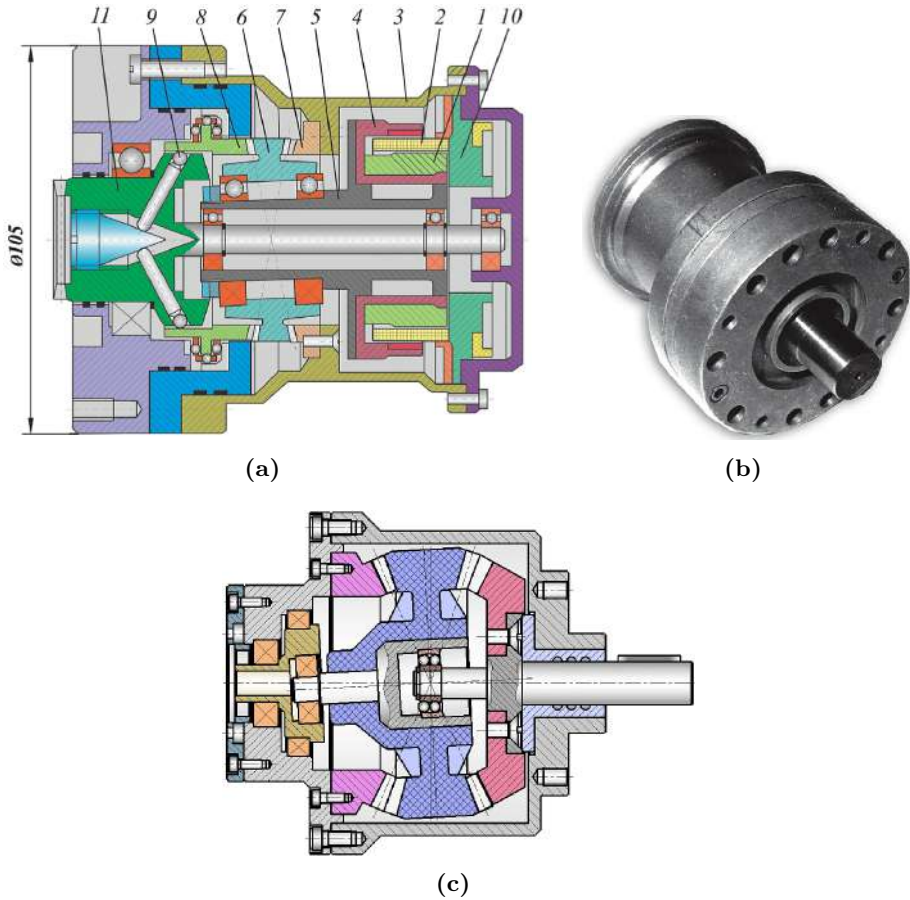


Figura 5.43. Mostre experimentale ale reductoarelor precesionale cu angrenaj A^D : desen de ansamblu (a), vederea generală a mostrei modulului electromecanic de acționare a antenelor sateliților geostaționari (b), desen de ansamblu (c)

Construcția, caracteristicile și principiul de funcționare a reductoarelor precesionale cu angrenaj A^D sunt prezentate în capitolele ?? și ?. Parametrii angrenajului cu raportul de transmitere $i = -2115$ sunt: numărul de dinți $Z_1 = 46$, $Z_2 = 47$, $Z_3 = 46$, $Z_4 = 45$, raza mediană a axoidei conice $R_m = 31,2\text{ mm}$, raza mediană a dinților, $r_m = 1,7\text{ mm}$, unghiul axoidei conice $\delta = 6^\circ$, unghiul de nutație $\theta = 1,4$, multiplicitatea angrenajului ($Z_1 - Z_2$) $\varepsilon = 61\%$ și a angrenajului ($Z_3 - Z_4$) $\varepsilon = 56\%$. Construcția reductorului și configurația parametrilor asigură conjugarea dinților cu prestrângere garantată în ambele angrenaje cu geometria contactului în *arc de cerc-concavă* (fig. 5.44 a).

Roțile centrale au fost fabricate din oțel $42CrMoWCI$, cu rectificarea flancurilor dinților prin tehnologia de generare prin rulare cu sculă precesio-

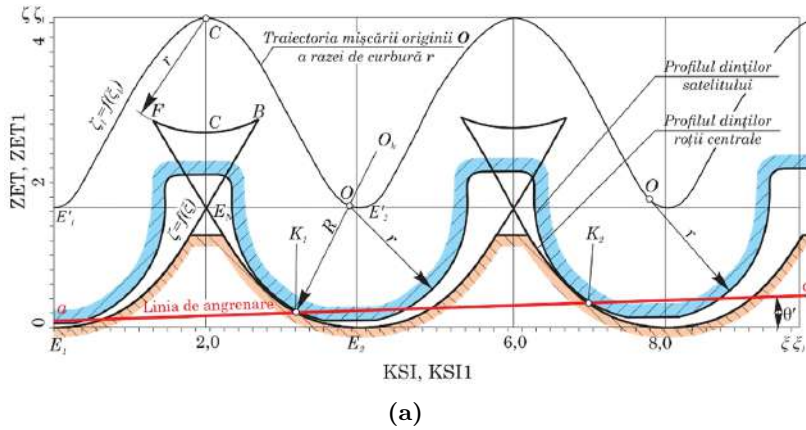


Figura 5.44. Profilograma contactului K_{CX-CV} convex-concav al dinților angrenajului A^D a modului precesional de acționare a antenelor sateliților geostaționari: $Z_4 = 45$, $Z_3 = 46$, $R_m = 31,2 \text{ mm}$, $r_m = 1,5 \text{ mm}$, $\theta = 1,4^\circ$, $\delta = 6,0$, $\varepsilon = 56\%$ (a) și mostre de semifabricate ale roților-satelit sinterizate din pulberi metalice (b, c)

nală, descrisă în capitolul 8. Roțile-satelit au fost fabricate prin sinterizare din pulberi metalice de marca *PJV 2.160.24* (GOST 9849 – 86) cu încălzire până la temperatura de 900°C în atmosfera de reducere cu carbon solid și recoacere prin difuzie, care asigură duritatea flancurilor active ale dinților de $58-62 \text{ HRC}$. Arborele de ieșire a reductorului, arborele-manivelă pe care este instalat electromotorul solar și corpul cuplajului de siguranță (fig. 5.43 a) au fost fabricate din titan, iar carcasa – din aliaj *Al Si 1 MgMn*, tratat la suprafață prin anodare.

Pentru asigurarea ungerii suprafețelor flancurilor dinților în condiții cosmice vidate, a fost utilizat lubrifianțul solid MoS_2 , impregnat prin presiune în microporii corpului roții-satelit din metaloceramică.

În conformitate cu caietul de sarcini elaborat de Institutul de Cercetări Cosmice din Moscova a fost redactată documentația tehnică a modulelor electromecanice experimentale în două variante constructive: $i = -2115$ și $i = -840$. Piesele originale ale mostrelor experimentale au fost fabricate la Uzina *Signal* din Chișinău, roțile-satelit din pulberi metalice au fost

confecționate prin sinterizare cu presare dublă, iar danturile roților centrale cu profil convex/concav nestandardizat au fost generate prin tehnologia cu sculă precesională în Laboratorul *Tehnologii Moderne* al UTM.

În figura 5.43 (c) este prezentat desenul de ansamblu al reductorului precesional cinematic cu angrenaj A^D cu destinație generală. Reductorul include carcasa 1, capacul 2 pe care este montată roata centrală fixă 3, roata-satelit 4 cu două coroane dințate laterale 5 și 6, roata centrală mobilă 7, fixată pe arborele condus 8 montat în bușa 9. Corpul roții-satelit 4 cu coroanele dințate 5 și 6 este turnat din masă plastică, fiind armat la centru axial cu arborele-manivelă 10, instalat în rulmenții 11 și 12.

Excentricul 13 este instalat în capacul 2 în rulmenții 14, amplasați coaxial cu arborele motorului electric (nu este prezentat). Excentricul 13 este dotat lateral cu lăcașul de așezare a rulmentului 11, amplasat cu excentricitate și coaxial cu roata-satelit 4, astfel încât formează cu axa centrală a reductorului unghiul de nutație θ .

La rotirea arborelui motorului electric prin intermediul excentricului 2, mișcarea de rotație se transformă în mișcare sferospațială a roții-satelit susținute de rulmentul sferic 12 cu unghiul de nutație θ , angrenând dinții coroanelor satelitului 5 și 6 cu dinții roților centrale fixă 3 și mobilă 7.

Roata-satelit este fabricată prin turnare din masă plastică, iar roțile centrale – prin sintetizare din pulberi metalice. Geometria contactului dinților este convex-concavă, cu profilurile dinților roții-satelit în arc de cerc iar a roților centrale – convex/concav. Configurația parametrică a angrenajului este: numărul dinților $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $Z_3 = 25$, $Z_4 = 24$, raza mediană a axoidei conice $R_m = 25\text{ mm}$, raza mediană a dinților cu profil în arc de cerc $r_m = 2\text{ mm}$, unghiul de nutație $\theta = 3,5^\circ$, unghiul axoidei conice $\delta = 22,5^\circ$.

5.2.2 Randamentul mecanic și emisia de zgomot. Metodologia cercetării, standuri și rezultate

5.2.2.1 Randamentul mecanic și emisia de zgomot

Fluxurile principale ale pierderilor de putere, care determină randamentul mecanic în reductoarele precesionale cinematice, sunt pierderile energetice în angrenaj, în reazemele arborelui-manivelă și arborelui de ieșire. Din analiza vitezelor liniare ale contactului dinților angrenați a fost stabilit că în angrenajul precesional dințat între flancurile dinților predomină mișcări relative cu alunecare. În acest caz, angrenajul precesional reprezintă un tribosistem de alunecare cu rostogolire caracterizat prin pierderi energetice relativ mai ridicate pentru învingerea forțelor de frecare în contact.

Din acest motiv, pierderile principale de energie în reductorul precesional se produc în zonele de contact dintre dinții conjugați ai roților centrale și cei ai roții-satelit. Cercetările experimentale ale randamentului mecanic și emisiei de zgomot au fost efectuate în laboratorul TM a UTM cu o serie de prototipuri de reductoare precesionale de aceleași dimensiuni de gabarit, echipate cu roți centrale și roți-satelit executate din diferite materiale rezistente la uzura cu frecare de alunecare și cu diverse forme geometrice ale contactului dinților, inclusiv cu diferiți lubrifianți și regimuri de ungere.

Remarca 5.2. *Metodologia cercetărilor experimentale ale reductoarelor precesionale cinematice este similară cu cea a reductoarelor precesionale de putere, descrisă în secțiunile 5.1.3 și 5.1.6.*

5.2.2.2 Standuri de cercetări experimentale ale parametrilor funcționali

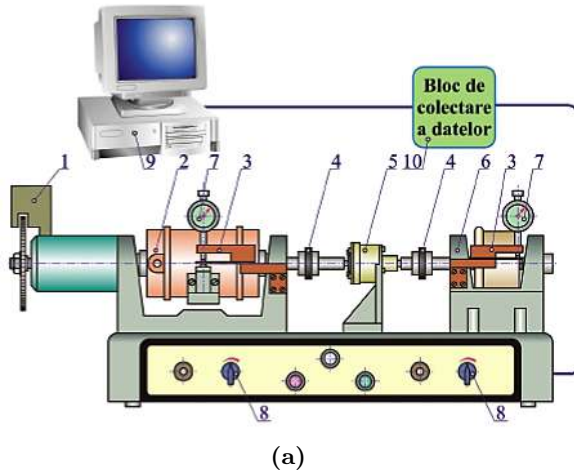
Pentru cercetarea parametrilor funcționali ai reductorilor precesionale cinematice au fost elaborate și fabricate standuri de încercări prezentate în figurile 5.45–5.47.

Standul prezentat în figura 5.45 (a) include reductorul precesional 5 supus testărilor, cuplat cu motorul electric 2 și frâna electromagnetică 6 prin intermediul cuplajelor elastice 4. La capătul din spate al arborelui motorului electric este montat traductorul de turație 1, iar pe reazemele motorului și ale frânei electromagnetice sunt instalate traductoarele 3 de măsurare a momentelor de torsiune la intrare în reductor și la ieșire. Comanda cu motorul electric 2 și frâna electromagnetică σ_a a standului de încercări, inclusiv colectarea informației, sunt efectuate prin intermediul blocului de colectare a datelor 10, conectat la calculatorul 9.

Standul asigură efectuarea testărilor pentru determinarea randamentului mecanic și a nivelului de vibrații și de zgomot la diferite regimuri de încărcare, cu variația turațiilor la arborele de intrare în limitele $n = 500 - 2000 \text{ min}^{-1}$ și a momentului de torsiune la arborele de ieșire în limitele $T = 0, 2 - 50 \text{ Nm}$.

În figurile 5.45 și 5.46 sunt prezentate standurile specializate pentru cercetarea experimentală a pierderilor energetice totale în reductorul precesional, iar în figura 5.47 sunt prezentate vederile reductorului precesional cinematic $2K-H$ în ansamblul nodului experimental (a) și motoreductorului precesional $2K-H$ pentru acționarea antenelor sateliților staționari (b).

Cercetările experimentale ale parametrilor funcționali ai motoreductorului precesional de tip $2K-H$ pentru acționarea antenelor modulelor sateliților geostaționari, prezentat în figura 5.47 (b), au fost efectuate conform protocoalelor de încercări ale beneficiarului pe standurile experimentale prezentate în figura 5.46 pentru testarea randamentului mecanic și a momentului de pornire (reductorul a fost acționat prin electromotorul propriu,



(a)



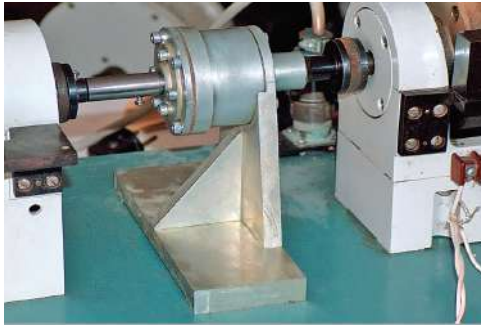
(b)

Figura 5.45. Stand pentru cercetarea experimentală a parametrilor funcționali ai transmisiilor precesionale cinematice cu angrenaj A^D schema (a), vederea de ansamblu (b)



Figura 5.46. Stand pentru cercetarea pierderilor mecanice în transmisiile precesionale cinematice cu angrenaj A^D

alimentat cu energie electrică printr-un convertor). Pentru testări suplimentare a motoreductorului (fig. 5.47 b) au fost utilizate standurile prezentate în figura 5.22 (c) – pentru testarea preciziei cinematice (standul este dotat cu un traductor cu precizia cinematică ± 3 sec. unghiulare) și în figura 5.27 (b) – pentru testarea rigidității torsionale și a jocului în angrenaj.



(a)



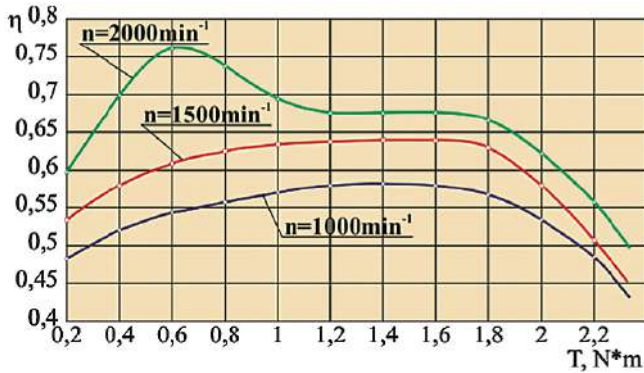
(b)

Figura 5.47. Reductor precesional cinematic de tip $2K-H$ în ansamblul experimental (a) și motoreductorul precesional de tip $2K-H$ cu motor alimentat cu energie solară fotovoltaică pentru acționarea antenelor sateliților geostaționari (b)

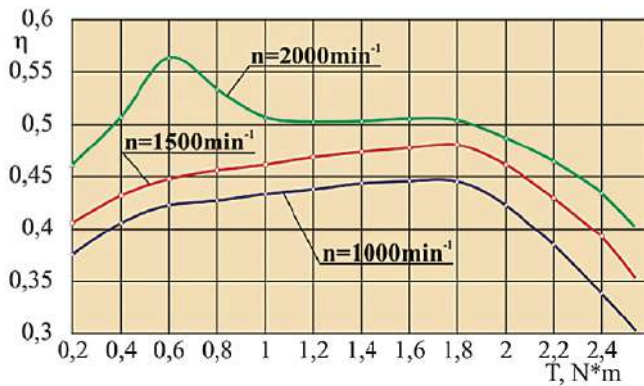
5.2.2.3 Rezultatele cercetărilor

Randamentul mecanic. În baza rezultatelor experimentale obținute pe mostre de reductoare precesionale cinematice cu diferite configurații ale parametrilor geometrici ai angrenajului și cu diverse seturi de roți centrale și roți-satelit (fig. 5.48), a fost stabilit faptul că la creșterea raportului de transmitere de la $i = -72,3$ până la $i = -144$, randamentul scade cu circa 25%. Majorarea în salt a randamentului mecanic pentru frecvența de turații de 2000 min^{-1} a arborelui de intrare și la solicitări cu sarcina de $0,6 \text{ Nm}$ se explică prin realizarea regimului fluid de ungere în zonele de contact ale suprafețelor dinților. La variația turațiilor arborelui de intrare de la 1000 min^{-1} până la 2000 min^{-1} , în condiții de încărcare cu sarcini nominale, randamentul reductorului crește cu aproximativ 20%. Aceste rezultate se află în deplină concordanță cu rezultatele cercetărilor coeficientului de frecare în cuplurile cinematice executate din aceleași cupluri de materiale.

Nivelul de zgomot. Nivelul de zgomot a fost măsurat cu sonometrul *Bruel Kjaer Type 2250 LYGHT*, dotat cu produsul program *EVALUATOR 7820*. Rezultatele cercetării nivelului de zgomot în reductoarele precesionale cu rapoarte de transmitere $i = -72,3$ și $i = -144$, pentru diferite turații ale arborelui de intrare, sunt prezentate în figura 5.49. Analiza spectrogramelor de zgomot demonstrează că la diferite rapoarte de transmitere, nivelul de



(a)



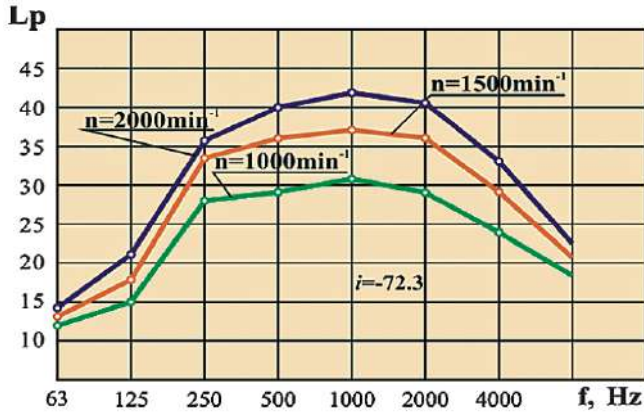
(b)

Figura 5.48. Randamentul mecanic al transmisiei precesionale cinematice cu prestrângere în angrenaj: $i = -72,3$ (a) și $i = -144$ (b)

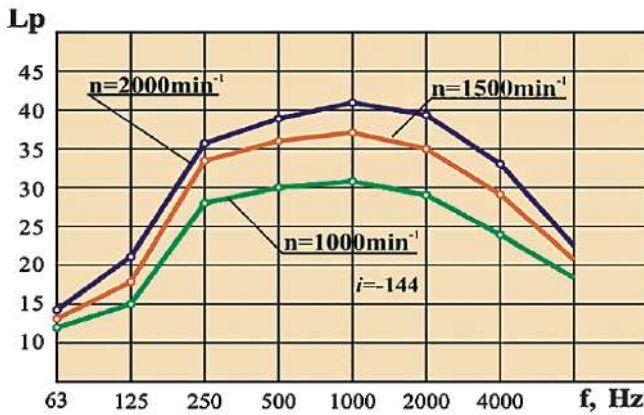
zgomot este relativ redus și constituie $35 - 40 \text{ dB}$, fapt ce se explică prin angrenarea multipară a dinților și utilizarea roților dințate din masă plastică, care au o capacitate pronunțată de atenuare a zgomotului.

Caracteristicile funcționale ale motoreductorului precesional de tip $2K-H$ pentru acționarea antenelor sateliților geostaționari (fig. 5.43 a, b), determinate prin testări experimentale [8, 9] în conformitate cu protocoalele de încercări ale beneficiarului la standurile specializate, sunt următoarele:

- puterea la arborele motorului solar 80 W ;
- raportul de transmitere $i = -2115$;
- randamentul mecanic $\eta = 60\%$;
- precizia cinematică $40''$;
- puterea acustică $60 - 75 \text{ dBa}$;
- momentul de pornire $0,006 \text{ Nm}$;
- rigiditatea torsională $1,1 \cdot 10^5 \text{ Nm/rad}$.



(a)



(b)

Figura 5.49. Analiza nivelului de zgomot în transmisia precesională cinematică: $i = -72,3$ (a) și $i = -144$ (b)

După aprobarea caracteristicilor funcționale, au fost fabricate și asamblate exemplarele de bord ale motoreductoarelor precesionale cu rapoartele de transmisie $i = -2115$ și $i = -840$, conform ansamblului prezentat în figura 5.43 (a).

Remarca 5.3. Cercetările experimentale ale reductoarelor precesionale de putere s-au efectuat cu mostre experimentale și prototipuri industriale cu angrenaje A^B și A^D și angrenări A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D și A_{CV-CV}^D cu regimuri de funcționare de reductor, multiplicator sau diferențial.

Remarca 5.4. Cercetările experimentale ale reductoarelor precesionale cinematice s-au efectuat cu mostre experimentale și prototipuri industriale fabricate în cadrul contractelor economice cu angrenaje dințate A^D în angrenări A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D cu profiluri convexe/concave și con-

cav/concave cu roți fabricate prin turnare cu injecție sub presiune din mase plastice și prin sinterizare cu presare din pulberi metalice.

Remarca 5.5. *Cercetările experimentale au permis determinarea valorică a factorilor de sarcină $k_{H\beta}$, k_{HP} și k_{HV} în angrenajele precesionale de tip $K-H-V$ și $2K-H$ cu profilul convex/concav variabil al dinților în contact K_{CX-CV} , K_{CX-R} , K_{CV-CV} și K_{CV-CV}^{β} .*

Remarca 5.6. *Cercetările experimentale au cuprins determinarea tuturor caracteristicilor funcționale definitorii ale nivelului tehnic conform normelor și standardelor de produs ale reductoarelor, inclusiv determinarea caracteristicilor funcționale unice ale transmisiilor precesionale exploatare în condiții extreme, spre exemplu, la presiuni hidrostatice înalte și temperaturi joase, în spații vidate etc.*



CRITERIILE CAPACITĂȚII DE FUNȚIONARE ȘI DE CALCUL AL TRANSMISIILOR PRECESIONALE

6.1 Deteriorarea angrenajelor

Calculul de rezistență a angrenajelor are drept scop să preîntâmpine deteriorarea acestora. Cauzele ce conduc la deteriorarea angrenajelor pot fi erorile în proiectare sau în fabricație, exploatarea incorectă sau aplicarea unor tehnologii necorespunzătoare de tratament termic al pieselor componente.

Procesul ciclic și pulsator de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii în angrenaje este însoțit de o multitudine de factori variabili în timp, care supun roțile dințate, arborii, lagărele, asamblările interne diferitor forme de deteriorare.

Ruperea dinților, cauzată de oboseala materialului sau de suprasarcinile care apar în angrenaj, este cea mai periculoasă formă de deteriorare a danturii, deoarece bucățile rupte din dinți pot defecta alte organe de mașini din transmisie.

Ruperea dinților prin oboseală este principala cauză de deteriorare a flancurilor active ale angrenajelor executate din oțel cu duritate mare ($> 45 HRC$). Acțiunea repetată a sarcinii din angrenaj are ca efect solicitarea dintelui cu forțe și momente variabile după un ciclu pulsator sau alternant simetric.

Variația ciclică de la zero la valoarea maximă a tensiunii de încovoiere σ_F conduce la oboseala materialului și la apariția unor microfisuri la baza dintelui, pe partea fibrelor întinse, favorizată și de concentratorul de tensiuni reprezentat de raza de racordare a dintelui la corpul roții. În timp,

microfisura se mărește și reduce secțiunea de încastrare a dintelui la corpul roții, ducând la ruperea acestuia. Linia de rupere a dintelui de regulă are o înclinare diferită de la roata la roata, valoarea medie a acesteia fiind de 30° față de orizontală.

Este cunoscut faptul ca în domeniul vitezelor mici și medii ($< 30-40 \text{ m/s}$) pentru roțile nedurificate $HB < 3500 \text{ MPa}$, efectul care se manifestă preponderent primul este oboseala de contact al flancului dintelui, fenomen cunoscut sub denumirea de *piting*. În cazul roților durificate ($HB > 3500 \text{ MPa}$), rezistența la piting este mai ridicată, ceea ce produce – ca factor de distrugere – ruperea la baza dintelui prin oboseala la încovoiere.

Pitingul, manifestat prin ciupirea flancurilor active ale dinților, este o formă de deteriorare prin oboseala de contact a stratului superficial al dintelui. Ciupirea este principala cauză de deteriorare a angrenajelor executate din oțeluri cu duritate redusă și care funcționează bine unse, în carcase închise.

În zona de contact dintre dinți apar atât tensiuni normale cât și tensiuni tangențiale variabile după un ciclu pulsator. Încărcarea dinților produce totodată și o deformare a statului superficial de pe flancurile dinților în contact. În timp, după un număr de solicitări, materialul dinților obosește și determină apariția unor microfisuri de oboseală pe suprafețele flancurilor active.

Deși roțile durificate permit la aceleași dimensiuni solicitări mai mari ca urmare a creșterii rezistenței la piting, tehnologia de fabricație este mai scumpă și mai complexă, deoarece include și un tratament termic de durificare a flancului (călire superficială) cu nitrurare sau cementare. Aceste tratamente trebuie să fie urmate de operații de rectificare a danturii, care sunt scumpe și puțin productive. La roțile nedurificate se aplică numai tratamente termice de normalizare și îmbunătățire.

Astfel, pentru roțile nedurificate pericolul principal de distrugere este oboseala de contact a flancului dintelui, iar roțile durificate sunt afectate de oboseala de încovoiere la baza dintelui.

Pentru evitarea deteriorării prin piting, trebuie ca tensiunea efectivă de contact σ_H să fie mai mică decât limita admisibilă la solicitarea de contact σ_{Hp} , iar pentru evitarea distrugerii prin oboseala de încovoiere, e necesar ca tensiunea efectivă de încovoiere σ_F să fie mai mică decât limita admisibilă la încovoiere σ_{Fp} , deci în ambele cazuri trebuie să se respecte condițiile de admisibilitate:

$$\sigma_H \leq \sigma'_{Hp}, \quad \sigma_F \leq \sigma_{Fp}.$$

Calculul angrenajelor clasice se bazează pe o solicitare de încovoiere și pe una de oboseală, făcându-se ulterior verificarea la gripare și la suprasolicitări.

Din prima inegalitate se calculează distanța dintre axe, iar din a doua rezultă modulul danturii roților angrenate.

Calculul la solicitarea de presiune de contact se efectuează pe baza modelului lui Hertz de determinare a tensiunilor de contact maxime, pe baza teoriei elasticității, pentru două corpuri solificate static de o sarcină normală, prin asimilarea celor doi dinți în contact, în secțiune normală, cu doi cilindri cu razele de curbura egale cu cele ale dinților în punctul de contact.

Corelarea modelului hertzian de calcul cu situația reală a dinților în angrenare pe când se face prin admiterea unor condiționalități restrictive, considerate prin corectarea tensiunilor admisibile utilizate în calculul angrenajelor la presiune de contact, după cum urmează:

- Contactul hertzian nu presupune mișcare relativă între cilindrii în contact, pe când contactul real dintre dinții roților dințate este caracterizat prin mișcare relativă; pentru corectarea modelului de calcul se introduce factorul de viteză Z_V în calculul tensiunilor admisibile.
- Cei doi cilindri ai modelului hertzian sunt considerați perfect netezi, pe când flancurile active ale dinților roților au o anumită rugozitate Z_R (în unele cazuri - poligonalitate), dependentă de tipul prelucrării aplicate roților. Corectarea modelului de calcul se face prin introducerea factorului de rugozitate Z_R în relația de calcul a tensiunii admisibile.
- Modelul hertzian presupune contactul direct între cilindri, spre deosebire de situația reală a dinților în angrenare, când între flancuri există pelicula de lubrifianț. Modelul se corectează prin introducerea factorului de lubrificație Z_L în relația tensiunii admisibile la solicitarea de presiune de contact.

Trebuie de menționat și faptul că spre deosebire de contactul hertzian, care este analizat pentru cazul sarcinilor statice, contactul real dintre dinții roților este caracterizat de sarcini variabile specifice funcționării angrenajelor. Această diferențiere este evidențiată în calcul prin multiplicarea sarcinii nominale F_n cu factorii dinamici exterior k_A și intern k_V .

Forța normală F_n care încarcă un dinte se poate considera distribuită uniform pe lungimea l_k a liniei de contact, întrucât sarcina nominală F_n a fost multiplicată cu factorul de distribuție neuniformă a sarcinii pe lungimea de contact, $k_{H\beta}$.

Celelalte ipoteze care stau la baza analizei modelului hertzian sunt acceptate și în calculul roților dințate:

- materialul este omogen și izotrop;
- deformația materialului este elastică, fiind valabilă legea lui Hooke;
- sarcina este normală, neglijându-se forțele tangențiale și de frecare;

- dimensiunile suprafeței de contact sunt mici în raport cu razele de curbură ale suprafețelor în contact.

Conform modelului hertzian corectat, ca urmare a deformațiilor elastice din zona de contact a flancurilor dinților celor două roți, sarcina se transmite de la un dinte la cel conjugat nu prin contact liniar, ci printr-o suprafață cu lățimea $2a$ (fig. 1.35); ca urmare, tensiunile normale σ_H care apar sunt distribuite eliptic pe lățimea de contact [3]. Valoarea maximă a acestei tensiuni este dată de relația lui Hertz, pentru angrenaje rescrisă sub forma

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_n}{l_k} \cdot \frac{1}{\rho}},$$

în care

$$Z_E = \frac{1}{\sqrt{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

reprezintă factorul de elasticitate a materialului, dependent de modulele de elasticitate ale materialelor roților $E_{1,2}$ și de coeficienții de contracție transversală $\nu_{1,2}$.

Curbură redusă $1/\rho$ a suprafețelor active ale flancurilor perechii de dinți maximal sollicitată cu forța normală F_n se determină în funcție de razele de curbură ale suprafețelor de contact $\rho_{1,2}$ în secțiunea normală cu relația:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2},$$

unde semnul “+” este pentru suprafețe cu contact exterior convex-concav; semnul “-” este pentru suprafețe cu contact interior convex-concav.

6.2 Aspectele și cauzele deteriorării flancurilor dinților în angrenajul precesional

În angrenajul precesional A^B cu angrenare *dinte – rolă*, dintele și rola formează o cuplă superioară de rostogolire, iar rola este elementul cinematic pasiv. În acest caz, termenul funcționării angrenajului va depinde de forța de frecare din contactul dinte - rolă, al cărei moment pune în mișcare elementul condus. În acest caz, rostogolirea rolei este însoțită de o alunecare neesențială, provocată de momentele de rezistență la rostogolire, de rezistența rotirii pe axă și forțele de inerție (fig. 6.1). Această alunecare poate fi forțată ca rezultat al interacțiunii forțelor interioare și celor exterioare din cupla cinematică.

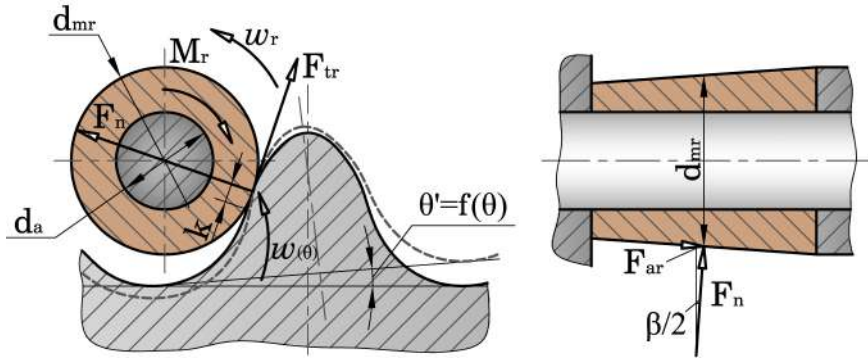


Figura 6.1. Interacțiunea *dinte - rolă* în angrenajul precesional A^B

Conform [173, 174], alunecarea diminuează considerabil numărul admisibil al ciclurilor de lucru de solicitare pulsatorie a contactului cuplei superioare, implicit reduce termenul funcționării acestuia. Contactul suprafețelor cuplelor superioare cu rostogolire însoțit de alunecare este supus uzurii ca urmare a deformării, curgerii plastice și exfolierii stratului superficial, precum și de ciupirea de contact (piting). Primul tip de deteriorare a suprafețelor de contact este caracteristic în cazul durității suprafeței sub $45 HRC$, al doilea – în cazul durității suprafeței de peste $45 HRC$.

Influența pitingului a fost apreciată de un șir de cercetători [194, 207, 209, 191, 161, 152]. În contactul dinților cementați înalt solicitați care funcționează cu ungere, în condițiile în care tensiunile în contact depășesc considerabil limita rezistenței la contact, pot apărea microfisuri în adâncime. În asemenea caz, uzura mecanică poate duce la ieșirea acestor microfisuri la suprafață. Ciupirea de contact care se începe poate provoca distrugerea progresivă a straturilor superficiale. Pentru materiale mai moi ale roților dințate, punctul cel mai solicitat se află mai aproape de suprafață, de aceea, în urma uzării mecanice a suprafețelor de contact, se înlătură stratul în care se formează microfisurile. Aceasta va contribui la o mărire oarecare a termenului de funcționare a angrenajului.

Încercările efectuate pe angrenaje precesionale au arătat că pentru cuplele cinematice superioare ale acestora cele mai caracteristice deteriorări sunt uzura suprafețelor de contact dinte - rolă la duritatea mai mică de $45 HRC$ și pitingul la duritatea de peste $45 HRC$. Au fost supuse testărilor două angrenaje simultan.

În primul angrenaj, rolele și roata-satelit au fost executate din oțel $40 Cr10 (40 X) (40 - 45 HRC)$. Al doilea angrenaj a fost executat din oțel $20 CrM_04 (20 XHP)$ cu adâncimea stratului cementat după rectificare de $1,2 \mu m$, duritatea $50 - 55 HRC$. Ambele angrenaje au fost lubrificate prin scufundare în baia cu ulei $TAD-17$.

Primul angrenaj a fost încercat pe standul reprezentat în figura 6.11 (d), iar al doilea – pe standul din figura 6.11 (f). Totodată, a fost încercat un angrenaj cu role din oțel 102 Cr6 (III X-15) (58 – 62 HRC), utilizat în reductorul înalt solicitat al complexului de extragere a zăcămintelor feromanganice de pe fundul Oceanului Planetar (fig. 6.11 b).

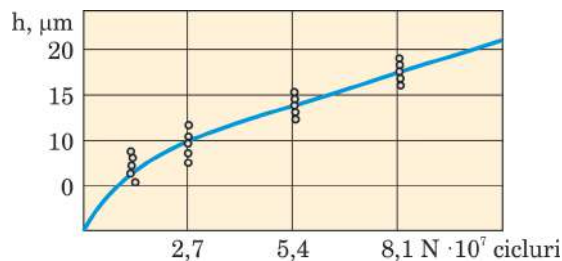


Figura 6.2. Dependenta uzurii rolor din oțel 40X de numărul de cicluri

Uzura rolor a fost verificată peste $N_h = 2,7 \cdot 10^7$, $5,4 \cdot 10^7$, $8,1 \cdot 10^7$ și $1,8 \cdot 10^7$ cicluri de solicitare (fig. 6.2). Pentru determinarea uzurii a fost utilizată metoda gravimetrică, conform căreia rolele se cântăreau până și după încercări pe cântarul analitic VLA-200M cu precizia $\pm 0,1 \text{ mg}$. Conform pierderii masei rolei, se determina valoarea uzurii liniare h . Înainte de cântărire, rolele se curățau de impurități prin spălare în benzină și white-spirit. Precizia de măsurare pe cântarul VLA-200-A la recalculare de la valoarea gravimetrică a uzurii la cea liniară constituia $\pm 1,4 \mu\text{m}$.

Uzura dinților roții-satelit a fost determinată prin compararea formei geometrice a profilurilor dinților până și după încercări. Diagramele distribuției uzurii pe profilul dintelui s-au înregistrat prin metoda de scanare a suprafeței cu ajutorul profilometrului electronic KCP-01. Rugozitățile R_a ale suprafețelor active s-au măsurat cu profilometrul Taylor Hobson FormTalySur 50 cu precizia de $\pm 0,4 \mu\text{m}/50 \text{ mm}$. Precizia metodei pentru condițiile menționate constituia $\pm 3 \mu\text{m}$.

Conform testelor efectuate, uzura pe înălțimea dinților este aproximativ uniformă. Datorită acestui fapt, forma geometrică a dintelui nu se schimbă pe parcursul funcționării transmisiei, spre deosebire de angrenajul în evoluție, în care uzura dinților conduce la micșorarea considerabilă a curburii dinților racordați, în special în zona polului angrenării. În angrenajul precesional, forma profilului dintelui se păstrează pe parcursul uzurii lui, deci și raza de curbura echivalentă rămâne constantă.

S-a constatat că, datorită particularităților conjugării profilurilor dinților în angrenajul precesional – geometria inițială a flancurilor, deci și interacțiunea lor – măsura uzurii nu se schimbă. Datorită acestui fapt, caracteristicile: precizia cinematică, vibroactivitatea, multiplicitatea angrenării și funcționarea lină – se schimbă esențial.



Figura 6.3. Role din angrenajul precesional A^B fabricate din oțel 40Cr10, cu duritatea 40–45 HRC după solicitarea cu $1,08 \cdot 10^8$ cicluri sarcină pulsatorie

În figura 6.3 sunt prezentate rolele angrenajului precesional din oțel 40Cr10 cu duritatea 40–45 HRC, testate după $1,08 \cdot 10^8$ cicluri de solicitare.

Conform rezultatelor încercărilor, rola are uzură maximă, fiind element pasiv în cupla de clasa superioară. Pentru calculul termenului de funcționare angrenajului, este necesar să cunoaștem valoarea intensității uzurii rolor, care se determină prin relația:

$$I_m = \frac{dh}{dS} \approx \frac{h}{S}, \quad (6.1)$$

unde h este adâncimea stratului uzat al rolei peste un număr determinat de cicluri de solicitare; S – drumul de frecare.

Pentru rolele din oțel 40Cr10 (40X) cu duritatea de 40–45 HRC la ungere cu ulei TAD-17, sarcina specifică $q = 127 \text{ N/mm}$, intensitatea medie a uzurii a constituit $I_m = 2,58 \cdot 10^{-8}$. În baza rezultatelor încercărilor efectuate a fost elaborată metoda de calcul al angrenajului precesional la uzură – pentru duritatea de până la 45 HRC [8, 9].

În cadrul cercetărilor experimentale la pitting s-a constatat că în angrenajul precesional cu role fabricate din oțel 20CrM04 (20XHP) cu duritatea de 50–55 HRC, primele ciupituri pe role apar după $N_h = 1,2 \cdot 10^9$ cicluri de încărcare cu sarcină (fig. 6.4 a), după care fenomenul se întetește. Prelungirea testărilor experimentale la pitting până la $1,4 \cdot 10^9$ cicluri pulsatorii a condus la intensificarea deteriorării suprafețelor de contact al rolor până la starea prezentată în figura 6.4 (b). În figura 6.5 este prezentată starea suprafețelor rolor din oțel 102Cr6 (11X-15) cu duritatea de 58–62 HRC,

afectate de piting după $1,4 \cdot 10^9$ cicluri pulsatorii. Cercetările experimentale la uzură și piting au fost efectuate până la $1,4 \cdot 10^9$ cicluri de încărcare, iar pentru reducerea timpului și a costului, într-un singur angrenaj au fost montate role conice fabricate din diferite materialele (40 Cr10, 20 CrM₀4 și 102 Cr6) și cu prelucrări chimico-termice diferite.

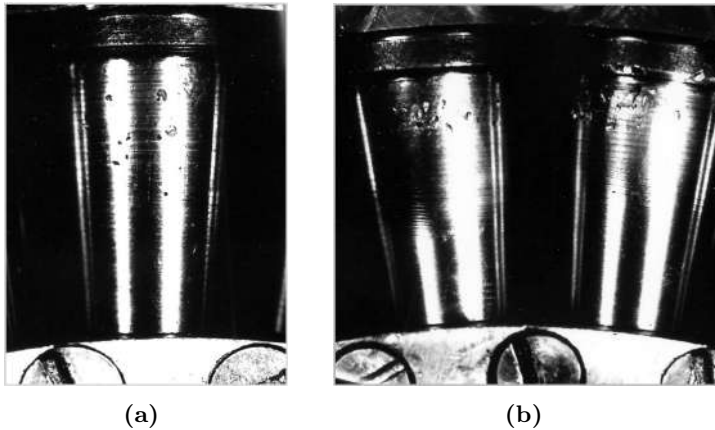


Figura 6.4. Evoluția deteriorării prin piting pe suprafața roților din oțel 20 CrM₀4 (20 XHP) cu duritatea de 50 – 55 HRC (cementate) după $N_h = 1, 2 \cdot 10^9$ (a) și după $1,4 \cdot 10^9$ (b) cicluri de solicitare cu sarcina pulsatorie

Datorită specificului geometriei formei flancurilor dinților cu profil convex/concav, caracterizat prin valori mici ale raportului înălțimea dintelui către pasul acestora (grosimea dintelui la încastrare în dantura roții), nu este oportun calculul angrenajului precesional la distrugere prin oboseala de încovoiere.

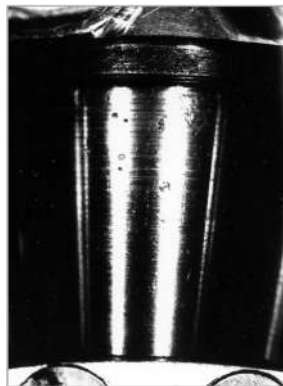


Figura 6.5. Starea suprafeței roților din 102 Cr6 (III X-15) cu duritatea de 58 – 62 HRC după $N_h = 1,4 \cdot 10^9$ cicluri

Analiza rezultatelor cercetărilor experimentale ale angrenajelor precesionale a demonstrat că deteriorarea suprafețelor active ale cuplelor cinematice de clasă superioară *dinte – rolă* este cauzată preponderent de fenomenul piting, localizat pe suprafața conică a roților.

De aceea, calculul de rezistență a angrenajului precesional se bazează pe preîntâmpinarea depășirii tensiunilor efective de contact, în raport cu tensiunile admisibile de contact calculate pentru cuple cinematice de clasă superioară cu prezența frecării cu alunecare.

6.3 Cinematica și geometria contactului în angrenajul multipar

6.3.1 Alunecarea din angrenare

În angrenajul precesional cu diferența numărului de dinți a roților conjugate de ± 1 , pentru a exclude alunecarea din contact ca o componentă cinematică a procesului de transformare a mișcării, este necesar ca unul dintre dinți să reprezinte o cuplă cinematică superioară de rostogolire. Astfel, în angrenajul A^B alunecarea din contact se substituie prin rostogolire, rola fiind elementul pasiv.

În acest caz, durata de funcționare a angrenajului A^B va depinde de forța de frecare din contactul dinte - rolă, al cărei moment pune în mișcare de rotație elementul condus (pasiv) al cuplei cinematice (fig. 6.1). La un ciclu de precesie a satelitului, contactul dinților se va produce cu rostogolire cu prezența unei alunecări variabile relative în contact. Mărimea alunecării relative din fiecare contact dinte – rolă depinde de momentul de rezistență rostogolirii, de rezistența rotirii pe axă și forțele de inerție ale roții, în fond relevând rezultatul interacțiunii forțelor interioare și celor exterioare în cupla cinematică. Analiza rezultatelor cercetărilor consacrate studiului problemelor de contact [212] demonstrează că existența a doar 10% de alunecare în contactul cuplei superioare de rostogolire reduce de 1000 de ori termenul ei de funcționare ca urmare a deformării, curgerii plastice, exfolierii stratului superficial, precum și a fenomenului pitingului.

De aceea, calculul de rezistență a angrenajului precesional dinte - rolă se rezumă la determinarea tensiunilor efective de contact σ_H și la compararea lor cu limita admisibilă σ'_{Hp} , apreciată cu considerarea prezenței în contact a cuplei cinematice de clasă superioară cu rostogolire și alunecare din condiția $\sigma_H \leq \sigma'_{Hp}$.

Prin testări experimentale a fost apreciat gradul de influență a alunecării din cuplele cinematice asupra limitei de rezistență la contact cu rostogolire

σ_{Hp} , exprimată prin relația

$$\sigma'_{Hp} = \sigma_{Hp} \left(0,28 + 0,72 e^{-V_{al}/K_3} \right), \quad (6.2)$$

unde σ_{Hp} sunt tensiunile admisibile la rostogolirea pură, V_{al} este viteza de alunecare și K_3 – coeficient adimensional, care pentru oțel are valoarea 30,5.

Viteza de alunecare V_{al} din cupla cinematică superioară poate fi determinată cu ajutorul relației:

$$V_{al} = K_1 \ln \frac{f_{max}}{f_{max} + k/r_{mr} - M_r/r_{mr} F_n}, \quad (6.3)$$

unde K_1 este coeficientul ce caracterizează condițiile de funcționare a cuplei cinematice superioare, proprietățile fizico-mecanice ale materialelor și alți parametri care nu pot fi incluși în calcul separat. În cazul angrenajului precesional acest coeficient ține cont de alunecarea forțată și de condițiile de ungere. Pentru condițiile de funcționare ale angrenajului studiat $K_1 = 2,463$, f_{max} este coeficientul maxim de frecare pentru materialele cuplei în condițiile date de funcționare, k este coeficientul frecării de rostogolire, M_r – momentul forțelor de rezistență care ține cont de frecarea dintre rolă și axă și pe suprafața frontală a rolei, r_{mr} – raza rolei în secțiunea mediană și F_n este forța normală în cupla cinematică superioară.

Momentul forțelor de rezistență a rostogolirii rolei conice M_r poate fi exprimat prin relația:

$$M_r = M_a + M_f + M_c, \quad (6.4)$$

unde M_a este momentul forțelor de frecare pe axa rolelor, M_f – momentul forțelor de frecare pe suprafața frontală a rolelor și M_c – momentul de rezistență la rostogolirea rolei pe flancul dinților.

Momentele forțelor de rezistență la frecare pe axa rolelor M_a și pe suprafața frontală a rolelor M_f se determină din relațiile

$$M_a = \frac{F_n f d_0}{2}, \quad M_f = \frac{F_a f (d_{mr} + d_0)}{4}, \quad (6.5)$$

unde F_n și F_a sunt forțele normală și axială aplicate rolei, f este coeficientul de frecare de alunecare, d_{mr} – diametrul rolei conice în secțiunea mediană, d_0 – diametrul axei rolelor, iar $F_a = F_r \cos \beta$, în care β este unghiul de conicitate al rolelor conice.

Momentul de rezistență la rostogolirea rolei pe flancul dinților

$$M_c = F_n k,$$

unde k este coeficientul de frecare la rostogolire.

Luând în considerație (6.4), expresia (6.3) va lua forma:

$$V_{al} = K_1 \ln \frac{f_{max}}{f_{max} - \frac{fd_0 + 0,5f(d_r + d_0) \sin \alpha_\omega \sin(\delta + \beta') \cos \delta}{d_{mr}}}, \quad (6.6)$$

unde β' este unghiul poziției liniei de contact a cuplei dinte - rolă (a se vedea secțiunea 6.5.2).

6.3.2 Multiplicitatea angrenării și liniile de contact sumare

În transmisiile planetare precesionale (TPP), multiplicitatea angrenării dinților reprezintă cea mai importantă caracteristică ce determină capacitatea lor portantă, precizia cinematică, masa și gabaritele, cerințele privind materialul roților dințate ș.a.

S-a demonstrat teoretic și experimental (a se vedea capitolele 3 și 6, respectiv) că în angrenajul precesional pot angrena simultan de la 60% până 100% perechi de dinți. Multiplicitatea teoretică a angrenării ε depinde de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$ a angrenajului.

În realitate numărul perechilor de dinți simultan angrenate mai depinde încă de o mulțime de factori tehnologici și de exploatare, printre care: precizia de execuție și deformabilitatea danturilor roților și arborilor; caracterul dinamic al sarcinii și regimul de funcționare a transmisiei; structura cinematică a transmisiei; utilizarea elementelor flotante etc.

În acest context, capacitatea portantă a transmisiei precesionale depinde de multiplicitatea angrenării $\varepsilon\%$, exprimată prin lungimea sumară a liniilor de contact l_Σ ale dinților conjugați concomitent Z_ε , și se determină din relațiile [8, 9]:

$$Z_\varepsilon = \frac{(Z_4 - 1)}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{100}, \quad l_\Sigma = Z_\varepsilon b_\omega, \quad (6.7)$$

unde b_ω este lungimea de lucru a dinților roții centrale.

Din relația (6.7) observăm că teoretic doar $(Z_4 - 1)/2$ dinți simultan angrenați cu rolele pe profilul activ transmit sarcina, iar restul dinților contactează cu rolele pe profilul pasiv.

Analiza rezultatelor cercetărilor experimentale efectuate au arătat că rolele conjugate cu profilul pasiv al flancurilor dinților, chiar dacă nu participă la transmiterea sarcinii, ele contribuie la excluderea jocurilor din angrenaj, la majorarea preciziei cinematice și a rigidității torsionale a angrenajului, asigură amplasarea flotantă a satelitului precesional între roțile centrale imobilă și mobilă (structura $2K-H$) ș.a.

6.3.3 Determinarea coordonatei poziționării perechii de dinți maximal solicitate

Având în vedere specificul transformării mișcării și transmiterii sarcinii în angrenajul precesional și considerând angrenarea simultană multipară a dinților, este necesar să identificăm coordonata poziționării perechii de dinți maximal solicitate cu sarcină, pentru care să calculăm tensiunile efective de contact, ținând cont de condiția de admisibilitate $\sigma_{Hp} \leq \sigma'_{Hp}$. Pentru perechea de dinți maximal solicitată se elaborează algoritmul calculului de proiect ținând cont de particularitățile constructiv-cinematice ale transmisiilor precesionale.

Având în vedere condiția și structura inegalității $\sigma_{Hp} \leq \sigma'_{Hp}$, perechea de dinți aleasă pentru calcul trebuie să posedă raza de curbură redusă minimală. Astfel, punctul de contact al dinților în care aplicăm rezultanta forței normale din angrenaj trebuie să reprezinte presiunea de contact maximală atribuită unei perechi de dinți. Din figura 6.6 este evident că la un ciclu de precesie fiecare pereche de dinți este solicitată cu sarcina variabilă de la $F_n = 0$ până la $F_n = max$, în funcție de faza de precesie prin care trece perechea de dinți respectivă.

Analizând forma convex/concavă a profilului dinților roților centrale în sistemul de coordonate $\xi - \zeta$ (fig. 6.6), constatăm că unghiul de presiune α_ω (de formă a profilului dintelui roții centrale) în orice punct de pe acesta poate fi determinat din relația:

$$\alpha_\omega = \arctg \frac{\xi_n - \xi_{n-1}}{\zeta_n - \zeta_{n-1}}, \quad (6.8)$$

în care ξ_n , ξ_{n-1} , ζ_n și ζ_{n-1} sunt coordonatele punctelor n și $n - 1$ de pe profilul convex/concav al dintelui roții centrale.

Caracterul repartizării sarcinii între perechile de dinți simultan angrenate a fost determinat experimental prin metoda tensometrică și verificat în baza analizei CAE pe modele virtuale ale angrenajului precesional. Analiza neuniformității distribuirii sarcinii între dinți a permis să se identifice coordonatele perechii de dinți pe care este aplicată forța normală maximală. Pentru angrenaje precesionale cu diferite configurații parametriche $[Z_g - \theta, \pm 1]$, forța rezultantă maximală F_n de regulă este aplicată pe sectorul profilului cu coordonatele $n = 50 - 70$, în cazul în care pasul dinților pe desfășurată este divizat în 300 de intervale egale.

Astfel, unghiul de presiune (de formă a profilului dintelui roții centrale) α_ω în punctul de contact al dinților cu coordonata $n = 50$ se determină din relația:

$$\alpha_\omega = \arctg \frac{\xi_{50} - \xi_{49}}{\zeta_{50} - \zeta_{49}}. \quad (6.9)$$

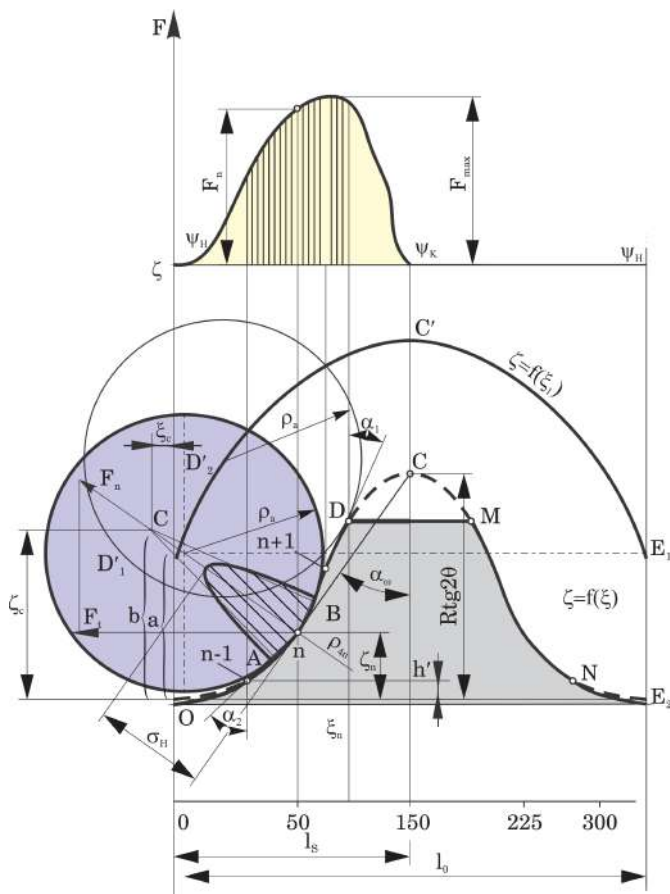


Figura 6.6. Determinarea coordonatei poziționării perechii de dinți maximal solicitată cu sarcină

Conform relației (6.9) și luând în considerare ecuațiile (3.63) pentru coordonatele $n = 50 - 70$ au fost calculate și construite dependențele unghiului de profil al dintelui roții centrale $\alpha_\omega = f(Z, \delta, \theta)$ pentru transmisii precesionale cu regim de lucru de reductor (fig. 6.7) și de multiplicator (fig. 6.8).

6.3.4 Curbura redusă și factorul de proporționalitate a razelor de curbura a flancurilor conjugate

În angrenajul precesional, unghiul de profil al dintelui roții centrale α_ω în punctul de contact dinte - rolă în care este aplicată forța rezultantă maximală se alege din nomograme construite conform relației (6.9) în funcție de numărul dinților Z ai roții centrale, de unghiul axoidei conice δ și unghiul de nutație θ . S-a constatat că unghiul de conicitate al roților β

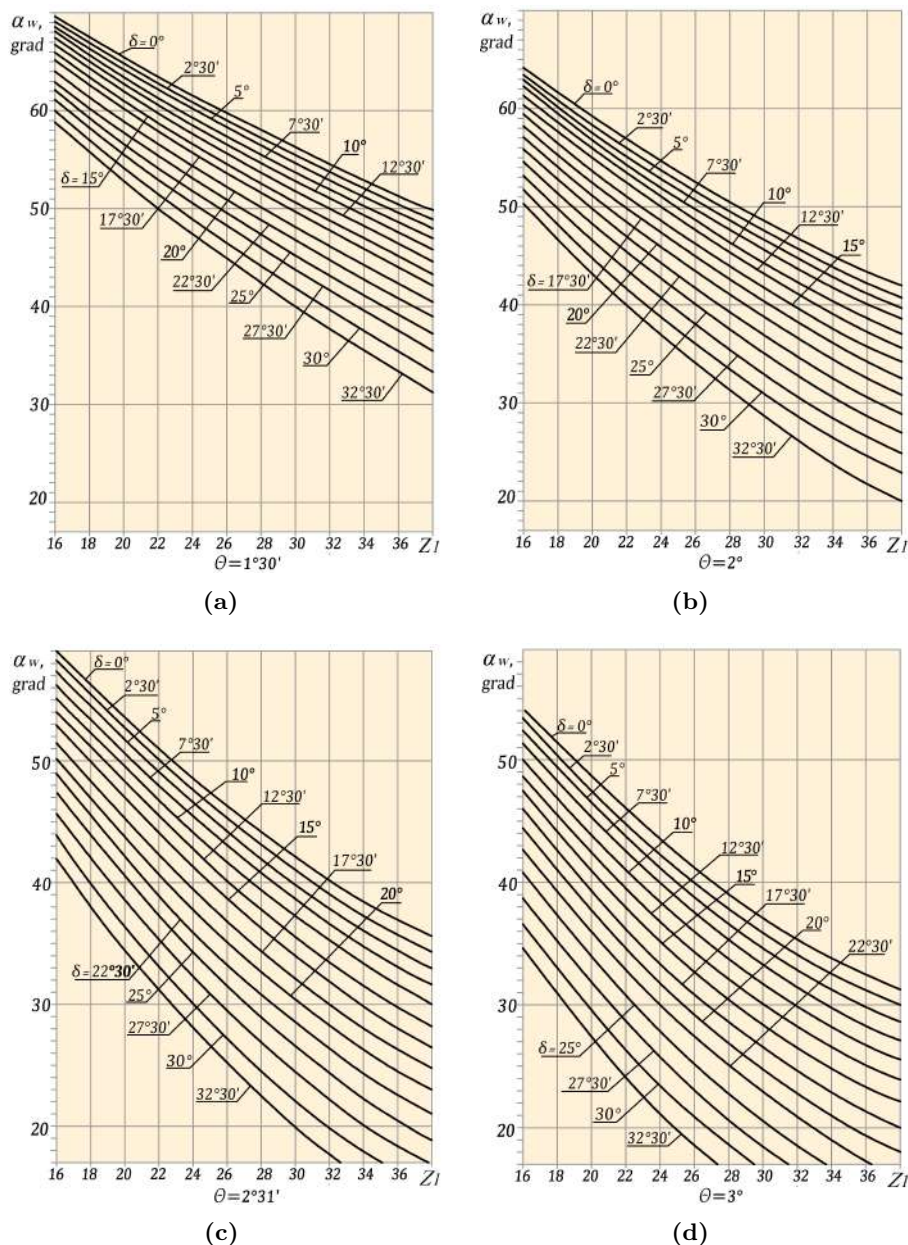


Figura 6.7. Dependența unghiului de presiune al profilului dintelui roții centrale α_w de numărul de dinți Z_1 pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ , relația numărului dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ (regim de reductor) și unghiul de mutație: $\theta = 1^\circ 30'$ (a); $\theta = 2^\circ$ (b); $\theta = 2^\circ 30'$ (c) și $\theta = 3^\circ$ (d)

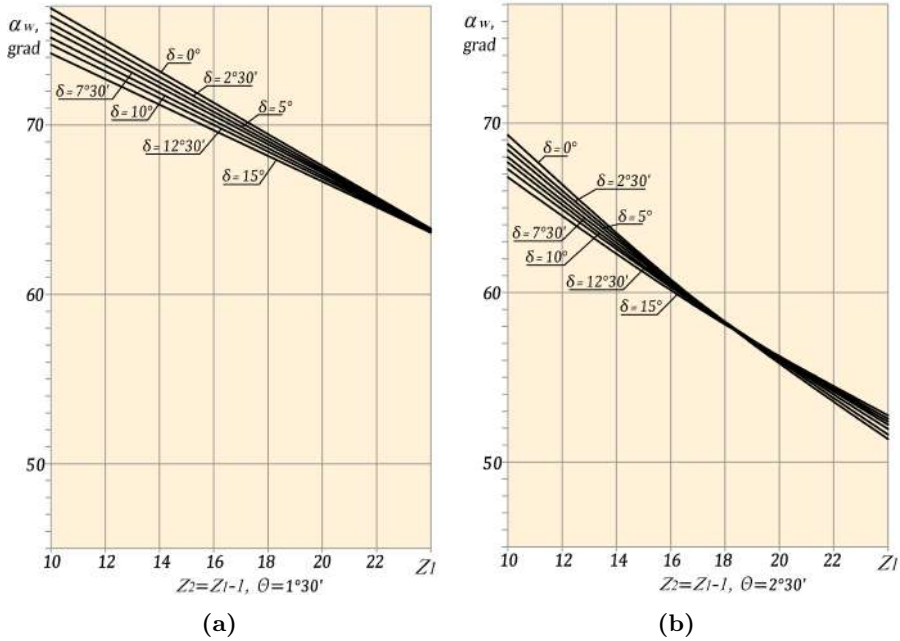


Figura 6.8. Dependența unghiului de presiune al profilului dintelui roții centrale α_w de numărul de dinți Z_1 pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ , relația numărului dinților $Z_1 = Z_2 + 1$ (regim de multiplicator) și unghiul de nutație: $\theta = 1^\circ 30'$ (a); $\theta = 2^\circ 30'$ (b)

nu influențează asupra unghiului α_w .

Pentru calculul la rezistență a transmisiei precesionale este necesară cunoașterea influenței asupra diametrului median al angrenajului a razei de curbură redusă $1/\rho_e$ a profilurilor dinților conjugați, definită prin relația:

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{\rho_r} \pm \frac{1}{\rho_d}, \tag{6.10}$$

în care $\rho_r = \frac{d_{mr}}{2}$ – raza de curbură a bolțurilor conice ale coroanei satelitului în secțiunea mediană, ρ_d – raza de curbură a profilului dintelui roții centrale în secțiunea mediană.

Raza de curbură redusă a profilurilor flancurilor dinților $1/\rho_e$ (fig. 6.6) este dependentă de coordonata punctului de contact n corespunzătoare unghiului de precesie ψ .

Deoarece în angrenajul precesional profilul dinților roților centrale este variabil, este variabilă și raza de curbură redusă în contactul dinte - rolă, dependentă de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$. La fiecare ciclu de precesie a satelitului, rolele roții-satelit contactează cu flancurile dinților

roților centrale în diferite zone ale acestora, formând contact convex-concav sau convex-convex, considerat prin semnul “-” sau “+”.

Tensiunile hertziene efective σ_H din contactul perechii de dinți maximal solicitate cu sarcina F_{nmax} depind de forma geometrică a contactului, considerată cu semnele “-” sau “+”, și de razele de curbură ρ_r și ρ_d a flancurilor conjugate în zona cu coordonatele $n = 50, \dots, 70$.

Pornind de la descrierea profilului flancurilor dinților în sistemul de coordonate $\zeta - \xi$ prin ecuațiile parametriche (3.63), raza redusă de curbură poate fi exprimată prin coordonatele punctului de contact n al profilurilor dinților ζ_n și ξ_n și coordonatele ζ_c și ξ_c ale originii razei de curbură a profilului flancurilor dinților ρ_d , atunci

$$\rho_d = \sqrt{(\xi_n - \xi_c)^2 + (\zeta_c - \zeta_n)^2}. \quad (6.11)$$

Pentru a determina coordonatele ξ_c și ζ_c , descriem dreptele CB și CA (fig. 6.6) prin ecuațiile

$$\zeta_{CB} = -\operatorname{tg} \alpha_2 \xi + b, \quad \zeta_{CA} = -\operatorname{tg} \alpha_1 \xi + a, \quad (6.12)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\xi_n - \xi_{n-1}}{\zeta_n - \zeta_{n-1}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\xi_{n+1} - \xi_n}{\zeta_{n+1} - \zeta_n}, \quad (6.13)$$

$$b = \frac{\zeta_{n+1}^2 - \zeta_n^2 + \xi_{n+1}^2 - \xi_n^2}{2(\zeta_{n+1} - \zeta_n)}, \quad a = \frac{\zeta_n^2 - \zeta_{n-1}^2 + \xi_n^2 - \xi_{n-1}^2}{2(\zeta_n - \zeta_{n-1})}. \quad (6.14)$$

Prin egalarea ecuațiilor (6.12) determinăm coordonata ξ_c a punctului de intersecție C ale dreptelor CB și CA , ce reprezintă originea razei de curbură a profilului flancurilor dinților roții centrale în punctul de contact n , adică

$$\xi_c = \frac{a - b}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (6.15)$$

Înlocuind (6.15) în una din ecuațiile (6.12), determinăm coordonata ζ_c a punctului de intersecție C ale dreptelor CB și CA din relația:

$$\zeta_c = \frac{b \operatorname{tg} \alpha_1 - a \operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (6.16)$$

Substituind (6.15) și (6.16) în (6.11) și considerând relațiile (6.13) și (6.14), determinăm raza de curbură a profilului convex/concav al flancurilor dinților roții dințate în punctul n , exprimat prin coordonatele a trei puncte ale profilului (fig. 6.6).

$$\rho_{4n} = \left\{ \left[\xi_n - \frac{(\zeta_{n+1} - \zeta_n)(\zeta_n^2 - \zeta_{n-1}^2 + \xi_n^2 - \xi_{n-1}^2) - (\zeta_n - \zeta_{n-1})(\zeta_{n+1}^2 - \zeta_n^2 + \xi_{n+1}^2 - \xi_n^2)}{2[(\xi_n - \xi_{n-1})(\zeta_{n+1} - \zeta_n) - (\xi_{n+1} - \xi_n)(\zeta_n - \zeta_{n-1})]} \right]^2 + \left[\frac{(\xi_n - \xi_{n+1})(\zeta_n^2 - \zeta_{n-1}^2 + \xi_n^2 - \xi_{n-1}^2) - (\xi_n - \xi_{n-1})(\zeta_{n+1}^2 - \zeta_n^2 + \xi_{n+1}^2 - \xi_n^2)}{2[(\xi_n - \xi_{n-1})(\zeta_{n+1} - \zeta_n) - (\xi_{n+1} - \xi_n)(\zeta_n - \zeta_{n-1})]} - \zeta_n \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (6.17)$$

Relația (6.17) exprimă raza de curbură a profilului dinților în punctul η după trei coordonate de pe profilul dinților roții centrale.

Pentru simplificarea calculului de proiect al angrenajului precesional, introducem noțiunea de proporționalitate ν a razelor de curbură, exprimată prin raportul razelor de curbură a profilurilor conjugate:

$$\nu = \frac{\rho_r}{\rho_d} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_d}, \quad (6.18)$$

unde β_d este unghiul de cuprindere a profilului dinților roții centrale.

Introducerea coeficientului de proporționalitate ν permite să determinăm raza de curbură ρ_d pentru orice diametru al roții centrale folosind coraportul razelor ρ_r și ρ_d determinat pentru diametrul concret al roții centrale după nomogramele prezentate în figurile 6.9–6.12.

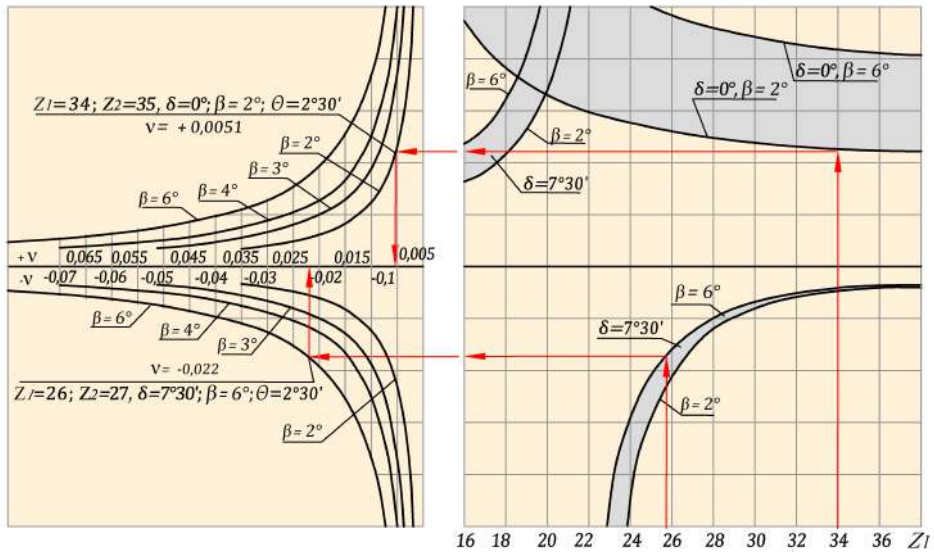
Luând în considerație ν expresia (6.10) poate fi rescrisă în forma:

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{\rho_r} \left(1 \pm \frac{\rho_r}{\rho_d} \right) = \frac{2}{d_{mr}} (1 - \nu)$$

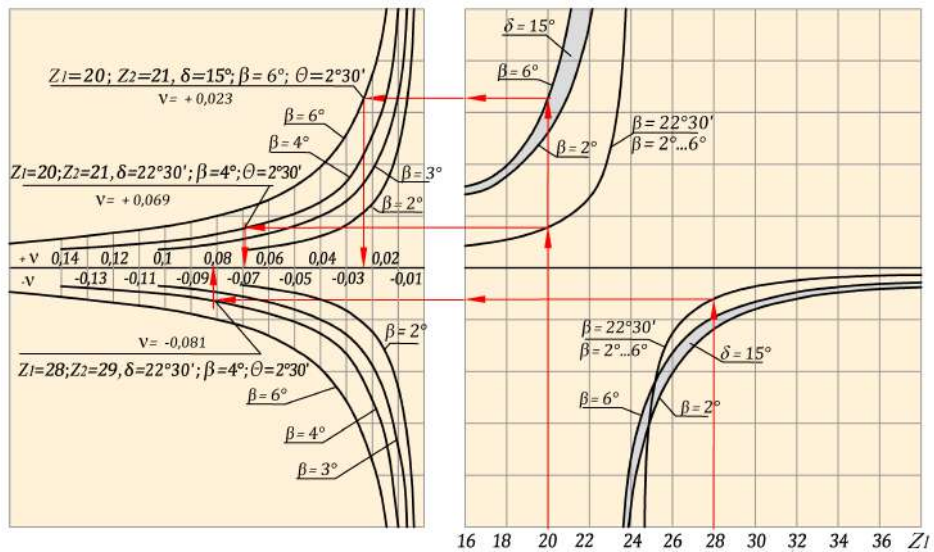
Coeficientul de proporționalitate ν a fost calculat în funcție de parametrii geometrici ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, pentru contactul dinte – rolă în punctul de contact cu coordonatele $n = 50, \dots, 70$.

În figurile 6.9–6.12 este prezentată dependența coeficientului de proporționalitate ν a razelor de curbură a profilurilor conjugate de numărul de dinți ai roții centrale Z_1 , de unghiurile axoidei conice δ , conicității roților β , de nutație θ și de relația dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ sau $Z_1 = Z_2 + 1$.

Remarca 6.1. Pentru alegerea coeficientului de proporționalitate ν (a se vedea figura 6.9) pe scara dinților din gradația numărului de dinți ai roții centrale Z_1 , ridicăm o verticală până la curba $f(\delta, \beta)$, din intersecția cu care ducem o orizontală până la intersecția cu curba $f(\beta)$ din care ridicăm o verticală până la intersecția cu axa $\pm\nu$, care indică valoarea coeficientului de proporționalitate ν . Semnul “+” sau “-” se atribuie în funcție de traseul parcurs spre identificarea valorii coeficientului ν .



(a)



(b)

Figura 6.9. Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$ și $\delta = 15^\circ$ (a), $\delta = 22^\circ 30'$ și $\delta = 30^\circ$ (b), unghiuri de conicitate a rolor $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$

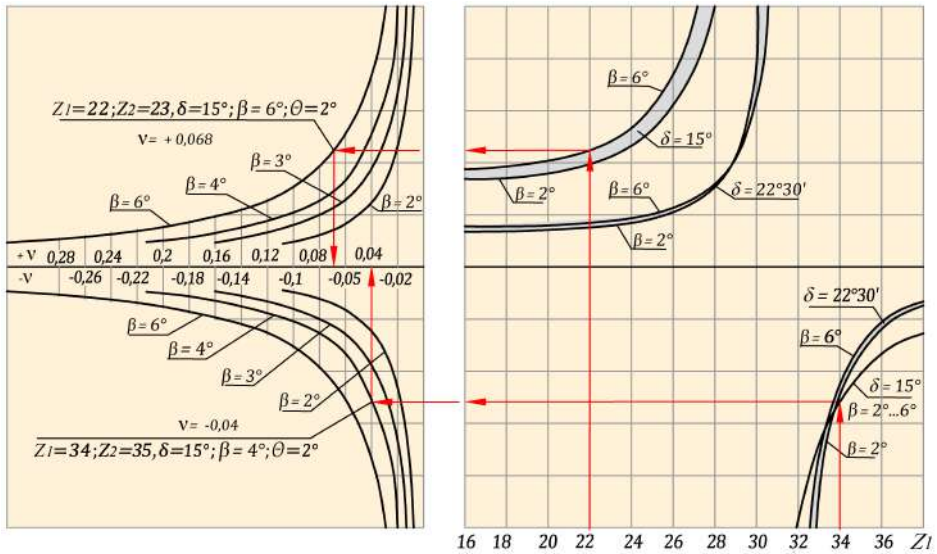


Figura 6.10. Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 15^\circ$ și $\delta = 22^\circ 30'$, unghiuri de conicitate a rolor $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$

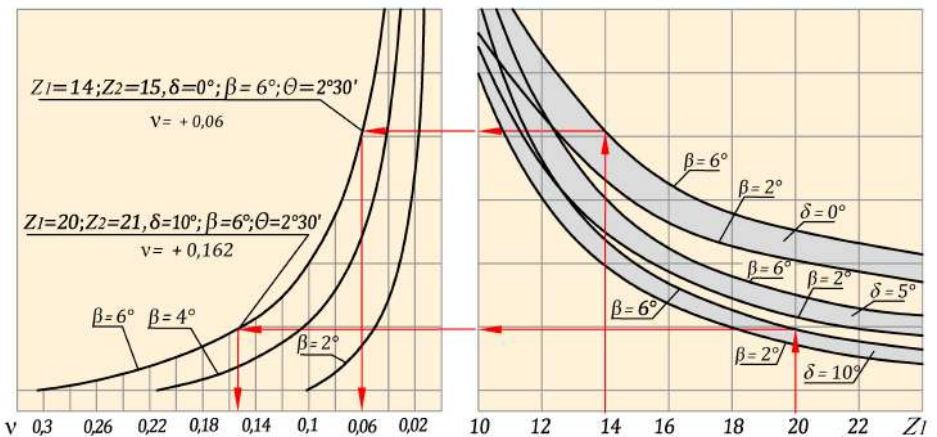


Figura 6.11. Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$, $\delta = 5^\circ$ și $\delta = 10^\circ$, unghiuri de conicitate a rolor $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1$

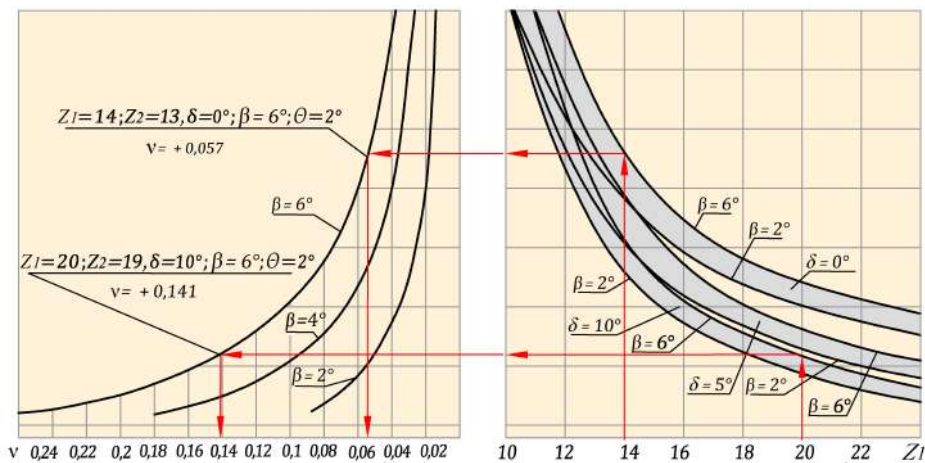


Figura 6.12. Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$, $\delta = 5^\circ$ și $\delta = 10^\circ$, unghiuri de conicitate a roților $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de mutație $\theta = 2^\circ$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1$

6.4 Alegerea parametrilor geometrici ai angrenajului precesional și a coeficienților de sarcină $k_{H\rho}$, $k_{H\beta}$, $k_{H\nu}$

În transmisiile precesionale, multiplicitatea angrenării și forma profilului dinților sunt două caracteristici variabile dependente univoc de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$ a angrenajului. Din analiza interdependenței *multiplicitatea angrenării — forma profilului dinților* prezentată în capitolul 3.4, (fig. 3.13 a, b), putem concluziona că forma variabilă a profilului dinților roților centrale determină multiplicitatea angrenării acestora. S-a constatat că asupra multiplicității angrenării și a formei profilului dinților gradual diferit ca sens influențează configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$, adică unghiurile de mutație θ , axoidei conice δ și de conicitate a roților conice β , inclusiv numărul de dinți ai roților conjugate și relația acestora. Una din condițiile cinematice ipotetic impuse la sinteza angrenajului precesional cu angrenare multipară este diferența numărului de dinți ai roților conjugate, care poate fi de doar ± 1 , iar coraportul lor, spre exemplu, $Z_1 = Z_2 - 1$ favorizează funcționarea transmisiei în regim de reductor, iar $Z_1 = Z_2 + 1$ — de multiplicator pentru aceiași parametri ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

Cercetările teoretice și cele experimentale efectuate au permis stabilirea gradului și a direcției influenței parametrilor configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ asupra multiplicității angrenării, respectiv asupra formei profilului dinților. De asemenea, au fost identificate intervalele raționale de variere a fiecărui parametru geometric θ , δ , β și Z_1 . În urma analizelor complexe au fost

elaborate nomograme și recomandări privind alegerea valorii fiecărui parametru geometric din configurația $[Z_g - \theta, \pm 1]$, care vin în ajutorul inginerilor proiectanți de transmisii precesionale.

Astfel, a fost stabilit că unghiul de nutație θ al roții-satelit, egal cu unghiul de înclinare a axei manivelei în raport cu axa roților centrale, poate avea valori în limitele $\theta = 1^\circ 30' - 3^\circ$. Unghiul de nutație θ , pentru reductoarele de putere medie sau înaltă, se recomandă a fi ales în intervalul $\theta = 2^\circ - 2^\circ 30'$. În cazul transmisiilor precesionale suprasolicitate, pentru a mări înălțimea dinților (parametru similar cu modulul din angrenajele evolventice), unghiul de nutație poate fi majorat, și invers. Dependența unghiului θ de alți parametri raționali ai angrenajului este prezentată în tabelele 3.1–3.3 și în figura 3.18 (a, b).

Unghiul axoidei conice δ pe suprafața căreia sunt amplasate axele bolțurilor conice ale coroanelor satelitului, se alege în intervalul $\delta = 0^\circ - 33^\circ$. Pentru alegerea valorii unghiului axoidei conice δ au fost construite diagramele prezentate în figurile 3.15 și 3.17, iar în tabelele 3.1–3.3 sunt recomandate intervalele raționale de variere a unghiului δ în coraport cu alți parametri geometrice ai angrenajului. Pentru a obține o multiplicitate a angrenării înaltă, se recomandă de a selecta valoarea unghiului axoidei conice în intervalul $\delta = 18^\circ - 25^\circ$, iar pentru numărul de dinți ai roților centrale $Z > 30$, acest unghi poate fi mai mare de 25° , însă mai mic de 33° . Pentru un număr concret de dinți Z_1 ai roții centrale, creșterea unghiului δ conduce la majorarea multiplicității angrenării dinților ε . Diagramele prezentate în figura 6.10 (a, b, c, d) sunt construite pentru multiplicitatea angrenării de 100%, 80%, 60% și 40% și unghiurile de nutație $\theta = 2^\circ - 3^\circ$.

Unghiul de conicitate al roletelor β se alege din nomogramele prezentate în figura 6.13 (a, b, c, d), în funcție de numărul dinților roții centrale Z_1 și diferite unghiuri de nutație θ . Pentru un număr concret de dinți Z_1 , valoarea unghiului β poate fi mărită în afara limitelor diagramelor prezentate, dar în detrimentul multiplicității angrenării ε .

Remarca 6.2. *Parametrii geometrice ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ se aleg pentru roata dințată centrală cu numărul de dinți mai mic, deoarece are capacitate portantă mai redusă din cauza numărului mai mic de dinți care transmit simultan sarcina.*

Pentru determinarea sarcinii reale din contactul dinților cu considerația dinamicității sarcinii și a deformabilității elementelor componente ale angrenajului, prin cercetări experimentale pe reductoare fizice și simulări computerizate CAE pe modele virtuale au fost identificate limitele varierii următorilor coeficienți:

- $k_{H\rho}$, care consideră neuniformitatea distribuirii sarcinii între dinții $Z\varepsilon$ aflați simultan sub sarcină. Experimental și prin simulări CAE

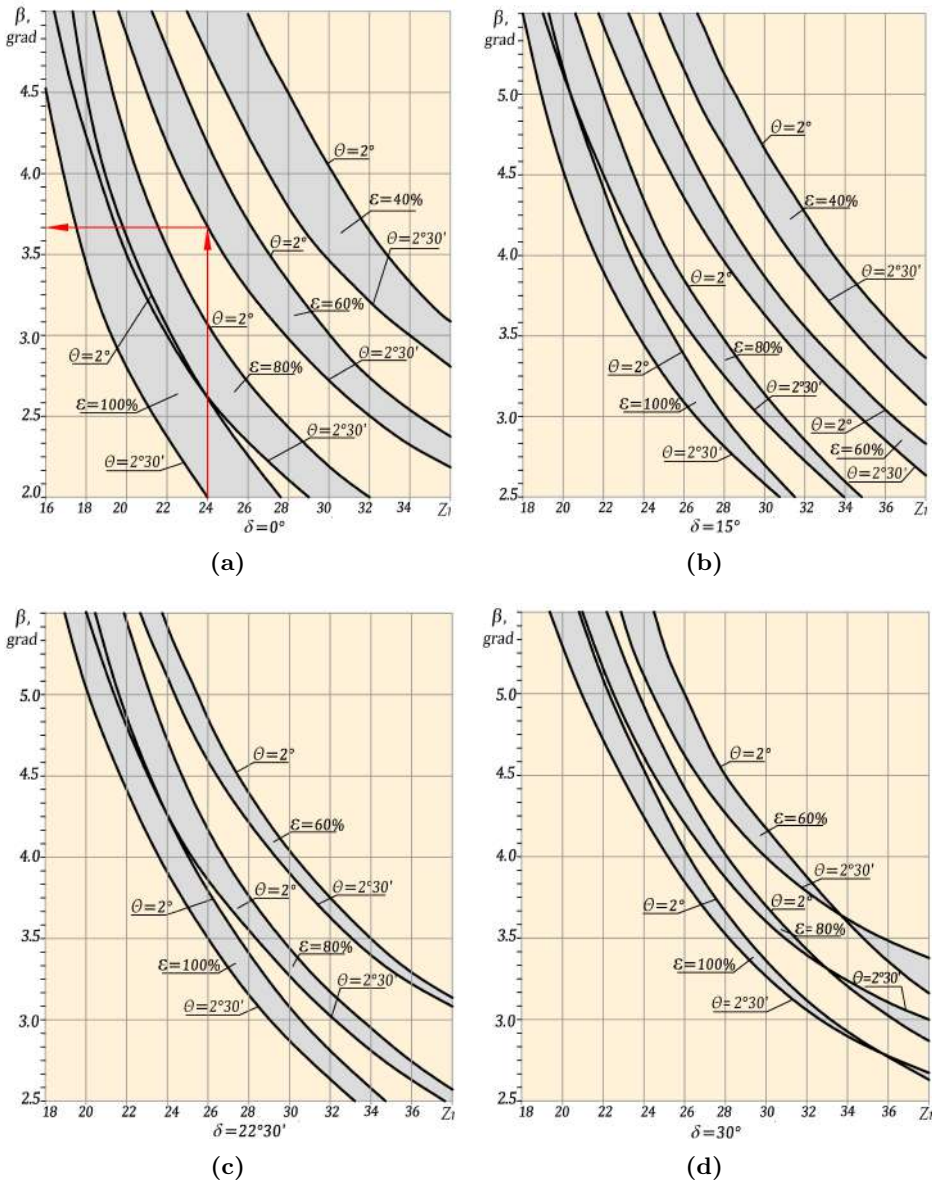


Figura 6.13. Dependența unghiului de conicitate β de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri de nutație θ , unghiuri ale axoidei δ și multiplicitatea angrenajului ϵ : $\delta = 0^\circ$ (a), $\delta = 15^\circ$ (b), $\delta = 22^\circ 30'$ (c), $\delta = 30^\circ$ (d)

a fost stabilit că pentru transmisiile $K-H-V$ $k_{H\rho} = 1,3 - 1,93$, iar pentru transmisiile $2K-H$ $k_{H\rho} = 1,45 - 1,93$.

- $k_{H\beta}$, care consideră neuniformitatea distribuirii sarcinii pe lungimea dinților (legat de deformarea specifică a axei geometrice înclinată a arborelui-manivelă sub acțiunea cuplului de forțe din angrenaj). Experimental și prin simulări CAE a fost stabilit intervalul $k_{H\beta} = 1,2 - 1,4$.
- $k_{H\nu}$, care consideră caracterul dinamic al sarcinii. Se alege în intervalul $k_{H\nu} = 1 - 1,15$, argumentat experimental și prin simulări CAE.

6.5 Calculul de rezistență a angrenajului precesional cu bolțuri

6.5.1 Criteriile capacității de funcționare și relațiile de calcul

Ciupirea de contact pe suprafața de rostogolire este precedată de producerea unei microfisuri care poate apărea la adâncimea zonei deformate sau la suprafața contactului. Este cunoscut faptul că, la rostogolirea cu alunecare, suprafețele au o rezistență diferită la contact. Faptul se explică prin aceea că microfisurile la alunecare nu sunt situate radial, ci se întind în direcția forțelor de frecare. Totodată are loc extrudarea uleiului din microfisurile suprafeței conducătoare și presarea lui în microfisurile suprafeței conduse. De aceea, în cazul angrenajelor precesionale suprafața condusă a rotelor ca elemente pasive au o rezistență mai mică la contact.

Este evident că în angrenajul precesional pittingul apare în rezultatul acțiunii tensiunilor de contact înalte în contactul dinților, cauzate de valorile mici ale razei de curbură a rolei, care, constructiv, nu poate fi mai mare decât jumătatea pasului de distribuire a lor pe cerc. Astfel, în angrenajul precesional, din cauza imposibilității majorării razei de curbură a rotelor, rezistența la contact și valoarea momentului transmis sunt limitate, indiferent de multiplicitatea angrenării dinților, care constituie până la 100%. Fenomenul pittingului este descris pe larg în literatura de specialitate referitoare la transmisiile dințate, rulmenți, diferite mecanisme cu cuple cinematice superioare. La calculul tensiunilor și deformațiilor este utilizată soluția problemei clasice din teoria elasticității a contactului a doi cilindri acționați de forțe exterioare. Totodată, se presupune că pentru orice fază a angrenării dinții pot fi înlocuiți cu doi cilindri, având razele de curbură egale cu razele de curbură ale dinților în punctul de contact.

Din mai multe surse rezultă că starea tensională a suprafețelor în contact se caracterizează prin acțiunea comună a tensiunilor normale σ și a celor tangențiale τ . Este cunoscut faptul că aceste tensiuni au valori diferite în diferite puncte, și anume: tensiunea normală principală are valoare maximă

în punctul de pe suprafața corpului, iar cea tangențială acționează într-un punct la o adâncime oarecare.

Există două opinii privind mecanismul apariției pittingului. Acest fapt explică și existența a două metode de calcul la contact – după tensiunile normale și după cele tangențiale. Metoda cunoscută de calcul al angrenajelor evolventice se bazează pe influența prioritară asupra mecanismului de distrugere a tensiunilor normale. Structura relațiilor de calcul la contact al angrenajelor evolventice nu permite utilizarea lor în calculul transmisiilor precesionale cu angrenaj multipar. Aceasta a condus la necesitatea elaborării metodologiei de calcul la rezistență, ținând cont de particularitățile geometrice și interacțiunea dinților, precum și de specificul mișcării sferospațiale de precesie a roții-satelit.

Calculul rezistenței la presiunea de contact al suprafețelor active ale flancurilor dinților în angrenajul precesional A^B , conform relației lui Hertz, ține cont de sarcină, material și raza de curbură redusă în contact, iar limita rezistenței la contact este determinată cu considerarea alunecării relative.

Relațiile de bază sunt elaborate pentru transmisia $2K-H$ cu unghiul de amplasare a roților pe suprafața axoidei conice cu $\delta > 0$. Calculul se efectuează pentru angrenajul cu numărul mai mic de dinți. Fie că $Z_4 < Z_1$. Contactul suprafețelor conjugate ale flancurilor dinților – spre exemplu, al angrenajului $Z_3 - Z_4$ – se consideră drept contact a doi cilindri cu razele ρ_3 și ρ_4 , ale căror valori caracterizează curbura redusă a flancurilor dinților în secțiunea mediană. Tensiunile în contact se apreciază cu relația lui Hertz:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q}{\rho_r} \cdot \frac{E_e}{2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma'_{Hp}, \quad (6.19)$$

unde q este sarcina specifică în angrenaj, distribuită pe lungimea sumară a liniilor de contact (N/mm), $1/\rho_r$ – raza de curbură redusă a dinților conjugate (mm), $E_e = 2E_3E_4/(E_3 + E_4)$ este modulul de elasticitate echivalent al materialelor roților conjugate (MPa), μ – coeficientul lui Poisson și σ'_{Hp} sunt tensiunile admisibile la rostogolire cu considerarea prezenței alunecării în contactul dinților (MPa).

Testările experimentale efectuate au permis aprecierea reală a influenței alunecării în cuplele cinematice superioare asupra limitei de rezistență la presiunea de contact cu rostogolire și alunecare, descrisă în secțiunea 6.3.1.

Prin cercetări experimentale s-a demonstrat că sarcina q în angrenajul precesional se distribuie după legea triunghiului cu vârful în centrul de precesie. Tensiunile de contact vor fi constante pe lungimea dintelui, iar pentru secțiunea mediană sarcina specifică va fi:

$$q = \frac{F_t}{b_{w1} Z_\varepsilon \cos \alpha_w} k_{H\rho} k_{H\beta} k_{H\nu}, \quad (6.20)$$

unde F_t este forța tangențială din angrenaj (N), Z_ε – numărul de dinți simultan angrenați care duc sarcina, $k_{H\rho}$ – coeficientul de neuniformitate a distribuției sarcinii între dinții simultan angrenați, $k_{H\beta}$ – coeficientul de neuniformitate a distribuției sarcinii pe lungimea dintelui, iar $k_{H\nu}$ este coeficientul de dinamicitate a sarcinii.

Coeficienții $k_{H\rho}$, $k_{H\beta}$ și $k_{H\nu}$ se aleg conform recomandărilor făcute în baza cercetărilor experimentale pe modele fizice și a simulărilor computerizate CAE pe modele virtuale, prezentate în subcapitolul 6.4.

Raza de curbură redusă se determină din relația:

$$\frac{1}{\rho_r} = \frac{1}{\rho_3} \left(1 \pm \frac{\rho_3}{\rho_{4n}} \right) = \frac{2}{d_{mr}} (1 - \nu), \quad (6.21)$$

unde ρ_3 este raza de curbură a rolelor coroanelor roții-satelit, ρ_{4n} – raza de curbură a dinților roții-centrale în punctul de contact n , ν – coeficientul de proporționalitate a razelor de curbură, care se alege din nomogramele din figurile 6.9–6.12.

Substituind relațiile (6.20), (6.21) în (6.19) și ținând cont de faptul că $F_t = 2T_4/d_4$, obținem:

$$\sigma_H = Z_M \sqrt{\frac{2T_4(1-\nu)k_{H\rho}k_{H\beta}k_{H\nu}}{d_{mr}d_{m_4}b_{w_4}Z_\varepsilon \cos \alpha_{w_4}}} \leq \sigma'_{Hp}, \quad (6.22)$$

unde $Z_M = \sqrt{E_e/\pi(1-\mu^2)} = 275 MPa^{0,5}$ este constanta elastică a materialelor roților dințate din oțel.

Cu relația (6.22) efectuăm calculul de verificare a angrenajului precesional cu contact dinte – rolă la presiunea de contact respectând condiționalitatea $\sigma_H \leq \sigma'_{Hp}$.

Calculul de proiect al angrenajului precesional A^B la presiunea de contact se rezumă la determinarea diametrului median al acestuia în baza aceiași relații (6.22), rezolvată în raport cu diametrul median al roții centrale cu mai puțini dinți, de regulă d_{m_4} . Pentru aceasta, parametrii b_w și d_{m_4} din relația (6.22), necunoscuți în prima etapă a proiectării, îi prezentăm în coraport cu d_{m_4} prin relațiile $b_w = \psi_{bd} \cdot d_{m_4}$ și $d_{mr} = d_{m_4} \operatorname{tg} \beta / \cos(\beta + \theta)$, unde $\psi_{bd} = (0,07 - 0,15)$ este coeficientul lungimii relative a dintelui roții centrale, iar β este unghiul de conicitate a rolelor, care se alege conform diagramelor din figura 6.13.

Substituind d_{mr} în (6.22) și ținând cont de $F_t = 2T_4/d_{m_4}$ obținem:

$$d_{m_4} = 53 \sqrt[3]{\frac{T_4(1-\nu) \cos(\delta + \theta) k_{H\rho} k_{H\beta} k_{H\nu}}{(\sigma'_{Hp})^2 \psi_{bd} Z_\varepsilon \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_{w_4}}}, \quad (6.23)$$

unde σ'_{Hp} este tensiunea admisibilă pentru solicitarea la oboseala de contact a flancurilor dinților, fără considerarea alunecării în contactul dinților.

În funcție de diametrul median d_{m4} se determină parametrii constructivi $b_{\omega d}$, $b_{\omega r}$, d_{mr} , d_{fr} , d_a . Numărul dinților se alege din tabelul 2.1 sau din tabelele din anexele A.1–A.3 în funcție de raportul de transmisie și de condițiile cinematice din caietul de sarcini la proiectare. Unghiurile configurației parametriche $[Z_g - \theta, \pm 1]$, unghiul de presiune α_ω și multiplicitatea angrenării ε se aleg conform nomogramelor prezentate în capitolul 6 (fig. 6.7–6.13).

Calculul de rezistență a angrenajului precesional cu bolțuri se rezumă la parcurgerea următoarelor etape: predimensionare, dimensionare, verificare și proiectare constructivă a elementelor componente ale transmisiei.

Predimensionarea angrenajului precesional. Predimensionarea angrenajelor precesionale A^B presupune, în primul rând, determinarea diametrului median al roții centrale cu mai puțini dinți, de regulă mobilă, ținând cont de condiția de rezistență la solicitarea prin oboseală de contact a flancurilor active ale dinților.

Utilizând relația lui Hertz, pentru calculul la oboseala de contact al angrenajelor în general, în formulele de calcul pentru angrenajul precesional introducem o serie de corecții care să țină cont de particularitățile constructiv-cinematice ale angrenajului, de forma contactului dinților, de specificul mecanismului de transformare a mișcării și de transmitere a sarcinii, printre care menționăm:

- razele de curbură ale flancurilor dinților roților centrale sunt variabile, dinții conjugați formează un contact cu geometrie convex-concavă, dependentă de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$ (v. secțiunea 6.3.4).
- forțele de interacțiune normale pe contactele dinte – rolă au o variație dependentă de forma profilului dintelui și de unghiul de presiune α_ω (v. secțiunea 6.3.3).
- tensiunile de contact, datorită particularităților constructiv-cinematice ale angrenajului a deformărilor elastice ale dinților și ale nodului precesional, sunt repartizate neuniform pe lungimea dinților (v. subcapitolul 6.4).
- transmiterea sarcinii se realizează prin mai multe perechi de dinți în funcție de gradul de acoperire a angrenajului, definit prin multiplicitatea angrenării ε , dar care se repartizează neuniform între acestea din cauza unghiului de presiune diferit între manivelă și butucul roții-satelit, inclusiv a erorilor de fabricație-montaj și a deformațiilor elastice ale elementelor componente ale angrenajului (v. subcapitolele 3.4 și 5.1).
- existența pe contactul dinte – rolă de clasa superioară a unei frecări de alunecare (v. subcapitolul 6.3).

Dimensionarea angrenajelor precesionale. Dimensionarea angrenajului precesional A^B se realizează utilizând elementele determinate la predimensionare, considerând și alunecarea pe contactele rolă - dinte.

În aceste condiții, diametrul median d_{m_4} al roții dințate centrale mobile se determină din relația (6.23), în care σ'_{Hp} este tensiunea admisibilă la oboseala de contact a flancurilor dinților cu considerarea alunecărilor din contactul dinților, determinate din relația (6.2) (v. secțiunea 6.3.1).

Algoritmul calculului de proiect de dimensionare a angrenajelor A^B de tipurile $2K-H$ și $K-H-V$ sunt prezentate, respectiv, în tabelele 6.1 și 6.2.

Verificarea angrenajelor precesionale. Analogic cu etapele proiectării angrenajelor clasice, după dimensionarea angrenajului precesional A^B se face verificarea dinților la oboseala de contact cu relația care ține cont de specificul constructiv-cinematic al acestora

$$\sigma_H = 275 \sqrt{\frac{2T_4(1-\nu)k_{Hp}k_{H\beta}k_{H\nu}}{d_{m_4}d_{mr}b_w Z_\varepsilon \cos \alpha_{w_4}}} \leq \sigma'_{Hp}. \quad (6.24)$$

6.5.2 Angrenaj $2K-H$ cu coroanele satelitului din bolțuri conice

Structura relațiilor de calcul al angrenajelor precesionale A^B depinde de schema lor structurală și de varianta constructivă a transmisiei. În prezentul capitol sunt incluse relațiile de calcul al celor mai distinctive scheme de transmisii cu angrenare multipară cu bolțuri.

Transmisia precesională cu satelit cu coroane din bolțuri conice poate fi elaborată atât după schema $2K-H$, cât și după schema $K-H-V$, precum și a combinațiilor lor, cu unghiul de amplasare a roților $\delta > 0$ sau $\delta = 0$. În funcție de raportul de transmitere și de sensul rotirii arborelui condus după tabelul 2.1, selectăm numărul necesar de dinți pentru roata fixă Z_1 , danturile blocului satelit Z_2 și Z_3 , și roata mobilă Z_4 . Corelarea preferențială a numărului de dinți este: $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_4 = Z_3 - 1$, iar $Z_2 > Z_3$ ($Z_3 = Z_2 - 1, 2, 3, \dots$). În acest caz, sensul rotirii arborilor motor și condus nu coincid.

În transmisiile $K-H-V$, numărul dinților roților Z_1 și Z_2 se selectează în funcție de raportul de transmitere i și de sensul rotirii arborelui condus în raport cu cel conducător, utilizând relația $i = -Z_1 / (Z_2 - Z_1)$. Pentru $i = Z_1$, $Z_2 = Z_1 - 1$; pentru $i_1 = -Z_1$, $Z_2 = Z_1 + 1$. Semnul “-” indică rotirea arborilor în sensuri diferite, iar “+” – rotirea în același sens.

Parametrii geometrici sunt prezentați în schema din figura 6.14, iar algoritmul de calcul este dat în tabelul 6.1.

Tabelul 6.1. Algoritm de calcul al angrenajului precesional A^B la presiunea de contact (cu satelit cu coroane din bolțuri conice)

Parametrul, notarea și relația de calcul	
1. Alegerea parametrilor geometrici ai angrenajului	
<p>Conform recomandărilor anterioare, se aleg următorii parametri geometrici ai angrenajului:</p> <p>1.1 Din nomogramele din figura 6.13 se alege valoarea unghiului de conicitate β al rolelor conice în funcție de numărul dinților roții centrale Z_1; unghiul de nutație θ, multiplicitatea angrenării (gradul de acoperire a dinților) ε și unghiul axoidei conice δ.</p> <p>1.2 Din nomogramele prezentate în figurile 6.7 și 6.8 se alege valoarea unghiului de angrenare α_w în funcție de Z_1, β și θ.</p> <p>1.3 Din nomogramele din figurile 6.9–6.12 se alege valoarea coeficientului de proporționalitate a curburilor flancurilor profilurilor dinților ν în funcție de Z_1, δ și θ.</p>	
2. Calculul de predimensionare	
<p>Calculul se efectuează pentru angrenajul cu număr mai mic de dinți datorită tensiunilor de contact efective mai mari (numărul de dinți care transmit sarcina este mai mic). Să admitem că $Z_4 < Z_1$, atunci:</p> <p>2.1 Diametrul median al roții dințate calculat în prealabil:</p> $d_{m4} = 533 \sqrt{\frac{T_4(1-\nu)\cos(\delta+\theta)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{\sigma_{HP}^2 \psi_{bd} Z_\varepsilon \operatorname{tg}\beta \cos\alpha_{w4}}}$ $Z_\varepsilon = \frac{(Z_4-1) \cdot \varepsilon}{200}. \text{ pentru } \varepsilon = 100\%, Z_\varepsilon = (Z_4-1)/2.$ <p>Coeficienții ψ_{bd}, k_{HP}, $k_{H\beta}$ și k_{HV} sunt selectați sau calculați conform p. 5.5.</p> <p>2.2 Lungimea activă a dintelui (liniei de contact): $b_{w4} = \psi_{bd} d_{m4}$</p> <p>2.3 Lungimea rolei: $b_{w3} = b_{w4} + (2...5) \text{ mm}$.</p> <p>2.4 Diametrul median al rolei: $d_{mr} = d_{m4} \operatorname{tg}\beta / \cos(\delta+\theta)$.</p> <p>2.5 Diametrul rolei în secțiune frontală: $d_{fr} = d_{mr} + b_{w3} \operatorname{tg}\beta$.</p> <p>2.6 Diametrul axei rolei: $d_a = (0,7...0,8)(d_{mr} - b_{w3} \operatorname{tg}\beta)$.</p>	

Continuare Tabelul 6.1

Parametrul, notarea și relația de calcul

2.7 Tensiunea de contact (hertziană) admisibilă la rostogolire cu frecare de alunecare:

$$\sigma'_{HP} = \sigma_{HP}(0,28 + 0,72e^{-V_{al}/k_3}).$$

unde: σ_{HP} – tensiunea de contact admisibilă la rostogolirea pură (fără alunecare);

k_3 – coeficient adimensional, pentru oțel $k_3 = 30,5$;

V_{al} – viteza de alunecare în contactul cuplei *dinte – rolă* aplicabil la angrenajul cu role.

$$V_{al} = k_I \ln \frac{f_{max}}{f_{max} + \frac{2k_r}{d_{mr}} [fd_0 + 0,5f(d_{fr} + d_0) \sin \alpha_w \sin(\delta + \beta') \cos \delta + 2k_r] / d_m}$$

unde: $\beta' = \arctg(d_{mr} \sin \alpha_{w_4} / d_{m_4})$ – unghiul care determină poziția liniei de contact în raport cu axa rotelor;

$k_I = 2,463$ – coeficient dependent de condițiile de ungere a cuplei *dinte – rolă* și de proprietățile fizico-mecanice ale materialului;

$f_{max} = 0,04 \dots 0,05$ – coeficientul de frecare maxim, dependent de materialul cuplei *dinte – rolă* și de condițiile de lucru;

$k_r = 0,005$ – coeficientul de frecare la rostogolire;

$f = 0,04$ – coeficientul de frecare de alunecare în cupla *axă – rolă*.

3. Calculul geometric.

3.1 Diametrul median al roții dințate (cu considerarea frecării la rostogolire):

$$d_{m_4} = 53 \sqrt[3]{\frac{T_4(1-\nu) \cos(\delta + \theta) k_{HP} k_{H\beta} k_{HV}}{\sigma_{HP}^2 \psi_{bd} Z_e \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_{w_4}}}.$$

3.2 Raza coroanei cu role în secțiunea mediană:

$$R_{m_3} = \frac{d_{m_4}}{2 \cos(\delta + \theta) [1 - \operatorname{tg} \beta \sin \alpha_{w_4} \operatorname{tg}(\delta + \theta)]}.$$

3.3 Lungimea activă a dintelui (liniei de contact):

$$b_{w_4} = \psi_{bd} \cdot d_{m_4}.$$

$$b_{w_4} = \psi_{bd} \cdot d_{m_4}.$$

3.4 Lungimea rotelor:

$$b_{w_3} = b_{w_4} + (2 \dots 5) \text{mm}.$$

3.5 Diametrul median al rolei:

$$d_{mr} = 2R_{m_3} \operatorname{tg} \beta.$$

3.6 Diametrul rolei în secțiune frontală:

$$d_{fr} = d_{mr} + b_{w_3} \operatorname{tg} \beta.$$

Continuare Tabelul 6.1

Parametrul, notarea și relația de calcul	
3.7 Raza roții dințate în secțiunea mediană:	$R_{m4} = \frac{d_{m4}}{2 \cos[\delta + \theta + \arctg(d_{mr} \sin \alpha_{w4} / 2R_{m3})]}$
3.8 Raza exterioară a coroanei cu role:	$R_{e3} = R_{m3} + 0,5b_{w3}.$
3.9 Raza interioară a coroanei cu role:	$R_{i3} = R_{m3} - 0,5b_{w3}.$
3.10 Raza exterioară a roții dințate:	$R_{e4} = R_{m4} + 0,5b_{w4}.$
3.11 Raza interioară a roții dințate:	$R_{i4} = R_{m4} - 0,5b_{w4}.$
3.12 Unghiul conului de picior al dinților:	$\delta_{f4} = 90 - (\delta + \theta + \beta)$
3.13 Unghiul conului de vârf al dinților:	$\delta_{a4} = \delta_{f4} + 2\theta.$
3.14 Raza suprafeței de sprijin a coroanei cu role:	$R_{o3} = \sqrt{(R_{e3} + m)^2 + (0,25D)^2}.$ unde: D, m – diametrul și, respectiv, grosimea șabei; se adoptă constructiv.
4. Calculul de verificare	
Calculul de verificare a rezistenței angrenajului la presiunea de contact:	$\sigma_H = 275 \sqrt{\frac{2T_4(1-\nu)k_{H\beta}k_{H\alpha}k_{HV}}{d_{m4}d_{mr}b_{w4}Z_\varepsilon \cos \alpha_{w4}}} \leq \sigma'_{HP}$
<i>Remarcă. Ordinea de calcul din tabel este valabilă și pentru cazul transmisiilor cu unghiul de amplasare a roților $\delta = 0$.</i>	

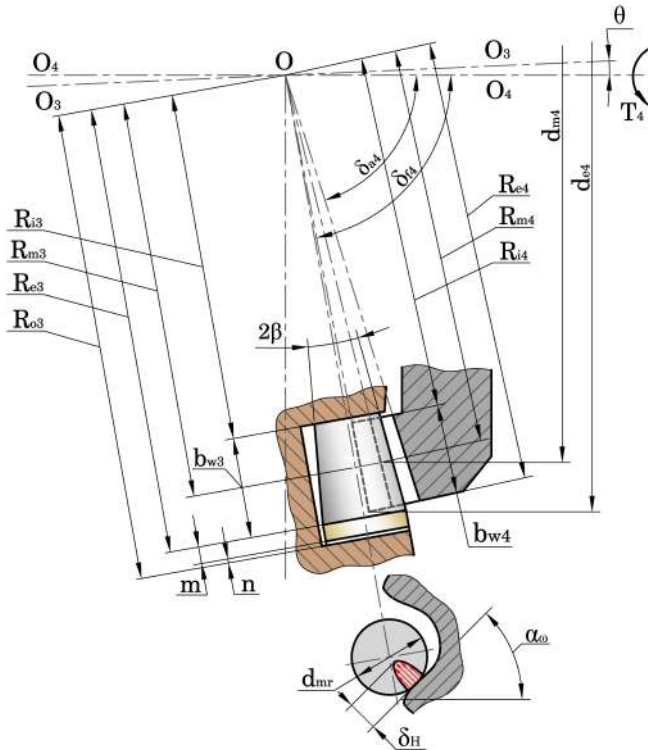


Figura 6.14. Schema de calcul geometric al angrenajului precesional A^B cu satelit cu coroane în formă de bolțuri (transmisie $2K-H$)

6.5.3 Angrenaj tip $K-H-V$ cu roata centrală din bolțuri conice

Pentru transmisiile cu roata-satelit cu dinți și roată centrală din bolțuri conice cu unghiul de amplasare a rotelor $\delta = 0$ (roți plane) și cu $\delta > 0$, elaborate atât în baza schemelor structurale $K-H-V$ din figurile 2.1 (c, d, e) și 2.1 (e), cât și în baza schemei $2K-H$ din figura 2.9 (a), ordinea de calcul este indicată în tabelul 6.2.

Remarca 6.3. Metodele de calcul prezentate în tabelele 6.1 și 6.2 au fost verificate în practica proiectării transmisiilor planetare precesionale și argumentate ca adecvate din punct de vedere dimensional și funcțional prin testări experimentale pe standurile prezentate în capitoul 5 atât ale reductoarelor fabricate special pentru cercetări prezentate în figura 5.1 (a, b, c, d, e, f, g, h), cât și ale reductoarelor fabricate la comanda agenților economici.

Tabelul 6.2. Algoritmul de calcul al angrenajului A^B cu roată centrală din bolțuri conice (transmisia $K-H-V$)

Parametrul, notarea și relația de calcul	
1. Alegerea parametrilor geometrici ai angrenajului	
Conform recomandărilor anterioare, se aleg următorii parametri geometrici ai angrenajului:	
1.1 Din nomogramele prezentate în figura 6.13 se alege valoarea unghiului de conicitate a roților β în funcție de numărul dinților roții centrale Z_I ; unghiul de nutație θ , multiplicitatea angrenării ε și unghiul de amplasare a roților δ .	
1.2 Din nomogramele din figurile 6.7 și 6.8 se alege valoarea unghiului de angrenare α_w în funcție de Z_I , β și θ .	
1.3 Din nomogramele din figurile 6.9–6.12 se alege valoarea coeficientului de proporționalitate a curburilor profilurilor dinților ν funcție de Z_I , δ și θ .	
2. Calculul de predimensionare	
2.1 Diametrul median al roții dințate calculat în prealabil:	$d_{m1} = 53 \sqrt[3]{\frac{T_2(1-\nu)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{\sigma_{HP}^2 \psi_{bd} Z_\varepsilon \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_w \cos^2 \delta}}$
3. Calculul geometric	
3.1 Diametrul median al roții dințate (cu considerarea frecării la rostogolire)	$d_{m1} = 53 \sqrt[3]{\frac{T_2(1-\nu)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{\sigma_{HP}^2 \psi_{bd} Z_\varepsilon \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_w \cos^2 \delta}}$
3.2 Diametrul median al rolei:	$d_{mr} = d_m \operatorname{tg} \beta / \cos \delta.$
3.3 Diametrul rolei în secțiune frontală:	$d_{fr} = d_{mr} + b_w \operatorname{tg} \beta.$
3.4 Raza medie a coroanei cu rolei:	$R_{m2} = \frac{d_{m1} \cos \theta - d_{mr} \sin \alpha_w \sin \delta}{2 \cos \delta}$
3.5 Raza medie a roții dințate:	$R_{m1} = \frac{d_{m1} \cos \theta}{2 \cos[\delta - \operatorname{arctg}(d_r \sin \alpha_w / 2 R_{mr})]}$
3.6 Unghiul conului de picior al dinților:	$\delta_{f1} = 90^\circ - \beta - \theta + \delta.$
3.7 Unghiul conului de vârf al dinților:	$\delta_{v1} = \delta_{f1} + 2\theta.$
4. Calculul de verificare	
Calculul de verificare a rezistenței angrenajului la presiunea de contact:	$\sigma_H = 275 \sqrt{\frac{2T_4(1-\nu)k_{HP}k_{H\beta}k_{HV}}{d_{m1}d_{mr}b_{w1}Z_\varepsilon \cos \alpha_w}} \leq \sigma'_{HP}$
Parametrii b_{w1} , b_{wr} , d_0 , σ_{HP} , R_{e1} , R_{e2} , R_{i1} , R_{i2} , R_{s2} , se calculează conform relațiilor corespunzătoare din tabelul 6.1.	

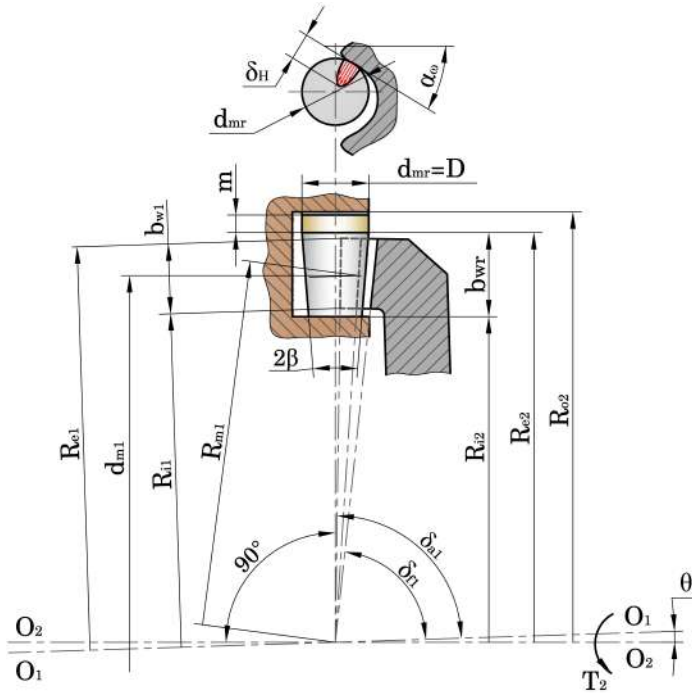


Figura 6.15. Schema de calcul geometric al angrenajului A^B cu roata centrală din bolțuri conice (transmisie $K-H-V$)

6.5.4 Etapele proiectării unui reductor precesional $2K-H$

Proiectarea unei transmisii este însoțită de satisfacerea unor cerințe referitoare la capacitatea portantă, compacitate, masă, gabarite și cost de producere, în unele cazuri referitoare la caracteristicile cinematice și la compatibilitatea structurală cu alte agregate de acționare a mașinii etc. Transmișiile planetare precesionale, datorită avantajelor ce le caracterizează, în mare măsură satisfac aceste cerințe mereu crescânde ale producătorilor și consumatorilor de reductoare și de multiplicatoare.

De regulă, cerințele de bază față de transmisia proiectată, se formulează în caietul de sarcini la proiectare. În continuare, prezentăm cerințele și etapele proiectării unui motoreductor precesional pentru acționarea utilajului tehnologic.

Cerințe formulate de beneficiar în caietul de sarcini:

1. Parametrii funcționali:

- Momentul de torsiune $T = 1480 \text{ Nm}$;
- Raportul de transmitere $i = 80 \pm 10\%$;
- Turația motorului electric $n = 1400 \text{ min}^{-1}$.

2. Materiale solicitate:

- Pentru roți dințate – oțel $42CrMoWCI$, duritatea 58 – 62 HRC;
- Pentru rolele coroanelor satelitului – oțel 102Cr6, duritatea 60 – 64 HRC;
- Pentru carcasă și capace – aliaj de aluminiu $AlSi1MgMn$.

3. Cerințe tehnologice:

Prelucrarea roților dințate centrale prin rectificare se va efectua pe mașinile multiaxiale cu comandă numerică.

Argumentarea structurii cinematice a transmisiei. În baza parametrilor funcționali cinematici ai transmisiilor planetare precesionale (cap.2) este aleasă structura cinematică de tip $2K-H$ (fig. 2.9 a), care include două roți dințate centrale, o roată-satelit cu două coroane din bolțuri conice și un arbore-manivelă.

Tabelul 6.3. Coraportul numerelor de dinți pentru $i = -80$

Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i
24	25	19	18	-75,0
25	26	20	19	-82,3
26	27	20	19	-73,3
27	28	21	20	-80,0
28	29	21	20	-72,5
29	30	22	21	-78,8
31	32	23	22	-78,8
32	33	24	23	-84,3

Alegerea parametrilor geometrici ai angrenajului și a numărului de dinți. Conform nomogramelor din figurile 6.7–6.12, se aleg parametrii geometrici ai angrenajului A^B care definesc angrenarea A_{CX-CV}^B cu multiplicitatea maximă a angrenării dinților și cu profiluri optime ale dinților pentru funcționare în regim de reductor cu randament maxim. Numărul de dinți se alege din tabelul 2.1. Pentru asigurarea raportului de transmitere prescris $i = -80 \pm 5\%$, au fost propuse câteva corapoarte ale numerelor de dinți (v. tabelul 6.3). Utilizând sistemele de modelare CAD *Autodesk Inventor/Solid Works* pentru numerele de dinți și parametrii geometrici ai angrenajului selectați, au fost proiectate profilurile dinților roților dințate centrale. În urma analizei profilurilor obținute pentru fiecare cuplu de roți dințate din perspectiva asigurării parametrilor geometrici și a randamentului optim, sunt selectate următoarele numere de dinți: ai roților dințate centrale $Z_1 = 27$, $Z_4 = 20$ și ale coroanelor cu bolțuri ale satelitului $Z_2 = 28$, $Z_3 = 21$. Aceste profiluri ale dinților (fig. 6.16) asigură obținerea raportului de transmitere prescris ($i = -80, 0$) cu parametri geometrici optimi:

- pentru $Z_1 = 27$, $\theta = 2,5^\circ$, $\varepsilon = 100\%$, unghiul axoidei conice $\delta = 22,5^\circ$, avem unghiul de angrenare $\alpha = 32^\circ$, $\beta = 3,5^\circ$ (fig. 6.16 a);

- pentru $Z_4 = 20$, $\theta = 2,5^\circ$, $\varepsilon = 100\%$, unghiul axoidei conice $\delta = 22,5^\circ$, avem unghiul de angrenare $\alpha = 42^\circ$, $\beta = 4,5^\circ$ (fig. 6.16 b).

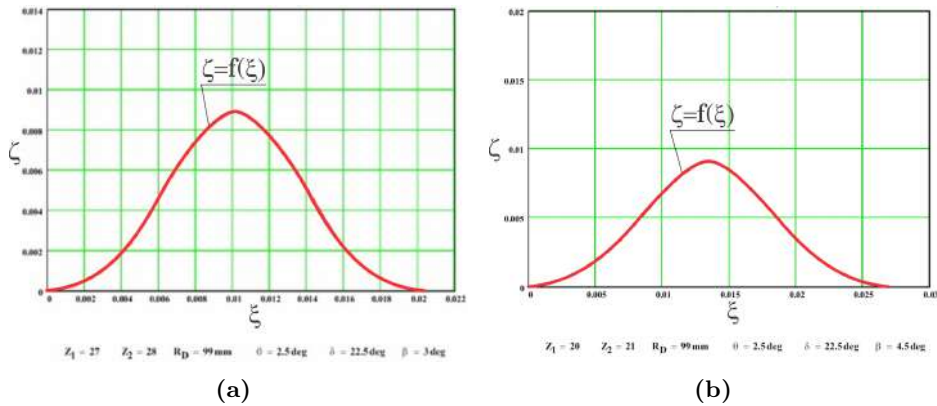


Figura 6.16. Profilogramele dinților roților centrale: $Z_1 = 27$ (a) și $Z_4 = 20$ (b)

4. **Asigurarea tehnologică.** În baza modelului matematic al angrenajului descris în capitolul 3 se elaborează pachetul tehnologic în mediul *MathCAD*, care include determinarea coordonatelor profilului de flanc al dinților roții imaginare și a mișcărilor spațiale coordonate ale sculei și semifabricatului. În figura 6.17 sunt prezentate etapele de bază ale procesului de modelare a danturii roții dințate precesionale. În baza sistemului de modelare *Autodesk Inventor/Solid Works* au fost obținute modelele computerizate 3D ale roților dințate cu parametrii geometrici selectați. Fabricarea roților dințate pe mașini-unelte în 5 axe cu comanda numerică se va efectua conform procedurii $G_{m.ax}^{cil}$ în baza modelului computerizat al roților dințate și a pachetului tehnologic cu asigurare software.

5. **Proiectarea reductorului precesional.** Proiectarea 3D, simularea pe calculator și elaborarea documentației tehnice sunt realizate utilizând softurile *SolidWorks*, *Autodesk Inventor* și *Motion Inventor* sau alte softuri de proiectare 3D. În baza schemei structurale a transmisiei precesionale $2K-H$ (fig. 6.9 a), a elaborării constructive (fig. 4.21 a), a teoriei angrenajului precesional și a metodei de calcul la rezistență elaborate în softul *SolidWorks* (sau alte softuri de proiectare 3D) este elaborată construcția reductorului precesional cu parametrii indicați în caietul de sarcini.

Un nod important al reductorului precesional este nodul *arbore-manivelă – rulmenți*, care funcționează în condiții cinematice și de forță dure: inelul interior și corpurile de rulare se rotesc cu turația de intrare, totodată fiind solicitați cu sarcina de la ieșire. De asemenea, partea înclinată a arborelui-manivelă, fiind un element static dezechilibrat, generează sarcini dinamice suplimentare în lagărele *A*, *B*, *D* și *E* (fig. 6.18). În cazul reductoarelor pre-

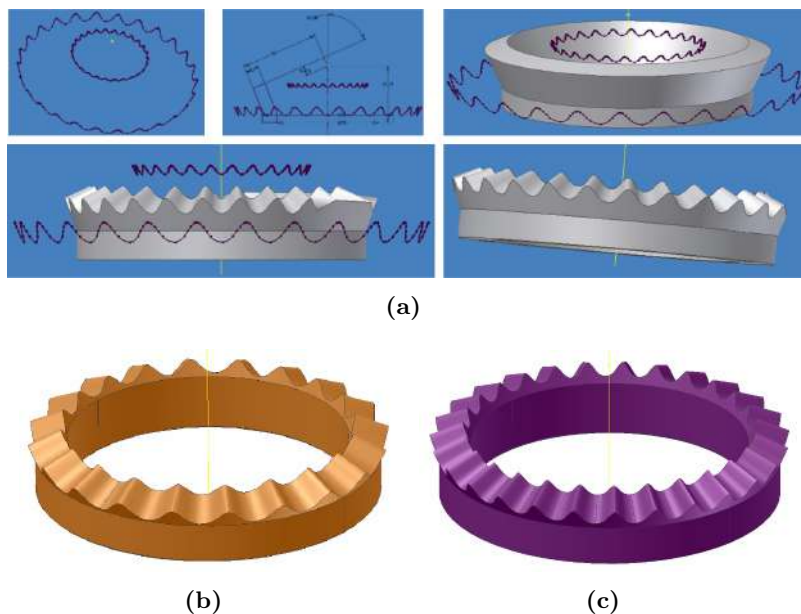


Figura 6.17. Etapele procesului de modelare a roții dințate centrale

cesionale de putere mare arborele-manivelă se supune echilibrării dinamice. Conform recomandărilor prezentate în tabelele 3.1–3.3, unghiul de înclinare a manivelei se recomandă în limitele $1,5^\circ \dots 5,0^\circ$. Din considerentele asigurării unui coraport optim al sarcinii statice și a dinamicității acesteia, unghiul θ se i-a mai aproape de limita inferioară. Din analiza rezultatelor cercetărilor teoretice și experimentale efectuate anterior, acest unghi se recomandă să fie de $\theta = 2^\circ 30'$. Alegerea este dictată și de condițiile de optimizare a profilului dinților roților centrale. Calculul reacțiunilor dinamice suplimentare din rulmenți se efectuează conform metodicii prezentate în capitolul 4.

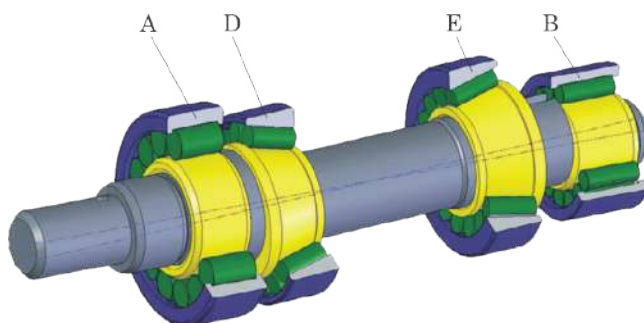


Figura 6.18. Elaborarea 3D a nodului arbore-manivelă - rulmenți

În continuare, în baza modelelor 3D ale roților dințate și nodului *arbore-manivelă - rulmenți* se elaborează construcția reductorului precesional. În figura 6.19 este prezentat proiectul tehnic al reductorului precesional 2K–H cu angrenare A_{CV-CV}^B în care: roata-satelit 3 dotată cu două coroane cu bolțuri 9 și 11 (cu $Z_9 = 28$ și $Z_{11} = 21$), este instalată pe o pereche de rulmenți radial-axiali 39 pe arborele-manivelă 2. Roata-satelit 3 este amplasată între două roți dințate – fixă 4 cu numărul de dinți $Z_9 = 27$ și mobilă 12 cu numărul de dinți $Z_9 = 20$, care este fixată rigid pe arborele condus 5. Raportul de transmitere se determină din relația:

$$i = -\frac{Z_9 Z_{12}}{Z_4 Z_{11} - Z_9 Z_{12}},$$

unde Z_9, Z_{11} sunt numărul de bolțuri ale coroanelor blocului-satelit 9 și 11, Z_4, Z_{12} – numărul de dinți ai roților dințate centrale 4 și, respectiv, 12.

În baza modelului 3D a fost elaborată documentația tehnică cu condițiile tehnice și tehnologice necesare pentru fabricarea reductorului precesional. În figurile 6.20–6.23 sunt prezentate desenele tehnice ale celor mai importante componente ale reductorului: roata-satelit, arborele-manivelă și roțile centrale. În figurile 6.24 și 6.25 sunt prezentate modelul 3D al motoreductorului precesional și desfășurata. În figura 6.26 (a, b) este prezentat motoreductorul precesional pentru echipamentul tehnologic.

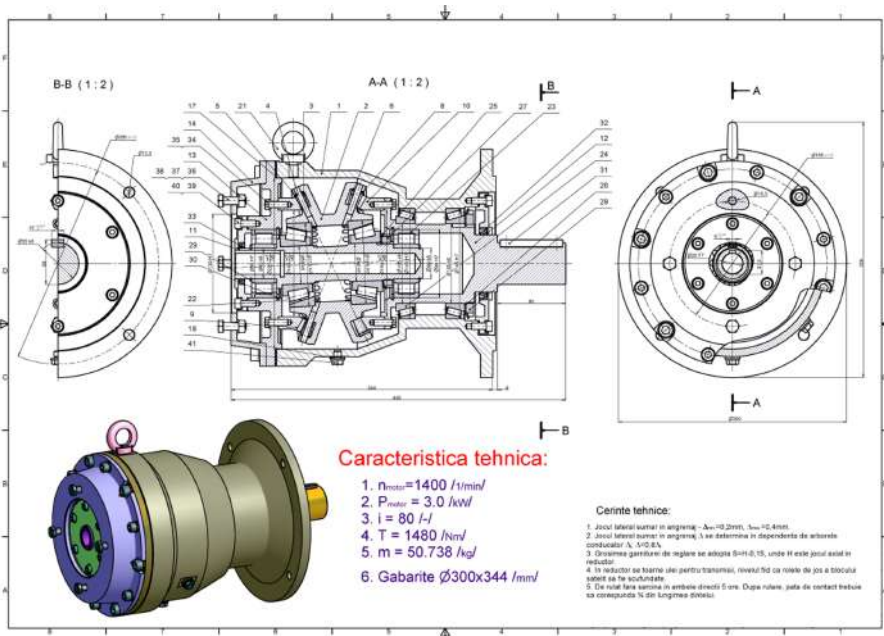


Figura 6.19. Reductor planetar precesional 2K–H

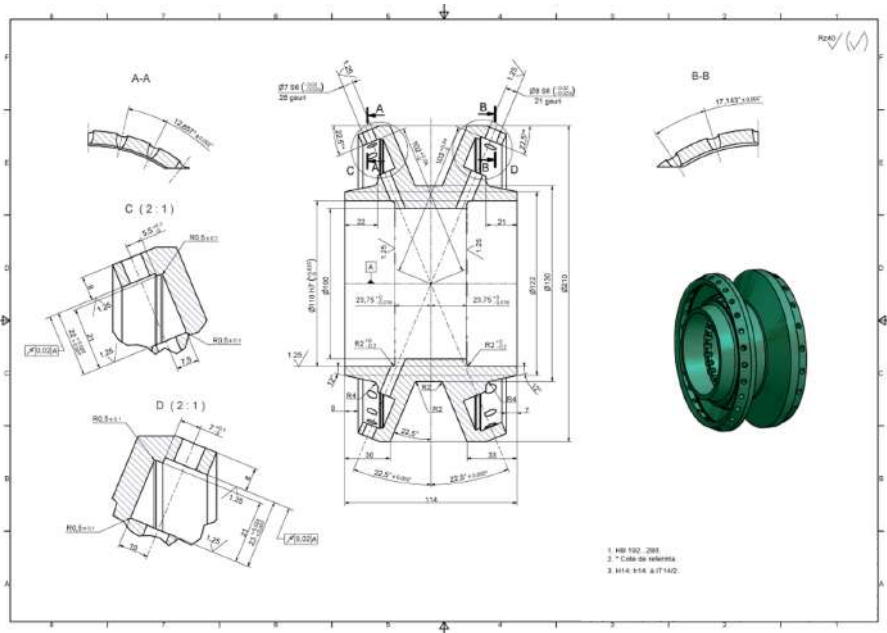


Figura 6.20. Roată-satelit cu două coroane danturate

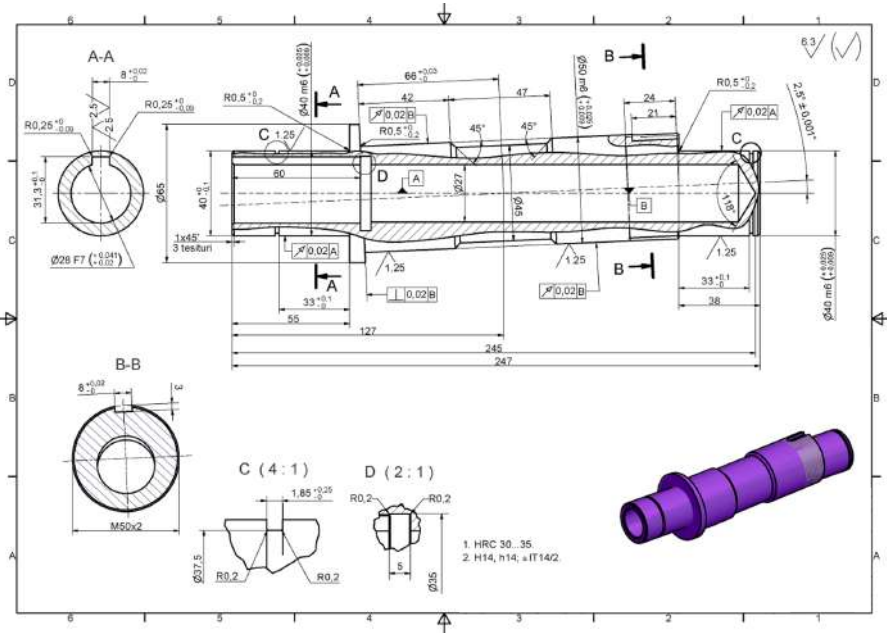


Figura 6.21. Arborele-manivelă

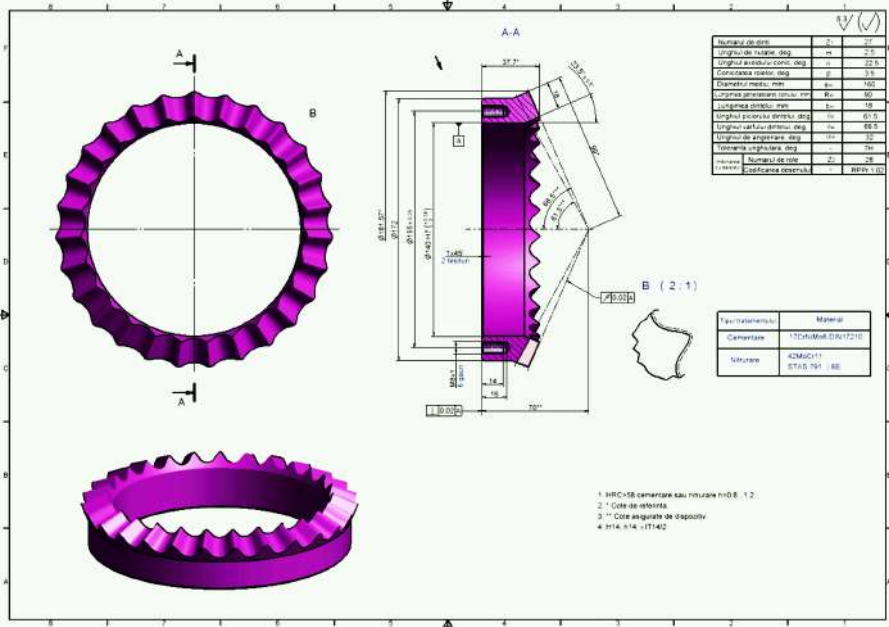


Figura 6.22. Roata dințată centrală fixă

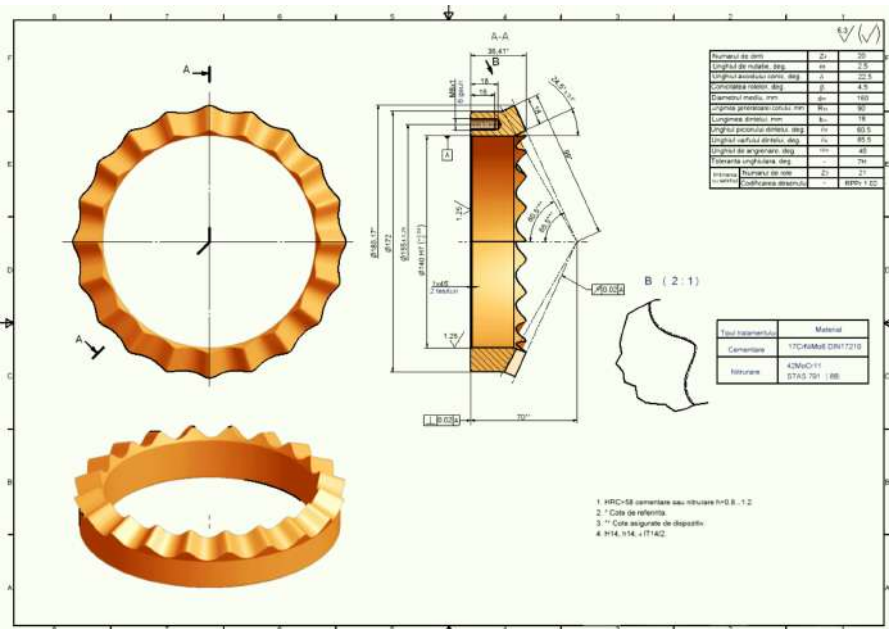


Figura 6.23. Roata dințată centrală mobilă

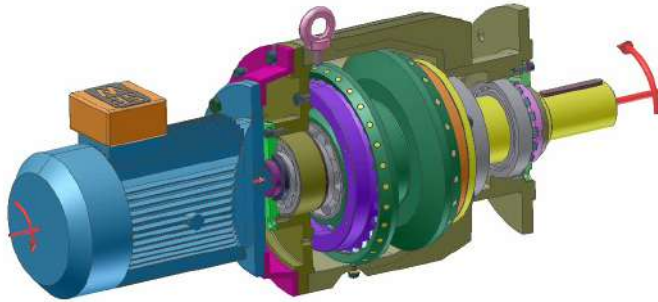


Figura 6.24. Modelul 3D al motoreductorului precesional

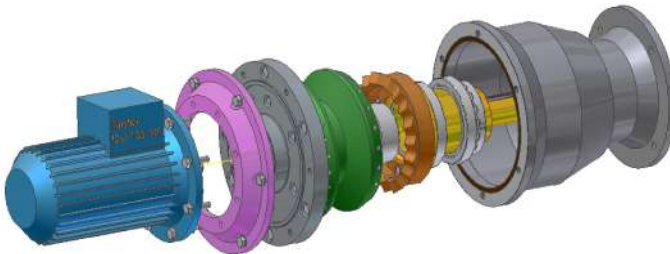


Figura 6.25. Modelul motoreductorului precesional în desfășurată

6.5.5 Particularitățile proiectării reductoarelor planetare precesionale submersibile

Mecanismele de acționare a mașinilor sau a sistemelor de mașini submersibile operate pe fundul Oceanului Planetar (sau al mărilor) funcționează în condiții dificile, dictate de acțiunea presiunii hidrostatice înalte și temperaturii apei (mediului) joase. Pentru excluderea acțiunii dăunătoare a presiunii hidrostatice înalte, cavitățile reductoarelor și motoarelor electrice din mecanismele de acționare, de regulă, sunt umplute cu ulei care, pe lângă lubrifiere, mai compensează prin echivalare presiunea hidrostatică din interiorul acestora cu cea din exterior prin intermediul unor compensatoare cu membrană.

Condițiile dificile de exploatare a mecanismelor de acționare pe fundul mărilor și oceanelor la adâncimi de la 4000 până la 7000 *m* devin extreme și din cauza temperaturilor joase de $2^{\circ} - 4^{\circ} C$ ale apei. În aceste condiții extreme de presiune hidrostatică de 40–70 *MPa* și temperatură a apei de $2^{\circ} - 4^{\circ} C$, crește brusc viscozitatea cinematică a uleiului (care ajunge până la 3000 *sSt*), fapt ce generează pierderi hidraulice considerabile (randamentul transmisiilor clasice scade până la 0,2–0,1). Vitezele mici de lucru ale

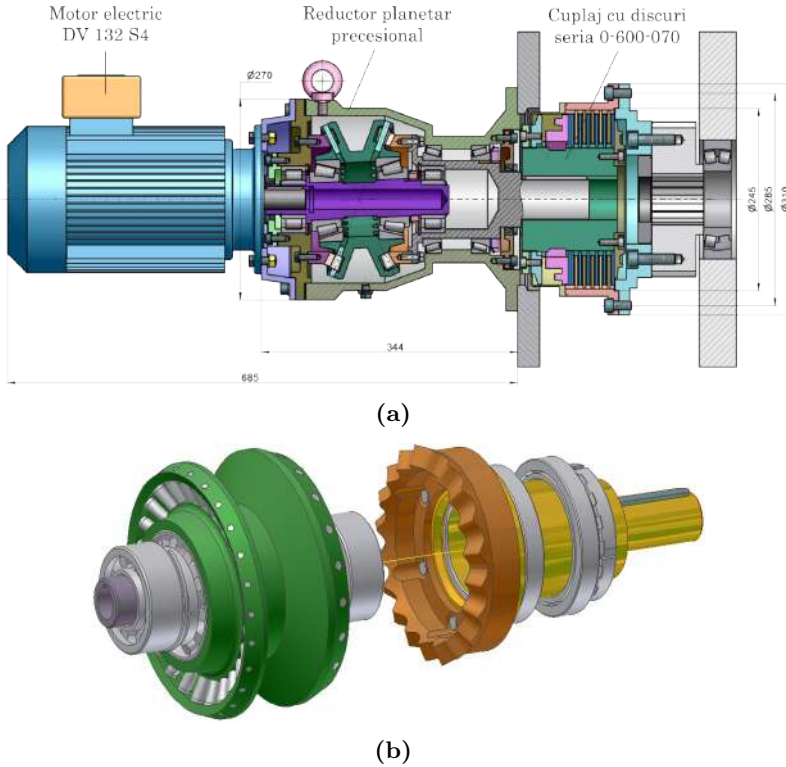


Figura 6.26. Reductor precesional $2K-H$ pentru echipament tehnologic ($T = 1480 Nm$; $i = -80$)

organelor de lucru ale mecanismelor submersibile și acțiunea presiunii hidrostatice exterioare necesită utilizarea reductoarelor compacte, cu raport de transmitere mare ($i = 100 - 600$). În aceste condiții, reductorul ca o componentă a mecanismului de acționare submersibil, integrat cu motor electric de asemenea submersibil, trebuie să asigure pierderi hidraulice minime la antrenarea uleiului compensator.

Pentru mecanismele de acționare submersibile, utilizarea transmisiilor planetare precesionale are avantaje net superioare în raport cu toate transmisiile cunoscute la scară mondială, datorită următoarelor particularități:

- asigură randament mecanic înalt datorită specificului mișcării sferospațiale a satelitului, reduce de Z_1 ori viteza liniară a roții de intrare (pierderile hidraulice depind de cubul vitezei liniare);
- asigură rapoarte de transmitere mari în construcții simple;
- asigură capacitate portantă înaltă datorită multiplicității angrenării de 100% perechi de dinți, fapt ce majorează siguranța exploatarei în condiții extreme, fiabilitatea la suprasolicitări etc.

Aceste particularități ale TPP se consideră deosebit de avantajoase pentru utilizarea lor în mecanismele de acționare submersibile. În figura 6.27 (a) este prezentat desenul de ansamblu al motoreductorului precesional submersibil, în figura 6.27 (b) – vederea generală (proiect 3D) a motoreductorului precesional dotat cu compensator cu membrană elastică, pentru echivalarea presiunii hidrostatice din interiorul reductorului cu cea externă. În figura 6.28 (c) sunt prezentate profilogramele dinților roților centrale cu parametrii geometrici: unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$, unghiul axoidei conice $\delta = 22^\circ 30'$, $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 27$, $R_{rol} = 12\text{ mm}$, $u = -279$.

Argumentarea alegerii parametrilor geometrici ai angrenajului și a numărului de dinți. Conform nomogramelor din figurile 6.7–6.13 se aleg parametrii geometrici ai angrenajului A^B care să asigure multiplicitate maximă a angrenării dinților, profiluri ale dinților optime pentru funcționare în regim de reductor, randament maxim și viteză minimă de rotire a satelitului în jurul axei sale. Numărul de dinți se alege din tabelul 2.1. Pentru raportul de transmitere prescris $i = -280 \pm 5\%$ au fost alese variantele numerelor de dinți (v. tabelul 2.1). În urma analizei efectuate s-a determinat că numerele dinților care satisfac prioritar cerințele indicate mai sus sunt: $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 27$. În continuare, procesul de proiectare este similar cazului precedent.

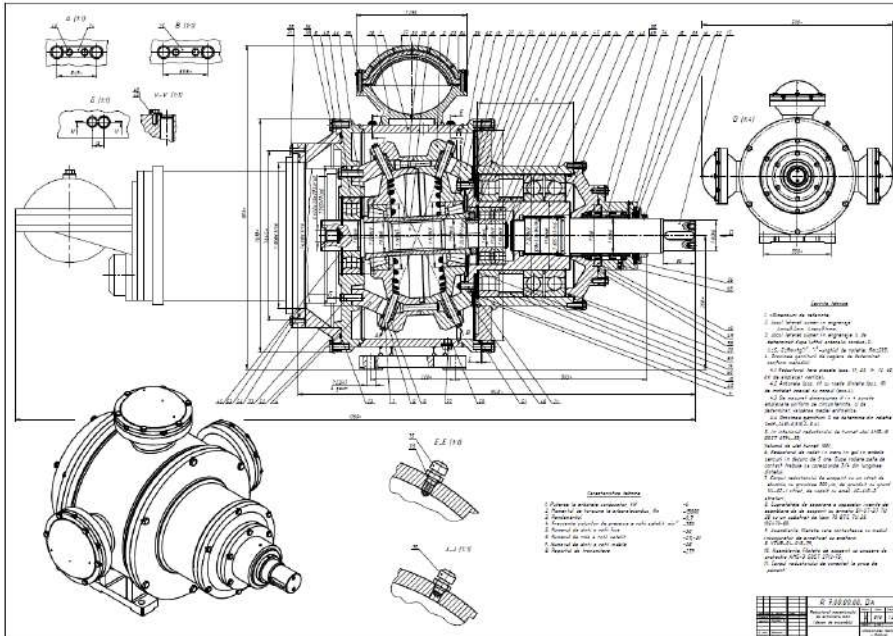
Tabelul 6.4. Coraportul numerelor de dinți pentru $i = -280$

Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i
24	25	23	22	-275,0
30	31	28	27	-279,0
40	41	36	35	-287,0
44	45	39	38	-285,0

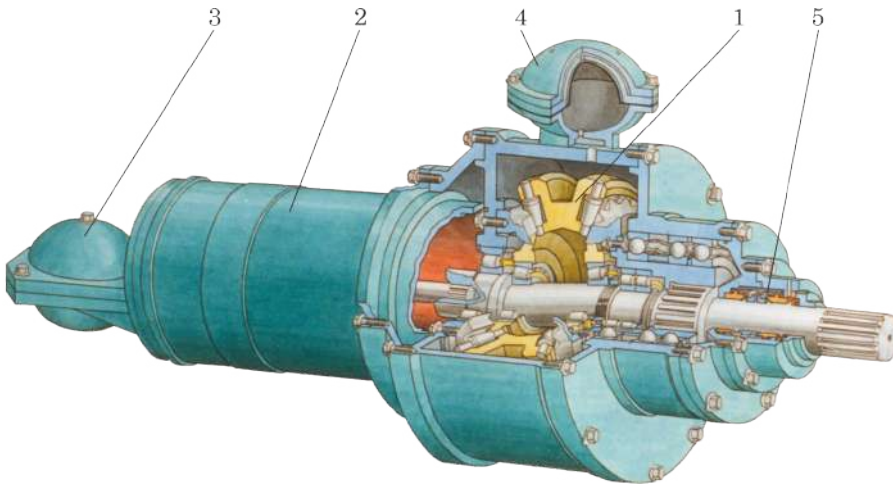
6.5.6 Particularitățile proiectării multiplicatoarelor precesionale de tip $K-H-V$

În calitate de exemplu se prezintă proiectarea multiplicatorului precesional de tip $K-H-V$ cu angrenaj cu bolțuri A^B pentru turbina eoliană cu puterea de 16 kW , (fig. 6.29). Parametrii și cerințele specifice de proiectare sunt: raportul de transmitere $i = 16$, momentul de torsiune -1850 Nm , randament înalt, masă și gabarite reduse. Pentru asigurarea randamentului înalt al multiplicatorului prin reducerea alunecării relative între flancurile dinților, au fost aleși următorii parametri geometrici ai angrenajului: $Z = 16$, $\delta = 0^\circ$, $\beta = 5^\circ$, $\alpha = 28^\circ$.

În scopul reducerii dimensiunilor de gabarit și a masei, multiplicatorul a fost elaborat în baza schemei transmisiei planetare precesionale $K-H-V$ (fig. 2.1 d), cu transmiterea momentului de torsiune prin două fluxuri ce



(a)



(b)

Figura 6.27. Motorreductor planetar precesional submersibil: 1 – reductor precesional ($I = -280$); 2 – motor electric submersibil ($P = 3\text{ kW}$); 3, 4 – compensatoare cu membrană elastică; 5 – nodul cu garnituri radiale și frontale

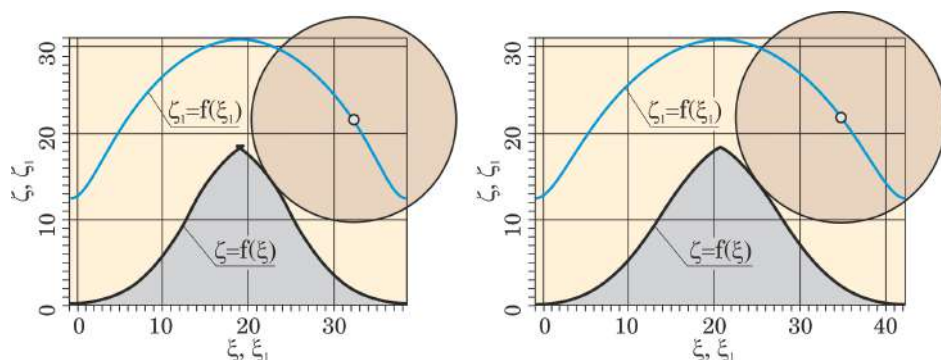


Figura 6.28. Profilogramele flancurilor dinților roților centrale cu parametrii geometrici: unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$, unghiul axoidei conice $\delta = 22^\circ 30'$, numărul dinților $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 27$, $R_{mr} = 12 \text{ mm}$, raportul de transmitere $i = -279$

funcționează în regim de multiplicare. Mișcarea de rotație a arborelui de intrare, prin intermediul cuplajului cu role 4 (fig. 6.29) se transmite satelitului 10, care, datorită efectului de pană generat la angrenarea bolțurilor conice 9 cu dinții roților centrale 2 cu același număr de dinți, efectuează mișcare sferospațială cu frecvența egală cu turația arborelui de intrare.

În continuare, mișcarea sferospațială a satelitului 10 este transformată în mișcare de rotație multiplicată a arborelui-manivelă 3, legat cu rotorul generatorului electric 12. Diferența dintre dinții roților centrale 2 și bolțurile 9 ale coroanei satelitului 10 este egală cu un dinte. În acest caz, raportul de transmitere se determină din $i = -Z_9 / (Z_2 - Z_9)$, unde Z_2 și Z_9 sunt numărul de dinți ai roților centrale 2 și, respectiv, numărul de bolțuri conice ale coroanei satelitului 10.

Cercetările experimentale au demonstrat că randamentul mecanic în angrenajele multiplicatoarelor este mai mare în cazul în care numărul de bolțuri ale satelitului este mai mic decât cel al roților centrale, deci $Z_2 = Z_9 + 1$. În figura 6.30 (a, b) sunt prezentate profilogramele dinților roților centrale cu coraportul numărului de dinți $Z_2 = Z_9 + 1$ (a) și $Z_2 = Z_9 - 1$ (b). Micșorarea masei multiplicatorului precesional se explică prin majorarea capacității portante a acestuia datorită asigurării multiplicității angrenajului (în angrenaj se află până la 100% perechi de dinți simultan), de asemenea prin transmiterea fluxului de putere prin două torente (roata-satelit a multiplicatorului angrenează simultan cu două roți dințate centrale cu același număr de dinți, situate pe ambele părți ale lui).

Specificul angrenajului precesional *dinte – rolă* permite fabricarea roților conice din pulberi metalice cu conținut de lubrifianți solizi (grafit, M_0S_2), fapt ce conduce la majorarea randamentului, în special în condiții extreme

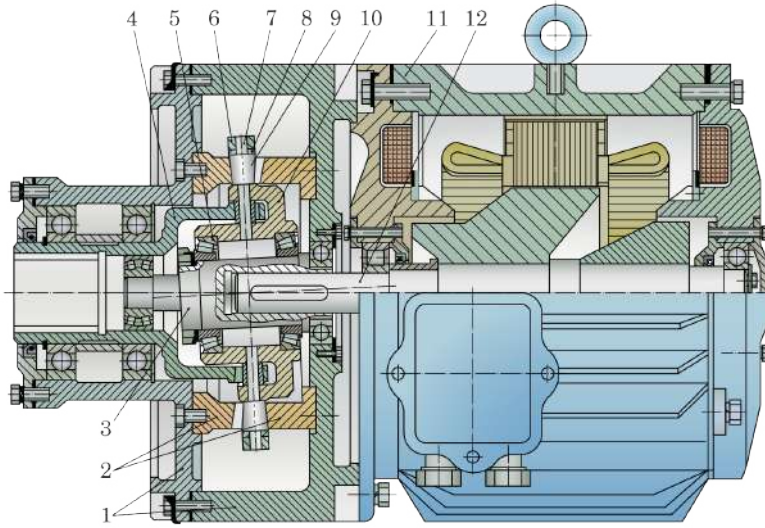


Figura 6.29. Multiplicator-generator precesional $K-H-V$ pentru turbina eoliană cu puterea de 16 kW

cu temperaturi joase, unde lubrifianții lichizi nu sunt utilizabili. Danturile roților centrale cu profil convex-concav variabil au fost generate prin procedeul $G_{r,s}^{con}$ cu rostogolire-rolare cu sculă de forma “trunchi de con”.

În baza caietului de sarcini la proiectare a fost elaborată documentația tehnică și modelul 3D al modului *generator-multiplicator* (fig. 6.29–6.31) cu raportul de transmite $i = -16$. În figura 6.31 (a) este prezentat modelul 3D al multiplicatorului-generator precesional în secțiune, iar în figura 6.31 (b, c), respectiv, vederea 3D a multiplicatorului și modelul 3D a roții centrale cu $Z = 16$ dinți.

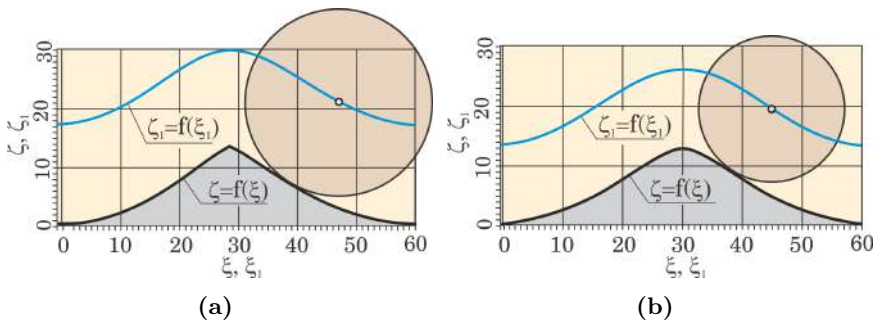


Figura 6.30. Profilogramele dinților roților centrale cu coraportul numerelor de dinți $Z_2 = Z_g + 1$ (a) și $Z_2 = Z_g - 1$ (b)

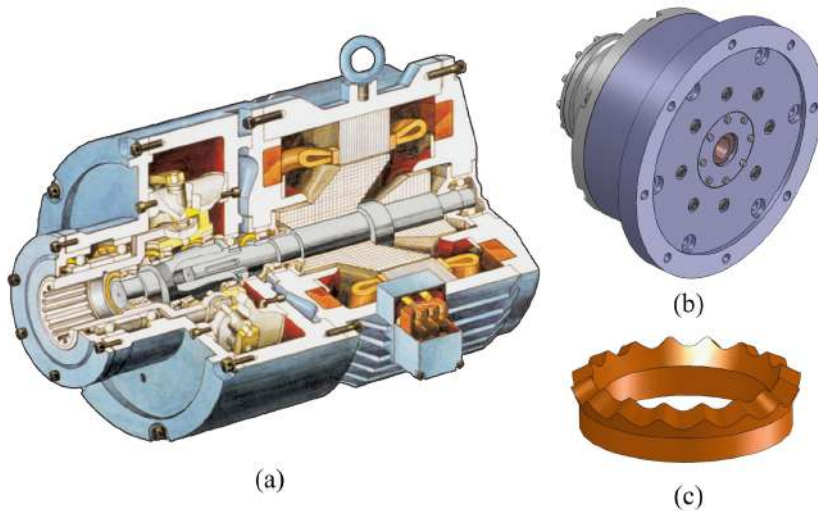


Figura 6.31. Vederea generală 3D în secțiune a multiplicatorului-generator (a), vederile generale 3D ale multiplicatorului (b) și a roții centrale cu $Z = 16$ dinți (c)

Remarca 6.4. Rezultatele cercetărilor experimentale ale angrenajelor precesionale A^B de putere arată că deteriorarea suprafețelor active ale cuplelor cinematice de clasă superioară **dinte - rolă** este cauzată preponderent de fenomenul piting localizat pe suprafața conică a rotelor.

Remarca 6.5. Ținând cont de Remarca 6.4, calculul de rezistență a angrenajelor precesionale A^B se bazează pe preîntâmpinarea depășirii tensiunilor efective de contact în raport cu tensiunile admisibile de contact, calculate pentru cuple cinematice de clasă superioară cu considerarea prezenței frecării cu alunecare.

Remarca 6.6. Parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ se aleg conform nomogramelor construite în baza analizei geometriei contactului dinților și a cinematicii angrenajului cu regim de funcționare de reductor, de multiplicator sau de diferențial.

Remarca 6.7. Proiectarea transmisiilor precesionale de putere cu angrenaj A^B se bazează pe următoarele trei constatări concludente: capacitatea portantă a angrenajului precesional A^B este în funcție de multiplicitatea angrenării și geometria contactului dinților, randamentul mecanic – de alunecarea de frecare între flancurile conjugate și cinematica punctului de contact al dinților, iar unghiul de presiune α_w al dinților roților centrale (de formă a dinților) – de coraportul parametric al configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$.



Constatări, concluzii și remarci

1. **Remarca 1.1.** Domeniile și direcțiile de cercetare-dezvoltare a transmisiilor precesionale expuse în lucrare sunt notificate prin:

A^B – angrenaj precesional cu bolțuri;

A^D – angrenaj precesional cu dinți drepecți;

$A^{D,\beta}$ – angrenaj precesional cu dinți înclinați;

A_{CX-R}^B – angrenare precesională cu bolțuri cu contact convex-rectiliniu;

A_{CX-CV}^B – angrenare precesională cu bolțuri cu contact convex-concav;

A_{CV-CV}^D – angrenare precesională dințată cu contact concav-concav;

A_{CX-CV}^D – angrenare precesională dințată cu contact convex-concav;

A_{CX-R}^D – angrenare precesională dințată cu contact convex-rectiliniu;

$A_{CV-CV}^{D,\beta}$ – angrenare precesională dințată cu contact concav-concav al dinților înclinați.

2. **Constatarea 1.1.** Geometria angrenajului, procedeele de generare și sculele pentru generare (fabricare) a flancurilor dinților, conform patentului “Angrenaj elicoidal”, autor Ernest Wildhaber, sunt protejate cu 28 de clauze.
3. **Constatarea 1.2.** Autorul M. Novikov declară că invenția sa se deosebește prin faptul că, în scopul majorării forțelor tangențiale transmise profilurilor dinților formate la intersecția suprafețelor lor de lucru cu un plan auxiliar perpendicular pe axa instantanee a rotirii-alunecării și trecătoare prin poziția curentă a punctului angrenării, sunt arcuri de cerc sau alte curbe continue (line), approximate după formă și valoarea razei de curbură cu arcul circumferinței cu originea

centrului comasată în punctul de intersecție a planului auxiliar cu axa instantanee, iar linia de angrenare, ce reprezintă locul geometric al punctelor angrenajului în spațiul în care sunt fixate azele de rotire a roților, reprezintă o linie dreaptă sau o curbă continuă (fără maximuri și minimuri).

4. **Remarca 1.2.** În studiul problemelor de contact al dinților conjugați în angrenările precesionale sunt admise notificările:

K_{CV-CV} – contact **concau-concau** al dinților;

K_{CX-CV} – contact **convex-concau** al dinților;

K_{CX-R} – contact **convex-rectiliniu** al dinților;

K_{CV-CV}^{β} – contact **concau-concau** al dinților înclinați.

5. **Remarca 1.3.** Multiplicitatea angrenării de referință ε se obține din relațiile pentru care s-a proiectat profilul dinților roții centrale.

6. **Remarca 1.4.** Pentru valorificarea transmisiilor planetare precesionale (TPP) au fost elaborate procedee noi de generare prin rostogolire-rulare spațială a dinților cu profiluri nestandardizate variabile, notificate prin:

$G_{r.s}^{con}$ – generarea dinților dreپți prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma **trunchi de con**;

$G_{r.s}^{disc}$ – generarea dinților dreپți prin rostogolire-rulare spațială cu sculă de forma **disc profilat periferic**;

$G_{m.ax}^{cil}$ – generarea dinților dreپți cu sculă **cilindrică** pe mașin-unelte multiaxiale cu comandă numerică;

$G_{m.ax}^{cil,\beta}$ – generarea dinților înclinați cu sculă cilindrică pe mașin-unelte multiaxiale cu comandă numerică.

7. **Remarca 2.1.** Printre transmisiile mecanice, transmisia planetară precesională bazată pe sinteza angrenării multipare cu contact concau-concau sau/și convex-concau este unică, cu profil variabil al dinților dependent univoc de coraportul valoric al parametrilor geometrice ai angrenajului $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

8. **Remarca 3.1.** Modificarea cel puțin a unuia dintre parametrii geometrice ai angrenajului Z_1, Z_2, β, δ sau θ conduce la modificarea formei profilului flancurilor dinților și a multiplicității angrenării acestora.

9. **Remarca 3.2.** Pentru simplitatea descrierii influenței numărului de dinți ai roților centrale și a roții-satelit Z_1 și Z_2 , a unghiului axoidei conice δ , a unghiului de conicitate a bolturilor conice β (exprimat prin raza profilului dintelui satelitului în arc de cerc r), a coraportului

numărului de dinți $Z_1 = Z_2 \pm 1$ și a unghiului de nutație θ asupra geometriei contactului dinților, în continuare în analize se utilizează noțiunea de “configurație parametrică” cu notificările:

$[Z_g - \theta, \pm 1]$ – referitoare la analize și descrieri generale;

$[Z_g - \theta, -1]$ – referitoare la angrenajele cu regim de funcționare de reductor;

$[Z_g - \theta, +1]$ – referitoare la angrenajele cu regimuri de funcționare de multiplicator și de diferențial.

10. **Remarca 3.3.** Profilul variabil al flancurilor dinților roților centrale din angrenajul precesional, dependent de parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$, în consecință asigură oportunități de majorare a capacității portante a contactului dinților și de diminuare a alunecării relative între flancurile conjugate ale dinților.
11. **Remarca 3.4.** Pentru realizarea oportunităților din Remarca 3.3 au fost propuse procedee tehnologice de generare a dinților cu profiluri de flanc variabile prin rostogolire-rulare spațială cu scule de formă geometrică constantă.
12. **Remarca 3.5.** În stadiul calculului de predimensionare a angrenajului precesional, în baza analizei funcției $\xi = \xi(\varphi)$ conform (3.66) și (3.67), proiectantul, operând cu modificarea configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ prin varierea multiplicității angrenării ε , poate modifica forma geometrică a contactului dinților. Astfel, micșorând multiplicitatea ε , din contul acesteia, în stadiul de proiectare putem planifica anumite avantaje ale transmisiei proiectate, spre exemplu – cinematice, de putere, funcționale sau tehnologice.
13. **Remarca 3.6.** Analiza cinematicii transmisiilor precesionale arată că pentru tipul $K-H-V$ poate exista coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, recomandat pentru regimul de funcționare de reductor, și coraportul $Z_1 = Z_2 + 1$ cu rotirea arborilor în același sens, recomandat pentru regimul de funcționare de multiplicator ($\delta = 0$).
14. **Remarca 3.7.** Pentru transmisiile precesionale de tip $2K-H$ coraportul numerelor de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ ($Z_4 = Z_3 - 1$) se recomandă pentru regimul de funcționare de reductor, iar coraportul numerelor de dinți ai coroanelor roții-satelit (Z_2, Z_3) influențează sensul rotirii arborilor conducător și condus.
15. **Remarca 3.8.** Profilul flancurilor dinților roții centrale cu mișcare sferospațială a roții-satelit este variabil dependent de configurația parametrică $[Z_g - \theta, \pm 1]$.

16. **Remarca 3.9.** *Recomandările privind alegerea valorilor raționale ale parametrilor geometrici ai angrenajului precesional vin în ajutorul proiectanților pentru a asigura geometria optimă a contactului dinților (recomandările sunt bazate doar pe abordări geometrice, fără a ține cont de dinamicitatea sarcinii și deformabilitatea dinților în contact).*
17. **Remarca 5.1.** *Neuniformitatea distribuirii sarcinii pe lungimea dinților, exprimată prin coeficientul $k_{H\beta}$, a fost determinată utilizând traductoare – folii încleiate pe lungimea dinților, ce reacționează la repartizarea sarcinii prin dezvoltarea unor procese cinetice dezvoltate pe suprafața lor. Metodologia, tehnicile și utilajul de înregistrare a neuniformității distribuirii sarcinii pe lungimea dinților în angrenajul precesional sunt descrise în [8, 9]. Varierea coeficientului $k_{H\beta}$ în angrenajele 2K–H a fost validată și prin cercetări CAE, rezultatele cărora în comparație cu testările experimentale nu depășesc limitele erorilor încercărilor.*
18. **Remarca 5.2.** *Metodologia cercetărilor experimentale ale reductoarelor precesionale cinematice este similară cu cea a reductoarelor precesionale de putere, descrisă în secțiunile 5.1.3 și 5.1.6.*
19. **Remarca 5.3.** *Cercetările experimentale ale reductoarelor precesionale de putere s-au efectuat cu mostre experimentale și prototipuri industriale cu angrenaje A^B și A^D și angrenări A_{CX-CV}^B , A_{CX-R}^D , A_{CV-CV}^D și A_{CV-CV}^D cu regimuri de funcționare de reductor, multiplicator sau diferențial.*
20. **Remarca 5.4.** *Cercetările experimentale ale reductoarelor precesionale cinematice s-au efectuat cu mostre experimentale și prototipuri industriale fabricate în cadrul contractelor economice cu angrenaje dințate A^D în angrenări A_{CX-R}^D , A_{CX-CV}^D , A_{CV-CV}^D cu profiluri convexe/concave și concav/concave cu roți fabricate prin turnare cu injecție sub presiune din mase plastice și prin sinterizare cu presare din pulberi metalice.*
21. **Remarca 5.5.** *Cercetările experimentale au permis determinarea valorică a factorilor de sarcină $k_{H\beta}$, k_{HP} și k_{HV} în angrenajele precesionale de tip K–H–V și 2K–H cu profilul convex/concav variabil al dinților în contact K_{CX-CV} , K_{CX-R} , K_{CV-CV} și K_{CV-CV}^B .*
22. **Remarca 5.6.** *Cercetările experimentale au cuprins determinarea tuturor caracteristicilor funcționale definitorii ale nivelului tehnic conform normelor și standardelor de produs ale reductoarelor, inclusiv determinarea caracteristicilor funcționale unice ale transmisiilor precesionale exploatate în condiții extreme, spre exemplu, la presiuni hidrostatice înalte și temperaturi joase, în spații vidate etc.*

23. **Remarca 6.1.** Pentru alegerea coeficientului de proporționalitate ν (v. fig. 6.9), pe scara gradatăei numărului de dinți ai roții centrale Z_1 , ridicăm o verticală până la curba $f(\delta, \beta)$ din intersecția cu care ducem o orizontală până la intersecția cu curba $f(\beta)$ din care ridicăm o verticală până la intersecția cu axa $\pm\nu$, care indică valoarea coeficientului de proporționalitate ν . Semnul “+” sau “-” se atribuie în funcție de traseul parcurs spre identificarea valorii coeficientului ν .
24. **Remarca 6.2.** Parametrii geometrici ai configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ se aleg pentru roata dințată centrală cu numărul de dinți mai mic, deoarece are capacitate portantă mai redusă din cauza numărului mai mic de dinți care transmit simultan sarcina.
25. **Remarca 6.3.** Metodele de calcul prezentate în tabelele 6.1 și 6.2 au fost verificate în practica proiectării transmisiilor planetare precesionale și argumentate ca adecvate din punct de vedere dimensional și funcțional prin testări experimentale pe standurile prezentate în capitolul 5 atât ale reductoarelor fabricate special pentru cercetări prezentate în figura 5.1 (a, b, c, d, e, f, g, h), cât și ale reductoarelor fabricate la comanda agenților economici.
26. **Remarca 6.4.** Rezultatele cercetărilor experimentale ale angrenajelor A^B de putere arată că deteriorarea suprafețelor active ale cuplelor cinematice de clasă superioară **dinte - rolă** este cauzată preponderent de fenomenul piting localizat pe suprafața conică a roților.
27. **Remarca 6.5.** Ținând cont de Remarca 6.4, calculul de rezistență a angrenajelor precesionale A^B se bazează pe preîntâmpinarea depășirii tensiunilor efective de contact, în raport cu tensiunile admisibile de contact calculate pentru cuple cinematice de clasă superioară cu considerarea prezenței frecării cu alunecare.
28. **Remarca 6.6.** Parametrii configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$ se aleg conform nomogramelor construite în baza analizei geometriei contactului dinților și a cinematicii angrenajului cu regim de funcționare de reductor, de multiplicator sau de diferențial.
29. **Remarca 6.7.** Proiectarea transmisiilor precesionale de putere cu angrenaj A^B se bazează pe următoarele trei constatări concludente: capacitatea portantă a angrenajului precesional A^B este în funcție de multiplicitatea angrenării și geometria contactului dinților, randamentul mecanic – de alunecarea de frecare între flancurile conjugate și cinematica punctului de contact al dinților, iar unghiul de presiune α_w al dinților roților centrale (de formă a dinților) – de coraportul parametric al configurației $[Z_g - \theta, \pm 1]$.



Lista figurilor

1.1	Diagrama densității rapoartelor de transmitere utilizate în reductoare și posibilitățile cinematice ale transmisiilor într-o treaptă	2
1.2	Transmisie cicloidală cu bolțuri în desfășurare	5
1.3	Transmisie planetară cu bolțuri	6
1.4	Reductor planetar cicloidal produs de <i>Gram</i> (SUA) în licență cu <i>Shimpo</i> (Japonia): vedere generală (a), în secțiune (b)	6
1.5	Reductor planetar CYCLO, <i>Sumitomo Drive Technologies</i>	7
1.6	Schema principală a transmisiei armonice	7
1.7	Componentele transmisiei armonice (a), evoluția deformării roții flexibile la o rotație a generatorului de unde (b) și tipuri de generatoare (c)	8
1.8	Secțiunea axială a transmisiei armonice cu generator de unde în formă de camă cu corpuri de rostogolire	9
1.9	Modele industriale ale reductoarelor armonice produse de <i>Harmonic Drive LLC</i>	10
1.10	Transmisie armonică cu corpuri intermediare	10
1.11	Transmisie planetară precesională	13
1.12	Elementele de bază ale transmisiei planetare precesionale	14
1.13	Influența asupra formei profilurilor dinților roților centrale a axoidei conice δ (a, b), a unghiului conicității roților $\beta(r)$ (c, d), a numărului de dinți Z_1 și Z_2 ai roților conjugate (e, f) și a unghiului de nutație θ (g, h)	15
1.14	Motoreductor precesional $2K-H$: desene de ansamblu cu carcasă cu nervuri (a), fără nervuri (b) și desfășurata axială pe componente (c)	16
1.15	Mecanism submersibil de acționare a trolului complexului robotizat cu reductor precesional $2K-H$	18

1.16 Motoreductor precesional de acționare a antenelor sateliților geostaționari $i = -2115$: desen de ansamblu (a), mostra motororeductorului precesional (b), profilograma dinților angrenajului $Z_3 - Z_4$ cu parametrii $Z_1 = 46, Z_2 = 47, Z_3 = 46, Z_4 = 45, R_m = 31, 2 mm, r = 1, 7 mm, \delta = 6^\circ, \theta = 1, 4^\circ$ (c), roata-satelit fabricată prin sinterizare din pulberi metalice penetrată cu bisulfid de molibden (d), profilograma contactului dinților în desfășurare (e).....	20
1.17 Modulul electromecanic precesional cinematic pentru tehnica cosmică de zbor $i = -299$: desen de ansamblu (a), mostra modulului electromecanic precesional (b), profilograma dinților angrenajului $Z_1 - Z_2$ cu parametrii: $Z_1 = 25, Z_2 = 26, Z_3 = 24, Z_4 = 23, R_m = 43, 9 mm, r = 4 mm, \delta = 22^\circ 30', \theta = 2^\circ 30'$ (c), desfășurata axială pe componente (d)	22
1.18 Reductor precesional cinematic de destinație generală: desen de ansamblu (a), roată-satelit din masă plastică (b) și din pulberi metalice (c)	23
1.19 Motoreductor precesional cinematic: desen de ansamblu (a), vederea generală (b), roată-satelit cu arbore-manivelă înglobat (c)	24
1.20 Soluții protejate prin patentul SUA nr. 1.601.750, anul 1926, autor E. Wildhaber. Vederea de sus a angrenajului (a), vederea frontală în secțiune normală pe dinți (b) și pe axe (c), scule de frezat prin copiere a golurilor dintre dinți (d) și cremaliere pentru generarea prin așchiere a danturilor roții și a pinionului (e)	28
1.21 Soluții protejate prin patentul SUA nr. 1.601.750, anul 1926, autor E. Wildhaber. Rectificarea flancurilor dinților cu profil convex/concav în arc de cerc cu sculă abrazivă (a), vederea de sus (b), frontală a roții (c), frontală a pinionului (d), angrenaj intern (e), angrenaj extern (f)	30
1.22 Soluții protejate prin brevetul de invenție USSR nr. 109113, anul 1956, autor M. Novikov: profilul flancurilor dinților în secțiune normală pe axa instantanee de rotire a roților	31
1.23 Angrenajul Wildhaber-Novikov postpolar (a), linia de angrenare și liniile de contact (b)	32
1.24 Variante ale angrenajului Wildhaber-Novikov: angrenaj postpolar (a), angrenaj antepolar (b), angrenaj antepostpolar (c)	32
1.25 Angrenaj excentric-cicloidal	36
1.26 Angrenaj excentric-cicloidal cu roți asamblate în pachet	37
1.27 Angrenaj excentric-cicloidal în transmisie cu angrenare internă (a), în transmisie planetară (b) și în transmisie cu cremaliere (c)	37
1.28 Transmisia precesională dințată, brev. de inv. SU 1455094 A1, 1986.....	40

1.29	Contactul dinților cu profiluri rectiliniu în arc de cerc (a) și rectiliniu – arc de cerc cu originile deplasate (b, c, d)	41
1.30	Contactul dinților cu profiluri curbiliniu – arc de cerc cu originea comună a razei de curbură r (a, b) și cu originile deplasate (c) ..	43
1.31	Viteza V_E pentru parametrii geometrici: $Z_1 = 27, Z_2 = 28, \theta = 2,5^\circ, \beta = 4^\circ, \delta = 22,5^\circ, R_e = 100\text{ mm}, n = 800\text{ min}^{-1}$	44
1.32	Profilograma contactului convex-concav al dinților cu angrenare singulară: angrenaj precesional $Z_1 = 45, Z_2 = 46, R_e = 31,2\text{ mm}, r = 1,7\text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 6,0^\circ$ și multiplicitatea de referință $\varepsilon = 59\%$	46
1.33	Profilograma contactului în arc de cerc – curbiliniu cu unghiul de profil $\alpha < 30^\circ$: angrenaj precesional $Z_1 = 29, Z_2 = 30, R_e = 75\text{ mm}, r = 4\text{ mm}, \theta = 2,5^\circ, \delta = 30^\circ$ și multiplicitatea de referință $\varepsilon = 100\%$	46
1.34	Amprenta și distribuția tensiunilor în contactul punctiform (a) și în contactul liniar (b)	55
1.35	Tehnologii de fabricație a roților dințate din transmisiile planetare precesionale	61
2.1	Scheme cinematice ale transmisiei precesionale $K-H-V$	66
2.2	Scheme cinematice ale transmisiei precesionale $K-H-V$ (cu roata centrală mobilă)	68
2.3	Primul (1983) model demonstrațional de reductor planetar precesional $K-H-V$ ($i = -29$): schema cinematică (a) și vederea generală (b)	68
2.4	Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional $K-H-V$ ($T = 900\text{ Nm}; i = -20$)	69
2.5	Primul (1985) multiplicator planetar precesional $K-H-V$ ($P = 16\text{ kW}, i = -19$): schema cinematică (a), vederea generală (b) și desfășurata axială pe componente (c)	70
2.6	Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional combinat $K-H-V$: schema cinematică (a) și vederea generală (b)	71
2.7	Primul (1984) prototip experimental al reductorului planetar precesional $K-H-V$ cu transmiterea mișcării și sarcinii în spații etanșe: secțiunea axială (a) și vederea generală (b)	72
2.8	Schema principială a transmisiei precesionale $2K-H$ cu roți în formă de axoide conice	73
2.9	Scheme cinematice ale transmisiei precesionale $2K-H$	75
2.10	Primul (1985) reductorul precesional $2K-H$: în secțiune axială (a), mostra demonstrativă a reductorului (b), mostra demonstrativă a motoreductorului (c)	76

2.11 Reductorul planetar precesional $2K-H$ în formă desfășurată: 1– arbore-manivelă cu ax înclinat; 2– satelit cu două coroane de bolțuri conice; 3, 4– roți centrale fixă și mobilă cu profiluri convex/concave ale dinților; 5– arbore condus; 6– capac de care se fixează roata imobilă; 7– carcasă; 8– satelit cu două coroane de dinți cu profil în arc de cerc	76
2.12 Angrenaje precesionale $2K-H$ cu bolțuri (a, b) și dințat (c, d) ..	79
2.13 Primul (1987) prototip experimental al reductorului planetar precesional $2K-H$ ($T = 275 Nm$, $i = -144$): secțiunea axială (a) și mostra experimentală (b)	101
2.14 Scheme cinematice ale transmisiilor precesionale complexe	102
2.15 Primul (1991) turboreductor planetar precesional $2K-H$ cu ejecție reactivă ($T = 30000 Nm$, $i = 20000$): în secțiune axială (a) și mostra experimentală a turbomotorului cuplat la magistrala gazoductului (b)	103
2.16 Cutie de viteză precesională	104
2.17 Variator precesional	105
2.18 Variator precesional elicoidal (a) și mostră experimentală (b), 1988: secțiunea axială (a) și vederea generală (b)	106
3.1 Descrierea mișcării sferospațiale a roții-satelit	114
3.2 Descrierea mișcării sferice a roții-satelit	115
3.3 Profilul dinților roții centrale	119
3.4 Determinarea profilului dintelui în secțiune normală	120
3.5 Mișcarea sferospațială a roții-satelit plane, $\delta = 0$	127
3.6 Determinarea profilului dinților roții centrale, $\delta = 0$	127
3.7 Determinarea profilului dinților în secțiune normală, $\delta = 0$	128
3.8 Schema spațială de interacțiune a dinților în transmisia prece- sională cu roată-satelit plană $\delta = 0$	129
3.9 Influența numărului de dinți ai roții centrale Z_1 asupra formei profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$	134
3.10 Influența unghiului axoidei conice δ asupra formei profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$	135
3.11 Influența unghiului de conicitate a roților β asupra formei pro- filului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$	136
3.12 Influența unghiului de nutație asupra profilului dinților pentru $Z_1 = Z_2 - 1$	137
3.13 Multiplicitatea angrenării ε și forma profilului dinților pentru $\varepsilon < 100\%$ (a) și $\varepsilon = 100\%$ (b)	139
3.14 Analiza funcțiilor $\zeta_1 = \zeta_1(\xi)$ și $\zeta = \zeta(\xi)$ privind dependența multiplicității angrenării ε de forma variabilă a dinților	141

- 3.15 Multiplicitatea angrenajului în funcție de diametrul roții d pentru un număr diferit de dinți Z_2 ($\delta = 22^\circ 30'$, $\beta = 3^\circ 30'$, $\varepsilon = 2^\circ 30'$) .. 143
- 3.16 Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul de conicitate a roților conice β pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ : (a) coraportul numărului de dinți ai roților conjugate $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_2 = 25$, $\theta = 2^\circ 30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_1 = 20$, $\theta = 2^\circ 30'$ 144
- 3.17 Multiplicitatea angrenării ε în funcție de numărul de dinți ai roții centrale Z_1 pentru diferite unghiuri de conicitate a roților conice β : (a) coraportul numerelor de dinți ai roților conjugate $Z_1 = Z_2 - 1$, $\theta = 2^\circ 30'$, $\delta = 22^\circ 30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $\theta = 2^\circ$, $\delta = 22^\circ 30'$ 145
- 3.18 Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul axoidei conice δ pentru diferite unghiuri de conicitate a roților conice β : (a) $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_2 = 25$, $\theta = 2^\circ 30'$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_2 = 19$, $\theta = 2^\circ 30'$ 146
- 3.19 Multiplicitatea angrenării ε în funcție de unghiul de nutație θ pentru diferite numere de dinți Z_1 : coraportul numărului de dinți ai roților conjugate (a) $Z_1 = Z_2 - 1$, $\delta = 22^\circ 30'$, $\beta = 3^\circ$ și (b) $Z_1 = Z_2 + 1$, $\delta = 0^\circ$, $\beta = 3^\circ$ 146
- 4.1 Forțe în angrenajul A^B de tip $K-H-V$ cu roata-satelit cu bolțuri conice ($\delta_1 = 90^\circ$) 153
- 4.2 Forțe în angrenajul A^B de tip $K-H-V$ cu roata-satelit dințată ($\delta = 90^\circ$) 155
- 4.3 Forțe în angrenajul A^B de tip $2K-H$ cu roată-satelit cu coroane din bolțuri conice 156
- 4.4 Prezentarea poziției satelitului prin vectorii de poziție 158
- 4.5 Prezentarea mișcării sferospațială cu un punct fix a roții-satelit prin unghiurile Euler θ , φ și ψ 159
- 4.6 Diagrama vitezelor liniare ale punctului D în spațiu la o rotație completă a arborelui-manivelă (a) și diagrama vitezelor liniare ale punctului D al rolei în spațiu la o rotație completă a blocului roții-satelit (b) 164
- 4.7 Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_1 = 21$, $Z_2 = 22$, $\delta = 22,5^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$ 164
- 4.8 Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $\delta = 0^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $Z_2 = 10$ (a) și $Z_2 = 50$ (b) 165
- 4.9 Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\delta = 0^\circ$ (a) și $\delta = 30^\circ$ (b) 165

- 4.10 Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\delta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\theta = 1,5^\circ$ (a) și $\theta = 3^\circ$ (b) 166
- 4.11 Viteza liniară a punctului D în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\delta = 22,5^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\beta = 2^\circ$ (a) și $\beta = 6^\circ$ (b) 166
- 4.12 Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $\delta = 0^\circ$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $Z_2 = 10$ (a) și $Z_2 = 50$ (b) 168
- 4.13 Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\delta = 0^\circ$ (a) și $\delta = 30^\circ$ (b) 168
- 4.14 Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\beta = 4^\circ$, $\delta = 22,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\theta = 1,5^\circ$ (a) și (b) $\theta = 3^\circ$ (b) 168
- 4.15 Viteza liniară a punctului de contact al dinților E în angrenajul cu parametrii geometrici: $Z_2 = 25$, $\delta = 22,5^\circ$, $\theta = 2,5^\circ$, $R_e = 200\text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 - 1$ pentru $\beta = 2^\circ$ (a) și $\beta = 6^\circ$ (b) 169
- 4.16 Variația componentelor ε_X , ε_Y , ε_Z ale accelerației unghiulare (a) și variația accelerației liniare a satelitului (corespunzătoare punctului D) (b) 171
- 4.17 Determinarea reacțiunilor suplimentare în funcție de deplasarea centrului maselor 172
- 4.18 Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii sprijinelor satelitului în funcție de θ pentru diferite D 177
- 4.19 Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii sprijinelor satelitului în funcție de n_1 pentru diferite θ (a) și în funcție de θ pentru diferite Z_4 și coraport $Z_4 < Z_5$ și $Z_4 > Z_5$ (b) 177
- 4.20 Componenta dinamică suplimentară a reacțiunii $R_{A,B}$ în funcție de θ (a) de deplasare a centrului meselor Δ al satelitului de la centrul de precesie θ (b) pentru diferite n_1 179
- 4.21 Dependența randamentului angrenajului de unghiul de angrenare α_ω la diferite valori ale razelor r : reductor $K-H-V$, $i = 20$ (a), și reductor $K-H-V$, $i = 60$ (b), $P = 3,5\text{ kW}$ 186
- 4.22 Schema constructivă a transmisiei planetare precesionale $2K-H$ 189
- 4.23 Schema parametrizată 2D a transmisiei precesionale $2K-H$ 192
- 4.24 Modelul parametrizat 3D al arborelui-manivelă (a, b), satelitului (c, d), axei (e) și rolei conice (f) 193
- 4.25 Conturul profilului de flanc 3D al danturii roților centrale (a), profilul dinților în 3D, construit cu aplicația *Visual Basic* (b), modelele 3D ale roților centrale (c, d), desen de execuție (e) 195
- 4.26 Ansamblul transmisiei planetare precesionale $2K-H$ 196

4.27	Desen de execuție arbore-manivelă.....	197
4.28	Desen de execuție roată-satelit	197
4.29	Modelul dinamic al transmisiei planetare precesionale de tip $2K-H$	198
4.30	Amplasarea rulmenților pe arborele-manivelă al transmisiei precesionale	200
4.31	Modelul CAE al transmisiei planetare precesionale de tip $2K-H$	205
4.32	Amplasarea cuplelor cinematice în modelul CAE al transmisiei precesionale de tip $2K-H$	205
4.33	Vitezele unghiulare la arborele-manivelă și la arborele condus ...	207
4.34	Viteza unghiulară proprie ω a roții-satelit (a) și timpul de pornire până la echivalarea vitezelor unghiulare nominale ale motorului electric și arborelui-manivelă	208
4.35	Model dinamic simplificat pentru calculul reacțiunilor dinamice suplimentare în reazemele roții-satelit (a) și sumar în reazemele roții-satelit și a arborelui-manivelă (b)	209
4.36	Momentul dinamic sumar pe arborele-manivelă împreună cu blocul-satelit (a) și separat al blocului-satelit (b).....	209
4.37	Momentul de torsiune la arborii de intrare și de ieșire	211
4.38	Reacțiunile în reazemele D și E calculate teoretic și prin CAE (a), proiecțiile reacțiunilor pe X, Y, Z (b), sarcinile dinamice în reazemele A și B calculate teoretic și prin CAE (c), reacțiunile în reazemele rulmenților arborelui de ieșire (d)	211
4.39	Calculul CAE și teoretice ale sarcinilor dinamice în reazemele D și E (a) și reazemele A și B (b)	212
4.40	Reacțiunile în reazemele D și E la diferite frecvențe de rotații ale arborelui-manivelă n	213
4.41	Reacțiunile în sprijinele D și E în funcție de rotațiile arborelui-manivelă n : pentru roata-satelit cu diametrul $D = 100\text{ mm}$ (a) și 250 mm (b)	213
4.42	Reacțiunile în sprijinele A și B în funcție de rotațiile arborelui-manivelă: pentru roata-satelit cu diametrul $D = 100\text{ mm}$ (a) și 150 mm (b).....	215
4.43	Evoluția sarcinii în contactul dinților angrenați la un ciclu de precesie	217
4.44	Forțele normale în cupla cinematică dinte - rolă (a, b), proiecțiile forțelor normale pe axele de coordonate (c, d) și momentele de torsiune generatoare de forțe normale (e, f)	219
4.45	Forța normală în contactul dinte - rolă (a), reacțiunea totală în cupla de rotație ax - rolă conică (b)	220
4.46	Schema de calcul al forțelor axiale dinamice și normale în angrenajul A^B de tip $2K-H$	220

- 4.47 Forța dinamică normală pe dinte pe durata unui semiciclu de precesie (a) și variația coeficientului de dinamicitate a sarcinii k_{HV} pe durata unui semiciclu de precesie (b) 221
- 4.48 Momentul dinamic sumar în funcție de frecvența turațiilor arborelui-manivelă n , min^{-1} 222
- 4.49 Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} în funcție de frecvența turațiilor n pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ (a) și diferite unghiuri de nutație θ (b) 223
- 4.50 Coeficientul de dinamicitate a sarcinii k_{HV} în funcție de ω_1 a arborelui-manivelă, pentru diferite diametre D ale satelitului 224
- 5.1 Reductoare precesionale experimentale $2K-H$ (a-f) și $K-H-V$ (g, h) 227
- 5.2 Oscilogramele dependenței numărului de dinți ce transmit simultan sarcina și a multiplicității angrenajului Z_ε de momentul de torsiune transmis 230
- 5.3 Standurile experimentale pentru determinarea multiplicității angrenării și neuniformității distribuirii sarcinii între dinți și pe lungimea lor: reductor $2K-H$ ($i = -13, 5$): 1 – electromotor $2IIH100$, 2 – reductor $2K-H$, 3 – frână electromagnetică cu pulbere metalică $ITT-40M$ (a) și reductor $K-H-V$ ($i = -30$): 1 – electromotor $D21-V2$, 2 – reductor $K-H-V$, 3 – frână electromagnetică cu pulbere metalică $ITT-100M$ (b) 233
- 5.4 Roți-dinamometre cu dinți de control în formă de paralelogram (a), consolă axială (b) și tangențială cu tensotradoare lipite pe piciorul dintelui (c) 234
- 5.5 Blocul de comandă și înregistrări: 1 – oscilograf cu fascicul de lumină $H043$, 2 – amplificator $TOPAZ-3-01$, 3 – sursă de alimentare $AGAT$, 4 – aparat cu autoînregistrare $H338-4$, 5 – înregistrator de turații $TI-3M$ 234
- 5.6 Numărul perechilor de dinți simultan angrenate în funcție de momentul de torsiune: reductor $2K-H$ cu parametrii angrenajului: $Z_1 = 27$, $Z_2 = 28$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 29$, $R = 75$ mm, $R_1 = 4$ mm, $\delta = 7^\circ 30'$, $\theta = 2^\circ 30'$ (a), reductor $K-H-V$ cu parametrii angrenajului: $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $R = 108$ mm, $R_1 = 9$ mm, $\delta = 0^\circ$, $\theta = 2^\circ 23'$ (b) 235
- 5.7 Distribuția sarcinii între perechile de dinți simultan angrenate: experimental prin tensometrie (a), analitic (b) și prin metode CAE (c) 236
- 5.8 Schema standului de încercări universale 238
- 5.9 Standuri pentru testarea reductoarelor cu puterea până la 8 kW și momentul de torsiune până la 5000 Nm 239

5.10	Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -13, 5$) în funcție de momentul de torsiune T (ungere cu ulei $I-20$) la diferite turații (a) și la diferite nivele ale uleiului (b).....	242
5.11	Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -13, 5$) în funcție de turația arborelui conducător n la diferite nivele ale uleiului 1 - scufundate în ulei, 2 - la nivelul axelor arborilor, 3 - la nivelul dinților ($T = 225 Nm$, ungere cu ulei $I-20$) (a) și de momentul de torsiune T la diferite turații (ungere cu ulei $I-20$)(b)	242
5.12	Momentul pierderilor hidraulice T_h în funcție de turația n la diferite adâncimi h de scufundare a satelitului (ulei $ISP-65$) (a) și de adâncimea h de scufundare a satelitului la diferite valori ale viscozității uleiului v (b)	243
5.13	Randamentul mecanic al reductorului $2K-H$ ($i = -144$, ungere cu ulei $I-20$) în funcție de momentul de torsiune T la diferite turații (a) și de raportul de transmitere i la diferite turații (b) ..	244
5.14	Randamentul mecanic în funcție de momentul de torsiune T al reductorului $2K-H$ ($i = -78$, umplut cu ulei $I-20$, $AMG-6$ și $TAD-17$) la turația $n = 1500 min^{-1}$ (a) și $K-H-V$ ($i = 30$, umplut cu ulei $I-20$ și $TAD-17$ (b))	244
5.15	Randamentul mecanic în funcție de momentul de torsiune T al multiplicatorului $K-H-V$ ($i = -20$, umplut cu ulei $I-40$ și $TAD-17$)	245
5.16	Stand pentru cercetarea parametrilor cinematici ai transmisiilor planetare precesionale	246
5.17	Variația vitezei unghiulare la arborele de intrare	246
5.18	Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire	247
5.19	Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire la o turație a arborelui de intrare.....	247
5.20	Variația vitezei unghiulare la arborele de ieșire la o turație a arborelui de intrare.....	248
5.21	Variația vitezei unghiulare a satelitului la o turație a acestuia în jurul axei sale	248
5.22	Standuri pentru cercetări experimentale ale preciziei cinematice .	251
5.23	Diagramele erorii cinematice a angrenajelor precesionale: $K-H-V$ ($i = 30$) (a) și $2K-H$ ($i = -78, 8$) (b)	256
5.24	Eroarea cinematică în funcție de unghiul de angrenare α_w și momentul de torsiune T	258
5.25	Diagramele erorii cinematice a reductoarelor precesionale $2K-H$ ($i = -13, 5$).....	260
5.26	Eroarea cinematică în funcție de locul Δ și momentul de torsiune T	261
5.27	Standuri pentru cercetarea rigidității torsionale în regim staționar (a) și de rotire a arborelui condus (b).....	262

- 5.28 Unghiul de torsiune (a) și coeficientul rigidității torsionale (b) ale reductorului $K-H-V$ funcție de momentul de torsiune T și unghiul de nutație θ 263
- 5.29 Unghiul de torsiune funcție de momentul de torsiune T pentru reductorul $2K-H$: $i = -144$ (a) și $i = -78, 8$ (b) 264
- 5.30 Coeficientul rigidității torsionale funcție de momentul de torsiune T 265
- 5.31 Unghiul de torsiune funcție de momentul de torsiune T în regim staționar (a) și dinamic (b) 266
- 5.32 Momentul de pornire în funcție de jocul din angrenaj 267
- 5.33 Stand experimental portativ pentru cercetarea caracteristicilor de zgomot și vibrații ale reductoarelor precesionale 269
- 5.34 Puterea sonoră corectată L_{PA} a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere -144 (a) și -324 (b) în funcție de momentul de torsiune la diferite turații n : $1 - 1500, 2 - 1000, 3 - 500$ 270
- 5.35 Puterea sonoră corectată L_{PA} a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere $-13,5$ în funcție de momentul de torsiune la diferite turații n : satelitul este instalat pe rulmenți axiali (a), radiali-axiali (b), $1 - 1500, 2 - 1000, 3 - 500$ 270
- 5.36 Puterea sonoră în octave L_p a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere -144 (a) și -324 (b) la diferite turații n și sarcina nominale $T = 250$ (b, curbele 1 și 3) și $T = 0$ (b, curba 1); n : $1 - 1500, 2 - 1000, 3 - 500$ 271
- 5.37 Puterea sonoră în octave L_p a reductoarelor $2K-H$ cu raportul de transmitere $-13,5$ la diferite turații n și sarcini nominale $T = 900$ (b, curbele 1 și 3) și $T = 0$: satelitul instalat pe rulmenți axiali (a), pe rulmenți radiali-axiali (b); n : $1 - 1500, 2 - 1000, 3 - 500$ 271
- 5.38 Puterea sonoră în octave (a) și corectată (b) a reductorului precesional $K-H-V$ la diferite turații: $n = 2000 \text{ min}^{-1} - 1, 2$; $n = 1500 \text{ min}^{-1} - 3, 4$; $n = 1000 \text{ min}^{-1} - 5, 6$ și momente de torsiune: $T = 900 \text{ Nm} - 1, 3, 5$; $T = 0 \text{ Nm} - 2, 4, 6$ 272
- 5.39 Caracteristicile inerțiale, de rigiditate și de vibrații ale reductoarelor $2K-H$ cu rapoartele de transmitere $i = -144$ (a), $i = -324$ (b), $i = -13,5$ (c) 273
- 5.40 Spectrogramele vibrațiilor reductorului $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -324$, $T = 250 \text{ Nm}$ și turația n , min^{-1} : 1000 (a), 1500 (b), 2000 (c) 274
- 5.41 Spectrogramele vibrațiilor reductorului $2K-H$ cu raportul de transmitere $i = -324$ pentru frecvența de rotații $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ și momentul de torsiune $T \text{ Nm}$: 50 (a), 100 (b), 200 (c) 275

- 5.42 Mostre experimentale ale reductoarelor precesionale cu angrenaj A^D : vederea de ansamblu (a); imagini ale reductorului de tip $2K-H$ fabricat cu sateliți din masă plastică (b, c) și cu sateliți din metaloceramică (d, e)..... 276
- 5.43 Mostre experimentale ale reductoarelor precesionale cu angrenaj A^D : desen de ansamblu (a), vederea generală a mostrei modulului electromecanic de acționare a antenelor sateliților geostaționari (b), desen de ansamblu (c)..... 278
- 5.44 Profilograma contactului K_{CX-CV} convex-concav al dinților angrenajului A^D a modulului precesional de acționare a antenelor sateliților geostaționari: $Z_4 = 45$, $Z_3 = 46$, $R_m = 31,2\text{ mm}$, $r_m = 1,5\text{ mm}$, $\theta = 1,4^\circ$, $\delta = 6,0$, $\varepsilon = 56\%$ (a) și mostre de semifabricate ale roților-satelit sinterizate din pulberi metalice (b, c)..... 279
- 5.45 Stand pentru cercetarea experimentală a parametrilor funcționali ai transmisiilor precesionale cinematice cu angrenaj A^D schema (a), vederea de ansamblu (b) 282
- 5.46 Stand pentru cercetarea pierderilor mecanice în transmisiile precesionale cinematice cu angrenaj A^D 282
- 5.47 Reductor precesional cinematic de tip $2K-H$ în ansamblul experimental (a) și motoreductorul precesional de tip $2K-H$ cu motor alimentat cu energie solară fotovoltaică pentru acționarea antenelor sateliților geostaționari (b) 283
- 5.48 Randamentul mecanic al transmisiei precesionale cinematice cu prestrângere în angrenaj: $i = -72,3$ (a) și $i = -144$ (b) 284
- 5.49 Analiza nivelului de zgomot în transmisia precesională cinematică: $i = -72,3$ (a) și $i = -144$ (b) 285
- 6.1 Interacțiunea *dinte - rolă* în angrenajul precesional A^B 291
- 6.2 Dependența uzurii rozelor din oțel 40X de numărul de cicluri 292
- 6.3 Role din angrenajul precesional A^B fabricate din oțel 40Cr10, cu duritatea 40 – 45 HRC după solicitarea cu $1,08 \cdot 10^8$ cicluri sarcină pulsatorie 293
- 6.4 Evoluția deteriorării prin piting pe suprafața rozelor din oțel 20CrM04 (20 XHP) cu duritatea de 50 – 55 HRC (cementate) după $N_h = 1, 2 \cdot 10^9$ (a) și după $1,4 \cdot 10^9$ (b) cicluri de solicitare cu sarcina pulsatorie 294
- 6.5 Starea suprafeței rozelor din 102Cr6 (III X-15) cu duritatea de 58 – 62 HRC după $N_h = 1,4 \cdot 10^9$ cicluri 294
- 6.6 Determinarea coordonatei poziționării perechii de dinți maximal solicitate cu sarcină 299

- 6.7 Dependența unghiului de presiune al profilului dintelui roții centrale α_ω de numărul de dinți Z_1 pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ , relația numărului dinților $Z_1 = Z_2 - 1$ (regim de reductor) și unghiul de nutație: $\theta = 1^\circ 30'$ (a); $\theta = 2^\circ$ (b); $\theta = 2^\circ 30'$ (c) și $\theta = 3^\circ$ (d) 300
- 6.8 Dependența unghiului de presiune al profilului dintelui roții centrale α_ω de numărul de dinți Z_1 pentru diferite unghiuri ale axoidei conice δ , relația numărului dinților $Z_1 = Z_2 + 1$ (regim de multiplicator) și unghiul de nutație: $\theta = 1^\circ 30'$ (a); $\theta = 2^\circ 30'$ (b) 301
- 6.9 Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$ și $\delta = 15^\circ$ (a), $\delta = 22^\circ 30'$ și $\delta = 30^\circ$ (b), unghiuri de conicitate a roților $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ 304
- 6.10 Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 15^\circ$ și $\delta = 22^\circ 30'$, unghiuri de conicitate a roților $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1$ 305
- 6.11 Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$, $\delta = 5^\circ$ și $\delta = 10^\circ$, unghiuri de conicitate a roților $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1$... 305
- 6.12 Dependența coeficientului de proporționalitate ν de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri ale axoidei $\delta = 0^\circ$, $\delta = 5^\circ$ și $\delta = 10^\circ$, unghiuri de conicitate a roților $\beta = 2^\circ - 6^\circ$ pentru unghiul de nutație $\theta = 2^\circ$ și relația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1$ 306
- 6.13 Dependența unghiului de conicitate β de numărul dinților Z_1 la diferite unghiuri de nutație θ , unghiuri ale axoidei δ și multiplicitatea angrenajului ε : $\delta = 0^\circ$ (a), $\delta = 15^\circ$ (b), $\delta = 22^\circ 30'$ (c), $\delta = 30^\circ$ (d) 308
- 6.14 Schema de calcul geometric al angrenajului precesional A^B cu satelit cu coroane în formă de bolțuri (transmisie $2K-H$) 317
- 6.15 Schema de calcul geometric al angrenajului A^B cu roata centrală din bolțuri conice (transmisie $K-H-V$) 319
- 6.16 Profilogramele dinților roților centrale: $Z_1 = 27$ (a) și $Z_4 = 20$ (b) 321
- 6.17 Etapele procesului de modelare a roții dinate centrale 322
- 6.18 Elaborarea 3D a nodului *arbore-manivelă - rulmenți* 322
- 6.19 Reductor planetar precesional $2K-H$ 323
- 6.20 Roată-satelit cu două coroane danturate 324
- 6.21 Arborele-manivelă 324
- 6.22 Roata dinate centrală fixă 325

6.23	Roata dințată centrală mobilă	325
6.24	Modelul 3D al motoreductorului precesional	326
6.25	Modelul motoreductorului precesional în desfășurată	326
6.26	Reductor precesional $2K-H$ pentru echipament tehnologic ($T = 1480 Nm$; $i = -80$)	327
6.27	Motorreductor planetar precesional submersibil: 1 – reductor precesional ($I = -280$); 2 – motor electric submersibil ($P = 3 kW$); 3, 4 – compensatoare cu membrană elastică; 5 – nodul cu garnituri radiale și frontale	329
6.28	Profilogramele flancurilor dinților roților centrale cu parametrii geometrici: unghiul de nutație $\theta = 2^\circ 30'$, unghiul axoidei conice $\delta = 22^\circ 30'$, numărul dinților $Z_1 = 30$, $Z_2 = 31$, $Z_3 = 28$, $Z_4 = 27$, $R_{mr} = 12 mm$, raportul de transmitere $i = -279$	330
6.29	Multiplicator-generator precesional $K-H-V$ pentru turbina eoliană cu puterea de $16 kW$	331
6.30	Profilogramele dinților roților centrale cu coraportul numerelor de dinți $Z_2 = Z_g + 1$ (a) și $Z_2 = Z_g - 1$ (b)	331
6.31	Vederea generală 3D în secțiune a multiplicatorului-generator (a), vederile generale 3D ale multiplicatorului (b) și a roții centrale cu $Z = 16$ dinți (c)	332



Lista tabelelor

1.1	Contactul liniar și cel punctiform în organe de mașini	50
2.1	Rapoartele de transmitere în transmisia precesională $2K-H$	79
2.2	Șirul în ordine crescătoare a rapoartelor de transmitere $-i$ posibile în transmisia precesională $2K-H$, realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul 2.1, recomandate pentru angrenaje dinte - bolț și dințate cu regim de funcționare de reductor	96
2.3	Șirul în ordine crescătoare a rapoartelor de transmitere $+i$ posibile în transmisia precesională $2K-H$, realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul 2.1, recomandate pentru angrenaje dinte - bolț și dințate cu regim de funcționare de reductor	98
2.4	Schemele cinematice de bază ale transmisiilor precesionale, principalele caracteristici constructiv-funcționale și recomandări de utilizare	108
3.1	Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugați $Z_1 = Z_2 - 1$	147
3.2	Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugați $Z_1 = Z_2 - 1$	148
3.3	Parametrii raționali ai angrenajului precesional cu regim de funcționare de reductor cu coraportul dinților conjugați $Z_1 = Z_2 \pm 1$	148
4.1	Creșterea componentei dinamice pentru diferite tipodimensiuni de reductoare (%)	214

4.2	Solicitările dinamice în rulmenții arborelui-manivelă – carcasă pentru aceleași tipodimensiuni de reductoare	215
5.1	Parametrii constructivi și caracteristicile funcționale ale reductoarelor experimentale	228
5.2	Materialul roții-satelit cu dinți în arc de cerc și parametrii geometrici ai angrenajului	277
6.1	Algoritmul de calcul al angrenajului precesional A^B la presiunea de contact (cu satelit cu coroane din bolțuri conice)	314
6.2	Algoritmul de calcul al angrenajului A^B cu roată centrală din bolțuri conice (transmisia $K-H-V$)	318
6.3	Coraportul numerelor de dinți pentru $i = -80$	320
6.4	Coraportul numerelor de dinți pentru $i = -280$	328



Rapoartele de transmitere realizate în transmisia precesională $2K-H$ funcție de numerele de dinți

În anexele A.1 – A.3 sunt prezentate configurațiile numerelor de dinți ale roților conjugate în transmisia precesională de tipul $2K-H$, cinematica și rapoartele de transmitere realizate în cazurile:

Anexa A. 1 Configurația $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în același sens atât pentru $Z_2 > Z_3$ cât și pentru $Z_2 < Z_3$. p. 358–373.

Anexa A. 2 Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 - 1$, $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în sensuri diferite atât pentru $Z_2 > Z_3$ cât și pentru $Z_2 < Z_3$. p. 374–389.

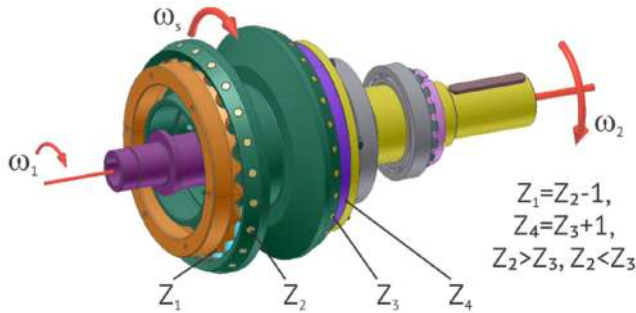
Anexa A. 3 Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 - 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în sensuri diferite pentru $Z_2 < Z_3$.

Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 + 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în același sens atât pentru $Z_2 > Z_3$. p. 390–405.

Anexa A.1

Rapoartele de transmitere i în transmisia precesională 2K – H cu angrenare *dinte – bolț*: Z_2, Z_3 – numărul bolțurilor coroanelor satelitului și $Z_1 = Z_2 - 1, Z_4 = Z_3 + 1$ – numărul dinților roților centrale, fixă și mobilă.

Configurația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 - 1, Z_4 = Z_3 + 1, Z_2 > Z_3$ sau $Z_2 < Z_3$ este valabilă doar pentru angrenajul cu bolțuri.



Raportul de transmitere i se determină cu relația:

$$i = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3 - Z_2 \cdot Z_4}$$

- în care: Z_1 – numărul de dinți ai roții centrale imobile;
- Z_2 – numărul de bolțuri ale coroanei satelitului angrenate cu roata centrală imobilă;
- Z_3 – numărul de bolțuri ale coroanei satelitului angrenate cu roata centrală mobilă;
- Z_4 – numărul de dinți ai roții centrale mobile;

Tabelul A1

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
8.3	15	16	15	16	8.8	16	17	16	17	8.7	17	18	15	16
8.5	15	16	16	17	9.0	16	17	17	18	9.0	17	18	16	17
8.7	15	16	17	18	9.2	16	17	18	19	9.3	17	18	17	18
8.9	15	16	18	19	9.4	16	17	19	20	9.5	17	18	18	19
9.1	15	16	19	20	9.6	16	17	20	21	9.7	17	18	19	20

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
9.3	15	16	20	21	9.8	16	17	21	22	9.9	17	18	20	21
9.5	15	16	21	22	10.0	16	17	22	23	10.2	17	18	21	22
9.7	15	16	22	23	10.2	16	17	23	24	10.4	17	18	22	23
9.8	15	16	23	24	10.4	16	17	24	25	10.5	17	18	23	24
10.0	15	16	24	25	10.5	16	17	25	26	10.7	17	18	24	25
10.1	15	16	25	26	10.7	16	17	26	27	10.9	17	18	25	26
10.3	15	16	26	27	10.8	16	17	27	28	11.0	17	18	26	27
10.4	15	16	27	28	11.0	16	17	28	29	11.2	17	18	27	28
10.5	15	16	28	29	11.1	16	17	29	30	11.3	17	18	28	29
10.7	15	16	29	30	11.2	16	17	30	31	11.5	17	18	29	30
10.8	15	16	30	31	11.3	16	17	31	32	11.6	17	18	30	31
10.9	15	16	31	32	11.4	16	17	32	33	11.8	17	18	31	32
11.0	15	16	32	33	11.6	16	17	33	34	11.9	17	18	32	33
11.1	15	16	33	34	11.7	16	17	34	35	12.0	17	18	33	34
11.2	15	16	34	35	11.8	16	17	35	36	12.1	17	18	34	35
11.3	15	16	35	36	11.9	16	17	36	37	12.2	17	18	35	36
11.4	15	16	36	37	12.0	16	17	37	38	12.3	17	18	36	37
11.5	15	16	37	38	12.1	16	17	38	39	12.4	17	18	37	38
11.6	15	16	38	39	12.1	16	17	39	40	12.5	17	18	38	39
11.6	15	16	39	40	12.2	16	17	40	41	12.6	17	18	39	40
11.7	15	16	40	41	12.3	16	17	41	42	12.7	17	18	40	41
11.8	15	16	41	42	12.4	16	17	42	43	12.8	17	18	41	42
11.9	15	16	42	43	12.5	16	17	43	44	12.9	17	18	42	43
11.9	15	16	43	44	12.5	16	17	44	45	13.0	17	18	43	44
12.0	15	16	44	45	12.6	16	17	45	46	13.1	17	18	44	45
12.1	15	16	45	46	12.7	16	17	46	47	13.1	17	18	45	46
12.1	15	16	46	47	12.8	16	17	47	48	13.2	17	18	46	47
12.2	15	16	47	48	12.8	16	17	48	49	13.3	17	18	47	48
12.3	15	16	48	49	12.9	16	17	49	50	13.4	17	18	48	49
12.3	15	16	49	50	12.9	16	17	50	51	13.4	17	18	49	50
12.4	15	16	50	51	13.0	16	17	51	52	13.5	17	18	50	51
12.4	15	16	51	52	13.1	16	17	52	53	13.6	17	18	51	52
12.5	15	16	52	53	13.1	16	17	53	54	13.6	17	18	52	53
12.5	15	16	53	54	13.2	16	17	54	55	13.7	17	18	53	54
12.6	15	16	54	55	13.2	16	17	55	56	13.8	17	18	54	55
12.6	15	16	55	56	13.3	16	17	56	57	13.8	17	18	55	56
12.7	15	16	56	57	13.3	16	17	57	58	13.9	17	18	56	57
12.7	15	16	57	58	13.4	16	17	58	59	13.9	17	18	57	58
12.8	15	16	58	59	13.4	16	17	59	60	14.0	17	18	58	59
12.8	15	16	59	60	13.5	16	17	60	61	14.0	17	18	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducători și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
8.9	18	19	15	16	9.4	19	20	16	17	9.3	20	21	15	16
9.2	18	19	16	17	9.7	19	20	17	18	9.6	20	21	16	17
9.5	18	19	17	18	10.0	19	20	18	19	9.9	20	21	17	18
9.8	18	19	18	19	10.3	19	20	19	20	10.2	20	21	18	19
10.0	18	19	19	20	10.5	19	20	20	21	10.5	20	21	19	20
10.2	18	19	20	21	10.7	19	20	21	22	10.8	20	21	20	21
10.5	18	19	21	22	11.0	19	20	22	23	11.0	20	21	21	22
10.7	18	19	22	23	11.2	19	20	23	24	11.2	20	21	22	23
10.9	18	19	23	24	11.4	19	20	24	25	11.5	20	21	23	24
11.0	18	19	24	25	11.6	19	20	25	26	11.7	20	21	24	25
11.2	18	19	25	26	11.7	19	20	26	27	11.9	20	21	25	26
11.4	18	19	26	27	11.9	19	20	27	28	12.1	20	21	26	27
11.6	18	19	27	28	12.1	19	20	28	29	12.3	20	21	27	28
11.7	18	19	28	29	12.2	19	20	29	30	12.4	20	21	28	29
11.9	18	19	29	30	12.4	19	20	30	31	12.6	20	21	29	30
12.0	18	19	30	31	12.5	19	20	31	32	12.8	20	21	30	31
12.2	18	19	31	32	12.7	19	20	32	33	12.9	20	21	31	32
12.3	18	19	32	33	12.8	19	20	33	34	13.1	20	21	32	33
12.4	18	19	33	34	13.0	19	20	34	35	13.2	20	21	33	34
12.5	18	19	34	35	13.1	19	20	35	36	13.4	20	21	34	35
12.7	18	19	35	36	13.2	19	20	36	37	13.5	20	21	35	36
12.8	18	19	36	37	13.3	19	20	37	38	13.6	20	21	36	37
12.9	18	19	37	38	13.4	19	20	38	39	13.8	20	21	37	38
13.0	18	19	38	39	13.6	19	20	39	40	13.9	20	21	38	39
13.1	18	19	39	40	13.7	19	20	40	41	14.0	20	21	39	40
13.2	18	19	40	41	13.8	19	20	41	42	14.1	20	21	40	41
13.3	18	19	41	42	13.9	19	20	42	43	14.2	20	21	41	42
13.4	18	19	42	43	14.0	19	20	43	44	14.3	20	21	42	43
13.5	18	19	43	44	14.1	19	20	44	45	14.4	20	21	43	44
13.6	18	19	44	45	14.2	19	20	45	46	14.5	20	21	44	45
13.7	18	19	45	46	14.2	19	20	46	47	14.6	20	21	45	46
13.7	18	19	46	47	14.3	19	20	47	48	14.7	20	21	46	47
13.8	18	19	47	48	14.4	19	20	48	49	14.8	20	21	47	48
13.9	18	19	48	49	14.5	19	20	49	50	14.9	20	21	48	49
14.0	18	19	49	50	14.6	19	20	50	51	15.0	20	21	49	50
14.0	18	19	50	51	14.6	19	20	51	52	15.1	20	21	50	51
14.1	18	19	51	52	14.7	19	20	52	53	15.2	20	21	51	52
14.2	18	19	52	53	14.8	19	20	53	54	15.2	20	21	52	53
14.3	18	19	53	54	14.9	19	20	54	55	15.3	20	21	53	54
14.3	18	19	54	55	14.9	19	20	55	56	15.4	20	21	54	55
14.4	18	19	55	56	15.0	19	20	56	57	15.5	20	21	55	56
14.4	18	19	56	57	15.1	19	20	57	58	15.5	20	21	56	57
14.5	18	19	57	58	15.1	19	20	58	59	15.6	20	21	57	58
14.6	18	19	58	59	15.2	19	20	59	60	15.7	20	21	58	59
14.6	18	19	59	60	15.3	19	20	60	61	15.8	20	21	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
9.5	21	22	15	16	10.0	22	23	16	17	9.8	23	24	15	16
9.8	21	22	16	17	10.4	22	23	17	18	10.2	23	24	16	17
10.2	21	22	17	18	10.7	22	23	18	19	10.5	23	24	17	18
10.5	21	22	18	19	11.0	22	23	19	20	10.9	23	24	18	19
10.7	21	22	19	20	11.2	22	23	20	21	11.2	23	24	19	20
11.0	21	22	20	21	11.5	22	23	21	22	11.5	23	24	20	21
11.3	21	22	21	22	11.8	22	23	22	23	11.7	23	24	21	22
11.5	21	22	22	23	12.0	22	23	23	24	12.0	23	24	22	23
11.7	21	22	23	24	12.2	22	23	24	25	12.3	23	24	23	24
12.0	21	22	24	25	12.5	22	23	25	26	12.5	23	24	24	25
12.2	21	22	25	26	12.7	22	23	26	27	12.7	23	24	25	26
12.4	21	22	26	27	12.9	22	23	27	28	13.0	23	24	26	27
12.6	21	22	27	28	13.1	22	23	28	29	13.2	23	24	27	28
12.8	21	22	28	29	13.3	22	23	29	30	13.4	23	24	28	29
12.9	21	22	29	30	13.5	22	23	30	31	13.6	23	24	29	30
13.1	21	22	30	31	13.6	22	23	31	32	13.8	23	24	30	31
13.3	21	22	31	32	13.8	22	23	32	33	14.0	23	24	31	32
13.4	21	22	32	33	14.0	22	23	33	34	14.1	23	24	32	33
13.6	21	22	33	34	14.1	22	23	34	35	14.3	23	24	33	34
13.8	21	22	34	35	14.3	22	23	35	36	14.5	23	24	34	35
13.9	21	22	35	36	14.4	22	23	36	37	14.6	23	24	35	36
14.0	21	22	36	37	14.6	22	23	37	38	14.8	23	24	36	37
14.2	21	22	37	38	14.7	22	23	38	39	15.0	23	24	37	38
14.3	21	22	38	39	14.8	22	23	39	40	15.1	23	24	38	39
14.4	21	22	39	40	15.0	22	23	40	41	15.2	23	24	39	40
14.5	21	22	40	41	15.1	22	23	41	42	15.4	23	24	40	41
14.7	21	22	41	42	15.2	22	23	42	43	15.5	23	24	41	42
14.8	21	22	42	43	15.3	22	23	43	44	15.6	23	24	42	43
14.9	21	22	43	44	15.4	22	23	44	45	15.8	23	24	43	44
15.0	21	22	44	45	15.6	22	23	45	46	15.9	23	24	44	45
15.1	21	22	45	46	15.7	22	23	46	47	16.0	23	24	45	46
15.2	21	22	46	47	15.8	22	23	47	48	16.1	23	24	46	47
15.3	21	22	47	48	15.9	22	23	48	49	16.2	23	24	47	48
15.4	21	22	48	49	16.0	22	23	49	50	16.3	23	24	48	49
15.5	21	22	49	50	16.1	22	23	50	51	16.4	23	24	49	50
15.6	21	22	50	51	16.2	22	23	51	52	16.5	23	24	50	51
15.7	21	22	51	52	16.3	22	23	52	53	16.6	23	24	51	52
15.8	21	22	52	53	16.3	22	23	53	54	16.7	23	24	52	53
15.8	21	22	53	54	16.4	22	23	54	55	16.8	23	24	53	54
15.9	21	22	54	55	16.5	22	23	55	56	16.9	23	24	54	55
16.0	21	22	55	56	16.6	22	23	56	57	17.0	23	24	55	56
16.1	21	22	56	57	16.7	22	23	57	58	17.1	23	24	56	57
16.2	21	22	57	58	16.8	22	23	58	59	17.2	23	24	57	58
16.2	21	22	58	59	16.8	22	23	59	60	17.3	23	24	58	59
16.3	21	22	59	60	16.9	22	23	60	61	17.3	23	24	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
10.0	24	25	15	16	10.5	25	26	16	17	10.3	26	27	15	16
10.4	24	25	16	17	10.9	25	26	17	18	10.7	26	27	16	17
10.7	24	25	17	18	11.2	25	26	18	19	11.0	26	27	17	18
11.0	24	25	18	19	11.6	25	26	19	20	11.4	26	27	18	19
11.4	24	25	19	20	11.9	25	26	20	21	11.7	26	27	19	20
11.7	24	25	20	21	12.2	25	26	21	22	12.1	26	27	20	21
12.0	24	25	21	22	12.5	25	26	22	23	12.4	26	27	21	22
12.2	24	25	22	23	12.7	25	26	23	24	12.7	26	27	22	23
12.5	24	25	23	24	13.0	25	26	24	25	13.0	26	27	23	24
12.8	24	25	24	25	13.3	25	26	25	26	13.2	26	27	24	25
13.0	24	25	25	26	13.5	25	26	26	27	13.5	26	27	25	26
13.2	24	25	26	27	13.7	25	26	27	28	13.8	26	27	26	27
13.5	24	25	27	28	14.0	25	26	28	29	14.0	26	27	27	28
13.7	24	25	28	29	14.2	25	26	29	30	14.2	26	27	28	29
13.9	24	25	29	30	14.4	25	26	30	31	14.5	26	27	29	30
14.1	24	25	30	31	14.6	25	26	31	32	14.7	26	27	30	31
14.3	24	25	31	32	14.8	25	26	32	33	14.9	26	27	31	32
14.5	24	25	32	33	15.0	25	26	33	34	15.1	26	27	32	33
14.7	24	25	33	34	15.2	25	26	34	35	15.3	26	27	33	34
14.8	24	25	34	35	15.3	25	26	35	36	15.5	26	27	34	35
15.0	24	25	35	36	15.5	25	26	36	37	15.7	26	27	35	36
15.2	24	25	36	37	15.7	25	26	37	38	15.9	26	27	36	37
15.3	24	25	37	38	15.8	25	26	38	39	16.0	26	27	37	38
15.5	24	25	38	39	16.0	25	26	39	40	16.2	26	27	38	39
15.6	24	25	39	40	16.2	25	26	40	41	16.4	26	27	39	40
15.8	24	25	40	41	16.3	25	26	41	42	16.5	26	27	40	41
15.9	24	25	41	42	16.4	25	26	42	43	16.7	26	27	41	42
16.0	24	25	42	43	16.6	25	26	43	44	16.8	26	27	42	43
16.2	24	25	43	44	16.7	25	26	44	45	17.0	26	27	43	44
16.3	24	25	44	45	16.8	25	26	45	46	17.1	26	27	44	45
16.4	24	25	45	46	17.0	25	26	46	47	17.3	26	27	45	46
16.5	24	25	46	47	17.1	25	26	47	48	17.4	26	27	46	47
16.7	24	25	47	48	17.2	25	26	48	49	17.5	26	27	47	48
16.8	24	25	48	49	17.3	25	26	49	50	17.6	26	27	48	49
16.9	24	25	49	50	17.4	25	26	50	51	17.8	26	27	49	50
17.0	24	25	50	51	17.6	25	26	51	52	17.9	26	27	50	51
17.1	24	25	51	52	17.7	25	26	52	53	18.0	26	27	51	52
17.2	24	25	52	53	17.8	25	26	53	54	18.1	26	27	52	53
17.3	24	25	53	54	17.9	25	26	54	55	18.2	26	27	53	54
17.4	24	25	54	55	18.0	25	26	55	56	18.3	26	27	54	55
17.5	24	25	55	56	18.1	25	26	56	57	18.4	26	27	55	56
17.6	24	25	56	57	18.2	25	26	57	58	18.5	26	27	56	57
17.7	24	25	57	58	18.3	25	26	58	59	18.6	26	27	57	58
17.8	24	25	58	59	18.4	25	26	59	60	18.7	26	27	58	59
17.9	24	25	59	60	18.4	25	26	60	61	18.8	26	27	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
10.4	27	28	15	16	11.0	28	29	16	17	10.7	29	30	15	16
10.8	27	28	16	17	11.3	28	29	17	18	11.1	29	30	16	17
11.2	27	28	17	18	11.7	28	29	18	19	11.5	29	30	17	18
11.6	27	28	18	19	12.1	28	29	19	20	11.9	29	30	18	19
11.9	27	28	19	20	12.4	28	29	20	21	12.2	29	30	19	20
12.3	27	28	20	21	12.8	28	29	21	22	12.6	29	30	20	21
12.6	27	28	21	22	13.1	28	29	22	23	12.9	29	30	21	22
12.9	27	28	22	23	13.4	28	29	23	24	13.3	29	30	22	23
13.2	27	28	23	24	13.7	28	29	24	25	13.6	29	30	23	24
13.5	27	28	24	25	14.0	28	29	25	26	13.9	29	30	24	25
13.7	27	28	25	26	14.2	28	29	26	27	14.2	29	30	25	26
14.0	27	28	26	27	14.5	28	29	27	28	14.5	29	30	26	27
14.3	27	28	27	28	14.8	28	29	28	29	14.7	29	30	27	28
14.5	27	28	28	29	15.0	28	29	29	30	15.0	29	30	28	29
14.7	27	28	29	30	15.2	28	29	30	31	15.3	29	30	29	30
15.0	27	28	30	31	15.5	28	29	31	32	15.5	29	30	30	31
15.2	27	28	31	32	15.7	28	29	32	33	15.7	29	30	31	32
15.4	27	28	32	33	15.9	28	29	33	34	16.0	29	30	32	33
15.6	27	28	33	34	16.1	28	29	34	35	16.2	29	30	33	34
15.8	27	28	34	35	16.3	28	29	35	36	16.4	29	30	34	35
16.0	27	28	35	36	16.5	28	29	36	37	16.6	29	30	35	36
16.2	27	28	36	37	16.7	28	29	37	38	16.8	29	30	36	37
16.4	27	28	37	38	16.9	28	29	38	39	17.0	29	30	37	38
16.5	27	28	38	39	17.1	28	29	39	40	17.2	29	30	38	39
16.7	27	28	39	40	17.2	28	29	40	41	17.4	29	30	39	40
16.9	27	28	40	41	17.4	28	29	41	42	17.6	29	30	40	41
17.0	27	28	41	42	17.6	28	29	42	43	17.7	29	30	41	42
17.2	27	28	42	43	17.7	28	29	43	44	17.9	29	30	42	43
17.4	27	28	43	44	17.9	28	29	44	45	18.1	29	30	43	44
17.5	27	28	44	45	18.0	28	29	45	46	18.2	29	30	44	45
17.6	27	28	45	46	18.2	28	29	46	47	18.4	29	30	45	46
17.8	27	28	46	47	18.3	28	29	47	48	18.6	29	30	46	47
17.9	27	28	47	48	18.5	28	29	48	49	18.7	29	30	47	48
18.1	27	28	48	49	18.6	28	29	49	50	18.8	29	30	48	49
18.2	27	28	49	50	18.7	28	29	50	51	19.0	29	30	49	50
18.3	27	28	50	51	18.9	28	29	51	52	19.1	29	30	50	51
18.4	27	28	51	52	19.0	28	29	52	53	19.3	29	30	51	52
18.6	27	28	52	53	19.1	28	29	53	54	19.4	29	30	52	53
18.7	27	28	53	54	19.2	28	29	54	55	19.5	29	30	53	54
18.8	27	28	54	55	19.3	28	29	55	56	19.6	29	30	54	55
18.9	27	28	55	56	19.4	28	29	56	57	19.8	29	30	55	56
19.0	27	28	56	57	19.6	28	29	57	58	19.9	29	30	56	57
19.1	27	28	57	58	19.7	28	29	58	59	20.0	29	30	57	58
19.2	27	28	58	59	19.8	28	29	59	60	20.1	29	30	58	59
19.3	27	28	59	60	19.9	28	29	60	61	20.2	29	30	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
10.8	30	31	15	16	11.3	31	32	16	17	11.0	32	33	15	16
11.2	30	31	16	17	11.8	31	32	17	18	11.4	32	33	16	17
11.6	30	31	17	18	12.2	31	32	18	19	11.9	32	33	17	18
12.0	30	31	18	19	12.5	31	32	19	20	12.3	32	33	18	19
12.4	30	31	19	20	12.9	31	32	20	21	12.7	32	33	19	20
12.8	30	31	20	21	13.3	31	32	21	22	13.1	32	33	20	21
13.1	30	31	21	22	13.6	31	32	22	23	13.4	32	33	21	22
13.5	30	31	22	23	14.0	31	32	23	24	13.8	32	33	22	23
13.8	30	31	23	24	14.3	31	32	24	25	14.1	32	33	23	24
14.1	30	31	24	25	14.6	31	32	25	26	14.5	32	33	24	25
14.4	30	31	25	26	14.9	31	32	26	27	14.8	32	33	25	26
14.7	30	31	26	27	15.2	31	32	27	28	15.1	32	33	26	27
15.0	30	31	27	28	15.5	31	32	28	29	15.4	32	33	27	28
15.2	30	31	28	29	15.7	31	32	29	30	15.7	32	33	28	29
15.5	30	31	29	30	16.0	31	32	30	31	16.0	32	33	29	30
15.8	30	31	30	31	16.3	31	32	31	32	16.2	32	33	30	31
16.0	30	31	31	32	16.5	31	32	32	33	16.5	32	33	31	32
16.2	30	31	32	33	16.7	31	32	33	34	16.8	32	33	32	33
16.5	30	31	33	34	17.0	31	32	34	35	17.0	32	33	33	34
16.7	30	31	34	35	17.2	31	32	35	36	17.2	32	33	34	35
16.9	30	31	35	36	17.4	31	32	36	37	17.5	32	33	35	36
17.1	30	31	36	37	17.6	31	32	37	38	17.7	32	33	36	37
17.3	30	31	37	38	17.8	31	32	38	39	17.9	32	33	37	38
17.5	30	31	38	39	18.0	31	32	39	40	18.1	32	33	38	39
17.7	30	31	39	40	18.2	31	32	40	41	18.3	32	33	39	40
17.9	30	31	40	41	18.4	31	32	41	42	18.5	32	33	40	41
18.1	30	31	41	42	18.6	31	32	42	43	18.7	32	33	41	42
18.3	30	31	42	43	18.8	31	32	43	44	18.9	32	33	42	43
18.4	30	31	43	44	18.9	31	32	44	45	19.1	32	33	43	44
18.6	30	31	44	45	19.1	31	32	45	46	19.3	32	33	44	45
18.8	30	31	45	46	19.3	31	32	46	47	19.5	32	33	45	46
18.9	30	31	46	47	19.4	31	32	47	48	19.6	32	33	46	47
19.1	30	31	47	48	19.6	31	32	48	49	19.8	32	33	47	48
19.2	30	31	48	49	19.8	31	32	49	50	20.0	32	33	48	49
19.4	30	31	49	50	19.9	31	32	50	51	20.1	32	33	49	50
19.5	30	31	50	51	20.0	31	32	51	52	20.3	32	33	50	51
19.7	30	31	51	52	20.2	31	32	52	53	20.4	32	33	51	52
19.8	30	31	52	53	20.3	31	32	53	54	20.6	32	33	52	53
19.9	30	31	53	54	20.5	31	32	54	55	20.7	32	33	53	54
20.1	30	31	54	55	20.6	31	32	55	56	20.9	32	33	54	55
20.2	30	31	55	56	20.7	31	32	56	57	21.0	32	33	55	56
20.3	30	31	56	57	20.9	31	32	57	58	21.1	32	33	56	57
20.4	30	31	57	58	21.0	31	32	58	59	21.3	32	33	57	58
20.6	30	31	58	59	21.1	31	32	59	60	21.4	32	33	58	59
20.7	30	31	59	60	21.2	31	32	60	61	21.5	32	33	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
11.1	33	34	15	16	11.7	34	35	16	17	11.3	35	36	15	16
11.6	33	34	16	17	12.1	34	35	17	18	11.8	35	36	16	17
12.0	33	34	17	18	12.5	34	35	18	19	12.2	35	36	17	18
12.4	33	34	18	19	13.0	34	35	19	20	12.7	35	36	18	19
12.8	33	34	19	20	13.4	34	35	20	21	13.1	35	36	19	20
13.2	33	34	20	21	13.8	34	35	21	22	13.5	35	36	20	21
13.6	33	34	21	22	14.1	34	35	22	23	13.9	35	36	21	22
14.0	33	34	22	23	14.5	34	35	23	24	14.3	35	36	22	23
14.3	33	34	23	24	14.8	34	35	24	25	14.6	35	36	23	24
14.7	33	34	24	25	15.2	34	35	25	26	15.0	35	36	24	25
15.0	33	34	25	26	15.5	34	35	26	27	15.3	35	36	25	26
15.3	33	34	26	27	15.8	34	35	27	28	15.7	35	36	26	27
15.6	33	34	27	28	16.1	34	35	28	29	16.0	35	36	27	28
15.9	33	34	28	29	16.4	34	35	29	30	16.3	35	36	28	29
16.2	33	34	29	30	16.7	34	35	30	31	16.6	35	36	29	30
16.5	33	34	30	31	17.0	34	35	31	32	16.9	35	36	30	31
16.7	33	34	31	32	17.2	34	35	32	33	17.2	35	36	31	32
17.0	33	34	32	33	17.5	34	35	33	34	17.5	35	36	32	33
17.3	33	34	33	34	17.8	34	35	34	35	17.7	35	36	33	34
17.5	33	34	34	35	18.0	34	35	35	36	18.0	35	36	34	35
17.7	33	34	35	36	18.2	34	35	36	37	18.3	35	36	35	36
18.0	33	34	36	37	18.5	34	35	37	38	18.5	35	36	36	37
18.2	33	34	37	38	18.7	34	35	38	39	18.7	35	36	37	38
18.4	33	34	38	39	18.9	34	35	39	40	19.0	35	36	38	39
18.6	33	34	39	40	19.1	34	35	40	41	19.2	35	36	39	40
18.8	33	34	40	41	19.3	34	35	41	42	19.4	35	36	40	41
19.0	33	34	41	42	19.5	34	35	42	43	19.6	35	36	41	42
19.2	33	34	42	43	19.7	34	35	43	44	19.8	35	36	42	43
19.4	33	34	43	44	19.9	34	35	44	45	20.1	35	36	43	44
19.6	33	34	44	45	20.1	34	35	45	46	20.3	35	36	44	45
19.8	33	34	45	46	20.3	34	35	46	47	20.4	35	36	45	46
20.0	33	34	46	47	20.5	34	35	47	48	20.6	35	36	46	47
20.1	33	34	47	48	20.7	34	35	48	49	20.8	35	36	47	48
20.3	33	34	48	49	20.8	34	35	49	50	21.0	35	36	48	49
20.5	33	34	49	50	21.0	34	35	50	51	21.2	35	36	49	50
20.6	33	34	50	51	21.2	34	35	51	52	21.3	35	36	50	51
20.8	33	34	51	52	21.3	34	35	52	53	21.5	35	36	51	52
21.0	33	34	52	53	21.5	34	35	53	54	21.7	35	36	52	53
21.1	33	34	53	54	21.6	34	35	54	55	21.8	35	36	53	54
21.3	33	34	54	55	21.8	34	35	55	56	22.0	35	36	54	55
21.4	33	34	55	56	21.9	34	35	56	57	22.2	35	36	55	56
21.5	33	34	56	57	22.1	34	35	57	58	22.3	35	36	56	57
21.7	33	34	57	58	22.2	34	35	58	59	22.5	35	36	57	58
21.8	33	34	58	59	22.3	34	35	59	60	22.6	35	36	58	59
21.9	33	34	59	60	22.5	34	35	60	61	22.7	35	36	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
11.4	36	37	15	16	12.0	37	38	16	17	11.6	38	39	15	16
11.9	36	37	16	17	12.4	37	38	17	18	12.1	38	39	16	17
12.3	36	37	17	18	12.9	37	38	18	19	12.5	38	39	17	18
12.8	36	37	18	19	13.3	37	38	19	20	13.0	38	39	18	19
13.2	36	37	19	20	13.8	37	38	20	21	13.4	38	39	19	20
13.6	36	37	20	21	14.2	37	38	21	22	13.9	38	39	20	21
14.0	36	37	21	22	14.6	37	38	22	23	14.3	38	39	21	22
14.4	36	37	22	23	15.0	37	38	23	24	14.7	38	39	22	23
14.8	36	37	23	24	15.3	37	38	24	25	15.1	38	39	23	24
15.2	36	37	24	25	15.7	37	38	25	26	15.5	38	39	24	25
15.5	36	37	25	26	16.0	37	38	26	27	15.8	38	39	25	26
15.9	36	37	26	27	16.4	37	38	27	28	16.2	38	39	26	27
16.2	36	37	27	28	16.7	37	38	28	29	16.5	38	39	27	28
16.5	36	37	28	29	17.0	37	38	29	30	16.9	38	39	28	29
16.8	36	37	29	30	17.3	37	38	30	31	17.2	38	39	29	30
17.1	36	37	30	31	17.6	37	38	31	32	17.5	38	39	30	31
17.4	36	37	31	32	17.9	37	38	32	33	17.8	38	39	31	32
17.7	36	37	32	33	18.2	37	38	33	34	18.1	38	39	32	33
18.0	36	37	33	34	18.5	37	38	34	35	18.4	38	39	33	34
18.2	36	37	34	35	18.7	37	38	35	36	18.7	38	39	34	35
18.5	36	37	35	36	19.0	37	38	36	37	19.0	38	39	35	36
18.8	36	37	36	37	19.3	37	38	37	38	19.2	38	39	36	37
19.0	36	37	37	38	19.5	37	38	38	39	19.5	38	39	37	38
19.2	36	37	38	39	19.7	37	38	39	40	19.8	38	39	38	39
19.5	36	37	39	40	20.0	37	38	40	41	20.0	38	39	39	40
19.7	36	37	40	41	20.2	37	38	41	42	20.2	38	39	40	41
19.9	36	37	41	42	20.4	37	38	42	43	20.5	38	39	41	42
20.1	36	37	42	43	20.6	37	38	43	44	20.7	38	39	42	43
20.4	36	37	43	44	20.9	37	38	44	45	20.9	38	39	43	44
20.6	36	37	44	45	21.1	37	38	45	46	21.1	38	39	44	45
20.8	36	37	45	46	21.3	37	38	46	47	21.4	38	39	45	46
21.0	36	37	46	47	21.5	37	38	47	48	21.6	38	39	46	47
21.1	36	37	47	48	21.7	37	38	48	49	21.8	38	39	47	48
21.3	36	37	48	49	21.8	37	38	49	50	22.0	38	39	48	49
21.5	36	37	49	50	22.0	37	38	50	51	22.2	38	39	49	50
21.7	36	37	50	51	22.2	37	38	51	52	22.3	38	39	50	51
21.9	36	37	51	52	22.4	37	38	52	53	22.5	38	39	51	52
22.0	36	37	52	53	22.5	37	38	53	54	22.7	38	39	52	53
22.2	36	37	53	54	22.7	37	38	54	55	22.9	38	39	53	54
22.4	36	37	54	55	22.9	37	38	55	56	23.1	38	39	54	55
22.5	36	37	55	56	23.0	37	38	56	57	23.2	38	39	55	56
22.7	36	37	56	57	23.2	37	38	57	58	23.4	38	39	56	57
22.8	36	37	57	58	23.4	37	38	58	59	23.6	38	39	57	58
23.0	36	37	58	59	23.5	37	38	59	60	23.7	38	39	58	59
23.1	36	37	59	60	23.7	37	38	60	61	23.9	38	39	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
11.6	39	40	15	16	12.2	40	41	16	17	11.8	41	42	15	16
12.1	39	40	16	17	12.7	40	41	17	18	12.3	41	42	16	17
12.6	39	40	17	18	13.2	40	41	18	19	12.8	41	42	17	18
13.1	39	40	18	19	13.7	40	41	19	20	13.3	41	42	18	19
13.6	39	40	19	20	14.1	40	41	20	21	13.8	41	42	19	20
14.0	39	40	20	21	14.5	40	41	21	22	14.2	41	42	20	21
14.4	39	40	21	22	15.0	40	41	22	23	14.7	41	42	21	22
14.8	39	40	22	23	15.4	40	41	23	24	15.1	41	42	22	23
15.2	39	40	23	24	15.8	40	41	24	25	15.5	41	42	23	24
15.6	39	40	24	25	16.2	40	41	25	26	15.9	41	42	24	25
16.0	39	40	25	26	16.5	40	41	26	27	16.3	41	42	25	26
16.4	39	40	26	27	16.9	40	41	27	28	16.7	41	42	26	27
16.7	39	40	27	28	17.2	40	41	28	29	17.0	41	42	27	28
17.1	39	40	28	29	17.6	40	41	29	30	17.4	41	42	28	29
17.4	39	40	29	30	17.9	40	41	30	31	17.7	41	42	29	30
17.7	39	40	30	31	18.2	40	41	31	32	18.1	41	42	30	31
18.0	39	40	31	32	18.5	40	41	32	33	18.4	41	42	31	32
18.3	39	40	32	33	18.8	40	41	33	34	18.7	41	42	32	33
18.6	39	40	33	34	19.1	40	41	34	35	19.0	41	42	33	34
18.9	39	40	34	35	19.4	40	41	35	36	19.3	41	42	34	35
19.2	39	40	35	36	19.7	40	41	36	37	19.6	41	42	35	36
19.5	39	40	36	37	20.0	40	41	37	38	19.9	41	42	36	37
19.7	39	40	37	38	20.2	40	41	38	39	20.2	41	42	37	38
20.0	39	40	38	39	20.5	40	41	39	40	20.5	41	42	38	39
20.3	39	40	39	40	20.8	40	41	40	41	20.7	41	42	39	40
20.5	39	40	40	41	21.0	40	41	41	42	21.0	41	42	40	41
20.7	39	40	41	42	21.2	40	41	42	43	21.3	41	42	41	42
21.0	39	40	42	43	21.5	40	41	43	44	21.5	41	42	42	43
21.2	39	40	43	44	21.7	40	41	44	45	21.7	41	42	43	44
21.4	39	40	44	45	21.9	40	41	45	46	22.0	41	42	44	45
21.6	39	40	45	46	22.1	40	41	46	47	22.2	41	42	45	46
21.9	39	40	46	47	22.4	40	41	47	48	22.4	41	42	46	47
22.1	39	40	47	48	22.6	40	41	48	49	22.7	41	42	47	48
22.3	39	40	48	49	22.8	40	41	49	50	22.9	41	42	48	49
22.5	39	40	49	50	23.0	40	41	50	51	23.1	41	42	49	50
22.7	39	40	50	51	23.2	40	41	51	52	23.3	41	42	50	51
22.9	39	40	51	52	23.4	40	41	52	53	23.5	41	42	51	52
23.0	39	40	52	53	23.6	40	41	53	54	23.7	41	42	52	53
23.2	39	40	53	54	23.7	40	41	54	55	23.9	41	42	53	54
23.4	39	40	54	55	23.9	40	41	55	56	24.1	41	42	54	55
23.6	39	40	55	56	24.1	40	41	56	57	24.2	41	42	55	56
23.8	39	40	56	57	24.3	40	41	57	58	24.4	41	42	56	57
23.9	39	40	57	58	24.4	40	41	58	59	24.6	41	42	57	58
24.1	39	40	58	59	24.6	40	41	59	60	24.8	41	42	58	59
24.2	39	40	59	60	24.8	40	41	60	61	25.0	41	42	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
11.9	42	43	15	16	12.5	43	44	16	17	12.0	44	45	15	16
12.4	42	43	16	17	13.0	43	44	17	18	12.5	44	45	16	17
12.9	42	43	17	18	13.5	43	44	18	19	13.1	44	45	17	18
13.4	42	43	18	19	14.0	43	44	19	20	13.6	44	45	18	19
13.9	42	43	19	20	14.4	43	44	20	21	14.1	44	45	19	20
14.3	42	43	20	21	14.9	43	44	21	22	14.5	44	45	20	21
14.8	42	43	21	22	15.3	43	44	22	23	15.0	44	45	21	22
15.2	42	43	22	23	15.8	43	44	23	24	15.4	44	45	22	23
15.6	42	43	23	24	16.2	43	44	24	25	15.9	44	45	23	24
16.0	42	43	24	25	16.6	43	44	25	26	16.3	44	45	24	25
16.4	42	43	25	26	17.0	43	44	26	27	16.7	44	45	25	26
16.8	42	43	26	27	17.4	43	44	27	28	17.1	44	45	26	27
17.2	42	43	27	28	17.7	43	44	28	29	17.5	44	45	27	28
17.6	42	43	28	29	18.1	43	44	29	30	17.9	44	45	28	29
17.9	42	43	29	30	18.4	43	44	30	31	18.2	44	45	29	30
18.3	42	43	30	31	18.8	43	44	31	32	18.6	44	45	30	31
18.6	42	43	31	32	19.1	43	44	32	33	18.9	44	45	31	32
18.9	42	43	32	33	19.4	43	44	33	34	19.3	44	45	32	33
19.2	42	43	33	34	19.7	43	44	34	35	19.6	44	45	33	34
19.5	42	43	34	35	20.1	43	44	35	36	19.9	44	45	34	35
19.8	42	43	35	36	20.4	43	44	36	37	20.3	44	45	35	36
20.1	42	43	36	37	20.6	43	44	37	38	20.6	44	45	36	37
20.4	42	43	37	38	20.9	43	44	38	39	20.9	44	45	37	38
20.7	42	43	38	39	21.2	43	44	39	40	21.1	44	45	38	39
21.0	42	43	39	40	21.5	43	44	40	41	21.4	44	45	39	40
21.2	42	43	40	41	21.7	43	44	41	42	21.7	44	45	40	41
21.5	42	43	41	42	22.0	43	44	42	43	22.0	44	45	41	42
21.8	42	43	42	43	22.3	43	44	43	44	22.2	44	45	42	43
22.0	42	43	43	44	22.5	43	44	44	45	22.5	44	45	43	44
22.2	42	43	44	45	22.7	43	44	45	46	22.8	44	45	44	45
22.5	42	43	45	46	23.0	43	44	46	47	23.0	44	45	45	46
22.7	42	43	46	47	23.2	43	44	47	48	23.2	44	45	46	47
22.9	42	43	47	48	23.4	43	44	48	49	23.5	44	45	47	48
23.2	42	43	48	49	23.7	43	44	49	50	23.7	44	45	48	49
23.4	42	43	49	50	23.9	43	44	50	51	23.9	44	45	49	50
23.6	42	43	50	51	24.1	43	44	51	52	24.2	44	45	50	51
23.8	42	43	51	52	24.3	43	44	52	53	24.4	44	45	51	52
24.0	42	43	52	53	24.5	43	44	53	54	24.6	44	45	52	53
24.2	42	43	53	54	24.7	43	44	54	55	24.8	44	45	53	54
24.4	42	43	54	55	24.9	43	44	55	56	25.0	44	45	54	55
24.6	42	43	55	56	25.1	43	44	56	57	25.2	44	45	55	56
24.8	42	43	56	57	25.3	43	44	57	58	25.4	44	45	56	57
24.9	42	43	57	58	25.5	43	44	58	59	25.6	44	45	57	58
25.1	42	43	58	59	25.6	43	44	59	60	25.8	44	45	58	59
25.3	42	43	59	60	25.8	43	44	60	61	26.0	44	45	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
12.1	45	46	15	16	12.7	46	47	16	17	12.2	47	48	15	16
12.6	45	46	16	17	13.2	46	47	17	18	12.8	47	48	16	17
13.1	45	46	17	18	13.7	46	47	18	19	13.3	47	48	17	18
13.7	45	46	18	19	14.2	46	47	19	20	13.8	47	48	18	19
14.2	45	46	19	20	14.7	46	47	20	21	14.3	47	48	19	20
14.6	45	46	20	21	15.2	46	47	21	22	14.8	47	48	20	21
15.1	45	46	21	22	15.7	46	47	22	23	15.3	47	48	21	22
15.6	45	46	22	23	16.1	46	47	23	24	15.8	47	48	22	23
16.0	45	46	23	24	16.5	46	47	24	25	16.2	47	48	23	24
16.4	45	46	24	25	17.0	46	47	25	26	16.7	47	48	24	25
16.8	45	46	25	26	17.4	46	47	26	27	17.1	47	48	25	26
17.3	45	46	26	27	17.8	46	47	27	28	17.5	47	48	26	27
17.6	45	46	27	28	18.2	46	47	28	29	17.9	47	48	27	28
18.0	45	46	28	29	18.6	46	47	29	30	18.3	47	48	28	29
18.4	45	46	29	30	18.9	46	47	30	31	18.7	47	48	29	30
18.8	45	46	30	31	19.3	46	47	31	32	19.1	47	48	30	31
19.1	45	46	31	32	19.6	46	47	32	33	19.4	47	48	31	32
19.5	45	46	32	33	20.0	46	47	33	34	19.8	47	48	32	33
19.8	45	46	33	34	20.3	46	47	34	35	20.1	47	48	33	34
20.1	45	46	34	35	20.6	46	47	35	36	20.5	47	48	34	35
20.4	45	46	35	36	21.0	46	47	36	37	20.8	47	48	35	36
20.8	45	46	36	37	21.3	46	47	37	38	21.1	47	48	36	37
21.1	45	46	37	38	21.6	46	47	38	39	21.5	47	48	37	38
21.4	45	46	38	39	21.9	46	47	39	40	21.8	47	48	38	39
21.6	45	46	39	40	22.1	46	47	40	41	22.1	47	48	39	40
21.9	45	46	40	41	22.4	46	47	41	42	22.4	47	48	40	41
22.2	45	46	41	42	22.7	46	47	42	43	22.7	47	48	41	42
22.5	45	46	42	43	23.0	46	47	43	44	22.9	47	48	42	43
22.7	45	46	43	44	23.2	46	47	44	45	23.2	47	48	43	44
23.0	45	46	44	45	23.5	46	47	45	46	23.5	47	48	44	45
23.3	45	46	45	46	23.8	46	47	46	47	23.7	47	48	45	46
23.5	45	46	46	47	24.0	46	47	47	48	24.0	47	48	46	47
23.7	45	46	47	48	24.2	46	47	48	49	24.3	47	48	47	48
24.0	45	46	48	49	24.5	46	47	49	50	24.5	47	48	48	49
24.2	45	46	49	50	24.7	46	47	50	51	24.7	47	48	49	50
24.4	45	46	50	51	24.9	46	47	51	52	25.0	47	48	50	51
24.7	45	46	51	52	25.2	46	47	52	53	25.2	47	48	51	52
24.9	45	46	52	53	25.4	46	47	53	54	25.4	47	48	52	53
25.1	45	46	53	54	25.6	46	47	54	55	25.7	47	48	53	54
25.3	45	46	54	55	25.8	46	47	55	56	25.9	47	48	54	55
25.5	45	46	55	56	26.0	46	47	56	57	26.1	47	48	55	56
25.7	45	46	56	57	26.2	46	47	57	58	26.3	47	48	56	57
25.9	45	46	57	58	26.4	46	47	58	59	26.5	47	48	57	58
26.1	45	46	58	59	26.6	46	47	59	60	26.7	47	48	58	59
26.3	45	46	59	60	26.8	46	47	60	61	26.9	47	48	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/boțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
12.3	48	49	15	16	12.9	49	50	16	17	12.4	50	51	15	16
12.8	48	49	16	17	13.4	49	50	17	18	12.9	50	51	16	17
13.4	48	49	17	18	14.0	49	50	18	19	13.5	50	51	17	18
13.9	48	49	18	19	14.5	49	50	19	20	14.0	50	51	18	19
14.4	48	49	19	20	15.0	49	50	20	21	14.6	50	51	19	20
14.9	48	49	20	21	15.5	49	50	21	22	15.1	50	51	20	21
15.4	48	49	21	22	16.0	49	50	22	23	15.6	50	51	21	22
15.9	48	49	22	23	16.4	49	50	23	24	16.1	50	51	22	23
16.3	48	49	23	24	16.9	49	50	24	25	16.5	50	51	23	24
16.8	48	49	24	25	17.3	49	50	25	26	17.0	50	51	24	25
17.2	48	49	25	26	17.8	49	50	26	27	17.4	50	51	25	26
17.6	48	49	26	27	18.2	49	50	27	28	17.9	50	51	26	27
18.1	48	49	27	28	18.6	49	50	28	29	18.3	50	51	27	28
18.5	48	49	28	29	19.0	49	50	29	30	18.7	50	51	28	29
18.8	48	49	29	30	19.4	49	50	30	31	19.1	50	51	29	30
19.2	48	49	30	31	19.8	49	50	31	32	19.5	50	51	30	31
19.6	48	49	31	32	20.1	49	50	32	33	19.9	50	51	31	32
20.0	48	49	32	33	20.5	49	50	33	34	20.3	50	51	32	33
20.3	48	49	33	34	20.8	49	50	34	35	20.6	50	51	33	34
20.7	48	49	34	35	21.2	49	50	35	36	21.0	50	51	34	35
21.0	48	49	35	36	21.5	49	50	36	37	21.3	50	51	35	36
21.3	48	49	36	37	21.8	49	50	37	38	21.7	50	51	36	37
21.7	48	49	37	38	22.2	49	50	38	39	22.0	50	51	37	38
22.0	48	49	38	39	22.5	49	50	39	40	22.3	50	51	38	39
22.3	48	49	39	40	22.8	49	50	40	41	22.7	50	51	39	40
22.6	48	49	40	41	23.1	49	50	41	42	23.0	50	51	40	41
22.9	48	49	41	42	23.4	49	50	42	43	23.3	50	51	41	42
23.2	48	49	42	43	23.7	49	50	43	44	23.6	50	51	42	43
23.4	48	49	43	44	23.9	49	50	44	45	23.9	50	51	43	44
23.7	48	49	44	45	24.2	49	50	45	46	24.2	50	51	44	45
24.0	48	49	45	46	24.5	49	50	46	47	24.4	50	51	45	46
24.2	48	49	46	47	24.7	49	50	47	48	24.7	50	51	46	47
24.5	48	49	47	48	25.0	49	50	48	49	25.0	50	51	47	48
24.8	48	49	48	49	25.3	49	50	49	50	25.2	50	51	48	49
25.0	48	49	49	50	25.5	49	50	50	51	25.5	50	51	49	50
25.2	48	49	50	51	25.7	49	50	51	52	25.8	50	51	50	51
25.5	48	49	51	52	26.0	49	50	52	53	26.0	50	51	51	52
25.7	48	49	52	53	26.2	49	50	53	54	26.2	50	51	52	53
25.9	48	49	53	54	26.4	49	50	54	55	26.5	50	51	53	54
26.2	48	49	54	55	26.7	49	50	55	56	26.7	50	51	54	55
26.4	48	49	55	56	26.9	49	50	56	57	26.9	50	51	55	56
26.6	48	49	56	57	27.1	49	50	57	58	27.2	50	51	56	57
26.8	48	49	57	58	27.3	49	50	58	59	27.4	50	51	57	58
27.0	48	49	58	59	27.5	49	50	59	60	27.6	50	51	58	59
27.2	48	49	59	60	27.7	49	50	60	61	27.8	50	51	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
12.4	51	52	15	16	13.1	52	53	16	17	12.5	53	54	15	16
13.0	51	52	16	17	13.6	52	53	17	18	13.1	53	54	16	17
13.6	51	52	17	18	14.2	52	53	18	19	13.7	53	54	17	18
14.1	51	52	18	19	14.7	52	53	19	20	14.3	53	54	18	19
14.6	51	52	19	20	15.2	52	53	20	21	14.8	53	54	19	20
15.2	51	52	20	21	15.8	52	53	21	22	15.3	53	54	20	21
15.7	51	52	21	22	16.3	52	53	22	23	15.8	53	54	21	22
16.2	51	52	22	23	16.7	52	53	23	24	16.3	53	54	22	23
16.6	51	52	23	24	17.2	52	53	24	25	16.8	53	54	23	24
17.1	51	52	24	25	17.7	52	53	25	26	17.3	53	54	24	25
17.6	51	52	25	26	18.1	52	53	26	27	17.8	53	54	25	26
18.0	51	52	26	27	18.6	52	53	27	28	18.2	53	54	26	27
18.4	51	52	27	28	19.0	52	53	28	29	18.7	53	54	27	28
18.9	51	52	28	29	19.4	52	53	29	30	19.1	53	54	28	29
19.3	51	52	29	30	19.8	52	53	30	31	19.5	53	54	29	30
19.7	51	52	30	31	20.2	52	53	31	32	19.9	53	54	30	31
20.0	51	52	31	32	20.6	52	53	32	33	20.3	53	54	31	32
20.4	51	52	32	33	21.0	52	53	33	34	20.7	53	54	32	33
20.8	51	52	33	34	21.3	52	53	34	35	21.1	53	54	33	34
21.2	51	52	34	35	21.7	52	53	35	36	21.5	53	54	34	35
21.5	51	52	35	36	22.0	52	53	36	37	21.8	53	54	35	36
21.9	51	52	36	37	22.4	52	53	37	38	22.2	53	54	36	37
22.2	51	52	37	38	22.7	52	53	38	39	22.5	53	54	37	38
22.5	51	52	38	39	23.0	52	53	39	40	22.9	53	54	38	39
22.9	51	52	39	40	23.4	52	53	40	41	23.2	53	54	39	40
23.2	51	52	40	41	23.7	52	53	41	42	23.6	53	54	40	41
23.5	51	52	41	42	24.0	52	53	42	43	23.9	53	54	41	42
23.8	51	52	42	43	24.3	52	53	43	44	24.2	53	54	42	43
24.1	51	52	43	44	24.6	52	53	44	45	24.5	53	54	43	44
24.4	51	52	44	45	24.9	52	53	45	46	24.8	53	54	44	45
24.7	51	52	45	46	25.2	52	53	46	47	25.1	53	54	45	46
24.9	51	52	46	47	25.4	52	53	47	48	25.4	53	54	46	47
25.2	51	52	47	48	25.7	52	53	48	49	25.7	53	54	47	48
25.5	51	52	48	49	26.0	52	53	49	50	25.9	53	54	48	49
25.7	51	52	49	50	26.2	52	53	50	51	26.2	53	54	49	50
26.0	51	52	50	51	26.5	52	53	51	52	26.5	53	54	50	51
26.3	51	52	51	52	26.8	52	53	52	53	26.7	53	54	51	52
26.5	51	52	52	53	27.0	52	53	53	54	27.0	53	54	52	53
26.7	51	52	53	54	27.2	52	53	54	55	27.3	53	54	53	54
27.0	51	52	54	55	27.5	52	53	55	56	27.5	53	54	54	55
27.2	51	52	55	56	27.7	52	53	56	57	27.7	53	54	55	56
27.4	51	52	56	57	27.9	52	53	57	58	28.0	53	54	56	57
27.7	51	52	57	58	28.2	52	53	58	59	28.2	53	54	57	58
27.9	51	52	58	59	28.4	52	53	59	60	28.4	53	54	58	59
28.1	51	52	59	60	28.6	52	53	60	61	28.7	53	54	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
12.6	54	55	15	16	13.2	55	56	16	17	12.7	56	57	15	16
13.2	54	55	16	17	13.8	55	56	17	18	13.3	56	57	16	17
13.8	54	55	17	18	14.4	55	56	18	19	13.9	56	57	17	18
14.3	54	55	18	19	14.9	55	56	19	20	14.4	56	57	18	19
14.9	54	55	19	20	15.5	55	56	20	21	15.0	56	57	19	20
15.4	54	55	20	21	16.0	55	56	21	22	15.5	56	57	20	21
15.9	54	55	21	22	16.5	55	56	22	23	16.1	56	57	21	22
16.4	54	55	22	23	17.0	55	56	23	24	16.6	56	57	22	23
16.9	54	55	23	24	17.5	55	56	24	25	17.1	56	57	23	24
17.4	54	55	24	25	18.0	55	56	25	26	17.6	56	57	24	25
17.9	54	55	25	26	18.4	55	56	26	27	18.1	56	57	25	26
18.3	54	55	26	27	18.9	55	56	27	28	18.5	56	57	26	27
18.8	54	55	27	28	19.3	55	56	28	29	19.0	56	57	27	28
19.2	54	55	28	29	19.8	55	56	29	30	19.4	56	57	28	29
19.6	54	55	29	30	20.2	55	56	30	31	19.9	56	57	29	30
20.1	54	55	30	31	20.6	55	56	31	32	20.3	56	57	30	31
20.5	54	55	31	32	21.0	55	56	32	33	20.7	56	57	31	32
20.9	54	55	32	33	21.4	55	56	33	34	21.1	56	57	32	33
21.3	54	55	33	34	21.8	55	56	34	35	21.5	56	57	33	34
21.6	54	55	34	35	22.2	55	56	35	36	21.9	56	57	34	35
22.0	54	55	35	36	22.5	55	56	36	37	22.3	56	57	35	36
22.4	54	55	36	37	22.9	55	56	37	38	22.7	56	57	36	37
22.7	54	55	37	38	23.2	55	56	38	39	23.0	56	57	37	38
23.1	54	55	38	39	23.6	55	56	39	40	23.4	56	57	38	39
23.4	54	55	39	40	23.9	55	56	40	41	23.8	56	57	39	40
23.7	54	55	40	41	24.2	55	56	41	42	24.1	56	57	40	41
24.1	54	55	41	42	24.6	55	56	42	43	24.4	56	57	41	42
24.4	54	55	42	43	24.9	55	56	43	44	24.8	56	57	42	43
24.7	54	55	43	44	25.2	55	56	44	45	25.1	56	57	43	44
25.0	54	55	44	45	25.5	55	56	45	46	25.4	56	57	44	45
25.3	54	55	45	46	25.8	55	56	46	47	25.7	56	57	45	46
25.6	54	55	46	47	26.1	55	56	47	48	26.0	56	57	46	47
25.9	54	55	47	48	26.4	55	56	48	49	26.3	56	57	47	48
26.2	54	55	48	49	26.7	55	56	49	50	26.6	56	57	48	49
26.4	54	55	49	50	26.9	55	56	50	51	26.9	56	57	49	50
26.7	54	55	50	51	27.2	55	56	51	52	27.2	56	57	50	51
27.0	54	55	51	52	27.5	55	56	52	53	27.4	56	57	51	52
27.2	54	55	52	53	27.7	55	56	53	54	27.7	56	57	52	53
27.5	54	55	53	54	28.0	55	56	54	55	28.0	56	57	53	54
27.8	54	55	54	55	28.3	55	56	55	56	28.2	56	57	54	55
28.0	54	55	55	56	28.5	55	56	56	57	28.5	56	57	55	56
28.2	54	55	56	57	28.7	55	56	57	58	28.8	56	57	56	57
28.5	54	55	57	58	29.0	55	56	58	59	29.0	56	57	57	58
28.7	54	55	58	59	29.2	55	56	59	60	29.2	56	57	58	59
28.9	54	55	59	60	29.4	55	56	60	61	29.5	56	57	59	60

* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A1. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
12.7	57	58	15	16	13.4	58	59	16	17	12.8	59	60	15	16
13.3	57	58	16	17	14.0	58	59	17	18	13.4	59	60	16	17
13.9	57	58	17	18	14.6	58	59	18	19	14.0	59	60	17	18
14.5	57	58	18	19	15.1	58	59	19	20	14.6	59	60	18	19
15.1	57	58	19	20	15.7	58	59	20	21	15.2	59	60	19	20
15.6	57	58	20	21	16.2	58	59	21	22	15.8	59	60	20	21
16.2	57	58	21	22	16.8	58	59	22	23	16.3	59	60	21	22
16.7	57	58	22	23	17.3	58	59	23	24	16.8	59	60	22	23
17.2	57	58	23	24	17.8	58	59	24	25	17.3	59	60	23	24
17.7	57	58	24	25	18.3	58	59	25	26	17.9	59	60	24	25
18.2	57	58	25	26	18.7	58	59	26	27	18.4	59	60	25	26
18.6	57	58	26	27	19.2	58	59	27	28	18.8	59	60	26	27
19.1	57	58	27	28	19.7	58	59	28	29	19.3	59	60	27	28
19.6	57	58	28	29	20.1	58	59	29	30	19.8	59	60	28	29
20.0	57	58	29	30	20.6	58	59	30	31	20.2	59	60	29	30
20.4	57	58	30	31	21.0	58	59	31	32	20.7	59	60	30	31
20.9	57	58	31	32	21.4	58	59	32	33	21.1	59	60	31	32
21.3	57	58	32	33	21.8	58	59	33	34	21.5	59	60	32	33
21.7	57	58	33	34	22.2	58	59	34	35	21.9	59	60	33	34
22.1	57	58	34	35	22.6	58	59	35	36	22.3	59	60	34	35
22.5	57	58	35	36	23.0	58	59	36	37	22.7	59	60	35	36
22.8	57	58	36	37	23.4	58	59	37	38	23.1	59	60	36	37
23.2	57	58	37	38	23.7	58	59	38	39	23.5	59	60	37	38
23.6	57	58	38	39	24.1	58	59	39	40	23.9	59	60	38	39
23.9	57	58	39	40	24.4	58	59	40	41	24.2	59	60	39	40
24.3	57	58	40	41	24.8	58	59	41	42	24.6	59	60	40	41
24.6	57	58	41	42	25.1	58	59	42	43	25.0	59	60	41	42
24.9	57	58	42	43	25.5	58	59	43	44	25.3	59	60	42	43
25.3	57	58	43	44	25.8	58	59	44	45	25.6	59	60	43	44
25.6	57	58	44	45	26.1	58	59	45	46	26.0	59	60	44	45
25.9	57	58	45	46	26.4	58	59	46	47	26.3	59	60	45	46
26.2	57	58	46	47	26.7	58	59	47	48	26.6	59	60	46	47
26.5	57	58	47	48	27.0	58	59	48	49	26.9	59	60	47	48
26.8	57	58	48	49	27.3	58	59	49	50	27.2	59	60	48	49
27.1	57	58	49	50	27.6	58	59	50	51	27.5	59	60	49	50
27.4	57	58	50	51	27.9	58	59	51	52	27.8	59	60	50	51
27.7	57	58	51	52	28.2	58	59	52	53	28.1	59	60	51	52
27.9	57	58	52	53	28.4	58	59	53	54	28.4	59	60	52	53
28.2	57	58	53	54	28.7	58	59	54	55	28.7	59	60	53	54
28.5	57	58	54	55	29.0	58	59	55	56	28.9	59	60	54	55
28.7	57	58	55	56	29.2	58	59	56	57	29.2	59	60	55	56
29.0	57	58	56	57	29.5	58	59	57	58	29.5	59	60	56	57
29.3	57	58	57	58	29.8	58	59	58	59	29.7	59	60	57	58
29.5	57	58	58	59	30.0	58	59	59	60	30.0	59	60	58	59
29.7	57	58	59	60	30.2	58	59	60	61	30.3	59	60	59	60

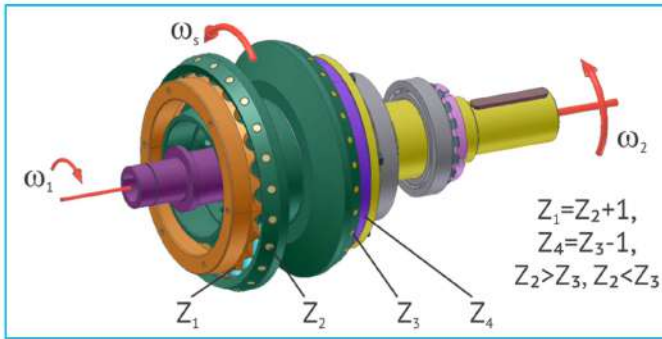
* Semnul „+” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Anexa A.2

Rapoartele de transmitere i în transmisiile precesionale $2K - H$ cu angrenare *dinte – bolț*: Z_2, Z_3 – numărul bolțurilor coroanelor satelitului și $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 - 1$ – numărul dinților roților centrale, fixă și mobilă.

Configurația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 - 1, Z_2 > Z_3$ sau $Z_2 < Z_3$ este valabilă doar pentru angrenajul cu bolțuri.



Raportul de transmitere i se determină cu relația:

$$i = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_1 \cdot Z_3 - Z_2 \cdot Z_4},$$

- în care: Z_1 – numărul de dinți ai roții centrale imobile;
- Z_2 – numărul de bolțuri/dinți ai coroanei satelitului angrenate cu roata centrală imobilă;
- Z_3 – numărul de bolțuri/dinți ai coroanei satelitului angrenate cu roata centrală mobilă;
- Z_4 – numărul de dinți ai roții centrale mobile.

Tabelul A2

i^*	Z_1^1	Z_2^1	Z_3^1	Z_4^1	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-7.3	16	15	16	15	-7.5	17	16	16	15	-7.7	18	17	16	15
-7.5	16	15	17	16	-7.8	17	16	17	16	-8.0	18	17	17	16
-7.7	16	15	18	17	-8.0	17	16	18	17	-8.3	18	17	18	17
-7.9	16	15	19	18	-8.2	17	16	19	18	-8.5	18	17	19	18
-8.1	16	15	20	19	-8.4	17	16	20	19	-8.7	18	17	20	19

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-8.3	16	15	21	20	-8.6	17	16	21	20	-8.9	18	17	21	20
-8.5	16	15	22	21	-8.8	17	16	22	21	-9.2	18	17	22	21
-8.7	16	15	23	22	-9.0	17	16	23	22	-9.4	18	17	23	22
-8.8	16	15	24	23	-9.2	17	16	24	23	-9.5	18	17	24	23
-9.0	16	15	25	24	-9.4	17	16	25	24	-9.7	18	17	25	24
-9.1	16	15	26	25	-9.5	17	16	26	25	-9.9	18	17	26	25
-9.3	16	15	27	26	-9.7	17	16	27	26	-10.0	18	17	27	26
-9.4	16	15	28	27	-9.8	17	16	28	27	-10.2	18	17	28	27
-9.5	16	15	29	28	-10.0	17	16	29	28	-10.3	18	17	29	28
-9.7	16	15	30	29	-10.1	17	16	30	29	-10.5	18	17	30	29
-9.8	16	15	31	30	-10.2	17	16	31	30	-10.6	18	17	31	30
-9.9	16	15	32	31	-10.3	17	16	32	31	-10.8	18	17	32	31
-10.0	16	15	33	32	-10.4	17	16	33	32	-10.9	18	17	33	32
-10.1	16	15	34	33	-10.6	17	16	34	33	-11.0	18	17	34	33
-10.2	16	15	35	34	-10.7	17	16	35	34	-11.1	18	17	35	34
-10.3	16	15	36	35	-10.8	17	16	36	35	-11.2	18	17	36	35
-10.4	16	15	37	36	-10.9	17	16	37	36	-11.3	18	17	37	36
-10.5	16	15	38	37	-11.0	17	16	38	37	-11.4	18	17	38	37
-10.6	16	15	39	38	-11.1	17	16	39	38	-11.5	18	17	39	38
-10.6	16	15	40	39	-11.1	17	16	40	39	-11.6	18	17	40	39
-10.7	16	15	41	40	-11.2	17	16	41	40	-11.7	18	17	41	40
-10.8	16	15	42	41	-11.3	17	16	42	41	-11.8	18	17	42	41
-10.9	16	15	43	42	-11.4	17	16	43	42	-11.9	18	17	43	42
-10.9	16	15	44	43	-11.5	17	16	44	43	-12.0	18	17	44	43
-11.0	16	15	45	44	-11.5	17	16	45	44	-12.1	18	17	45	44
-11.1	16	15	46	45	-11.6	17	16	46	45	-12.1	18	17	46	45
-11.1	16	15	47	46	-11.7	17	16	47	46	-12.2	18	17	47	46
-11.2	16	15	48	47	-11.8	17	16	48	47	-12.3	18	17	48	47
-11.3	16	15	49	48	-11.8	17	16	49	48	-12.4	18	17	49	48
-11.3	16	15	50	49	-11.9	17	16	50	49	-12.4	18	17	50	49
-11.4	16	15	51	50	-11.9	17	16	51	50	-12.5	18	17	51	50
-11.4	16	15	52	51	-12.0	17	16	52	51	-12.6	18	17	52	51
-11.5	16	15	53	52	-12.1	17	16	53	52	-12.6	18	17	53	52
-11.5	16	15	54	53	-12.1	17	16	54	53	-12.7	18	17	54	53
-11.6	16	15	55	54	-12.2	17	16	55	54	-12.8	18	17	55	54
-11.6	16	15	56	55	-12.2	17	16	56	55	-12.8	18	17	56	55
-11.7	16	15	57	56	-12.3	17	16	57	56	-12.9	18	17	57	56
-11.7	16	15	58	57	-12.3	17	16	58	57	-12.9	18	17	58	57
-11.8	16	15	59	58	-12.4	17	16	59	58	-13.0	18	17	59	58
-11.8	16	15	60	59	-12.4	17	16	60	59	-13.0	18	17	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-7.9	19	18	16	15	-8.1	20	19	16	15	-8.3	21	20	16	15
-8.2	19	18	17	16	-8.4	20	19	17	16	-8.6	21	20	17	16
-8.5	19	18	18	17	-8.7	20	19	18	17	-8.9	21	20	18	17
-8.8	19	18	19	18	-9.0	20	19	19	18	-9.2	21	20	19	18
-9.0	19	18	20	19	-9.3	20	19	20	19	-9.5	21	20	20	19
-9.2	19	18	21	20	-9.5	20	19	21	20	-9.8	21	20	21	20
-9.5	19	18	22	21	-9.7	20	19	22	21	-10.0	21	20	22	21
-9.7	19	18	23	22	-10.0	20	19	23	22	-10.2	21	20	23	22
-9.9	19	18	24	23	-10.2	20	19	24	23	-10.5	21	20	24	23
-10.0	19	18	25	24	-10.4	20	19	25	24	-10.7	21	20	25	24
-10.2	19	18	26	25	-10.6	20	19	26	25	-10.9	21	20	26	25
-10.4	19	18	27	26	-10.7	20	19	27	26	-11.1	21	20	27	26
-10.6	19	18	28	27	-10.9	20	19	28	27	-11.3	21	20	28	27
-10.7	19	18	29	28	-11.1	20	19	29	28	-11.4	21	20	29	28
-10.9	19	18	30	29	-11.2	20	19	30	29	-11.6	21	20	30	29
-11.0	19	18	31	30	-11.4	20	19	31	30	-11.8	21	20	31	30
-11.2	19	18	32	31	-11.5	20	19	32	31	-11.9	21	20	32	31
-11.3	19	18	33	32	-11.7	20	19	33	32	-12.1	21	20	33	32
-11.4	19	18	34	33	-11.8	20	19	34	33	-12.2	21	20	34	33
-11.5	19	18	35	34	-12.0	20	19	35	34	-12.4	21	20	35	34
-11.7	19	18	36	35	-12.1	20	19	36	35	-12.5	21	20	36	35
-11.8	19	18	37	36	-12.2	20	19	37	36	-12.6	21	20	37	36
-11.9	19	18	38	37	-12.3	20	19	38	37	-12.8	21	20	38	37
-12.0	19	18	39	38	-12.4	20	19	39	38	-12.9	21	20	39	38
-12.1	19	18	40	39	-12.6	20	19	40	39	-13.0	21	20	40	39
-12.2	19	18	41	40	-12.7	20	19	41	40	-13.1	21	20	41	40
-12.3	19	18	42	41	-12.8	20	19	42	41	-13.2	21	20	42	41
-12.4	19	18	43	42	-12.9	20	19	43	42	-13.3	21	20	43	42
-12.5	19	18	44	43	-13.0	20	19	44	43	-13.4	21	20	44	43
-12.6	19	18	45	44	-13.1	20	19	45	44	-13.5	21	20	45	44
-12.7	19	18	46	45	-13.2	20	19	46	45	-13.6	21	20	46	45
-12.7	19	18	47	46	-13.2	20	19	47	46	-13.7	21	20	47	46
-12.8	19	18	48	47	-13.3	20	19	48	47	-13.8	21	20	48	47
-12.9	19	18	49	48	-13.4	20	19	49	48	-13.9	21	20	49	48
-13.0	19	18	50	49	-13.5	20	19	50	49	-14.0	21	20	50	49
-13.0	19	18	51	50	-13.6	20	19	51	50	-14.1	21	20	51	50
-13.1	19	18	52	51	-13.6	20	19	52	51	-14.2	21	20	52	51
-13.2	19	18	53	52	-13.7	20	19	53	52	-14.2	21	20	53	52
-13.3	19	18	54	53	-13.8	20	19	54	53	-14.3	21	20	54	53
-13.3	19	18	55	54	-13.9	20	19	55	54	-14.4	21	20	55	54
-13.4	19	18	56	55	-13.9	20	19	56	55	-14.5	21	20	56	55
-13.4	19	18	57	56	-14.0	20	19	57	56	-14.5	21	20	57	56
-13.5	19	18	58	57	-14.1	20	19	58	57	-14.6	21	20	58	57
-13.6	19	18	59	58	-14.1	20	19	59	58	-14.7	21	20	59	58
-13.6	19	18	60	59	-14.2	20	19	60	59	-14.8	21	20	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-8.5	22	21	16	15	-8.7	23	22	16	15	-8.8	24	23	16	15
-8.8	22	21	17	16	-9.0	23	22	17	16	-9.2	24	23	17	16
-9.2	22	21	18	17	-9.4	23	22	18	17	-9.5	24	23	18	17
-9.5	22	21	19	18	-9.7	23	22	19	18	-9.9	24	23	19	18
-9.7	22	21	20	19	-10.0	23	22	20	19	-10.2	24	23	20	19
-10.0	22	21	21	20	-10.2	23	22	21	20	-10.5	24	23	21	20
-10.3	22	21	22	21	-10.5	23	22	22	21	-10.7	24	23	22	21
-10.5	22	21	23	22	-10.8	23	22	23	22	-11.0	24	23	23	22
-10.7	22	21	24	23	-11.0	23	22	24	23	-11.3	24	23	24	23
-11.0	22	21	25	24	-11.2	23	22	25	24	-11.5	24	23	25	24
-11.2	22	21	26	25	-11.5	23	22	26	25	-11.7	24	23	26	25
-11.4	22	21	27	26	-11.7	23	22	27	26	-12.0	24	23	27	26
-11.6	22	21	28	27	-11.9	23	22	28	27	-12.2	24	23	28	27
-11.8	22	21	29	28	-12.1	23	22	29	28	-12.4	24	23	29	28
-11.9	22	21	30	29	-12.3	23	22	30	29	-12.6	24	23	30	29
-12.1	22	21	31	30	-12.5	23	22	31	30	-12.8	24	23	31	30
-12.3	22	21	32	31	-12.6	23	22	32	31	-13.0	24	23	32	31
-12.4	22	21	33	32	-12.8	23	22	33	32	-13.1	24	23	33	32
-12.6	22	21	34	33	-13.0	23	22	34	33	-13.3	24	23	34	33
-12.8	22	21	35	34	-13.1	23	22	35	34	-13.5	24	23	35	34
-12.9	22	21	36	35	-13.3	23	22	36	35	-13.6	24	23	36	35
-13.0	22	21	37	36	-13.4	23	22	37	36	-13.8	24	23	37	36
-13.2	22	21	38	37	-13.6	23	22	38	37	-14.0	24	23	38	37
-13.3	22	21	39	38	-13.7	23	22	39	38	-14.1	24	23	39	38
-13.4	22	21	40	39	-13.8	23	22	40	39	-14.2	24	23	40	39
-13.5	22	21	41	40	-14.0	23	22	41	40	-14.4	24	23	41	40
-13.7	22	21	42	41	-14.1	23	22	42	41	-14.5	24	23	42	41
-13.8	22	21	43	42	-14.2	23	22	43	42	-14.6	24	23	43	42
-13.9	22	21	44	43	-14.3	23	22	44	43	-14.8	24	23	44	43
-14.0	22	21	45	44	-14.4	23	22	45	44	-14.9	24	23	45	44
-14.1	22	21	46	45	-14.6	23	22	46	45	-15.0	24	23	46	45
-14.2	22	21	47	46	-14.7	23	22	47	46	-15.1	24	23	47	46
-14.3	22	21	48	47	-14.8	23	22	48	47	-15.2	24	23	48	47
-14.4	22	21	49	48	-14.9	23	22	49	48	-15.3	24	23	49	48
-14.5	22	21	50	49	-15.0	23	22	50	49	-15.4	24	23	50	49
-14.6	22	21	51	50	-15.1	23	22	51	50	-15.5	24	23	51	50
-14.7	22	21	52	51	-15.2	23	22	52	51	-15.6	24	23	52	51
-14.8	22	21	53	52	-15.3	23	22	53	52	-15.7	24	23	53	52
-14.8	22	21	54	53	-15.3	23	22	54	53	-15.8	24	23	54	53
-14.9	22	21	55	54	-15.4	23	22	55	54	-15.9	24	23	55	54
-15.0	22	21	56	55	-15.5	23	22	56	55	-16.0	24	23	56	55
-15.1	22	21	57	56	-15.6	23	22	57	56	-16.1	24	23	57	56
-15.2	22	21	58	57	-15.7	23	22	58	57	-16.2	24	23	58	57
-15.2	22	21	59	58	-15.8	23	22	59	58	-16.3	24	23	59	58
-15.3	22	21	60	59	-15.8	23	22	60	59	-16.3	24	23	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^1	Z_2^1	Z_3^1	Z_4^1	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-9.0	25	24	16	15	-9.1	26	25	16	15	-9.3	27	26	16	15
-9.4	25	24	17	16	-9.5	26	25	17	16	-9.7	27	26	17	16
-9.7	25	24	18	17	-9.9	26	25	18	17	-10.0	27	26	18	17
-10.0	25	24	19	18	-10.2	26	25	19	18	-10.4	27	26	19	18
-10.4	25	24	20	19	-10.6	26	25	20	19	-10.7	27	26	20	19
-10.7	25	24	21	20	-10.9	26	25	21	20	-11.1	27	26	21	20
-11.0	25	24	22	21	-11.2	26	25	22	21	-11.4	27	26	22	21
-11.2	25	24	23	22	-11.5	26	25	23	22	-11.7	27	26	23	22
-11.5	25	24	24	23	-11.7	26	25	24	23	-12.0	27	26	24	23
-11.8	25	24	25	24	-12.0	26	25	25	24	-12.2	27	26	25	24
-12.0	25	24	26	25	-12.3	26	25	26	25	-12.5	27	26	26	25
-12.2	25	24	27	26	-12.5	26	25	27	26	-12.8	27	26	27	26
-12.5	25	24	28	27	-12.7	26	25	28	27	-13.0	27	26	28	27
-12.7	25	24	29	28	-13.0	26	25	29	28	-13.2	27	26	29	28
-12.9	25	24	30	29	-13.2	26	25	30	29	-13.5	27	26	30	29
-13.1	25	24	31	30	-13.4	26	25	31	30	-13.7	27	26	31	30
-13.3	25	24	32	31	-13.6	26	25	32	31	-13.9	27	26	32	31
-13.5	25	24	33	32	-13.8	26	25	33	32	-14.1	27	26	33	32
-13.7	25	24	34	33	-14.0	26	25	34	33	-14.3	27	26	34	33
-13.8	25	24	35	34	-14.2	26	25	35	34	-14.5	27	26	35	34
-14.0	25	24	36	35	-14.3	26	25	36	35	-14.7	27	26	36	35
-14.2	25	24	37	36	-14.5	26	25	37	36	-14.9	27	26	37	36
-14.3	25	24	38	37	-14.7	26	25	38	37	-15.0	27	26	38	37
-14.5	25	24	39	38	-14.8	26	25	39	38	-15.2	27	26	39	38
-14.6	25	24	40	39	-15.0	26	25	40	39	-15.4	27	26	40	39
-14.8	25	24	41	40	-15.2	26	25	41	40	-15.5	27	26	41	40
-14.9	25	24	42	41	-15.3	26	25	42	41	-15.7	27	26	42	41
-15.0	25	24	43	42	-15.4	26	25	43	42	-15.8	27	26	43	42
-15.2	25	24	44	43	-15.6	26	25	44	43	-16.0	27	26	44	43
-15.3	25	24	45	44	-15.7	26	25	45	44	-16.1	27	26	45	44
-15.4	25	24	46	45	-15.8	26	25	46	45	-16.3	27	26	46	45
-15.5	25	24	47	46	-16.0	26	25	47	46	-16.4	27	26	47	46
-15.7	25	24	48	47	-16.1	26	25	48	47	-16.5	27	26	48	47
-15.8	25	24	49	48	-16.2	26	25	49	48	-16.6	27	26	49	48
-15.9	25	24	50	49	-16.3	26	25	50	49	-16.8	27	26	50	49
-16.0	25	24	51	50	-16.4	26	25	51	50	-16.9	27	26	51	50
-16.1	25	24	52	51	-16.6	26	25	52	51	-17.0	27	26	52	51
-16.2	25	24	53	52	-16.7	26	25	53	52	-17.1	27	26	53	52
-16.3	25	24	54	53	-16.8	26	25	54	53	-17.2	27	26	54	53
-16.4	25	24	55	54	-16.9	26	25	55	54	-17.3	27	26	55	54
-16.5	25	24	56	55	-17.0	26	25	56	55	-17.4	27	26	56	55
-16.6	25	24	57	56	-17.1	26	25	57	56	-17.5	27	26	57	56
-16.7	25	24	58	57	-17.2	26	25	58	57	-17.6	27	26	58	57
-16.8	25	24	59	58	-17.3	26	25	59	58	-17.7	27	26	59	58
-16.9	25	24	60	59	-17.4	26	25	60	59	-17.8	27	26	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-9.4	28	27	16	15	-9.5	29	28	16	15	-9.7	30	29	16	15
-9.8	28	27	17	16	-10.0	29	28	17	16	-10.1	30	29	17	16
-10.2	28	27	18	17	-10.3	29	28	18	17	-10.5	30	29	18	17
-10.6	28	27	19	18	-10.7	29	28	19	18	-10.9	30	29	19	18
-10.9	28	27	20	19	-11.1	29	28	20	19	-11.2	30	29	20	19
-11.3	28	27	21	20	-11.4	29	28	21	20	-11.6	30	29	21	20
-11.6	28	27	22	21	-11.8	29	28	22	21	-11.9	30	29	22	21
-11.9	28	27	23	22	-12.1	29	28	23	22	-12.3	30	29	23	22
-12.2	28	27	24	23	-12.4	29	28	24	23	-12.6	30	29	24	23
-12.5	28	27	25	24	-12.7	29	28	25	24	-12.9	30	29	25	24
-12.7	28	27	26	25	-13.0	29	28	26	25	-13.2	30	29	26	25
-13.0	28	27	27	26	-13.2	29	28	27	26	-13.5	30	29	27	26
-13.3	28	27	28	27	-13.5	29	28	28	27	-13.7	30	29	28	27
-13.5	28	27	29	28	-13.8	29	28	29	28	-14.0	30	29	29	28
-13.7	28	27	30	29	-14.0	29	28	30	29	-14.3	30	29	30	29
-14.0	28	27	31	30	-14.2	29	28	31	30	-14.5	30	29	31	30
-14.2	28	27	32	31	-14.5	29	28	32	31	-14.7	30	29	32	31
-14.4	28	27	33	32	-14.7	29	28	33	32	-15.0	30	29	33	32
-14.6	28	27	34	33	-14.9	29	28	34	33	-15.2	30	29	34	33
-14.8	28	27	35	34	-15.1	29	28	35	34	-15.4	30	29	35	34
-15.0	28	27	36	35	-15.3	29	28	36	35	-15.6	30	29	36	35
-15.2	28	27	37	36	-15.5	29	28	37	36	-15.8	30	29	37	36
-15.4	28	27	38	37	-15.7	29	28	38	37	-16.0	30	29	38	37
-15.5	28	27	39	38	-15.9	29	28	39	38	-16.2	30	29	39	38
-15.7	28	27	40	39	-16.1	29	28	40	39	-16.4	30	29	40	39
-15.9	28	27	41	40	-16.2	29	28	41	40	-16.6	30	29	41	40
-16.0	28	27	42	41	-16.4	29	28	42	41	-16.7	30	29	42	41
-16.2	28	27	43	42	-16.6	29	28	43	42	-16.9	30	29	43	42
-16.4	28	27	44	43	-16.7	29	28	44	43	-17.1	30	29	44	43
-16.5	28	27	45	44	-16.9	29	28	45	44	-17.2	30	29	45	44
-16.6	28	27	46	45	-17.0	29	28	46	45	-17.4	30	29	46	45
-16.8	28	27	47	46	-17.2	29	28	47	46	-17.6	30	29	47	46
-16.9	28	27	48	47	-17.3	29	28	48	47	-17.7	30	29	48	47
-17.1	28	27	49	48	-17.5	29	28	49	48	-17.8	30	29	49	48
-17.2	28	27	50	49	-17.6	29	28	50	49	-18.0	30	29	50	49
-17.3	28	27	51	50	-17.7	29	28	51	50	-18.1	30	29	51	50
-17.4	28	27	52	51	-17.9	29	28	52	51	-18.3	30	29	52	51
-17.6	28	27	53	52	-18.0	29	28	53	52	-18.4	30	29	53	52
-17.7	28	27	54	53	-18.1	29	28	54	53	-18.5	30	29	54	53
-17.8	28	27	55	54	-18.2	29	28	55	54	-18.6	30	29	55	54
-17.9	28	27	56	55	-18.3	29	28	56	55	-18.8	30	29	56	55
-18.0	28	27	57	56	-18.4	29	28	57	56	-18.9	30	29	57	56
-18.1	28	27	58	57	-18.6	29	28	58	57	-19.0	30	29	58	57
-18.2	28	27	59	58	-18.7	29	28	59	58	-19.1	30	29	59	58
-18.3	28	27	60	59	-18.8	29	28	60	59	-19.2	30	29	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-9.8	31	30	16	15	-9.9	32	31	16	15	-10.0	33	32	16	15
-10.2	31	30	17	16	-10.3	32	31	17	16	-10.4	33	32	17	16
-10.6	31	30	18	17	-10.8	32	31	18	17	-10.9	33	32	18	17
-11.0	31	30	19	18	-11.2	32	31	19	18	-11.3	33	32	19	18
-11.4	31	30	20	19	-11.5	32	31	20	19	-11.7	33	32	20	19
-11.8	31	30	21	20	-11.9	32	31	21	20	-12.1	33	32	21	20
-12.1	31	30	22	21	-12.3	32	31	22	21	-12.4	33	32	22	21
-12.5	31	30	23	22	-12.6	32	31	23	22	-12.8	33	32	23	22
-12.8	31	30	24	23	-13.0	32	31	24	23	-13.1	33	32	24	23
-13.1	31	30	25	24	-13.3	32	31	25	24	-13.5	33	32	25	24
-13.4	31	30	26	25	-13.6	32	31	26	25	-13.8	33	32	26	25
-13.7	31	30	27	26	-13.9	32	31	27	26	-14.1	33	32	27	26
-14.0	31	30	28	27	-14.2	32	31	28	27	-14.4	33	32	28	27
-14.2	31	30	29	28	-14.5	32	31	29	28	-14.7	33	32	29	28
-14.5	31	30	30	29	-14.7	32	31	30	29	-15.0	33	32	30	29
-14.8	31	30	31	30	-15.0	32	31	31	30	-15.2	33	32	31	30
-15.0	31	30	32	31	-15.3	32	31	32	31	-15.5	33	32	32	31
-15.2	31	30	33	32	-15.5	32	31	33	32	-15.8	33	32	33	32
-15.5	31	30	34	33	-15.7	32	31	34	33	-16.0	33	32	34	33
-15.7	31	30	35	34	-16.0	32	31	35	34	-16.2	33	32	35	34
-15.9	31	30	36	35	-16.2	32	31	36	35	-16.5	33	32	36	35
-16.1	31	30	37	36	-16.4	32	31	37	36	-16.7	33	32	37	36
-16.3	31	30	38	37	-16.6	32	31	38	37	-16.9	33	32	38	37
-16.5	31	30	39	38	-16.8	32	31	39	38	-17.1	33	32	39	38
-16.7	31	30	40	39	-17.0	32	31	40	39	-17.3	33	32	40	39
-16.9	31	30	41	40	-17.2	32	31	41	40	-17.5	33	32	41	40
-17.1	31	30	42	41	-17.4	32	31	42	41	-17.7	33	32	42	41
-17.3	31	30	43	42	-17.6	32	31	43	42	-17.9	33	32	43	42
-17.4	31	30	44	43	-17.8	32	31	44	43	-18.1	33	32	44	43
-17.6	31	30	45	44	-17.9	32	31	45	44	-18.3	33	32	45	44
-17.8	31	30	46	45	-18.1	32	31	46	45	-18.5	33	32	46	45
-17.9	31	30	47	46	-18.3	32	31	47	46	-18.6	33	32	47	46
-18.1	31	30	48	47	-18.4	32	31	48	47	-18.8	33	32	48	47
-18.2	31	30	49	48	-18.6	32	31	49	48	-19.0	33	32	49	48
-18.4	31	30	50	49	-18.8	32	31	50	49	-19.1	33	32	50	49
-18.5	31	30	51	50	-18.9	32	31	51	50	-19.3	33	32	51	50
-18.7	31	30	52	51	-19.0	32	31	52	51	-19.4	33	32	52	51
-18.8	31	30	53	52	-19.2	32	31	53	52	-19.6	33	32	53	52
-18.9	31	30	54	53	-19.3	32	31	54	53	-19.7	33	32	54	53
-19.1	31	30	55	54	-19.5	32	31	55	54	-19.9	33	32	55	54
-19.2	31	30	56	55	-19.6	32	31	56	55	-20.0	33	32	56	55
-19.3	31	30	57	56	-19.7	32	31	57	56	-20.1	33	32	57	56
-19.4	31	30	58	57	-19.9	32	31	58	57	-20.3	33	32	58	57
-19.6	31	30	59	58	-20.0	32	31	59	58	-20.4	33	32	59	58
-19.7	31	30	60	59	-20.1	32	31	60	59	-20.5	33	32	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-10.1	34	33	16	15	-10.2	35	34	16	15	-10.3	36	35	16	15
-10.6	34	33	17	16	-10.7	35	34	17	16	-10.8	36	35	17	16
-11.0	34	33	18	17	-11.1	35	34	18	17	-11.2	36	35	18	17
-11.4	34	33	19	18	-11.5	35	34	19	18	-11.7	36	35	19	18
-11.8	34	33	20	19	-12.0	35	34	20	19	-12.1	36	35	20	19
-12.2	34	33	21	20	-12.4	35	34	21	20	-12.5	36	35	21	20
-12.6	34	33	22	21	-12.8	35	34	22	21	-12.9	36	35	22	21
-13.0	34	33	23	22	-13.1	35	34	23	22	-13.3	36	35	23	22
-13.3	34	33	24	23	-13.5	35	34	24	23	-13.6	36	35	24	23
-13.7	34	33	25	24	-13.8	35	34	25	24	-14.0	36	35	25	24
-14.0	34	33	26	25	-14.2	35	34	26	25	-14.3	36	35	26	25
-14.3	34	33	27	26	-14.5	35	34	27	26	-14.7	36	35	27	26
-14.6	34	33	28	27	-14.8	35	34	28	27	-15.0	36	35	28	27
-14.9	34	33	29	28	-15.1	35	34	29	28	-15.3	36	35	29	28
-15.2	34	33	30	29	-15.4	35	34	30	29	-15.6	36	35	30	29
-15.5	34	33	31	30	-15.7	35	34	31	30	-15.9	36	35	31	30
-15.7	34	33	32	31	-16.0	35	34	32	31	-16.2	36	35	32	31
-16.0	34	33	33	32	-16.2	35	34	33	32	-16.5	36	35	33	32
-16.3	34	33	34	33	-16.5	35	34	34	33	-16.7	36	35	34	33
-16.5	34	33	35	34	-16.8	35	34	35	34	-17.0	36	35	35	34
-16.7	34	33	36	35	-17.0	35	34	36	35	-17.3	36	35	36	35
-17.0	34	33	37	36	-17.2	35	34	37	36	-17.5	36	35	37	36
-17.2	34	33	38	37	-17.5	35	34	38	37	-17.7	36	35	38	37
-17.4	34	33	39	38	-17.7	35	34	39	38	-18.0	36	35	39	38
-17.6	34	33	40	39	-17.9	35	34	40	39	-18.2	36	35	40	39
-17.8	34	33	41	40	-18.1	35	34	41	40	-18.4	36	35	41	40
-18.0	34	33	42	41	-18.3	35	34	42	41	-18.6	36	35	42	41
-18.2	34	33	43	42	-18.5	35	34	43	42	-18.8	36	35	43	42
-18.4	34	33	44	43	-18.7	35	34	44	43	-19.1	36	35	44	43
-18.6	34	33	45	44	-18.9	35	34	45	44	-19.3	36	35	45	44
-18.8	34	33	46	45	-19.1	35	34	46	45	-19.4	36	35	46	45
-19.0	34	33	47	46	-19.3	35	34	47	46	-19.6	36	35	47	46
-19.1	34	33	48	47	-19.5	35	34	48	47	-19.8	36	35	48	47
-19.3	34	33	49	48	-19.7	35	34	49	48	-20.0	36	35	49	48
-19.5	34	33	50	49	-19.8	35	34	50	49	-20.2	36	35	50	49
-19.6	34	33	51	50	-20.0	35	34	51	50	-20.3	36	35	51	50
-19.8	34	33	52	51	-20.2	35	34	52	51	-20.5	36	35	52	51
-20.0	34	33	53	52	-20.3	35	34	53	52	-20.7	36	35	53	52
-20.1	34	33	54	53	-20.5	35	34	54	53	-20.8	36	35	54	53
-20.3	34	33	55	54	-20.6	35	34	55	54	-21.0	36	35	55	54
-20.4	34	33	56	55	-20.8	35	34	56	55	-21.2	36	35	56	55
-20.5	34	33	57	56	-20.9	35	34	57	56	-21.3	36	35	57	56
-20.7	34	33	58	57	-21.1	35	34	58	57	-21.5	36	35	58	57
-20.8	34	33	59	58	-21.2	35	34	59	58	-21.6	36	35	59	58
-20.9	34	33	60	59	-21.3	35	34	60	59	-21.7	36	35	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-10.4	37	36	16	15	-10.5	38	37	16	15	-10.6	39	38	16	15
-10.9	37	36	17	16	-11.0	38	37	17	16	-11.1	39	38	17	16
-11.3	37	36	18	17	-11.4	38	37	18	17	-11.5	39	38	18	17
-11.8	37	36	19	18	-11.9	38	37	19	18	-12.0	39	38	19	18
-12.2	37	36	20	19	-12.3	38	37	20	19	-12.4	39	38	20	19
-12.6	37	36	21	20	-12.8	38	37	21	20	-12.9	39	38	21	20
-13.0	37	36	22	21	-13.2	38	37	22	21	-13.3	39	38	22	21
-13.4	37	36	23	22	-13.6	38	37	23	22	-13.7	39	38	23	22
-13.8	37	36	24	23	-14.0	38	37	24	23	-14.1	39	38	24	23
-14.2	37	36	25	24	-14.3	38	37	25	24	-14.5	39	38	25	24
-14.5	37	36	26	25	-14.7	38	37	26	25	-14.8	39	38	26	25
-14.9	37	36	27	26	-15.0	38	37	27	26	-15.2	39	38	27	26
-15.2	37	36	28	27	-15.4	38	37	28	27	-15.5	39	38	28	27
-15.5	37	36	29	28	-15.7	38	37	29	28	-15.9	39	38	29	28
-15.8	37	36	30	29	-16.0	38	37	30	29	-16.2	39	38	30	29
-16.1	37	36	31	30	-16.3	38	37	31	30	-16.5	39	38	31	30
-16.4	37	36	32	31	-16.6	38	37	32	31	-16.8	39	38	32	31
-16.7	37	36	33	32	-16.9	38	37	33	32	-17.1	39	38	33	32
-17.0	37	36	34	33	-17.2	38	37	34	33	-17.4	39	38	34	33
-17.2	37	36	35	34	-17.5	38	37	35	34	-17.7	39	38	35	34
-17.5	37	36	36	35	-17.7	38	37	36	35	-18.0	39	38	36	35
-17.8	37	36	37	36	-18.0	38	37	37	36	-18.2	39	38	37	36
-18.0	37	36	38	37	-18.3	38	37	38	37	-18.5	39	38	38	37
-18.2	37	36	39	38	-18.5	38	37	39	38	-18.8	39	38	39	38
-18.5	37	36	40	39	-18.7	38	37	40	39	-19.0	39	38	40	39
-18.7	37	36	41	40	-19.0	38	37	41	40	-19.2	39	38	41	40
-18.9	37	36	42	41	-19.2	38	37	42	41	-19.5	39	38	42	41
-19.1	37	36	43	42	-19.4	38	37	43	42	-19.7	39	38	43	42
-19.4	37	36	44	43	-19.6	38	37	44	43	-19.9	39	38	44	43
-19.6	37	36	45	44	-19.9	38	37	45	44	-20.1	39	38	45	44
-19.8	37	36	46	45	-20.1	38	37	46	45	-20.4	39	38	46	45
-20.0	37	36	47	46	-20.3	38	37	47	46	-20.6	39	38	47	46
-20.1	37	36	48	47	-20.5	38	37	48	47	-20.8	39	38	48	47
-20.3	37	36	49	48	-20.7	38	37	49	48	-21.0	39	38	49	48
-20.5	37	36	50	49	-20.8	38	37	50	49	-21.2	39	38	50	49
-20.7	37	36	51	50	-21.0	38	37	51	50	-21.3	39	38	51	50
-20.9	37	36	52	51	-21.2	38	37	52	51	-21.5	39	38	52	51
-21.0	37	36	53	52	-21.4	38	37	53	52	-21.7	39	38	53	52
-21.2	37	36	54	53	-21.5	38	37	54	53	-21.9	39	38	54	53
-21.4	37	36	55	54	-21.7	38	37	55	54	-22.1	39	38	55	54
-21.5	37	36	56	55	-21.9	38	37	56	55	-22.2	39	38	56	55
-21.7	37	36	57	56	-22.0	38	37	57	56	-22.4	39	38	57	56
-21.8	37	36	58	57	-22.2	38	37	58	57	-22.6	39	38	58	57
-22.0	37	36	59	58	-22.4	38	37	59	58	-22.7	39	38	59	58
-22.1	37	36	60	59	-22.5	38	37	60	59	-22.9	39	38	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-10.6	40	39	16	15	-10.7	41	40	16	15	-10.8	42	41	16	15
-11.1	40	39	17	16	-11.2	41	40	17	16	-11.3	42	41	17	16
-11.6	40	39	18	17	-11.7	41	40	18	17	-11.8	42	41	18	17
-12.1	40	39	19	18	-12.2	41	40	19	18	-12.3	42	41	19	18
-12.6	40	39	20	19	-12.7	41	40	20	19	-12.8	42	41	20	19
-13.0	40	39	21	20	-13.1	41	40	21	20	-13.2	42	41	21	20
-13.4	40	39	22	21	-13.5	41	40	22	21	-13.7	42	41	22	21
-13.8	40	39	23	22	-14.0	41	40	23	22	-14.1	42	41	23	22
-14.2	40	39	24	23	-14.4	41	40	24	23	-14.5	42	41	24	23
-14.6	40	39	25	24	-14.8	41	40	25	24	-14.9	42	41	25	24
-15.0	40	39	26	25	-15.2	41	40	26	25	-15.3	42	41	26	25
-15.4	40	39	27	26	-15.5	41	40	27	26	-15.7	42	41	27	26
-15.7	40	39	28	27	-15.9	41	40	28	27	-16.0	42	41	28	27
-16.1	40	39	29	28	-16.2	41	40	29	28	-16.4	42	41	29	28
-16.4	40	39	30	29	-16.6	41	40	30	29	-16.7	42	41	30	29
-16.7	40	39	31	30	-16.9	41	40	31	30	-17.1	42	41	31	30
-17.0	40	39	32	31	-17.2	41	40	32	31	-17.4	42	41	32	31
-17.3	40	39	33	32	-17.5	41	40	33	32	-17.7	42	41	33	32
-17.6	40	39	34	33	-17.8	41	40	34	33	-18.0	42	41	34	33
-17.9	40	39	35	34	-18.1	41	40	35	34	-18.3	42	41	35	34
-18.2	40	39	36	35	-18.4	41	40	36	35	-18.6	42	41	36	35
-18.5	40	39	37	36	-18.7	41	40	37	36	-18.9	42	41	37	36
-18.7	40	39	38	37	-19.0	41	40	38	37	-19.2	42	41	38	37
-19.0	40	39	39	38	-19.2	41	40	39	38	-19.5	42	41	39	38
-19.3	40	39	40	39	-19.5	41	40	40	39	-19.7	42	41	40	39
-19.5	40	39	41	40	-19.8	41	40	41	40	-20.0	42	41	41	40
-19.7	40	39	42	41	-20.0	41	40	42	41	-20.3	42	41	42	41
-20.0	40	39	43	42	-20.2	41	40	43	42	-20.5	42	41	43	42
-20.2	40	39	44	43	-20.5	41	40	44	43	-20.7	42	41	44	43
-20.4	40	39	45	44	-20.7	41	40	45	44	-21.0	42	41	45	44
-20.6	40	39	46	45	-20.9	41	40	46	45	-21.2	42	41	46	45
-20.9	40	39	47	46	-21.1	41	40	47	46	-21.4	42	41	47	46
-21.1	40	39	48	47	-21.4	41	40	48	47	-21.7	42	41	48	47
-21.3	40	39	49	48	-21.6	41	40	49	48	-21.9	42	41	49	48
-21.5	40	39	50	49	-21.8	41	40	50	49	-22.1	42	41	50	49
-21.7	40	39	51	50	-22.0	41	40	51	50	-22.3	42	41	51	50
-21.9	40	39	52	51	-22.2	41	40	52	51	-22.5	42	41	52	51
-22.0	40	39	53	52	-22.4	41	40	53	52	-22.7	42	41	53	52
-22.2	40	39	54	53	-22.6	41	40	54	53	-22.9	42	41	54	53
-22.4	40	39	55	54	-22.7	41	40	55	54	-23.1	42	41	55	54
-22.6	40	39	56	55	-22.9	41	40	56	55	-23.2	42	41	56	55
-22.8	40	39	57	56	-23.1	41	40	57	56	-23.4	42	41	57	56
-22.9	40	39	58	57	-23.3	41	40	58	57	-23.6	42	41	58	57
-23.1	40	39	59	58	-23.4	41	40	59	58	-23.8	42	41	59	58
-23.2	40	39	60	59	-23.6	41	40	60	59	-24.0	42	41	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-10.9	43	42	16	15	-10.9	44	43	16	15	-11.0	45	44	16	15
-11.4	43	42	17	16	-11.5	44	43	17	16	-11.5	45	44	17	16
-11.9	43	42	18	17	-12.0	44	43	18	17	-12.1	45	44	18	17
-12.4	43	42	19	18	-12.5	44	43	19	18	-12.6	45	44	19	18
-12.9	43	42	20	19	-13.0	44	43	20	19	-13.1	45	44	20	19
-13.3	43	42	21	20	-13.4	44	43	21	20	-13.5	45	44	21	20
-13.8	43	42	22	21	-13.9	44	43	22	21	-14.0	45	44	22	21
-14.2	43	42	23	22	-14.3	44	43	23	22	-14.4	45	44	23	22
-14.6	43	42	24	23	-14.8	44	43	24	23	-14.9	45	44	24	23
-15.0	43	42	25	24	-15.2	44	43	25	24	-15.3	45	44	25	24
-15.4	43	42	26	25	-15.6	44	43	26	25	-15.7	45	44	26	25
-15.8	43	42	27	26	-16.0	44	43	27	26	-16.1	45	44	27	26
-16.2	43	42	28	27	-16.4	44	43	28	27	-16.5	45	44	28	27
-16.6	43	42	29	28	-16.7	44	43	29	28	-16.9	45	44	29	28
-16.9	43	42	30	29	-17.1	44	43	30	29	-17.2	45	44	30	29
-17.3	43	42	31	30	-17.4	44	43	31	30	-17.6	45	44	31	30
-17.6	43	42	32	31	-17.8	44	43	32	31	-17.9	45	44	32	31
-17.9	43	42	33	32	-18.1	44	43	33	32	-18.3	45	44	33	32
-18.2	43	42	34	33	-18.4	44	43	34	33	-18.6	45	44	34	33
-18.5	43	42	35	34	-18.7	44	43	35	34	-18.9	45	44	35	34
-18.8	43	42	36	35	-19.1	44	43	36	35	-19.3	45	44	36	35
-19.1	43	42	37	36	-19.4	44	43	37	36	-19.6	45	44	37	36
-19.4	43	42	38	37	-19.6	44	43	38	37	-19.9	45	44	38	37
-19.7	43	42	39	38	-19.9	44	43	39	38	-20.1	45	44	39	38
-20.0	43	42	40	39	-20.2	44	43	40	39	-20.4	45	44	40	39
-20.2	43	42	41	40	-20.5	44	43	41	40	-20.7	45	44	41	40
-20.5	43	42	42	41	-20.7	44	43	42	41	-21.0	45	44	42	41
-20.8	43	42	43	42	-21.0	44	43	43	42	-21.2	45	44	43	42
-21.0	43	42	44	43	-21.3	44	43	44	43	-21.5	45	44	44	43
-21.2	43	42	45	44	-21.5	44	43	45	44	-21.8	45	44	45	44
-21.5	43	42	46	45	-21.7	44	43	46	45	-22.0	45	44	46	45
-21.7	43	42	47	46	-22.0	44	43	47	46	-22.2	45	44	47	46
-21.9	43	42	48	47	-22.2	44	43	48	47	-22.5	45	44	48	47
-22.2	43	42	49	48	-22.4	44	43	49	48	-22.7	45	44	49	48
-22.4	43	42	50	49	-22.7	44	43	50	49	-22.9	45	44	50	49
-22.6	43	42	51	50	-22.9	44	43	51	50	-23.2	45	44	51	50
-22.8	43	42	52	51	-23.1	44	43	52	51	-23.4	45	44	52	51
-23.0	43	42	53	52	-23.3	44	43	53	52	-23.6	45	44	53	52
-23.2	43	42	54	53	-23.5	44	43	54	53	-23.8	45	44	54	53
-23.4	43	42	55	54	-23.7	44	43	55	54	-24.0	45	44	55	54
-23.6	43	42	56	55	-23.9	44	43	56	55	-24.2	45	44	56	55
-23.8	43	42	57	56	-24.1	44	43	57	56	-24.4	45	44	57	56
-23.9	43	42	58	57	-24.3	44	43	58	57	-24.6	45	44	58	57
-24.1	43	42	59	58	-24.5	44	43	59	58	-24.8	45	44	59	58
-24.3	43	42	60	59	-24.6	44	43	60	59	-25.0	45	44	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-11.1	46	45	16	15	-11.1	47	46	16	15	-11.2	48	47	16	15
-11.6	46	45	17	16	-11.7	47	46	17	16	-11.8	48	47	17	16
-12.1	46	45	18	17	-12.2	47	46	18	17	-12.3	48	47	18	17
-12.7	46	45	19	18	-12.7	47	46	19	18	-12.8	48	47	19	18
-13.2	46	45	20	19	-13.2	47	46	20	19	-13.3	48	47	20	19
-13.6	46	45	21	20	-13.7	47	46	21	20	-13.8	48	47	21	20
-14.1	46	45	22	21	-14.2	47	46	22	21	-14.3	48	47	22	21
-14.6	46	45	23	22	-14.7	47	46	23	22	-14.8	48	47	23	22
-15.0	46	45	24	23	-15.1	47	46	24	23	-15.2	48	47	24	23
-15.4	46	45	25	24	-15.5	47	46	25	24	-15.7	48	47	25	24
-15.8	46	45	26	25	-16.0	47	46	26	25	-16.1	48	47	26	25
-16.3	46	45	27	26	-16.4	47	46	27	26	-16.5	48	47	27	26
-16.6	46	45	28	27	-16.8	47	46	28	27	-16.9	48	47	28	27
-17.0	46	45	29	28	-17.2	47	46	29	28	-17.3	48	47	29	28
-17.4	46	45	30	29	-17.6	47	46	30	29	-17.7	48	47	30	29
-17.8	46	45	31	30	-17.9	47	46	31	30	-18.1	48	47	31	30
-18.1	46	45	32	31	-18.3	47	46	32	31	-18.4	48	47	32	31
-18.5	46	45	33	32	-18.6	47	46	33	32	-18.8	48	47	33	32
-18.8	46	45	34	33	-19.0	47	46	34	33	-19.1	48	47	34	33
-19.1	46	45	35	34	-19.3	47	46	35	34	-19.5	48	47	35	34
-19.4	46	45	36	35	-19.6	47	46	36	35	-19.8	48	47	36	35
-19.8	46	45	37	36	-20.0	47	46	37	36	-20.1	48	47	37	36
-20.1	46	45	38	37	-20.3	47	46	38	37	-20.5	48	47	38	37
-20.4	46	45	39	38	-20.6	47	46	39	38	-20.8	48	47	39	38
-20.6	46	45	40	39	-20.9	47	46	40	39	-21.1	48	47	40	39
-20.9	46	45	41	40	-21.1	47	46	41	40	-21.4	48	47	41	40
-21.2	46	45	42	41	-21.4	47	46	42	41	-21.7	48	47	42	41
-21.5	46	45	43	42	-21.7	47	46	43	42	-21.9	48	47	43	42
-21.7	46	45	44	43	-22.0	47	46	44	43	-22.2	48	47	44	43
-22.0	46	45	45	44	-22.2	47	46	45	44	-22.5	48	47	45	44
-22.3	46	45	46	45	-22.5	47	46	46	45	-22.7	48	47	46	45
-22.5	46	45	47	46	-22.8	47	46	47	46	-23.0	48	47	47	46
-22.7	46	45	48	47	-23.0	47	46	48	47	-23.3	48	47	48	47
-23.0	46	45	49	48	-23.2	47	46	49	48	-23.5	48	47	49	48
-23.2	46	45	50	49	-23.5	47	46	50	49	-23.7	48	47	50	49
-23.4	46	45	51	50	-23.7	47	46	51	50	-24.0	48	47	51	50
-23.7	46	45	52	51	-23.9	47	46	52	51	-24.2	48	47	52	51
-23.9	46	45	53	52	-24.2	47	46	53	52	-24.4	48	47	53	52
-24.1	46	45	54	53	-24.4	47	46	54	53	-24.7	48	47	54	53
-24.3	46	45	55	54	-24.6	47	46	55	54	-24.9	48	47	55	54
-24.5	46	45	56	55	-24.8	47	46	56	55	-25.1	48	47	56	55
-24.7	46	45	57	56	-25.0	47	46	57	56	-25.3	48	47	57	56
-24.9	46	45	58	57	-25.2	47	46	58	57	-25.5	48	47	58	57
-25.1	46	45	59	58	-25.4	47	46	59	58	-25.7	48	47	59	58
-25.3	46	45	60	59	-25.6	47	46	60	59	-25.9	48	47	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-11.3	49	48	16	15	-11.3	50	49	16	15	-11.4	51	50	16	15
-11.8	49	48	17	16	-11.9	50	49	17	16	-11.9	51	50	17	16
-12.4	49	48	18	17	-12.4	50	49	18	17	-12.5	51	50	18	17
-12.9	49	48	19	18	-13.0	50	49	19	18	-13.0	51	50	19	18
-13.4	49	48	20	19	-13.5	50	49	20	19	-13.6	51	50	20	19
-13.9	49	48	21	20	-14.0	50	49	21	20	-14.1	51	50	21	20
-14.4	49	48	22	21	-14.5	50	49	22	21	-14.6	51	50	22	21
-14.9	49	48	23	22	-15.0	50	49	23	22	-15.1	51	50	23	22
-15.3	49	48	24	23	-15.4	50	49	24	23	-15.5	51	50	24	23
-15.8	49	48	25	24	-15.9	50	49	25	24	-16.0	51	50	25	24
-16.2	49	48	26	25	-16.3	50	49	26	25	-16.4	51	50	26	25
-16.6	49	48	27	26	-16.8	50	49	27	26	-16.9	51	50	27	26
-17.1	49	48	28	27	-17.2	50	49	28	27	-17.3	51	50	28	27
-17.5	49	48	29	28	-17.6	50	49	29	28	-17.7	51	50	29	28
-17.8	49	48	30	29	-18.0	50	49	30	29	-18.1	51	50	30	29
-18.2	49	48	31	30	-18.4	50	49	31	30	-18.5	51	50	31	30
-18.6	49	48	32	31	-18.8	50	49	32	31	-18.9	51	50	32	31
-19.0	49	48	33	32	-19.1	50	49	33	32	-19.3	51	50	33	32
-19.3	49	48	34	33	-19.5	50	49	34	33	-19.6	51	50	34	33
-19.7	49	48	35	34	-19.8	50	49	35	34	-20.0	51	50	35	34
-20.0	49	48	36	35	-20.2	50	49	36	35	-20.3	51	50	36	35
-20.3	49	48	37	36	-20.5	50	49	37	36	-20.7	51	50	37	36
-20.7	49	48	38	37	-20.8	50	49	38	37	-21.0	51	50	38	37
-21.0	49	48	39	38	-21.2	50	49	39	38	-21.3	51	50	39	38
-21.3	49	48	40	39	-21.5	50	49	40	39	-21.7	51	50	40	39
-21.6	49	48	41	40	-21.8	50	49	41	40	-22.0	51	50	41	40
-21.9	49	48	42	41	-22.1	50	49	42	41	-22.3	51	50	42	41
-22.2	49	48	43	42	-22.4	50	49	43	42	-22.6	51	50	43	42
-22.4	49	48	44	43	-22.7	50	49	44	43	-22.9	51	50	44	43
-22.7	49	48	45	44	-22.9	50	49	45	44	-23.2	51	50	45	44
-23.0	49	48	46	45	-23.2	50	49	46	45	-23.4	51	50	46	45
-23.2	49	48	47	46	-23.5	50	49	47	46	-23.7	51	50	47	46
-23.5	49	48	48	47	-23.7	50	49	48	47	-24.0	51	50	48	47
-23.8	49	48	49	48	-24.0	50	49	49	48	-24.2	51	50	49	48
-24.0	49	48	50	49	-24.3	50	49	50	49	-24.5	51	50	50	49
-24.2	49	48	51	50	-24.5	50	49	51	50	-24.8	51	50	51	50
-24.5	49	48	52	51	-24.7	50	49	52	51	-25.0	51	50	52	51
-24.7	49	48	53	52	-25.0	50	49	53	52	-25.2	51	50	53	52
-24.9	49	48	54	53	-25.2	50	49	54	53	-25.5	51	50	54	53
-25.2	49	48	55	54	-25.4	50	49	55	54	-25.7	51	50	55	54
-25.4	49	48	56	55	-25.7	50	49	56	55	-25.9	51	50	56	55
-25.6	49	48	57	56	-25.9	50	49	57	56	-26.2	51	50	57	56
-25.8	49	48	58	57	-26.1	50	49	58	57	-26.4	51	50	58	57
-26.0	49	48	59	58	-26.3	50	49	59	58	-26.6	51	50	59	58
-26.2	49	48	60	59	-26.5	50	49	60	59	-26.8	51	50	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-11.4	52	51	16	15	-11.5	53	52	16	15	-11.5	54	53	16	15
-12.0	52	51	17	16	-12.1	53	52	17	16	-12.1	54	53	17	16
-12.6	52	51	18	17	-12.6	53	52	18	17	-12.7	54	53	18	17
-13.1	52	51	19	18	-13.2	53	52	19	18	-13.3	54	53	19	18
-13.6	52	51	20	19	-13.7	53	52	20	19	-13.8	54	53	20	19
-14.2	52	51	21	20	-14.2	53	52	21	20	-14.3	54	53	21	20
-14.7	52	51	22	21	-14.8	53	52	22	21	-14.8	54	53	22	21
-15.2	52	51	23	22	-15.3	53	52	23	22	-15.3	54	53	23	22
-15.6	52	51	24	23	-15.7	53	52	24	23	-15.8	54	53	24	23
-16.1	52	51	25	24	-16.2	53	52	25	24	-16.3	54	53	25	24
-16.6	52	51	26	25	-16.7	53	52	26	25	-16.8	54	53	26	25
-17.0	52	51	27	26	-17.1	53	52	27	26	-17.2	54	53	27	26
-17.4	52	51	28	27	-17.6	53	52	28	27	-17.7	54	53	28	27
-17.9	52	51	29	28	-18.0	53	52	29	28	-18.1	54	53	29	28
-18.3	52	51	30	29	-18.4	53	52	30	29	-18.5	54	53	30	29
-18.7	52	51	31	30	-18.8	53	52	31	30	-18.9	54	53	31	30
-19.0	52	51	32	31	-19.2	53	52	32	31	-19.3	54	53	32	31
-19.4	52	51	33	32	-19.6	53	52	33	32	-19.7	54	53	33	32
-19.8	52	51	34	33	-20.0	53	52	34	33	-20.1	54	53	34	33
-20.2	52	51	35	34	-20.3	53	52	35	34	-20.5	54	53	35	34
-20.5	52	51	36	35	-20.7	53	52	36	35	-20.8	54	53	36	35
-20.9	52	51	37	36	-21.0	53	52	37	36	-21.2	54	53	37	36
-21.2	52	51	38	37	-21.4	53	52	38	37	-21.5	54	53	38	37
-21.5	52	51	39	38	-21.7	53	52	39	38	-21.9	54	53	39	38
-21.9	52	51	40	39	-22.0	53	52	40	39	-22.2	54	53	40	39
-22.2	52	51	41	40	-22.4	53	52	41	40	-22.6	54	53	41	40
-22.5	52	51	42	41	-22.7	53	52	42	41	-22.9	54	53	42	41
-22.8	52	51	43	42	-23.0	53	52	43	42	-23.2	54	53	43	42
-23.1	52	51	44	43	-23.3	53	52	44	43	-23.5	54	53	44	43
-23.4	52	51	45	44	-23.6	53	52	45	44	-23.8	54	53	45	44
-23.7	52	51	46	45	-23.9	53	52	46	45	-24.1	54	53	46	45
-23.9	52	51	47	46	-24.2	53	52	47	46	-24.4	54	53	47	46
-24.2	52	51	48	47	-24.4	53	52	48	47	-24.7	54	53	48	47
-24.5	52	51	49	48	-24.7	53	52	49	48	-24.9	54	53	49	48
-24.7	52	51	50	49	-25.0	53	52	50	49	-25.2	54	53	50	49
-25.0	52	51	51	50	-25.2	53	52	51	50	-25.5	54	53	51	50
-25.3	52	51	52	51	-25.5	53	52	52	51	-25.7	54	53	52	51
-25.5	52	51	53	52	-25.8	53	52	53	52	-26.0	54	53	53	52
-25.7	52	51	54	53	-26.0	53	52	54	53	-26.3	54	53	54	53
-26.0	52	51	55	54	-26.2	53	52	55	54	-26.5	54	53	55	54
-26.2	52	51	56	55	-26.5	53	52	56	55	-26.7	54	53	56	55
-26.4	52	51	57	56	-26.7	53	52	57	56	-27.0	54	53	57	56
-26.7	52	51	58	57	-26.9	53	52	58	57	-27.2	54	53	58	57
-26.9	52	51	59	58	-27.2	53	52	59	58	-27.4	54	53	59	58
-27.1	52	51	60	59	-27.4	53	52	60	59	-27.7	54	53	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-11.6	55	54	16	15	-11.6	56	55	16	15	-11.7	57	56	16	15
-12.2	55	54	17	16	-12.2	56	55	17	16	-12.3	57	56	17	16
-12.8	55	54	18	17	-12.8	56	55	18	17	-12.9	57	56	18	17
-13.3	55	54	19	18	-13.4	56	55	19	18	-13.4	57	56	19	18
-13.9	55	54	20	19	-13.9	56	55	20	19	-14.0	57	56	20	19
-14.4	55	54	21	20	-14.5	56	55	21	20	-14.5	57	56	21	20
-14.9	55	54	22	21	-15.0	56	55	22	21	-15.1	57	56	22	21
-15.4	55	54	23	22	-15.5	56	55	23	22	-15.6	57	56	23	22
-15.9	55	54	24	23	-16.0	56	55	24	23	-16.1	57	56	24	23
-16.4	55	54	25	24	-16.5	56	55	25	24	-16.6	57	56	25	24
-16.9	55	54	26	25	-17.0	56	55	26	25	-17.1	57	56	26	25
-17.3	55	54	27	26	-17.4	56	55	27	26	-17.5	57	56	27	26
-17.8	55	54	28	27	-17.9	56	55	28	27	-18.0	57	56	28	27
-18.2	55	54	29	28	-18.3	56	55	29	28	-18.4	57	56	29	28
-18.6	55	54	30	29	-18.8	56	55	30	29	-18.9	57	56	30	29
-19.1	55	54	31	30	-19.2	56	55	31	30	-19.3	57	56	31	30
-19.5	55	54	32	31	-19.6	56	55	32	31	-19.7	57	56	32	31
-19.9	55	54	33	32	-20.0	56	55	33	32	-20.1	57	56	33	32
-20.3	55	54	34	33	-20.4	56	55	34	33	-20.5	57	56	34	33
-20.6	55	54	35	34	-20.8	56	55	35	34	-20.9	57	56	35	34
-21.0	55	54	36	35	-21.2	56	55	36	35	-21.3	57	56	36	35
-21.4	55	54	37	36	-21.5	56	55	37	36	-21.7	57	56	37	36
-21.7	55	54	38	37	-21.9	56	55	38	37	-22.0	57	56	38	37
-22.1	55	54	39	38	-22.2	56	55	39	38	-22.4	57	56	39	38
-22.4	55	54	40	39	-22.6	56	55	40	39	-22.8	57	56	40	39
-22.7	55	54	41	40	-22.9	56	55	41	40	-23.1	57	56	41	40
-23.1	55	54	42	41	-23.2	56	55	42	41	-23.4	57	56	42	41
-23.4	55	54	43	42	-23.6	56	55	43	42	-23.8	57	56	43	42
-23.7	55	54	44	43	-23.9	56	55	44	43	-24.1	57	56	44	43
-24.0	55	54	45	44	-24.2	56	55	45	44	-24.4	57	56	45	44
-24.3	55	54	46	45	-24.5	56	55	46	45	-24.7	57	56	46	45
-24.6	55	54	47	46	-24.8	56	55	47	46	-25.0	57	56	47	46
-24.9	55	54	48	47	-25.1	56	55	48	47	-25.3	57	56	48	47
-25.2	55	54	49	48	-25.4	56	55	49	48	-25.6	57	56	49	48
-25.4	55	54	50	49	-25.7	56	55	50	49	-25.9	57	56	50	49
-25.7	55	54	51	50	-25.9	56	55	51	50	-26.2	57	56	51	50
-26.0	55	54	52	51	-26.2	56	55	52	51	-26.4	57	56	52	51
-26.2	55	54	53	52	-26.5	56	55	53	52	-26.7	57	56	53	52
-26.5	55	54	54	53	-26.7	56	55	54	53	-27.0	57	56	54	53
-26.8	55	54	55	54	-27.0	56	55	55	54	-27.2	57	56	55	54
-27.0	55	54	56	55	-27.3	56	55	56	55	-27.5	57	56	56	55
-27.2	55	54	57	56	-27.5	56	55	57	56	-27.8	57	56	57	56
-27.5	55	54	58	57	-27.7	56	55	58	57	-28.0	57	56	58	57
-27.7	55	54	59	58	-28.0	56	55	59	58	-28.2	57	56	59	58
-27.9	55	54	60	59	-28.2	56	55	60	59	-28.5	57	56	60	59

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A2. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-11.7	58	57	16	15	-11.8	59	58	16	15	-11.8	60	59	16	15
-12.3	58	57	17	16	-12.4	59	58	17	16	-12.4	60	59	17	16
-12.9	58	57	18	17	-13.0	59	58	18	17	-13.0	60	59	18	17
-13.5	58	57	19	18	-13.6	59	58	19	18	-13.6	60	59	19	18
-14.1	58	57	20	19	-14.1	59	58	20	19	-14.2	60	59	20	19
-14.6	58	57	21	20	-14.7	59	58	21	20	-14.8	60	59	21	20
-15.2	58	57	22	21	-15.2	59	58	22	21	-15.3	60	59	22	21
-15.7	58	57	23	22	-15.8	59	58	23	22	-15.8	60	59	23	22
-16.2	58	57	24	23	-16.3	59	58	24	23	-16.3	60	59	24	23
-16.7	58	57	25	24	-16.8	59	58	25	24	-16.9	60	59	25	24
-17.2	58	57	26	25	-17.3	59	58	26	25	-17.4	60	59	26	25
-17.6	58	57	27	26	-17.7	59	58	27	26	-17.8	60	59	27	26
-18.1	58	57	28	27	-18.2	59	58	28	27	-18.3	60	59	28	27
-18.6	58	57	29	28	-18.7	59	58	29	28	-18.8	60	59	29	28
-19.0	58	57	30	29	-19.1	59	58	30	29	-19.2	60	59	30	29
-19.4	58	57	31	30	-19.6	59	58	31	30	-19.7	60	59	31	30
-19.9	58	57	32	31	-20.0	59	58	32	31	-20.1	60	59	32	31
-20.3	58	57	33	32	-20.4	59	58	33	32	-20.5	60	59	33	32
-20.7	58	57	34	33	-20.8	59	58	34	33	-20.9	60	59	34	33
-21.1	58	57	35	34	-21.2	59	58	35	34	-21.3	60	59	35	34
-21.5	58	57	36	35	-21.6	59	58	36	35	-21.7	60	59	36	35
-21.8	58	57	37	36	-22.0	59	58	37	36	-22.1	60	59	37	36
-22.2	58	57	38	37	-22.4	59	58	38	37	-22.5	60	59	38	37
-22.6	58	57	39	38	-22.7	59	58	39	38	-22.9	60	59	39	38
-22.9	58	57	40	39	-23.1	59	58	40	39	-23.2	60	59	40	39
-23.3	58	57	41	40	-23.4	59	58	41	40	-23.6	60	59	41	40
-23.6	58	57	42	41	-23.8	59	58	42	41	-24.0	60	59	42	41
-23.9	58	57	43	42	-24.1	59	58	43	42	-24.3	60	59	43	42
-24.3	58	57	44	43	-24.5	59	58	44	43	-24.6	60	59	44	43
-24.6	58	57	45	44	-24.8	59	58	45	44	-25.0	60	59	45	44
-24.9	58	57	46	45	-25.1	59	58	46	45	-25.3	60	59	46	45
-25.2	58	57	47	46	-25.4	59	58	47	46	-25.6	60	59	47	46
-25.5	58	57	48	47	-25.7	59	58	48	47	-25.9	60	59	48	47
-25.8	58	57	49	48	-26.0	59	58	49	48	-26.2	60	59	49	48
-26.1	58	57	50	49	-26.3	59	58	50	49	-26.5	60	59	50	49
-26.4	58	57	51	50	-26.6	59	58	51	50	-26.8	60	59	51	50
-26.7	58	57	52	51	-26.9	59	58	52	51	-27.1	60	59	52	51
-26.9	58	57	53	52	-27.2	59	58	53	52	-27.4	60	59	53	52
-27.2	58	57	54	53	-27.4	59	58	54	53	-27.7	60	59	54	53
-27.5	58	57	55	54	-27.7	59	58	55	54	-27.9	60	59	55	54
-27.7	58	57	56	55	-28.0	59	58	56	55	-28.2	60	59	56	55
-28.0	58	57	57	56	-28.2	59	58	57	56	-28.5	60	59	57	56
-28.3	58	57	58	57	-28.5	59	58	58	57	-28.7	60	59	58	57
-28.5	58	57	59	58	-28.8	59	58	59	58	-29.0	60	59	59	58
-28.7	58	57	60	59	-29.0	59	58	60	59	-29.3	60	59	60	59

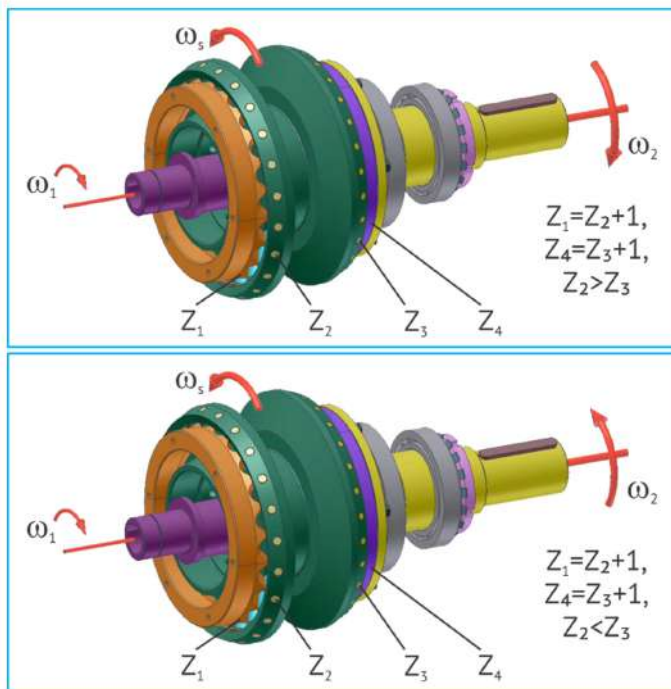
* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Anexa A.3

Rapoartele de transmitere i în transmisia precesională $2K - H$ cu angrenare *dinte – bolț*: Z_2, Z_3 – numărul bolțurilor coroanelor satelitului și $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 + 1$ – numărul dinților roților centrale, fixă și mobilă

Configurația numărului de dinți $Z_1 = Z_2 + 1, Z_4 = Z_3 + 1, Z_2 > Z_3$ sau $Z_2 < Z_3$ este valabilă doar pentru angrenajul cu bolțuri.



Tabelul A3

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
0.0	16	15	15	16	256.0	17	16	15	16	136.0	18	17	15	16
-255	16	15	16	17	0.0	17	16	16	17	289.0	18	17	16	17
-135	16	15	17	18	-288.0	17	16	17	18	0.0	18	17	17	18
-95	16	15	18	19	-152.0	17	16	18	19	-323.0	18	17	18	19
-75	16	15	19	20	-106.7	17	16	19	20	-170.0	18	17	19	20

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^1	Z_2^1	Z_3^1	Z_4^1	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
-63.0	16	15	20	21	-84.0	17	16	20	21	-119.0	18	17	20	21
-55.0	16	15	21	22	-70.4	17	16	21	22	-93.5	18	17	21	22
-49.3	16	15	22	23	-61.3	17	16	22	23	-78.2	18	17	22	23
-45.0	16	15	23	24	-54.9	17	16	23	24	-68.0	18	17	23	24
-41.7	16	15	24	25	-50.0	17	16	24	25	-60.7	18	17	24	25
-39.0	16	15	25	26	-46.2	17	16	25	26	-55.3	18	17	25	26
-36.8	16	15	26	27	-43.2	17	16	26	27	-51.0	18	17	26	27
-35.0	16	15	27	28	-40.7	17	16	27	28	-47.6	18	17	27	28
-33.5	16	15	28	29	-38.7	17	16	28	29	-44.8	18	17	28	29
-32.1	16	15	29	30	-36.9	17	16	29	30	-42.5	18	17	29	30
-31.0	16	15	30	31	-35.4	17	16	30	31	-40.5	18	17	30	31
-30.0	16	15	31	32	-34.1	17	16	31	32	-38.9	18	17	31	32
-29.1	16	15	32	33	-33.0	17	16	32	33	-37.4	18	17	32	33
-28.3	16	15	33	34	-32.0	17	16	33	34	-36.1	18	17	33	34
-27.6	16	15	34	35	-31.1	17	16	34	35	-35.0	18	17	34	35
-27.0	16	15	35	36	-30.3	17	16	35	36	-34.0	18	17	35	36
-26.4	16	15	36	37	-29.6	17	16	36	37	-33.1	18	17	36	37
-25.9	16	15	37	38	-29.0	17	16	37	38	-32.3	18	17	37	38
-25.4	16	15	38	39	-28.4	17	16	38	39	-31.6	18	17	38	39
-25.0	16	15	39	40	-27.8	17	16	39	40	-30.9	18	17	39	40
-24.6	16	15	40	41	-27.3	17	16	40	41	-30.3	18	17	40	41
-24.2	16	15	41	42	-26.9	17	16	41	42	-29.8	18	17	41	42
-23.9	16	15	42	43	-26.5	17	16	42	43	-29.2	18	17	42	43
-23.6	16	15	43	44	-26.1	17	16	43	44	-28.8	18	17	43	44
-23.3	16	15	44	45	-25.7	17	16	44	45	-28.3	18	17	44	45
-23.0	16	15	45	46	-25.4	17	16	45	46	-27.9	18	17	45	46
-22.7	16	15	46	47	-25.1	17	16	46	47	-27.6	18	17	46	47
-22.5	16	15	47	48	-24.8	17	16	47	48	-27.2	18	17	47	48
-22.3	16	15	48	49	-24.5	17	16	48	49	-26.9	18	17	48	49
-22.1	16	15	49	50	-24.2	17	16	49	50	-26.6	18	17	49	50
-21.9	16	15	50	51	-24.0	17	16	50	51	-26.3	18	17	50	51
-21.7	16	15	51	52	-23.8	17	16	51	52	-26.0	18	17	51	52
-21.5	16	15	52	53	-23.6	17	16	52	53	-25.7	18	17	52	53
-21.3	16	15	53	54	-23.4	17	16	53	54	-25.5	18	17	53	54
-21.2	16	15	54	55	-23.2	17	16	54	55	-25.3	18	17	54	55
-21.0	16	15	55	56	-23.0	17	16	55	56	-25.1	18	17	55	56
-20.9	16	15	56	57	-22.8	17	16	56	57	-24.8	18	17	56	57
-20.7	16	15	57	58	-22.6	17	16	57	58	-24.7	18	17	57	58
-20.6	16	15	58	59	-22.5	17	16	58	59	-24.5	18	17	58	59
-20.5	16	15	59	60	-22.3	17	16	59	60	-24.3	18	17	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{*1}	Z_2^{*1}	Z_3^{*1}	Z_4^{*1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
96.0	19	18	15	16	76.0	20	19	15	16	64.0	21	20	15	16
153	19	18	16	17	108	20	19	16	17	85.0	21	20	16	17
324	19	18	17	18	171	20	19	17	18	120	21	20	17	18
0.0	19	18	18	19	361	20	19	18	19	190	21	20	18	19
-360	19	18	19	20	0.0	20	19	19	20	400	21	20	19	20
-189	19	18	20	21	-399.	20	19	20	21	0.0	21	20	20	21
-132	19	18	21	22	-209.	20	19	21	22	-440	21	20	21	22
-103	19	18	22	23	-146	20	19	22	23	-230	21	20	22	23
-86.4	19	18	23	24	-114.	20	19	23	24	-160	21	20	23	24
-75.0	19	18	24	25	-95.0	20	19	24	25	-125	21	20	24	25
-66.9	19	18	25	26	-82.3	20	19	25	26	-104	21	20	25	26
-60.8	19	18	26	27	-73.3	20	19	26	27	-90.0	21	20	26	27
-56.0	19	18	27	28	-66.5	20	19	27	28	-80.0	21	20	27	28
-52.2	19	18	28	29	-61.2	20	19	28	29	-72.5	21	20	28	29
-49.1	19	18	29	30	-57.0	20	19	29	30	-66.7	21	20	29	30
-46.5	19	18	30	31	-53.5	20	19	30	31	-62.0	21	20	30	31
-44.3	19	18	31	32	-50.7	20	19	31	32	-58.2	21	20	31	32
-42.4	19	18	32	33	-48.2	20	19	32	33	-55.0	21	20	32	33
-40.8	19	18	33	34	-46.1	20	19	33	34	-52.3	21	20	33	34
-39.4	19	18	34	35	-44.3	20	19	34	35	-50.0	21	20	34	35
-38.1	19	18	35	36	-42.8	20	19	35	36	-48.0	21	20	35	36
-37.0	19	18	36	37	-41.4	20	19	36	37	-46.3	21	20	36	37
-36.0	19	18	37	38	-40.1	20	19	37	38	-44.7	21	20	37	38
-35.1	19	18	38	39	-39.0	20	19	38	39	-43.3	21	20	38	39
-34.3	19	18	39	40	-38.0	20	19	39	40	-42.1	21	20	39	40
-33.5	19	18	40	41	-37.1	20	19	40	41	-41.0	21	20	40	41
-32.9	19	18	41	42	-36.3	20	19	41	42	-40.0	21	20	41	42
-32.3	19	18	42	43	-35.5	20	19	42	43	-39.1	21	20	42	43
-31.7	19	18	43	44	-34.8	20	19	43	44	-38.3	21	20	43	44
-31.2	19	18	44	45	-34.2	20	19	44	45	-37.5	21	20	44	45
-30.7	19	18	45	46	-33.6	20	19	45	46	-36.8	21	20	45	46
-30.2	19	18	46	47	-33.1	20	19	46	47	-36.2	21	20	46	47
-29.8	19	18	47	48	-32.6	20	19	47	48	-35.6	21	20	47	48
-29.4	19	18	48	49	-32.1	20	19	48	49	-35.0	21	20	48	49
-29.0	19	18	49	50	-31.7	20	19	49	50	-34.5	21	20	49	50
-28.7	19	18	50	51	-31.3	20	19	50	51	-34.0	21	20	50	51
-28.4	19	18	51	52	-30.9	20	19	51	52	-33.5	21	20	51	52
-28.1	19	18	52	53	-30.5	20	19	52	53	-33.1	21	20	52	53
-27.8	19	18	53	54	-30.2	20	19	53	54	-32.7	21	20	53	54
-27.5	19	18	54	55	-29.9	20	19	54	55	-32.4	21	20	54	55
-27.2	19	18	55	56	-29.6	20	19	55	56	-32.0	21	20	55	56
-27.0	19	18	56	57	-29.3	20	19	56	57	-31.7	21	20	56	57
-26.8	19	18	57	58	-29.0	20	19	57	58	-31.4	21	20	57	58
-26.6	19	18	58	59	-28.7	20	19	58	59	-31.1	21	20	58	59
-26.3	19	18	59	60	-28.5	20	19	59	60	-30.8	21	20	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
56.0	22	21	15	16	50.3	23	22	15	16	46.0	24	23	15	16
71.4	22	21	16	17	62.3	23	22	16	17	55.9	24	23	16	17
94.5	22	21	17	18	79.2	23	22	17	18	69.0	24	23	17	18
133	22	21	18	19	104.5	23	22	18	19	87.4	24	23	18	19
210	22	21	19	20	147	23	22	19	20	115	24	23	19	20
441	22	21	20	21	231	23	22	20	21	161	24	23	20	21
0.0	22	21	21	22	484	23	22	21	22	253	24	23	21	22
-483	22	21	22	23	0.0	23	22	22	23	529.	24	23	22	23
-252	22	21	23	24	-528	23	22	23	24	0.0	24	23	23	24
-175	22	21	24	25	-275	23	22	24	25	-575	24	23	24	25
-136	22	21	25	26	-191	23	22	25	26	-299	24	23	25	26
-113	22	21	26	27	-148	23	22	26	27	-207	24	23	26	27
-98.0	22	21	27	28	-123	23	22	27	28	-161	24	23	27	28
-87.0	22	21	28	29	-106	23	22	28	29	-133	24	23	28	29
-78.8	22	21	29	30	-94.3	23	22	29	30	-115	24	23	29	30
-72.3	22	21	30	31	-85.3	23	22	30	31	-102	24	23	30	31
-67.2	22	21	31	32	-78.2	23	22	31	32	-92.0	24	23	31	32
-63.0	22	21	32	33	-72.6	23	22	32	33	-84.3	24	23	32	33
-59.5	22	21	33	34	-68.0	23	22	33	34	-78.2	24	23	33	34
-56.5	22	21	34	35	-64.2	23	22	34	35	-73.2	24	23	34	35
-54.0	22	21	35	36	-60.9	23	22	35	36	-69.0	24	23	35	36
-51.8	22	21	36	37	-58.1	23	22	36	37	-65.5	24	23	36	37
-49.9	22	21	37	38	-55.7	23	22	37	38	-62.4	24	23	37	38
-48.2	22	21	38	39	-53.6	23	22	38	39	-59.8	24	23	38	39
-46.7	22	21	39	40	-51.8	23	22	39	40	-57.5	24	23	39	40
-45.3	22	21	40	41	-50.1	23	22	40	41	-55.5	24	23	40	41
-44.1	22	21	41	42	-48.6	23	22	41	42	-53.7	24	23	41	42
-43.0	22	21	42	43	-47.3	23	22	42	43	-52.1	24	23	42	43
-42.0	22	21	43	44	-46.1	23	22	43	44	-50.6	24	23	43	44
-41.1	22	21	44	45	-45.0	23	22	44	45	-49.3	24	23	44	45
-40.3	22	21	45	46	-44.0	23	22	45	46	-48.1	24	23	45	46
-39.5	22	21	46	47	-43.1	23	22	46	47	-47.0	24	23	46	47
-38.8	22	21	47	48	-42.2	23	22	47	48	-46.0	24	23	47	48
-38.1	22	21	48	49	-41.5	23	22	48	49	-45.1	24	23	48	49
-37.5	22	21	49	50	-40.7	23	22	49	50	-44.2	24	23	49	50
-36.9	22	21	50	51	-40.1	23	22	50	51	-43.4	24	23	50	51
-36.4	22	21	51	52	-39.4	23	22	51	52	-42.7	24	23	51	52
-35.9	22	21	52	53	-38.9	23	22	52	53	-42.0	24	23	52	53
-35.4	22	21	53	54	-38.3	23	22	53	54	-41.4	24	23	53	54
-35.0	22	21	54	55	-37.8	23	22	54	55	-40.8	24	23	54	55
-34.6	22	21	55	56	-37.3	23	22	55	56	-40.3	24	23	55	56
-34.2	22	21	56	57	-36.9	23	22	56	57	-39.7	24	23	56	57
-33.8	22	21	57	58	-36.5	23	22	57	58	-39.2	24	23	57	58
-33.5	22	21	58	59	-36.1	23	22	58	59	-38.8	24	23	58	59
-33.2	22	21	59	60	-35.7	23	22	59	60	-38.3	24	23	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
42.7	25	24	15	16	40.0	26	25	15	16	37.8	27	26	15	16
51.0	25	24	16	17	47.2	26	25	16	17	44.2	27	26	16	17
61.7	25	24	17	18	56.3	26	25	17	18	52.0	27	26	17	18
76.0	25	24	18	19	67.9	26	25	18	19	61.8	27	26	18	19
96.0	25	24	19	20	83.3	26	25	19	20	74.3	27	26	19	20
126.0	25	24	20	21	105.0	26	25	20	21	91.0	27	26	20	21
176.0	25	24	21	22	137.5	26	25	21	22	114.4	27	26	21	22
276.0	25	24	22	23	191.7	26	25	22	23	149.5	27	26	22	23
576.0	25	24	23	24	300.0	26	25	23	24	208.0	27	26	23	24
0.0	25	24	24	25	625.0	26	25	24	25	325.0	27	26	24	25
-624	25	24	25	26	0.0	26	25	25	26	676.0	27	26	25	26
-324	25	24	26	27	-675	26	25	26	27	0.0	27	26	26	27
-224	25	24	27	28	-350	26	25	27	28	-728	27	26	27	28
-174	25	24	28	29	-241	26	25	28	29	-377	27	26	28	29
-144	25	24	29	30	-187	26	25	29	30	-260	27	26	29	30
-124	25	24	30	31	-155	26	25	30	31	-201	27	26	30	31
-110	25	24	31	32	-133	26	25	31	32	-166	27	26	31	32
-99	25	24	32	33	-118	26	25	32	33	-143	27	26	32	33
-90.7	25	24	33	34	-106	26	25	33	34	-126	27	26	33	34
-84.0	25	24	34	35	-97.2	26	25	34	35	-114	27	26	34	35
-78.5	25	24	35	36	-90.0	26	25	35	36	-104.	27	26	35	36
-74.0	25	24	36	37	-84.1	26	25	36	37	-96.2	27	26	36	37
-70.2	25	24	37	38	-79.2	26	25	37	38	-89.8	27	26	37	38
-66.9	25	24	38	39	-75.0	26	25	38	39	-84.5	27	26	38	39
-64.0	25	24	39	40	-71.4	26	25	39	40	-80.0	27	26	39	40
-61.5	25	24	40	41	-68.3	26	25	40	41	-76.1	27	26	40	41
-59.3	25	24	41	42	-65.6	26	25	41	42	-72.8	27	26	41	42
-57.3	25	24	42	43	-63.2	26	25	42	43	-69.9	27	26	42	43
-55.6	25	24	43	44	-61.1	26	25	43	44	-67.3	27	26	43	44
-54.0	25	24	44	45	-59.2	26	25	44	45	-65.0	27	26	44	45
-52.6	25	24	45	46	-57.5	26	25	45	46	-62.9	27	26	45	46
-51.3	25	24	46	47	-56.0	26	25	46	47	-61.1	27	26	46	47
-50.1	25	24	47	48	-54.5	26	25	47	48	-59.4	27	26	47	48
-49.0	25	24	48	49	-53.3	26	25	48	49	-57.9	27	26	48	49
-48.0	25	24	49	50	-52.1	26	25	49	50	-56.5	27	26	49	50
-47.1	25	24	50	51	-51.0	26	25	50	51	-55.3	27	26	50	51
-46.2	25	24	51	52	-50.0	26	25	51	52	-54.1	27	26	51	52
-45.4	25	24	52	53	-49.1	26	25	52	53	-53.0	27	26	52	53
-44.7	25	24	53	54	-48.2	26	25	53	54	-52.0	27	26	53	54
-44.0	25	24	54	55	-47.4	26	25	54	55	-51.1	27	26	54	55
-43.4	25	24	55	56	-46.7	26	25	55	56	-50.2	27	26	55	56
-42.8	25	24	56	57	-46.0	26	25	56	57	-49.4	27	26	56	57
-42.2	25	24	57	58	-45.3	26	25	57	58	-48.6	27	26	57	58
-41.6	25	24	58	59	-44.7	26	25	58	59	-47.9	27	26	58	59
-41.1	25	24	59	60	-44.1	26	25	59	60	-47.3	27	26	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
36.0	28	27	15	16	34.5	29	28	15	16	33.1	30	29	15	16
41.7	28	27	16	17	39.7	29	28	16	17	37.9	30	29	16	17
48.6	28	27	17	18	45.8	29	28	17	18	43.5	30	29	17	18
57.0	28	27	18	19	53.2	29	28	18	19	50.1	30	29	18	19
67.5	28	27	19	20	62.2	29	28	19	20	58.0	30	29	19	20
81.0	28	27	20	21	73.5	29	28	20	21	67.7	30	29	20	21
99.0	28	27	21	22	88.0	29	28	21	22	79.8	30	29	21	22
124	28	27	22	23	107.3	29	28	22	23	95.3	30	29	22	23
162	28	27	23	24	134.4	29	28	23	24	116.0	30	29	23	24
225	28	27	24	25	175.0	29	28	24	25	145.0	30	29	24	25
351	28	27	25	26	242.7	29	28	25	26	188.5	30	29	25	26
729	28	27	26	27	378.0	29	28	26	27	261.0	30	29	26	27
0.0	28	27	27	28	784.0	29	28	27	28	406.0	30	29	27	28
-783	28	27	28	29	0.0	29	28	28	29	841.0	30	29	28	29
-405	28	27	29	30	-840.0	29	28	29	30	0.0	30	29	29	30
-279	28	27	30	31	-434.0	29	28	30	31	-899.0	30	29	30	31
-216	28	27	31	32	-298.7	29	28	31	32	-464.0	30	29	31	32
-178	28	27	32	33	-231.0	29	28	32	33	-319.0	30	29	32	33
-153	28	27	33	34	-190.4	29	28	33	34	-246.5	30	29	33	34
-135	28	27	34	35	-163.3	29	28	34	35	-203.0	30	29	34	35
-121	28	27	35	36	-144.0	29	28	35	36	-174.0	30	29	35	36
-111	28	27	36	37	-129.5	29	28	36	37	-153.3	30	29	36	37
-103	28	27	37	38	-118.2	29	28	37	38	-137.8	30	29	37	38
-95.7	28	27	38	39	-109.2	29	28	38	39	-125.7	30	29	38	39
-90.0	28	27	39	40	-101.8	29	28	39	40	-116.0	30	29	39	40
-85.2	28	27	40	41	-95.7	29	28	40	41	-108.1	30	29	40	41
-81.0	28	27	41	42	-90.5	29	28	41	42	-101.5	30	29	41	42
-77.4	28	27	42	43	-86.0	29	28	42	43	-95.9	30	29	42	43
-74.3	28	27	43	44	-82.1	29	28	43	44	-91.1	30	29	43	44
-71.5	28	27	44	45	-78.8	29	28	44	45	-87.0	30	29	44	45
-69.0	28	27	45	46	-75.8	29	28	45	46	-83.4	30	29	45	46
-66.8	28	27	46	47	-73.1	29	28	46	47	-80.2	30	29	46	47
-64.8	28	27	47	48	-70.7	29	28	47	48	-77.3	30	29	47	48
-63.0	28	27	48	49	-68.6	29	28	48	49	-74.8	30	29	48	49
-61.4	28	27	49	50	-66.7	29	28	49	50	-72.5	30	29	49	50
-59.9	28	27	50	51	-64.9	29	28	50	51	-70.4	30	29	50	51
-58.5	28	27	51	52	-63.3	29	28	51	52	-68.5	30	29	51	52
-57.2	28	27	52	53	-61.8	29	28	52	53	-66.8	30	29	52	53
-56.1	28	27	53	54	-60.5	29	28	53	54	-65.3	30	29	53	54
-55.0	28	27	54	55	-59.2	29	28	54	55	-63.8	30	29	54	55
-54.0	28	27	55	56	-58.1	29	28	55	56	-62.5	30	29	55	56
-53.1	28	27	56	57	-57.0	29	28	56	57	-61.2	30	29	56	57
-52.2	28	27	57	58	-56.0	29	28	57	58	-60.1	30	29	57	58
-51.4	28	27	58	59	-55.1	29	28	58	59	-59.0	30	29	58	59
-50.6	28	27	59	60	-54.2	29	28	59	60	-58.0	30	29	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
32.0	31	30	15	16	31.0	32	31	15	16	30.1	33	32	15	16
36.4	31	30	16	17	35.1	32	31	16	17	34.0	33	32	16	17
41.5	31	30	17	18	39.9	32	31	17	18	38.4	33	32	17	18
47.5	31	30	18	19	45.3	32	31	18	19	43.4	33	32	18	19
54.5	31	30	19	20	51.7	32	31	19	20	49.2	33	32	19	20
63.0	31	30	20	21	59.2	32	31	20	21	56.0	33	32	20	21
73.3	31	30	21	22	68.2	32	31	21	22	64.0	33	32	21	22
86.3	31	30	22	23	79.2	32	31	22	23	73.6	33	32	22	23
102.9	31	30	23	24	93.0	32	31	23	24	85.3	33	32	23	24
125.0	31	30	24	25	110.7	32	31	24	25	100.0	33	32	24	25
156.0	31	30	25	26	134.3	32	31	25	26	118.9	33	32	25	26
202.5	31	30	26	27	167.4	32	31	26	27	144.0	33	32	26	27
280.0	31	30	27	28	217.0	32	31	27	28	179.2	33	32	27	28
435.0	31	30	28	29	299.7	32	31	28	29	232.0	33	32	28	29
900.0	31	30	29	30	465.0	32	31	29	30	320.0	33	32	29	30
0.0	31	30	30	31	961.0	32	31	30	31	496.0	33	32	30	31
-960	31	30	31	32	0.0	32	31	31	32	1024	33	32	31	32
-495.0	31	30	32	33	-1023	32	31	32	33	0.0	33	32	32	33
-340.0	31	30	33	34	-527	32	31	33	34	-1088	33	32	33	34
-262.5	31	30	34	35	-362	32	31	34	35	-560	33	32	34	35
-216.0	31	30	35	36	-279	32	31	35	36	-380	33	32	35	36
-185.0	31	30	36	37	-229	32	31	36	37	-296.0	33	32	36	37
-162.9	31	30	37	38	-196.3	32	31	37	38	-243.2	33	32	37	38
-146.3	31	30	38	39	-172.7	32	31	38	39	-208.0	33	32	38	39
-133.3	31	30	39	40	-155.0	32	31	39	40	-182.9	33	32	39	40
-123.0	31	30	40	41	-141.2	32	31	40	41	-164.0	33	32	40	41
-114.5	31	30	41	42	-130.2	32	31	41	42	-149.3	33	32	41	42
-107.5	31	30	42	43	-121.2	32	31	42	43	-137.6	33	32	42	43
-101.5	31	30	43	44	-113.7	32	31	43	44	-128.0	33	32	43	44
-96.4	31	30	44	45	-107.3	32	31	44	45	-120.0	33	32	44	45
-92.0	31	30	45	46	-101.9	32	31	45	46	-113.2	33	32	45	46
-88.1	31	30	46	47	-97.1	32	31	46	47	-107.4	33	32	46	47
-84.7	31	30	47	48	-93.0	32	31	47	48	-102.4	33	32	47	48
-81.7	31	30	48	49	-89.4	32	31	48	49	-98.0	33	32	48	49
-78.9	31	30	49	50	-86.1	32	31	49	50	-94.1	33	32	49	50
-76.5	31	30	50	51	-83.2	32	31	50	51	-90.7	33	32	50	51
-74.3	31	30	51	52	-80.6	32	31	51	52	-87.6	33	32	51	52
-72.3	31	30	52	53	-78.2	32	31	52	53	-84.8	33	32	52	53
-70.4	31	30	53	54	-76.1	32	31	53	54	-82.3	33	32	53	54
-68.8	31	30	54	55	-74.1	32	31	54	55	-80.0	33	32	54	55
-67.2	31	30	55	56	-72.3	32	31	55	56	-77.9	33	32	55	56
-65.8	31	30	56	57	-70.7	32	31	56	57	-76.0	33	32	56	57
-64.4	31	30	57	58	-69.2	32	31	57	58	-74.2	33	32	57	58
-63.2	31	30	58	59	-67.7	32	31	58	59	-72.6	33	32	58	59
-62.1	31	30	59	60	-66.4	32	31	59	60	-71.1	33	32	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
29.3	34	33	15	16	28.6	35	34	15	16	28.0	36	35	15	16
33.0	34	33	16	17	32.1	35	34	16	17	31.3	36	35	16	17
37.1	34	33	17	18	36.0	35	34	17	18	35.0	36	35	17	18
41.8	34	33	18	19	40.4	35	34	18	19	39.1	36	35	18	19
47.1	34	33	19	20	45.3	35	34	19	20	43.8	36	35	19	20
53.3	34	33	20	21	51.0	35	34	20	21	49.0	36	35	20	21
60.5	34	33	21	22	57.5	35	34	21	22	55.0	36	35	21	22
69.0	34	33	22	23	65.2	35	34	22	23	61.9	36	35	22	23
79.2	34	33	23	24	74.2	35	34	23	24	70.0	36	35	23	24
91.7	34	33	24	25	85.0	35	34	24	25	79.5	36	35	24	25
107.3	34	33	25	26	98.2	35	34	25	26	91.0	36	35	25	26
127.3	34	33	26	27	114.8	35	34	26	27	105.0	36	35	26	27
154.0	34	33	27	28	136.0	35	34	27	28	122.5	36	35	27	28
191.4	34	33	28	29	164.3	35	34	28	29	145.0	36	35	28	29
247.5	34	33	29	30	204.0	35	34	29	30	175.0	36	35	29	30
341.0	34	33	30	31	263.5	35	34	30	31	217.0	36	35	30	31
528.0	34	33	31	32	362.7	35	34	31	32	280.0	36	35	31	32
1089	34	33	32	33	561.0	35	34	32	33	385.0	36	35	32	33
0.0	34	33	33	34	1156	35	34	33	34	595.0	36	35	33	34
-1155	34	33	34	35	0.0	35	34	34	35	1225	36	35	34	35
-594	34	33	35	36	-1224	35	34	35	36	0.0	36	35	35	36
-407	34	33	36	37	-629	35	34	36	37	-1295	36	35	36	37
-313	34	33	37	38	-431	35	34	37	38	-665	36	35	37	38
-257	34	33	38	39	-331	35	34	38	39	-455	36	35	38	39
-220	34	33	39	40	-272	35	34	39	40	-350	36	35	39	40
-193	34	33	40	41	-232	35	34	40	41	-287	36	35	40	41
-173	34	33	41	42	-204	35	34	41	42	-245	36	35	41	42
-158	34	33	42	43	-183	35	34	42	43	-215	36	35	42	43
-145	34	33	43	44	-166	35	34	43	44	-192	36	35	43	44
-135	34	33	44	45	-153	35	34	44	45	-175	36	35	44	45
-126	34	33	45	46	-142	35	34	45	46	-161	36	35	45	46
-119	34	33	46	47	-133	35	34	46	47	-149	36	35	46	47
-113	34	33	47	48	-125	35	34	47	48	-140	36	35	47	48
-108	34	33	48	49	-119	35	34	48	49	-132	36	35	48	49
-103	34	33	49	50	-113	35	34	49	50	-125	36	35	49	50
-99.0	34	33	50	51	-108	35	34	50	51	-119	36	35	50	51
-95.3	34	33	51	52	-104	35	34	51	52	-114	36	35	51	52
-92.1	34	33	52	53	-100	35	34	52	53	-109	36	35	52	53
-89.1	34	33	53	54	-96.6	35	34	53	54	-105	36	35	53	54
-86.4	34	33	54	55	-93.5	35	34	54	55	-101	36	35	54	55
-84.0	34	33	55	56	-90.7	35	34	55	56	-98.0	36	35	55	56
-81.8	34	33	56	57	-88.1	35	34	56	57	-95.0	36	35	56	57
-79.8	34	33	57	58	-85.7	35	34	57	58	-92.3	36	35	57	58
-77.9	34	33	58	59	-83.6	35	34	58	59	-89.8	36	35	58	59
-76.2	34	33	59	60	-81.6	35	34	59	60	-87.5	36	35	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
27.4	37	36	15	16	26.9	38	37	15	16	26.4	39	38	15	16
30.6	37	36	16	17	30.0	38	37	16	17	29.4	39	38	16	17
34.1	37	36	17	18	33.3	38	37	17	18	32.6	39	38	17	18
38.0	37	36	18	19	37.0	38	37	18	19	36.1	39	38	18	19
42.4	37	36	19	20	41.1	38	37	19	20	40.0	39	38	19	20
47.3	37	36	20	21	45.7	38	37	20	21	44.3	39	38	20	21
52.8	37	36	21	22	50.9	38	37	21	22	49.2	39	38	21	22
59.1	37	36	22	23	56.7	38	37	22	23	54.6	39	38	22	23
66.5	37	36	23	24	63.4	38	37	23	24	60.8	39	38	23	24
75.0	37	36	24	25	71.2	38	37	24	25	67.9	39	38	24	25
85.1	37	36	25	26	80.2	38	37	25	26	76.0	39	38	25	26
97.2	37	36	26	27	90.8	38	37	26	27	85.5	39	38	26	27
112.0	37	36	27	28	103.6	38	37	27	28	96.7	39	38	27	28
130.5	37	36	28	29	119.2	38	37	28	29	110.2	39	38	28	29
154.3	37	36	29	30	138.8	38	37	29	30	126.7	39	38	29	30
186.0	37	36	30	31	163.9	38	37	30	31	147.3	39	38	30	31
230.4	37	36	31	32	197.3	38	37	31	32	173.7	39	38	31	32
297.0	37	36	32	33	244.2	38	37	32	33	209.0	39	38	32	33
408.0	37	36	33	34	314.5	38	37	33	34	258.4	39	38	33	34
630.0	37	36	34	35	431.7	38	37	34	35	332.5	39	38	34	35
1296.0	37	36	35	36	666.0	38	37	35	36	456	39	38	35	36
0.0	37	36	36	37	1369	38	37	36	37	703	39	38	36	37
-1368.	37	36	37	38	0.0	38	37	37	38	1444	39	38	37	38
-702.0	37	36	38	39	-1443	38	37	38	39	0.0	39	38	38	39
-480.0	37	36	39	40	-740	38	37	39	40	-152	39	38	39	40
-369.0	37	36	40	41	-506	38	37	40	41	-779	39	38	40	41
-302.4	37	36	41	42	-388	38	37	41	42	-532	39	38	41	42
-258.0	37	36	42	43	-318	38	37	42	43	-408	39	38	42	43
-226.3	37	36	43	44	-271	38	37	43	44	-334	39	38	43	44
-202.5	37	36	44	45	-238	38	37	44	45	-285	39	38	44	45
-184.0	37	36	45	46	-213	38	37	45	46	-250	39	38	45	46
-169.2	37	36	46	47	-193	38	37	46	47	-223	39	38	46	47
-157.1	37	36	47	48	-178	38	37	47	48	-203	39	38	47	48
-147.0	37	36	48	49	-165	38	37	48	49	-186	39	38	48	49
-138.5	37	36	49	50	-154	38	37	49	50	-173	39	38	49	50
-131.1	37	36	50	51	-145	38	37	50	51	-161	39	38	50	51
-124.8	37	36	51	52	-137	38	37	51	52	-152	39	38	51	52
-119.3	37	36	52	53	-131	38	37	52	53	-144	39	38	52	53
-114.4	37	36	53	54	-125	38	37	53	54	-137	39	38	53	54
-110.0	37	36	54	55	-120	38	37	54	55	-131	39	38	54	55
-106.1	37	36	55	56	-115	38	37	55	56	-125	39	38	55	56
-102.6	37	36	56	57	-111	38	37	56	57	-120	39	38	56	57
-99.4	37	36	57	58	-107	38	37	57	58	-116	39	38	57	58
-96.5	37	36	58	59	-104	38	37	58	59	-112	39	38	58	59
-93.9	37	36	59	60	-101	38	37	59	60	-109	39	38	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*1 La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
26.0	40	39	15	16	25.6	41	40	15	16	25.2	42	41	15	16
28.8	40	39	16	17	28.3	41	40	16	17	27.9	42	41	16	17
31.9	40	39	17	18	31.3	41	40	17	18	30.8	42	41	17	18
35.3	40	39	18	19	34.5	41	40	18	19	33.9	42	41	18	19
39.0	40	39	19	20	38.1	41	40	19	20	37.3	42	41	19	20
43.1	40	39	20	21	42.0	41	40	20	21	41.0	42	41	20	21
47.7	40	39	21	22	46.3	41	40	21	22	45.1	42	41	21	22
52.8	40	39	22	23	51.1	41	40	22	23	49.6	42	41	22	23
58.5	40	39	23	24	56.5	41	40	23	24	54.7	42	41	23	24
65.0	40	39	24	25	62.5	41	40	24	25	60.3	42	41	24	25
72.4	40	39	25	26	69.3	41	40	25	26	66.6	42	41	25	26
81.0	40	39	26	27	77.1	41	40	26	27	73.8	42	41	26	27
91.0	40	39	27	28	86.2	41	40	27	28	82.0	42	41	27	28
102.8	40	39	28	29	96.7	41	40	28	29	91.5	42	41	28	29
117.0	40	39	29	30	109	41	40	29	30	102.5	42	41	29	30
134.3	40	39	30	31	124	41	40	30	31	115.5	42	41	30	31
156.0	40	39	31	32	142	41	40	31	32	131.2	42	41	31	32
183.9	40	39	32	33	165	41	40	32	33	150.3	42	41	32	33
221.0	40	39	33	34	194	41	40	33	34	174.3	42	41	33	34
273.0	40	39	34	35	233	41	40	34	35	205.0	42	41	34	35
351.0	40	39	35	36	288	41	40	35	36	246.0	42	41	35	36
481.0	40	39	36	37	370	41	40	36	37	303.4	42	41	36	37
741.0	40	39	37	38	507	41	40	37	38	389.5	42	41	37	38
1521	40	39	38	39	780	41	40	38	39	533.0	42	41	38	39
0.0	40	39	39	40	1600	41	40	39	40	820	42	41	39	40
-1599	40	39	40	41	0.0	41	40	40	41	1681	42	41	40	41
-819	40	39	41	42	-1680	41	40	41	42	0.0	42	41	41	42
-559	40	39	42	43	-860	41	40	42	43	-1763	42	41	42	43
-429	40	39	43	44	-587	41	40	43	44	-902	42	41	43	44
-351	40	39	44	45	-450	41	40	44	45	-615	42	41	44	45
-299	40	39	45	46	-368	41	40	45	46	-471	42	41	45	46
-262	40	39	46	47	-313	41	40	46	47	-385	42	41	46	47
-234	40	39	47	48	-274	41	40	47	48	-328	42	41	47	48
-212	40	39	48	49	-245	41	40	48	49	-287	42	41	48	49
-195	40	39	49	50	-222	41	40	49	50	-256	42	41	49	50
-181	40	39	50	51	-204	41	40	50	51	-232	42	41	50	51
-169	40	39	51	52	-189	41	40	51	52	-213	42	41	51	52
-159	40	39	52	53	-177	41	40	52	53	-197	42	41	52	53
-150	40	39	53	54	-166	41	40	53	54	-184	42	41	53	54
-143	40	39	54	55	-157	41	40	54	55	-173	42	41	54	55
-136	40	39	55	56	-149	41	40	55	56	-164	42	41	55	56
-131	40	39	56	57	-142	41	40	56	57	-156	42	41	56	57
-126	40	39	57	58	-136	41	40	57	58	-149	42	41	57	58
-121	40	39	58	59	-131	41	40	58	59	-142	42	41	58	59
-117	40	39	59	60	-126	41	40	59	60	-137	42	41	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
24.9	43	42	15	16	24.6	44	43	15	16	24.3	45	44	15	16
27.5	43	42	16	17	27.1	44	43	16	17	26.7	45	44	16	17
30.2	43	42	17	18	29.8	44	43	17	18	29.3	45	44	17	18
33.3	43	42	18	19	32.7	44	43	18	19	32.2	45	44	18	19
36.5	43	42	19	20	35.8	44	43	19	20	35.2	45	44	19	20
40.1	43	42	20	21	39.3	44	43	20	21	38.5	45	44	20	21
44.0	43	42	21	22	43.0	44	43	21	22	42.1	45	44	21	22
48.3	43	42	22	23	47.1	44	43	22	23	46.0	45	44	22	23
53.1	43	42	23	24	51.6	44	43	23	24	50.3	45	44	23	24
58.3	43	42	24	25	56.6	44	43	24	25	55.0	45	44	24	25
64.2	43	42	25	26	62.1	44	43	25	26	60.2	45	44	25	26
70.9	43	42	26	27	68.3	44	43	26	27	66.0	45	44	26	27
78.4	43	42	27	28	75.3	44	43	27	28	72.5	45	44	27	28
87.0	43	42	28	29	83.1	44	43	28	29	79.8	45	44	28	29
96.9	43	42	29	30	92.1	44	43	29	30	88.0	45	44	29	30
108.5	43	42	30	31	102.5	44	43	30	31	97.4	45	44	30	31
122.2	43	42	31	32	114.7	44	43	31	32	108.3	45	44	31	32
138.6	43	42	32	33	129.0	44	43	32	33	121.0	45	44	32	33
158.7	43	42	33	34	146.2	44	43	33	34	136.0	45	44	33	34
183.8	43	42	34	35	167.2	44	43	34	35	154.0	45	44	34	35
216.0	43	42	35	36	193.5	44	43	35	36	176.0	45	44	35	36
259.0	43	42	36	37	227.3	44	43	36	37	203.5	45	44	36	37
319.2	43	42	37	38	272.3	44	43	37	38	238.9	45	44	37	38
409.5	43	42	38	39	335.4	44	43	38	39	286.0	45	44	38	39
560.0	43	42	39	40	430.0	44	43	39	40	352.0	45	44	39	40
861.0	43	42	40	41	587.7	44	43	40	41	451.0	45	44	40	41
1764	43	42	41	42	903.0	44	43	41	42	616.0	45	44	41	42
0.0	43	42	42	43	1849.	44	43	42	43	946.0	45	44	42	43
-1848	43	42	43	44	0.0	44	43	43	44	1936.	45	44	43	44
-945.0	43	42	44	45	-1935	44	43	44	45	0.0	45	44	44	45
-644.0	43	42	45	46	-989	44	43	45	46	-2024	45	44	45	46
-493.5	43	42	46	47	-673.7	44	43	46	47	-1034	45	44	46	47
-403.2	43	42	47	48	-516.0	44	43	47	48	-704	45	44	47	48
-343.0	43	42	48	49	-421.4	44	43	48	49	-539	45	44	48	49
-300.0	43	42	49	50	-358.3	44	43	49	50	-440	45	44	49	50
-267.8	43	42	50	51	-313.3	44	43	50	51	-374	45	44	50	51
-242.7	43	42	51	52	-279.5	44	43	51	52	-327	45	44	51	52
-222.6	43	42	52	53	-253.2	44	43	52	53	-291	45	44	52	53
-206.2	43	42	53	54	-232.2	44	43	53	54	-264	45	44	53	54
-192.5	43	42	54	55	-215.0	44	43	54	55	-242	45	44	54	55
-180.9	43	42	55	56	-200.7	44	43	55	56	-224	45	44	55	56
-171.0	43	42	56	57	-188.5	44	43	56	57	-209	45	44	56	57
-162.4	43	42	57	58	-178.1	44	43	57	58	-196	45	44	57	58
-154.9	43	42	58	59	-169.1	44	43	58	59	-185	45	44	58	59
-148.2	43	42	59	60	-161.3	44	43	59	60	-176	45	44	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
24.0	46	45	15	16	23.7	47	46	15	16	23.5	48	47	15	16
26.4	46	45	16	17	26.1	47	46	16	17	25.8	48	47	16	17
28.9	46	45	17	18	28.6	47	46	17	18	28.2	48	47	17	18
31.7	46	45	18	19	31.2	47	46	18	19	30.8	48	47	18	19
34.6	46	45	19	20	34.1	47	46	19	20	33.6	48	47	19	20
37.8	46	45	20	21	37.2	47	46	20	21	36.6	48	47	20	21
41.3	46	45	21	22	40.5	47	46	21	22	39.8	48	47	21	22
45.0	46	45	22	23	44.1	47	46	22	23	43.2	48	47	22	23
49.1	46	45	23	24	48.0	47	46	23	24	47.0	48	47	23	24
53.6	46	45	24	25	52.3	47	46	24	25	51.1	48	47	24	25
58.5	46	45	25	26	57.0	47	46	25	26	55.5	48	47	25	26
63.9	46	45	26	27	62.1	47	46	26	27	60.4	48	47	26	27
70.0	46	45	27	28	67.8	47	46	27	28	65.8	48	47	27	28
76.8	46	45	28	29	74.1	47	46	28	29	71.7	48	47	28	29
84.4	46	45	29	30	81.2	47	46	29	30	78.3	48	47	29	30
93.0	46	45	30	31	89.1	47	46	30	31	85.7	48	47	30	31
102.9	46	45	31	32	98.1	47	46	31	32	94.0	48	47	31	32
114.2	46	45	32	33	108.4	47	46	32	33	103.4	48	47	32	33
127.5	46	45	33	34	120.3	47	46	33	34	114.1	48	47	33	34
143.2	46	45	34	35	134.2	47	46	34	35	126.5	48	47	34	35
162.0	46	45	35	36	150.5	47	46	35	36	141.0	48	47	35	36
185.0	46	45	36	37	170.2	47	46	36	37	158.1	48	47	36	37
213.8	46	45	37	38	194.2	47	46	37	38	178.6	48	47	37	38
250.7	46	45	38	39	224.3	47	46	38	39	203.7	48	47	38	39
300.0	46	45	39	40	262.9	47	46	39	40	235.0	48	47	39	40
369.0	46	45	40	41	314.3	47	46	40	41	275.3	48	47	40	41
472.5	46	45	41	42	386.4	47	46	41	42	329.0	48	47	41	42
645.0	46	45	42	43	494.5	47	46	42	43	404.2	48	47	42	43
990.0	46	45	43	44	674.7	47	46	43	44	517.0	48	47	43	44
2025.0	46	45	44	45	1035	47	46	44	45	705.0	48	47	44	45
0.0	46	45	45	46	2116	47	46	45	46	1081	48	47	45	46
-2115	46	45	46	47	0.0	47	46	46	47	2209	48	47	46	47
-1080	46	45	47	48	-2208	47	46	47	48	0.0	48	47	47	48
-735.0	46	45	48	49	-1127	47	46	48	49	-2303	48	47	48	49
-562.5	46	45	49	50	-766.7	47	46	49	50	-1175	48	47	49	50
-459.0	46	45	50	51	-586.5	47	46	50	51	-799	48	47	50	51
-390.0	46	45	51	52	-478.4	47	46	51	52	-611	48	47	51	52
-340.7	46	45	52	53	-406.3	47	46	52	53	-498	48	47	52	53
-303.8	46	45	53	54	-354.9	47	46	53	54	-423	48	47	53	54
-275.0	46	45	54	55	-316.3	47	46	54	55	-369	48	47	54	55
-252.0	46	45	55	56	-286.2	47	46	55	56	-329	48	47	55	56
-233.2	46	45	56	57	-262.2	47	46	56	57	-298	48	47	56	57
-217.5	46	45	57	58	-242.5	47	46	57	58	-273	48	47	57	58
-204.2	46	45	58	59	-226.2	47	46	58	59	-252	48	47	58	59
-192.9	46	45	59	60	-212.3	47	46	59	60	-235	48	47	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
23.3	49	48	15	16	23.1	50	49	15	16	22.9	51	50	15	16
25.5	49	48	16	17	25.2	50	49	16	17	25.0	51	50	16	17
27.9	49	48	17	18	27.6	50	49	17	18	27.3	51	50	17	18
30.4	49	48	18	19	30.0	50	49	18	19	29.7	51	50	18	19
33.1	49	48	19	20	32.7	50	49	19	20	32.3	51	50	19	20
36.0	49	48	20	21	35.5	50	49	20	21	35.0	51	50	20	21
39.1	49	48	21	22	38.5	50	49	21	22	37.9	51	50	21	22
42.5	49	48	22	23	41.7	50	49	22	23	41.1	51	50	22	23
46.1	49	48	23	24	45.2	50	49	23	24	44.4	51	50	23	24
50.0	49	48	24	25	49.0	50	49	24	25	48.1	51	50	24	25
54.3	49	48	25	26	53.1	50	49	25	26	52.0	51	50	25	26
58.9	49	48	26	27	57.5	50	49	26	27	56.3	51	50	26	27
64.0	49	48	27	28	62.4	50	49	27	28	60.9	51	50	27	28
69.6	49	48	28	29	67.7	50	49	28	29	65.9	51	50	28	29
75.8	49	48	29	30	73.5	50	49	29	30	71.4	51	50	29	30
82.7	49	48	30	31	79.9	50	49	30	31	77.5	51	50	30	31
90.4	49	48	31	32	87.1	50	49	31	32	84.2	51	50	31	32
99.0	49	48	32	33	95.1	50	49	32	33	91.7	51	50	32	33
108.8	49	48	33	34	104.1	50	49	33	34	100.0	51	50	33	34
120.0	49	48	34	35	114.3	50	49	34	35	109.4	51	50	34	35
132.9	49	48	35	36	126.0	50	49	35	36	120.0	51	50	35	36
148.0	49	48	36	37	139.5	50	49	36	37	132.1	51	50	36	37
165.8	49	48	37	38	155.2	50	49	37	38	146.2	51	50	37	38
187.2	49	48	38	39	173.7	50	49	38	39	162.5	51	50	38	39
213.3	49	48	39	40	196.0	50	49	39	40	181.8	51	50	39	40
246.0	49	48	40	41	223.2	50	49	40	41	205.0	51	50	40	41
288.0	49	48	41	42	257.3	50	49	41	42	233.3	51	50	41	42
344.0	49	48	42	43	301.0	50	49	42	43	268.8	51	50	42	43
422.4	49	48	43	44	359.3	50	49	43	44	314.3	51	50	43	44
540.0	49	48	44	45	441.0	50	49	44	45	375.0	51	50	44	45
736.0	49	48	45	46	563.5	50	49	45	46	460.0	51	50	45	46
1128	49	48	46	47	767.7	50	49	46	47	587.5	51	50	46	47
2304	49	48	47	48	1176	50	49	47	48	800.0	51	50	47	48
0.0	49	48	48	49	2401	50	49	48	49	1225	51	50	48	49
-2400	49	48	49	50	0.0	50	49	49	50	2500	51	50	49	50
-1224	49	48	50	51	-2499	50	49	50	51	0.0	51	50	50	51
-832.0	49	48	51	52	-1274	50	49	51	52	-2600	51	50	51	52
-636.0	49	48	52	53	-865.7	50	49	52	53	-1325	51	50	52	53
-518.4	49	48	53	54	-661.5	50	49	53	54	-900.0	51	50	53	54
-440.0	49	48	54	55	-539.0	50	49	54	55	-687.5	51	50	54	55
-384.0	49	48	55	56	-457.3	50	49	55	56	-560.0	51	50	55	56
-342.0	49	48	56	57	-399.0	50	49	56	57	-475.0	51	50	56	57
-309.3	49	48	57	58	-355.3	50	49	57	58	-414.3	51	50	57	58
-283.2	49	48	58	59	-321.2	50	49	58	59	-368.8	51	50	58	59
-261.8	49	48	59	60	-294.0	50	49	59	60	-333.3	51	50	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
22.7	52	51	15	16	22.5	53	52	15	16	22.3	54	53	15	16
24.8	52	51	16	17	24.6	53	52	16	17	24.4	54	53	16	17
27.0	52	51	17	18	26.7	53	52	17	18	26.5	54	53	17	18
29.4	52	51	18	19	29.1	53	52	18	19	28.8	54	53	18	19
31.9	52	51	19	20	31.5	53	52	19	20	31.2	54	53	19	20
34.5	52	51	20	21	34.1	53	52	20	21	33.7	54	53	20	21
37.4	52	51	21	22	36.9	53	52	21	22	36.4	54	53	21	22
40.4	52	51	22	23	39.9	53	52	22	23	39.3	54	53	22	23
43.7	52	51	23	24	43.0	53	52	23	24	42.4	54	53	23	24
47.2	52	51	24	25	46.4	53	52	24	25	45.7	54	53	24	25
51.0	52	51	25	26	50.1	53	52	25	26	49.2	54	53	25	26
55.1	52	51	26	27	54.0	53	52	26	27	53.0	54	53	26	27
59.5	52	51	27	28	58.2	53	52	27	28	57.1	54	53	27	28
64.3	52	51	28	29	62.8	53	52	28	29	61.5	54	53	28	29
69.5	52	51	29	30	67.8	53	52	29	30	66.3	54	53	29	30
75.3	52	51	30	31	73.3	53	52	30	31	71.4	54	53	30	31
81.6	52	51	31	32	79.2	53	52	31	32	77.1	54	53	31	32
88.6	52	51	32	33	85.8	53	52	32	33	83.3	54	53	32	33
96.3	52	51	33	34	93.1	53	52	33	34	90.1	54	53	33	34
105.0	52	51	34	35	101.1	53	52	34	35	97.6	54	53	34	35
114.8	52	51	35	36	110.1	53	52	35	36	106.0	54	53	35	36
125.8	52	51	36	37	120.3	53	52	36	37	115.4	54	53	36	37
138.4	52	51	37	38	131.7	53	52	37	38	125.9	54	53	37	38
153.0	52	51	38	39	144.9	53	52	38	39	137.8	54	53	38	39
170.0	52	51	39	40	160.0	53	52	39	40	151.4	54	53	39	40
190.1	52	51	40	41	177.7	53	52	40	41	167.2	54	53	40	41
214.2	52	51	41	42	198.5	53	52	41	42	185.5	54	53	41	42
243.7	52	51	42	43	223.6	53	52	42	43	207.2	54	53	42	43
280.5	52	51	43	44	254.2	53	52	43	44	233.2	54	53	43	44
327.9	52	51	44	45	292.5	53	52	44	45	265.0	54	53	44	45
391.0	52	51	45	46	341.7	53	52	45	46	304.8	54	53	45	46
479.4	52	51	46	47	407.3	53	52	46	47	355.9	54	53	46	47
612.0	52	51	47	48	499.2	53	52	47	48	424.0	54	53	47	48
833.0	52	51	48	49	637.0	53	52	48	49	519.4	54	53	48	49
1275	52	51	49	50	866.7	53	52	49	50	662.5	54	53	49	50
2601	52	51	50	51	1326	53	52	50	51	901.0	54	53	50	51
0.0	52	51	51	52	2704	53	52	51	52	1378	54	53	51	52
-2703	52	51	52	53	0.0	53	52	52	53	2809	54	53	52	53
-1377	52	51	53	54	-2808	53	52	53	54	0.0	54	53	53	54
-935.0	52	51	54	55	-1430	53	52	54	55	-2915	54	53	54	55
-714.0	52	51	55	56	-971	53	52	55	56	-1484	54	53	55	56
-581.4	52	51	56	57	-741	53	52	56	57	-1007	54	53	56	57
-493.0	52	51	57	58	-603	53	52	57	58	-768.5	54	53	57	58
-429.9	52	51	58	59	-511	53	52	58	59	-625.4	54	53	58	59
-382.5	52	51	59	60	-446	53	52	59	60	-530.0	54	53	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.

Tabelul A3. Continuare

i^*	Z_1^{-1}	Z_2^{-1}	Z_3^{-1}	Z_4^{-1}	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	i	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
22.2	55	54	15	16	22.0	56	55	15	16	21.9	57	56	15	16
24.2	55	54	16	17	24.0	56	55	16	17	23.8	57	56	16	17
26.3	55	54	17	18	26.1	56	55	17	18	25.8	57	56	17	18
28.5	55	54	18	19	28.2	56	55	18	19	28.0	57	56	18	19
30.9	55	54	19	20	30.6	56	55	19	20	30.3	57	56	19	20
33.4	55	54	20	21	33.0	56	55	20	21	32.7	57	56	20	21
36.0	55	54	21	22	35.6	56	55	21	22	35.2	57	56	21	22
38.8	55	54	22	23	38.3	56	55	22	23	37.9	57	56	22	23
41.8	55	54	23	24	41.3	56	55	23	24	40.7	57	56	23	24
45.0	55	54	24	25	44.4	56	55	24	25	43.8	57	56	24	25
48.4	55	54	25	26	47.7	56	55	25	26	47.0	57	56	25	26
52.1	55	54	26	27	51.2	56	55	26	27	50.4	57	56	26	27
56.0	55	54	27	28	55.0	56	55	27	28	54.1	57	56	27	28
60.2	55	54	28	29	59.1	56	55	28	29	58.0	57	56	28	29
64.8	55	54	29	30	63.5	56	55	29	30	62.2	57	56	29	30
69.8	55	54	30	31	68.2	56	55	30	31	66.8	57	56	30	31
75.1	55	54	31	32	73.3	56	55	31	32	71.7	57	56	31	32
81.0	55	54	32	33	78.9	56	55	32	33	77.0	57	56	32	33
87.4	55	54	33	34	85.0	56	55	33	34	82.8	57	56	33	34
94.5	55	54	34	35	91.7	56	55	34	35	89.1	57	56	34	35
102.3	55	54	35	36	99.0	56	55	35	36	96.0	57	56	35	36
111.0	55	54	36	37	107.1	56	55	36	37	103.6	57	56	36	37
120.7	55	54	37	38	116.1	56	55	37	38	112.0	57	56	37	38
131.6	55	54	38	39	126.2	56	55	38	39	121.3	57	56	38	39
144.0	55	54	39	40	137.5	56	55	39	40	131.8	57	56	39	40
158.1	55	54	40	41	150.3	56	55	40	41	143.5	57	56	40	41
174.5	55	54	41	42	165.0	56	55	41	42	156.8	57	56	41	42
193.5	55	54	42	43	181.9	56	55	42	43	172.0	57	56	42	43
216.0	55	54	43	44	201.7	56	55	43	44	189.5	57	56	43	44
243.0	55	54	44	45	225.0	56	55	44	45	210.0	57	56	44	45
276.0	55	54	45	46	253.0	56	55	45	46	234.2	57	56	45	46
317.3	55	54	46	47	287.2	56	55	46	47	263.2	57	56	46	47
370.3	55	54	47	48	330.0	56	55	47	48	298.7	57	56	47	48
441.0	55	54	48	49	385.0	56	55	48	49	343.0	57	56	48	49
540.0	55	54	49	50	458.3	56	55	49	50	400.0	57	56	49	50
688.5	55	54	50	51	561.0	56	55	50	51	476.0	57	56	50	51
936.0	55	54	51	52	715.0	56	55	51	52	582.4	57	56	51	52
1431	55	54	52	53	971.7	56	55	52	53	742.0	57	56	52	53
2916	55	54	53	54	1485	56	55	53	54	1008	57	56	53	54
0.0	55	54	54	55	3025	56	55	54	55	1540	57	56	54	55
-3024	55	54	55	56	0.0	56	55	55	56	3136	57	56	55	56
-1539	55	54	56	57	-3135	56	55	56	57	0.0	57	56	56	57
-1044	55	54	57	58	-1595	56	55	57	58	-3248	57	56	57	58
-796.5	55	54	58	59	-1082	56	55	58	59	-1652	57	56	58	59
-648.0	55	54	59	60	-825	56	55	59	60	-1120	57	56	59	60

* Semnul „-” atribuit raportului de transmitere i indică rotirea arborilor conducător și condus în contrasens, iar semnul „+” – rotirea în același sens.

*¹ La necesitate, numărul minim de dinți/bolțuri poate fi $Z < 15$ și maximal $Z \geq 60$.



Șirul rapoartelor de transmitere realizate în transmisiile precesionale $2K-H$ funcție de configurația numerelor de dinți

În anexele $B.1 - B.4$ sunt prezentate șirurile în ordine crescătoare ale rapoartelor de transmitere posibile în transmisia precesională de tipul $2K-H$ realizate cu corapoartele numerelor de dinți ale roților conjugate:

- Anexa B. 1 Configurația $Z_1 = Z_2 - 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în același sens atât pentru $Z_2 > Z_3$ cât și pentru $Z_2 < Z_3$. p. 408.
- Anexa B. 2 Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 - 1$, $Z_2 = Z_3 \pm 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în sensuri diferite atât pentru $Z_2 > Z_3$ cât și pentru $Z_2 < Z_3$. p. 409.
- Anexa B. 3 Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 - 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în sensuri diferite pentru $Z_2 < Z_3$. p. 410–411.
- Anexa B. 4 Configurația $Z_1 = Z_2 + 1$, $Z_4 = Z_3 + 1$, $Z_2 = Z_3 + 1, 2, 3 \dots$, în care arborii condus și conducător se rotesc în același sens atât pentru $Z_2 > Z_3$. p. 412–413.

Anexa B. 1

Șirul în ordine crescătoare al rapoartelor de transmitere +i posibile în transmisia precesională 2K – H realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul A.1, recomandate pentru angrenaje *dinte – bolț* cu regimuri de funcționare de reductor și de multiplicator

Configurația III a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în același sens							
<p style="text-align: right;"> $Z_1 = Z_2 - 1,$ $Z_4 = Z_3 + 1,$ $Z_2 > Z_3, Z_1 < Z_3$ </p>							
8.3	11.0 (12)*	14.1 (12)*	17.2 (16)*	20.3 (13)*	23.4 (12)*	26.5 (6)*	29.3
8.5	11.1 (4)*	14.2 (14)*	17.3 (13)*	20.4 (10)*	23.5 (8)*	26.6 (4)*	29.4
8.7	11.2 (11)*	14.3 (17)*	17.4 (14)*	20.5 (10)*	23.6 (8)*	26.7 (8)*	29.5 (4)*
8.7	11.3 (7)*	14.4 (14)*	17.5 (12)*	20.6 (14)*	23.7 (13)*	26.8 (4)*	29.7
8.8	11.4 (8)*	14.5 (16)*	17.6 (14)*	20.7 (12)*	23.8 (5)*	26.9 (6)*	29.7
8.9	11.5 (7)*	14.6 (16)*	17.7 (14)*	20.8 (9)*	23.9 (12)*	27.0 (6)*	29.8
8.9	11.6 (12)*	14.7 (14)*	17.8 (11)*	20.9 (8)*	24.0 (6)*	27.1	30.0
9.0	11.7 (11)*	14.8 (15)*	17.9 (16)*	21.0 (16)*	24.1 (8)*	27.1	30.0
9.0	11.8 (7)*	14.9 (10)*	18.0 (12)*	21.1 (12)*	24.2 (12)*	27.2 (8)*	30.2
9.1	11.9 (13)*	15.0 (18)*	18.1 (12)*	21.2 (9)*	24.3 (5)*	27.3 (3)*	30.3
9.2	12.0 (12)*	15.1 (14)*	18.2 (16)*	21.3 (13)*	24.4 (10)*	27.4 (4)*	
9.2	12.1 (13)*	15.2 (20)*	18.3 (13)*	21.4 (8)*	4.5 (6)*	27.5 (6)*	
9.3 (3)*	12.2 (14)*	15.3 (14)*	18.4 (15)*	21.5 (16)*	24.6 (8)*	27.6	
9.4	12.3 (12)*	15.4 (10)*	18.5 (10)*	21.6 (6)*	24.7 (8)*	27.6	
9.4	12.4 (16)*	15.5 (18)*	18.6 (14)*	21.7 (12)*	24.8 (8)*	27.7 (7)*	
9.5 (4)*	12.5 (17)*	15.6 (12)*	18.7 (14)*	21.8 (11)*	24.9 (8)*	27.8 (3)*	
9.6	12.6 (11)*	15.7 (14)*	18.8 (13)*	21.9 (10)*	25.0 (8)*	27.9 (4)*	
9.6	12.7 (16)*	15.8 (17)*	18.9 (12)*	22.0 (12)*	25.1 (6)*	28.0 (4)*	
9.7 (3)*	12.8 (18)*	15.9 (12)*	19.0 (12)*	22.1 (6)*	25.2 (8)*	28.1	
9.8 (5)*	12.9 (14)*	16.0 (18)*	19.1 (14)*	22.2 (14)*	25.3 (7)*	28.1	
9.9	13.0 (12)*	16.1 (8)*	19.2 (12)*	22.3 (9)*	25.4 (6)*	28.2 (6)*	
9.9	13.1 (18)*	16.2 (20)*	19.3 (13)*	22.4 (8)*	25.5 (8)*	28.3	
10.0 (6)*	13.2 (16)*	16.3 (15)*	19.4 (12)*	22.5 (15)*	25.6 (6)*	28.4 (4)*	
10.1	13.3 (15)*	16.4 (14)*	19.5 (12)*	22.6 (4)*	25.7 (8)*	28.5 (4)*	
10.2 (6)*	13.4 (18)*	16.5 (16)*	19.6 (12)*	22.7 (16)*	25.8 (6)*	28.6	
10.3 (3)*	13.5 (13)*	16.6 (8)*	19.7 (10)*	22.8 (5)*	25.9 (6)*	28.7 (6)*	
10.4 (6)*	13.6 (16)*	16.7 (18)*	19.8 (15)*	22.9 (10)*	26.0 (8)*	28.8	
10.5 (9)*	13.7 (12)*	16.8 (15)*	19.9 (11)*	23.0 (12)*	26.1 (4)*	28.9	
10.7 (10)*	13.8 (17)*	16.9 (11)*	20.0 (11)*	23.1 (6)*	26.2 (8)*	28.9	
10.8 (5)*	13.9 (14)*	17.0 (16)*	20.1 (14)*	23.2 (14)*	26.3 (5)*	29.0 (4)*	
10.9 (5)*	14.0 (22)*	17.1 (12)*	20.2 (10)*	23.3 (3)*	26.4 (6)*	29.2 (4)*	

*Numărul din paranteze indică de câte ori se repetă în șir valoarea raportului de transmitere.

Anexa B. 2

Șirul în ordine crescătoare al rapoartelor de transmitere $-i$ posibile în transmisia precesională $2K-H$ realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul A.2, recomandate pentru angrenaje *dinte – bolț* cu regimuri de funcționare de reductor și de multiplicator

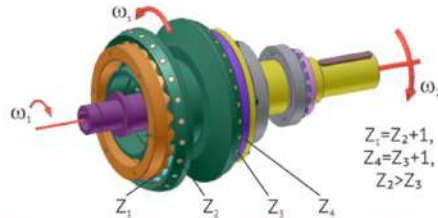
Configurația IV a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens							
-7.3	-9.8 (5)*	-13.1 (12)*	-16.4 (14)*	-19.7 (12)*	-23.0 (6)*	-26.2 (8)*	
-7.5	-9.9 (6)*	-13.2 (14)*	-16.5 (12)*	-19.8 (9)*	-23.1 (8)*	-26.3 (3)*	
-7.5	-10.0 (12)*	-13.3 (17)*	-16.6 (14)*	-19.9 (8)*	-23.2 (12)*	-26.4 (4)*	
-7.7	-10.1 (4)*	-13.4 (14)*	-16.7 (14)*	-20.0 (16)*	-23.3 (5)*	-26.5 (6)*	
-7.7	-10.2 (12)*	-13.5 (16)*	-16.8 (11)*	-20.1 (12)*	-23.4 (10)*	-26.6	
-7.8	-10.3 (7)*	-13.6 (16)*	-16.9 (16)*	-20.2 (8)*	-23.5 (6)*	-26.6	
-7.9	-10.4 (8)*	-13.7 (14)*	-17.0 (12)*	-20.3 (13)*	-23.6 (8)*	-26.7 (6)*	
-7.9	-10.5 (8)*	-13.8 (15)*	-17.1 (12)*	-20.4 (8)*	-23.7 (8)*	-26.8 (3)*	
-8.0	-10.6 (12)*	-13.9 (10)*	-17.2 (16)*	-20.5 (16)*	-23.8 (7)*	-26.9 (4)*	
-8.0	-10.7 (12)*	-14.0 (18)*	-17.3 (13)*	-20.6 (6)*	-23.9 (8)*	-27.0 (4)*	
-8.1	-10.8 (7)*	-14.1 (14)*	-17.4 (14)*	-20.7 (12)*	-24.0 (8)*	-27.1	
-8.1	-10.9 (14)*	-14.2 (20)*	-17.5 (10)*	-20.8 (11)*	-24.1 (6)*	-27.1	
-8.2	-11.0 (12)*	-14.3 (13)*	-17.6 (14)*	-20.9 (10)*	-24.2 (8)*	-27.2 (6)*	
-8.2	-11.1 (14)*	-14.4 (10)*	-17.7 (14)*	-21.0 (12)*	-24.3 (7)*	-27.3	
-8.3 (3)*	-11.2 (14)*	-14.5 (18)*	-17.8 (13)*	-21.1 (6)*	-24.4 (6)*	-27.4 (4)*	
-8.4	-11.3 (13)*	-14.6 (12)*	-17.9 (12)*	-21.2 (14)*	-24.5 (8)*	-27.5 (4)*	
-8.4	-11.4 (16)*	-14.7 (14)*	-18.0 (12)*	-21.3 (9)*	-24.6 (6)*	-27.7 (6)*	
-8.5 (4)*	-11.5 (18)*	-14.8 (17)*	-18.1 (14)*	-21.4 (8)*	-24.7 (8)*	-27.8	
-8.6	-11.6 (12)*	-14.9 (12)*	-18.2 (12)*	-21.5 (14)*	-24.8 (5)*	-27.9	
-8.6	-11.7 (16)*	-15.0 (18)*	-18.3 (13)*	-21.6 (4)*	-24.9 (6)*	-27.9	
-8.7 (4)*	-11.8 (19)*	-15.1 (8)*	-18.4 (12)*	-21.7 (16)*	-25.0 (8)*	-28.0 (4)*	
-8.7 (3)*	-11.9 (14)*	-15.2 (20)*	-18.5 (12)*	-21.8 (5)*	-25.1 (4)*	-28.2 (4)*	
-8.8 (5)*	-12.0 (12)*	-15.3 (15)*	-18.6 (12)*	-21.9 (10)*	-25.2 (8)*	-28.3	
-8.9	-12.1 (18)*	-15.4 (14)*	-18.7 (10)*	-22.0 (12)*	-25.3 (5)*	-28.5 (4)*	
-8.9	-12.2 (16)*	-15.5 (16)*	-18.8 (15)*	-22.1 (6)*	-25.4 (6)*	-28.7	
-9.0 (6)*	-12.3 (15)*	-15.6 (8)*	-18.9 (10)*	-22.2 (14)*	-25.5 (6)*	-28.7	
-9.1	-12.4 (18)*	-15.7 (18)*	-19.0 (12)*	-22.3 (3)*	-25.6 (4)*	-28.8	
-9.1	-12.5 (12)*	-15.8 (15)*	-19.1 (14)*	-22.4 (12)*	-25.7 (8)*	-29.0	
-9.2 (6)*	-12.6 (16)*	-15.9 (10)*	-19.2 (10)*	-22.5 (8)*	-25.8 (3)*	-29.0	
-9.3 (3)*	-12.7 (12)*	-16.0 (16)*	-19.3 (13)*	-22.6 (8)*	-25.9 (6)*	-29.3	
-9.4 (6)*	-12.8 (17)*	-16.1 (12)*	-19.4 (10)*	-22.7 (12)*	-26.0 (6)*		
-9.5 (10)*	-12.9 (14)*	-16.2 (16)*	-19.5 (10)*	-22.8 (5)*	-26.1		
-9.7 (10)*	-13.0 (22)*	-16.3 (13)*	-19.6 (14)*	-22.9 (12)*	-26.1		

*Numărul din paranteze indică de câte ori se repetă în șir valoarea raportului de transmitere.

Anexa B. 3

Șirul în ordine crescătoare al rapoartelor de transmitere +i posibile în transmisia precesională 2K – H realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul A.3, recomandate pentru angrenaje *dinte – bolt*, preferențial cu regim de funcționare de multiplicator

Configurația V a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în același sens.



21.5	25.7	28.9	32.1	35.3	39.0	42.5	46.3	51.0	55.5	60.5	66.3	72.5	79.2
21.6	25.8	29.1	32.2	35.5	39.1	4.6	46.4	51.0	55.9	60.8	66.5	73.3	79.5
21.7	25.8	29.3	32.3	35.6	39.1	42.7	47.0	51.0	56.0	60.9	66.6	73.3	79.8
21.9	26.0	29.3	32.4	35.8	39.3	43.0	47.0	51.1	56.0	61.1	66.8	73.3	79.8
22.0	26.1	29.4	32.6	36.0	39.3	43.0	47.1	51.1	56.0	61.5	67.4	73.5	79.9
22.2	26.1	29.4	32.7	36.0	39.3	43.1	47.1	51.2	56.1	61.7	67.5	73.5	80.2
22.3	26.3	29.5	32.7	36.0	39.7	43.2	47.2	51.6	56.3	61.8	67.7	73.6	80.8
22.5	26.4	29.7	32.7	36.0	39.8	43.2	47.2	51.6	56.3	61.9	67.7	73.6	81.0
22.7	26.4	29.7	33.0	36.1	39.8	43.4	47.3	51.7	56.5	62.1	67.8	73.8	81.0
22.9	26.5	29.8	33.0	36.4	39.9	43.5	47.5	52.0	56.6	62.1	67.8	74.1	81.0
23.1	26.7	30.0	33.1	36.4	39.9	43.7	47.7	52.0	56.7	62.2	67.9	74.2	81.2
23.3	26.7	30.0	33.1	36.5	40.0	43.8	47.7	52.1	57.0	62.2	67.9	74.3	81.6
23.3	26.9	30.0	33.3	36.6	40.0	43.8	48.0	52.3	57.0	62.3	68.2	75.0	82.0
23.5	27.0	30.1	33.3	36.7	40.1	44.0	48.1	52.4	57.0	62.4	68.2	75.1	82.6
23.5	27.1	30.2	33.4	36.9	40.2	44.1	48.3	52.8	57.1	62.5	68.3	75.2	82.7
23.6	27.3	30.3	33.6	37.0	40.4	44.2	48.3	52.8	57.5	62.8	68.7	75.3	82.8
23.7	27.3	30.4	33.7	37.1	40.4	44.3	48.4	53.0	57.5	63.0	69.0	75.3	83.1
23.8	27.4	30.6	33.9	37.1	40.5	44.4	48.6	53.1	58.0	63.1	69.0	75.8	83.3
24.0	27.5	30.6	34.0	37.2	40.7	44.4	48.9	53.1	58.0	63.4	69.3	76.0	83.3
24.0	27.6	30.8	34.1	37.3	41.0	45.0	49.0	53.2	58.2	63.5	69.5	76.0	84.2
24.2	27.6	30.8	34.1	37.4	41.1	45.0	49.0	53.2	58.3	63.9	69.6	76.0	84.4
24.3	27.8	30.9	34.1	37.5	41.1	45.1	49.1	53.3	58.5	64.0	69.8	76.8	84.6
24.4	27.9	31.0	34.2	37.8	41.3	45.1	49.2	53.6	58.5	64.0	70.0	77.0	85.0
24.6	27.9	31.2	3.5	37.8	41.3	45.2	49.2	54.0	58.9	64.0	70.0	77.1	85.0
24.6	28.0	31.2	34.5	37.9	41.5	45.3	49.2	54.1	59.0	64.2	70.2	77.1	85.0
24.8	28.0	31.3	34.5	37.9	41.7	45.3	49.6	54.3	59.1	64.2	70.9	77.2	85.1
24.9	28.2	31.3	34.5	37.9	41.7	45.7	49.6	54.5	59.1	64.3	71.2	77.5	85.3
25.0	28.2	31.5	34.6	38.0	41.8	45.7	50.0	54.6	59.2	64.8	71.4	78.3	85.5
25.2	28.3	31.7	34.8	38.1	41.8	45.7	50.1	54.7	59.5	65.0	71.4	78.4	85.7
25.2	28.5	31.8	35.0	38.3	42.0	45.8	50.1	55.0	60.0	65.2	71.4	78.9	85.8
25.3	28.6	31.9	35.0	38.4	42.1	46.0	50.3	55.0	60.2	65.4	71.7	78.9	86.2
25.5	28.6	31.9	35.1	38.5	42.1	46.0	50.3	55.0	60.2	65.8	71.7	79.2	86.3
25.5	28.8	32.0	35.2	38.5	42.4	46.1	50.4	55.1	60.3	65.9	72.1	79.2	86.7
25.6	28.8	32.1	35.2	38.8	42.4	46.3	50.9	55.2	60.4	66.0	72.4	79.2	87.0

Anexa B. 3. Continuare

Rapoartele de transmitere în ordine crescătoare pentru configurația V a numerelor de dinți cu rotirea arborilor condus și conducător în același sens									
87.1	102.3	120.0	142.0	171.0	213.3	273.0	369.0	540.0	1008.0
87.4	102.5	120.0	143.2	172.0	213.3	273.6	369.8	540.0	1024.0
87.4	102.5	120.0	14.3	173.7	213.8	275.3	370.0	560.0	1035.0
88.0	102.8	120.3	143.5	173.7	214.2	276.0	370.3	561.0	1045.0
88.0	102.9	120.3	144.0	174.3	216.0	276.0	375.0	561.0	1081.0
88.5	102.9	120.7	144.0	174.5	216.0	280.0	378.0	563.5	1082.7
88.6	103.4	121.0	144.9	175.0	217.0	280.0	383.5	576.0	1089.0
89.1	103.6	121.3	145.0	175.0	217.0	280.5	385.0	582.4	1121.0
89.1	103.6	122.1	145.0	176.0	218.5	284.2	385.0	587.5	1128.0
90.1	104.1	122.2	146.2	176.0	221.0	286.0	386.4	587.7	1156.0
90.4	104.5	122.5	146.2	177.0	223.2	287.2	389.5	595.0	1176.0
90.8	105.0	124.0	147.0	177.7	223.6	288.0	391.0	604.2	1225.0
90.8	105.0	124.0	147.3	178.6	224.3	288.0	400.0	612.0	1225.0
91.0	105.0	125.0	148.0	179.1	225.0	289.0	400.0	616.0	1275.0
91.0	105.0	125.8	149.2	179.2	225.0	292.5	404.2	625.0	1296.0
91.0	106.0	125.9	149.5	181.8	227.2	295.0	406.0	626.4	1326.0
91.5	107.1	126.0	149.6	181.9	227.3	297.0	407.3	630.0	1369.0
91.7	107.3	126.0	150.3	183.8	230.4	298.7	408.0	637.0	1378.0
91.7	107.3	126.2	150.3	183.9	231.0	299.7	409.5	645.0	1431.0
91.7	108.0	126.5	150.5	185.0	232.0	300.0	415.3	649.0	1444.0
92.1	108.3	126.7	151.4	185.5	233.0	300.0	422.4	662.5	1485.0
93.0	108.3	126.7	153.0	186.0	233.2	301.0	424.0	666.0	1521.0
93.0	108.4	127.3	153.0	186.4	233.3	303.4	430.0	674.7	1540.0
93.1	108.5	127.3	154.0	187.2	234.2	304.8	430.9	676.0	1596.0
93.3	108.8	127.5	154.0	188.5	235.0	310.3	431.7	688.5	1600.0
94.0	109.0	129.0	154.3	189.5	236.0	314.3	435.0	703.0	1653.0
94.5	109.4	130.5	155.2	190.0	238.9	314.3	441.0	705.0	1681.0
94.5	109.6	131.2	155.9	190.1	242.7	314.5	441.0	715.0	1711.0
94.9	110.1	131.6	156.0	191.4	243.0	317.3	441.0	729.0	1764.0
95.1	110.2	131.7	156.0	191.7	243.5	319.2	446.7	736.0	1849.0
95.3	110.7	131.8	156.8	193.5	243.7	320.0	451.0	741.0	1936.0
96.0	111.0	132.1	158.1	193.5	244.2	322.2	456.0	742.0	2025.0
96.0	112.0	132.1	158.1	193.9	246.0	324.0	458.3	767.7	2116.0
96.0	112.0	132.9	158.7	194.0	246.0	325.0	460.0	769.5	2209.0
96.3	113.1	133.0	160.0	194.2	247.5	327.9	465.0	780.0	2304.0
96.7	114.1	134.2	161.0	196.0	250.7	329.0	472.5	784.0	2401.0
96.7	114.2	134.3	162.0	197.3	253.0	330.0	476.0	797.5	2500.0
96.9	114.3	134.3	162.0	197.3	253.0	332.5	479.4	800.0	2601.0
97.2	114.4	134.4	162.3	198.5	253.1	334.3	481.0	820.0	2704.0
97.4	114.7	136.0	162.5	201.7	254.2	335.4	484.0	826.0	2809.0
97.5	114.8	136.0	163.4	202.5	256.0	341.0	494.0	833.0	2916.0
97.6	114.8	136.0	163.9	203.5	257.3	341.7	494.5	841.0	3025.0
98.1	115.0	137.5	164.3	203.7	258.4	343.0	496.0	861.0	3136.0
98.2	115.4	137.5	165.0	204.0	259.0	344.0	499.2	866.7	3249.0
99.0	115.5	137.5	165.0	205.0	261.0	351.0	507.0	900.0	3364.0
99.0	116.0	137.7	165.8	205.0	262.8	351.0	512.3	901.0	3481.0
99.0	116.1	137.8	167.2	205.2	262.9	352.0	517.0	903.0	
100.0	117.0	138.4	167.2	207.2	263.2	355.9	519.4	936.0	
100.0	117.0	138.6	167.4	208.0	263.5	356.3	528.0	946.0	
100.4	118.0	138.8	170.0	209.0	265.0	359.3	529.0	961.0	
101.1	118.9	139.5	170.1	210.0	268.8	361.0	531.0	971.7	
101.9	119.2	141.0	170.2	210.0	272.3	362.7	533.0	990.0	

Anexa B. 4

Șirul în ordine crescătoare al rapoartelor de transmitere $-i$ posibile în transmisia precesională $2K - H$ realizate cu coraportul numerelor de dinți Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 din tabelul A.3, recomandate pentru angrenaje *dinte – bolt*, preferențial cu regim de funcționare de multiplicator

Configurația VI a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens												
-20.5	-24.7	-27.9	-31.1	-34.3	-38.0	-41.5	-45.3	-50.6	-55.3	-60.9	-66.7	-72.6
-20.6	-24.8	-28.1	-31.2	-34.5	-38.1	-41.6	-46.3	-50.7	-55.5	-61.1	-66.8	-72.8
-20.7	-24.8	-28.3	-31.3	-34.6	-38.1	-41.7	-46.5	-51.0	-55.6	-61.1	-66.8	-73.1
-20.9	-25.0	-28.3	-31.4	-34.8	-38.3	-42.0	-46.7	-51.0	-55.7	-61.2	-66.9	-73.2
-21.0	-25.1	-28.4	-31.6	-35.0	-38.3	-42.0	-46.7	-51.1	-56.0	-61.2	-66.9	-73.3
-21.2	-25.1	-28.4	-31.7	-35.0	-38.3	-42.1	-47.0	-51.3	-56.0	-61.3	-67.2	-74.0
-21.3	-25.3	-28.5	-31.7	-35.0	-38.7	-42.2	-47.1	-51.4	-56.0	-61.4	-67.2	-74.1
-21.5	-25.4	-28.7	-31.7	-35.0	-38.8	-42.2	-47.3	-51.8	-56.1	-61.5	-67.3	-74.2
-21.7	-25.4	-28.7	-32.0	-35.1	-38.8	-42.4	-47.3	-51.8	-56.5	-61.8	-67.7	-74.3
-21.9	-25.5	-28.8	-32.0	-35.4	-38.9	-42.5	-47.4	-52.0	-56.5	-62.0	-68.0	-74.3
-22.1	-25.7	-29.0	-32.1	-35.4	-38.9	-42.7	-47.6	-52.1	-57.0	-62.1	-68.0	-74.8
-22.3	-25.7	-29.0	-32.1	-35.5	-39.0	-42.8	-47.9	-52.1	-57.0	-62.4	-68.3	-75.0
-22.3	-25.9	-29.0	-32.3	-35.6	-39.0	-42.8	-48.0	-52.2	-57.2	-62.5	-68.5	-75.0
-22.5	-26.0	-29.1	-32.3	-35.7	-39.1	-43.0	-48.0	-52.2	-57.3	-62.9	-68.6	-75.0
-22.5	-26.1	-29.2	-32.4	-35.9	-39.2	-43.1	-48.1	-52.3	-57.5	-63.0	-68.8	-75.8
-22.6	-26.3	-29.3	-32.6	-36.0	-39.4	-43.2	-48.2	-52.6	-57.5	-63.0	-69.0	-76.0
-22.7	-26.3	-29.4	-32.7	-36.1	-39.4	-43.3	-48.2	-53.0	-57.9	-63.0	-69.0	-76.1
-22.8	-26.4	-29.6	-32.9	-36.1	-39.5	-43.4	-48.2	-53.1	-58.0	-63.2	-69.2	-76.1
-23.0	-26.5	-29.6	-33.0	-36.2	-39.7	-43.4	-48.6	-53.3	-58.1	-63.2	-69.9	-76.2
-23.0	-26.6	-29.8	-33.1	-36.3	-40.0	-44.0	-48.6	-53.5	-58.1	-63.3	-70.2	-76.5
-23.2	-26.6	-29.8	-33.1	-36.4	-40.1	-44.0	-49.0	-53.6	-58.2	-63.8	-70.4	-77.3
-23.3	-26.8	-29.9	-33.1	-36.5	-40.1	-44.1	-49.1	-53.7	-58.5	-64.0	-70.4	-77.4
-23.4	-26.9	-30.0	-33.2	-36.8	-40.3	-44.1	-49.1	-54.0	-59.0	-64.2	-70.4	-77.9
-23.6	-26.9	-30.2	-33.5	-36.8	-40.3	-44.2	-49.3	-54.0	-59.2	-64.4	-70.7	-77.9
-23.6	-27.0	-30.2	-33.5	-36.9	-40.5	-44.3	-49.3	-54.0	-59.2	-64.8	-70.7	-78.2
-23.8	-27.0	-30.3	-33.5	-36.9	-40.7	-44.3	-49.4	-54.1	-59.3	-64.9	-71.1	-78.2
-23.9	-27.2	-30.3	-33.5	-36.9	-40.7	-44.7	-49.9	-54.2	-59.4	-65.0	-71.4	-78.2
-24.0	-27.2	-30.5	-33.6	-37.0	-40.8	-44.7	-50.0	-54.5	-59.5	-65.3	-71.5	-78.2
-24.2	-27.3	-30.7	-33.8	-37.1	-40.8	-44.7	-50.0	-54.9	-59.8	-65.5	-72.3	-78.5
-24.2	-27.5	-30.8	-34.0	-37.3	-41.0	-44.8	-50.0	-55.0	-59.9	-65.6	-72.3	-78.8
-24.3	-27.6	-30.9	-34.0	-37.4	-41.1	-45.0	-50.1	-55.0	-60.1	-65.8	-72.0	-78.8
-24.5	-27.6	-30.9	-34.1	-37.5	-41.1	-45.0	-50.1	-55.0	-60.5	-66.4	-72.5	-78.9
-24.5	-27.8	-31.0	-34.2	-37.5	-41.4	-45.1	-50.2	-55.1	-60.7	-66.5	-72.5	-79.2
-24.6	-27.8	-31.1	-34.2	-37.8	-41.4	-45.3	-50.6	-55.3	-60.8	-66.7	-72.6	-79.8

Anexa B. 4. Continuare

Rapoartele de transmitere în ordine crescătoare pentru configurația VI a numerelor de dinți cu rotirea arborilor conducător și condus în contrasens										
-80.0	-92.3	-107.5	-126.0	-153.0	-185.0	-232.0	-299.0	-414.3	-644.0	-1377.0
-80.0	-93.0	-108.0	-128.0	-153.0	-186.0	-232.2	-300.0	-421.4	-648.0	-1430.0
-80.0	-93.5	-108.0	-129.5	-153.3	-187.0	-233.2	-302.4	-423.0	-661.5	-1443.0
-80.2	-93.5	-108.1	-130.2	-154.0	-188.5	-234.0	-303.8	-429.0	-665.0	-1484.0
-80.6	-93.9	-109.0	-131.0	-154.9	-189.0	-235.0	-309.3	-429.9	-673.7	-1539.0
-81.0	-94.1	-109.0	-131.0	-155.0	-189.0	-238.0	-313.0	-431.0	-675.0	-1595.0
-81.6	-94.3	-109.2	-131.0	-155.0	-190.4	-241.0	-313.0	-434.0	-687.5	-1599.0
-81.7	-95.0	-110.0	-131.0	-156.0	-191.0	-242.0	-313.3	-440.0	-702.0	-1652.0
-81.8	-95.0	-110.0	-131.1	-157.0	-192.0	-242.5	-316.3	-440.0	-704.0	-1680.0
-82.1	-95.0	-111.0	-132.0	-157.1	-192.5	-242.7	-318.0	-440.0	-714.0	-1710.0
-82.3	-95.3	-111.0	-132.0	-158.0	-192.9	-243.2	-319.0	-446.0	-728.0	-1763.0
-82.3	-95.7	-112.0	-133.0	-159.0	-193.0	-245.0	-321.2	-450.0	-735.0	-1848.0
-83.2	-95.7	-113.0	-133.0	-160.0	-193.0	-245.0	-323.0	-455.0	-740.0	-1935.0
-83.4	-95.9	-113.0	-133.0	-161.0	-195.0	-246.5	-324.0	-457.3	-741.0	-2024.0
-83.6	-96.2	-113.0	-133.3	-161.0	-196.0	-250.0	-327.0	-459.0	-766.7	-2115.0
-84.0	-96.4	-113.2	-135.0	-161.0	-196.3	-252.0	-328.0	-464.0	-768.5	-2208.0
-84.0	-96.5	-113.7	-135.0	-161.3	-197.0	-252.0	-329.0	-471.0	-779.0	-2303.0
-84.0	-96.6	-114.0	-135.0	-162.4	-200.7	-252.0	-331.0	-475.0	-783.0	-2400.0
-84.1	-97.1	-114.0	-136.0	-162.9	-201.0	-253.2	-333.3	-478.4	-796.5	-2499.0
-84.3	-97.2	-114.0	-136.0	-163.3	-202.5	-255.0	-334.0	-480.0	-799.0	-2600.0
-84.5	-98.0	-114.4	-136.0	-164.0	-203.0	-256.0	-340.0	-483.0	-819.0	-2703.0
-84.7	-98.0	-114.5	-137.0	-164.0	-203.0	-257.0	-340.7	-493.0	-825.0	-2808.0
-84.8	-98.0	-115.0	-137.0	-165.0	-204.0	-258.0	-342.0	-493.5	-832.0	-2915.0
-85.2	-99.0	-115.0	-137.6	-166.0	-204.0	-260.0	-343.0	-495.0	-840.0	-3024.0
-85.3	-99.0	-116.0	-137.8	-166.0	-204.2	-261.8	-350.0	-498.0	-860.0	-3135.0
-85.7	-99.4	-116.0	-138.5	-166.0	-206.2	-262.0	-350.0	-506.0	-865.7	-3248.0
-86.0	-100.0	-118.0	-140.0	-169.0	-207.0	-262.2	-351.0	-511.0	-899.0	-3363.0
-86.1	-101.0	-118.2	-141.2	-169.1	-208.0	-262.5	-354.9	-516.0	-900.0	-3480.0
-86.4	-101.0	-119.0	-142.0	-169.2	-209.0	-264.0	-355.3	-518.4	-902.0	
-86.4	-101.5	-119.0	-142.0	-170.0	-209.0	-267.8	-358.3	-527.0	-935.0	
-87.0	-101.5	-119.0	-142.0	-171.0	-212.0	-271.0	-360.0	-528.0	-945.0	
-87.0	-101.8	-119.0	-143.0	-172.7	-212.3	-272.0	-362.0	-530.0	-960.0	
-87.5	-101.9	-119.3	-143.0	-173.0	-213.0	-273.0	-368.0	-532.0	-971.0	
-87.6	-102.0	-120.0	-144.0	-173.0	-213.0	-274.0	-368.8	-539.0	-989.0	
-88.1	-102.4	-120.0	-144.0	-173.0	-215.0	-275.0	-369.0	-539.0	-1007.0	
-88.1	-102.6	-120.0	-144.0	-174.0	-215.0	-275.0	-369.0	-559.0	-1023.0	
-89.1	-103.0	-121.0	-145.0	-174.0	-216.0	-279.0	-374.0	-560.0	-1034.0	
-89.4	-103.0	-121.0	-145.0	-175.0	-216.0	-279.0	-377.0	-560.0	-1044.0	
-89.8	-103.0	-121.2	-146.0	-175.0	-217.5	-279.5	-380.0	-562.5	-1080.0	
-89.8	-104.0	-123.0	-146.3	-176.0	-220.0	-283.2	-382.5	-575.0	-1082.0	
-90.0	-104.0	-123.0	-147.0	-177.0	-222.0	-285.0	-384.0	-581.4	-1088.0	
-90.0	-104.0	-124.0	-148.0	-178.0	-222.6	-286.2	-385.0	-586.5	-1120.0	
-90.0	-104.0	-124.8	-148.2	-178.0	-223.0	-287.0	-388.0	-587.0	-1127.0	
-90.5	-105.0	-125.0	-149.0	-178.1	-224.0	-287.0	-390.0	-594.0	-1155.0	
-90.7	-106.0	-125.0	-149.0	-180.9	-224.0	-288.0	-399.0	-603.0	-1175.0	
-90.7	-106.0	-125.0	-149.0	-181.0	-226.2	-291.0	-399.0	-611.0	-1224.0	
-90.7	-106.1	-125.0	-149.3	-182.9	-226.3	-294.0	-403.2	-615.0	-1224.0	
-91.1	-106.7	-125.0	-150.0	-183.0	-229.0	-296.0	-405.0	-624.0	-1274.0	
-92.0	-107.0	-125.7	-152.0	-184.0	-230.0	-298.0	-406.3	-625.4	-1295.0	
-92.0	-107.3	-126.0	-152.0	-184.0	-231.0	-298.7	-407.0	-629.0	-1325.0	
-92.1	-107.4	-126.0	-152.0	-185.0	-232.0	-299.0	-408.0	-636.0	-1368.0	

Bibliografie

- [1] Allan, T. Some aspects of the design and performance of Wildhaber-Novikov gearing. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, Pt. 1, Vol. 179(30), (1964/1965), 931–954.
- [2] Baxter, M.L. Basic Geometry and Tooth Contact of Hypoid Gears. *Industrial Mathematic*, 2 (1961).
- [3] Bostan, V. *Modele matematice în inginerie*. Bons Offices, Chişinău, 2014. 470 p.
- [4] Bostan, V., Han, W., Reddy, B.D. A posteriori error estimation and adaptive solution of elliptic variational inequalities of the second kind. *Applied Numerical Mathematics*, Vol. 52, Issue 1, (2005), 13–38.
- [5] Bostan, V., Han, W. A posteriori error analysis for finite element solutions of a frictional contact problem. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, Issues 9–12, (2006), 1252–1274.
- [6] Bostan, V., Han, W. Adaptive finite element solution of variational inequalities with application in contact problems. *Advances in Applied Mathematics and Global Optimization. Series: Advances in Mechanics and Mathematics*, Vol. 17 Gao, David Y., Sherali, Hanif D., eds., Springer, (2009), 25–106.
- [7] Bostan, V., Han, W. Recovery-based error estimation and adaptive solution of elliptic variational inequalities of the second kind. *Comm. Math. Sci.*, Vol. 2, (2004), 1–18.
- [8] Bostan, I. *Создание планетарно-прецессионных передач с многопарным зацеплением* [Elaborarea transmisiilor planetare precesionale cu angrenaj multipar]: ДСП¹, дис. д-ра хабилитат. Вестник

¹Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

- МГТУ им. Н. Баумана. Москва, 1989. Том 1, 511 с. Том 2 (приложение), 236 с.
- [9] Bostan, I. *Прецессионные передачи с многопарным зацеплением* [Transmisii precesionale cu angrenaj multipar]. ШТИИИЦА, Кишинев, 1991. 356 с.
- [10] Bostan, I. *Зацепление для прецессионных передач* [Angrenaj pentru transmisii precesionale]. ШТИИИЦА, Кишинев, 1988. 146 с.
- [11] Bostan, I., Glușco, C., Oprea, A., Dulgheru, V. *Планетарные прецессионные передачи* [Transmisii planetare precesionale]. ШТИИИЦА, Кишинев, 1987. 156 с.
- [12] Bostan, I., Dulgheru, V., Sochirean, A., Babaian, I. *Antologia invențiilor. Transmisii planetare precesionale: Sinteze structurale; teoria angrenării; cinematica; dinamica; calculul de rezistență; descrieri de invenție*. Vol. 1. Bons Offices, Chișinău, 2011. 593 p.
- [13] Bostan, I., Dulgheru, V., Glușco, C., Mazuru, S., Vaculenco, M. *Antologia invențiilor. Transmisii planetare precesionale: Teoria generării angrenajelor precesionale, control dimensional, proiectare computerizată, aplicații industriale, descrieri de invenție*. Vol. 2. Bons Offices, Chișinău, 2011. 542 p.
- [14] Bostan, I., Dulgheru, V., Bostan, V., Ciupercă, R. *Antologia invențiilor. Sisteme de conversie a energiilor regenerabile: Fundamente teoretice; concepte constructive; aspecte tehnologice; descrieri de invenție*. Vol. 3. Bons Offices, Chișinău, 2009. 458 p.
- [15] Bostan, I., Dulgheru, V., Țopa M. ș.a. *Antologia invențiilor. Transmisii planetare precesionale cinematice: Concepte tehnologice de generare a angrenajelor; mini- și nanotransmisii; cercetări experimentale; aplicații industriale; descrieri de invenție*. Vol. 4. Bons Offices, Chișinău, 2011. 636 p.
- [16] Bostan, I., Dulgheru, V., Grigoraș, Ș. *Transmisii planetare precesionale și armonice: Atlas*. Ed. Tehnică, București; Tehnica, Chișinău, 1997. 400 p.
- [17] Bostan, I., Dulgheru, V., Sobor, I., Bostan, V., Sochirean, A. *Sisteme de conversie a energiilor regenerabile*. Tehnica-Info, Chișinău, 2007. 592 p.
- [18] Bostan, I., Gheorghe, A., Dulgheru, V., Sobor, I., Bostan, V., Sochirean, A. *Resilient Energy Systems. Renewables: Wind, Solar, Hydro. Multiplicatoare precesionale*, Vol. 19, Springer, (2013), 324-338. DOI 10.1007/978-94-007-4189-8.

- [19] Bostan, I., Moldovean, G., Jula, A., Chișu, E. *Proiectarea arborilor drepți din transmisii*. Universitatea “Transilvania”, Brașov, 1995. 180 p.
- [20] Bostan, I. *Științe inginerești și cooperarea cu industria*. Diseminarea transmisiilor precesionale. Ed. Agir, București, 2016, 80 p.
- [21] Gafitanu, M., Bostan, I., Dulgheru, V. ș.a. *Organe de mașini (manual)*. Vol. 2. Angrenaje precesionale. Subcapitolul 16.11. Vol. 1, 1999, 336 p., Vol. 2, 2002, 432 p.
- [22] Bostan, I., Oprea, A. *Bazele proiectării mașinilor*. Proiectarea transmisiilor precesionale. Capitolul 6. Tehnica-Info, Chișinău, 2000. 320 p.
- [23] Bostan, I. Planetary Precessional Transmissions: Synthesis and Generation Technologies. *Power Transmissions, Mechanism and Machine Science*, Vol. 13 Dobre, G., ed. Springer Science+Business Media Dordrecht, (2013), 21–44. DOI: 10.1007/978-94-007-6558-02.
- [24] Bostan, I. Modelarea procesului de generare a dinților cu modificare de profil. *Meridian Ingineresc*, 4, (2005), 15–18.
- [25] Bostan, I. Avantajele excepționale ale transmisiilor precesionale în contextul dezvoltării “transmisiilor moleculare”. *Academos*, 4(43), (2016), 29–37.
- [26] Bostan, I. Particularitățile calculului de rezistență a angrenajului precesional multipar cu profil convex/concav. *Lucrările conf. tehn.-șt. intern. “Transmisii cu angrenaje. Teoria angrenajului, calcul la rezistență, precizia cinematică și tehnologia fabricării”*. Chișinău, (1992), 39–42.
- [27] Bostan, I. Transformarea geometrică a profilului dinților angrenajului precesional, premisele și particularitățile generării flancurilor prin rostogolire. *Lucrările conf. tehn.-șt. intern. “Transmisii cu angrenaje. Teoria angrenajului, calcul la rezistență, precizia cinematică și tehnologia fabricării”*. Chișinău, (1992), 5–8.
- [28] Bostan, I. Создание прецессионных редукторов нового поколения [Elaborarea unui nou tip de reductoare precesionale]. *Вестник машиностроения, Москва*, 12, (1990), 50–52.
- [29] Bostan, I. *Динамическое уравновешивание планетарной прецессионной передачи с многопарным зацеплением* [Echilibrarea dinamică a transmisiei planetare precesionale cu angrenare multipară]. КПИ, 1988. 20 с. Деп. НИИТЭИ 30.11.88, Сертификат №1046-M88. ВИНТИ, 1989, №3.

- [30] Bostan, I. *Расчет зацепления прецессионной передачи с нестандартным прямолинейно-дуговым профилем зубьев* [Calculul angrenajului transmisiei precesionale cu profil nstandard rectiliniu și în arc de cerc al dinților]. КПИ, 1986. 15 с. Деп. НИИТЭИ 19.11.86, Сертификат №742-М. ВИНТИ, 1987, №3.
- [31] Bostan, I. *Зацепление прецессионной передачи с нестандартным прямолинейным профилем зубьев* [Angrenaj precesional cu profil nstandard rectiliniu al dinților]. КПИ, 1986. 15 с. Деп. НИИТЭИ 19.11.86, Сертификат №741-М. ВИНТИ, 1987, №3.
- [32] Bostan, I. Presne planetarne prevodovsky. *Intenzifikasna funkcia Spojenia Vychovy, vedy a prexe. Vedecka konferencia strojnikkej faculty SVST*. Bratislava, CSSR, 53/88, 2, (1988), 65–67.
- [33] Bostan, I. *Новый вид механических передач – планетарно-прецессионные с многопарным зацеплением* [Un nou tip de transmisie mecanică – transmisia planetară precesională cu angrenare multipară]. Всесоюзный научно-методический совет по прикладной механике и деталей машин. Одесса, 1988. 12 с.
- [34] Bostan, I. Планетарно-прецессионные передачи с многопарным зацеплением [Transmisia planetară precesională cu angrenare multipară]. *Intenzifikasna funkcia Spojenia Vychovy, vedy a praxe. Vedecka konferencia strojnikkej fakulty SVST*. Bratislava, CSSR, 53/88, 2, (1988).
- [35] Bostan, I. Теоретическое и экспериментальное исследование планетарных прецессионных передач [Cercetarea teoretică și experimentală a transmisiilor planetare precesionale]. *Veda vydavatelstvo akademie vied “Strojnický”*, Bratislava, CSSR, 4, (1987), 409–420.
- [36] Bostan, I. *Transmisii planetare precesionale de putere și cinematice: dezvoltare constructivă, tehnologii industriale de fabricație și materiale noi*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. de înregistrare 676 INST din 15.01.2015, cod 11.817.02.20F. UTM. Chișinău, 2015. 62 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2015.
- [37] Bostan, I. *Elaborarea teoriei fundamentale a transmisiilor precesionale cu transformarea mișcării și sarcinii în regim de: multiplicator, diferențial și variator*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. de înregistrare 626 INST din 12.01.2011, cod 11.817.05.16F. UTM. Chișinău, 2011. 234 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2014.
- [38] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale cinematice: modele matematice ale procedeeleor de generare a flancurilor*

- dinților la mașini-unelte cu 5 grade de mobilitate, metode de calcul și control. Raport final 2006-2010: Studiul cinetostaticii transmisiilor precesionale cinematice și elaborarea bazelor teoretice de descriere a profilului modificat al dinților.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. AȘM, Fondul 53, inv. 1, d. 30. UTM. Chișinău, 2008. 82 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2010.
- [39] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale cinematice: modelul matematic al procedurii de generare a flancurilor dinților la mașini-unelte cu 5 grade de mobilitate, metode de calcul și control.* Pt. 1. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. UTM. Chișinău, 2008. 72 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2009.
- [40] Bostan, I. *Sisteme submersibile de acționare ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe fundul Oceanului Planetar.* Pt. 4. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. UTM. Chișinău, 2008. 43 p.
- [41] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale cinematice: angrenaje, procedee de generare a flancurilor dinților, calcule inginerești. Elaborarea bazelor teoretice de cercetare a pierderilor de putere în transmisiile planetare cinematice.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. UTM. Chișinău, 2008. 84 p.
- [42] Bostan, I. *Elaborarea și fabricarea prototipului industrial al reductorului precesional submersibil. Programul de stat: Asigurarea competitivității produselor industriale în construcția de mașini în baza inovațiilor, know-how, materialelor noi și a tehnologiilor avansate.* Nr. de înregistrare 77.PA din 12.01.2007, cod 07.408.01.01 PA. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. UTM. Chișinău, 2007. 83 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2008.
- [43] Bostan, I. *Sisteme submersibile de acționare ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe Fundul Oceanului Planetar.* Pt. 3. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. UTM. Chișinău. Nr. înr. de stat 0104 MD 02527. Nr. inv. 0207 MD01376. Chișinău, 2007. 48 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2007.
- [44] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale cinematice: modelul matematic al procedurii de generare a flancurilor dinților la mașini-unelte cu 5 grade de mobilitate, metode de calcul și control.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. de înregistrare 243 din 24.04.2007, cod proiect 06.408.049F. Pt. 1. UTM. Chișinău, 2007. 46 p.

- [45] Bostan, I. *Sisteme submersibile de acționare ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe Fundul Oceanului Planetar. Etapa 3: Fabricația prototipurilor experimentale a două tipodimensiuni de reductoare precesionale submersibile și efectuarea cercetărilor experimentale ale parametrilor geometrici de bază.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0104 MD 02527. Nr. inv. 0207 MD02453. UTM. Chișinău, 2006. 65 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2006.
- [46] Bostan, I. *Design of a new type of gearing for crushing equipment advantageous from the point of view of its cost. Phase 3.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Contract economic cu Firma „ARP Alpirshbach”, Germania, și Universitatea de Științe Aplicate, Konstanz, Germania. Chișinău, 2006. 125 p.
- [47] Bostan, I. *Sisteme submersibile de acționare ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe Fundul Oceanului Planetar. Etapa 2: Optimizarea tehnologiei de generare a dinților roților dințate conice cu profil convex/concav. Metode și dispozitive de control al preciziei de fabricare a flancurilor dinților, cu modificări de profil și longitudinale.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0104MD 02527. Nr. inv. 0206MD 02398. UTM. Chișinău, 2005. 95 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2005.
- [48] Bostan, I. *Design of a new type of gearing for advantageous equipment crushing from the point of view of its cost. Phase 2.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Contract economic cu Firma „ARP Alpirshbach”, Germania, și Universitatea de Științe Aplicate, Konstanz, Germania. Chișinău, 2005. 110 p.
- [49] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale: angrenaje, tehnologii de generare a dinților, calcule inginerești.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0101MD 018114. Nr. de inv. 0206MD 02394. UTM. Chișinău, 2006. 77 p.
- [50] Bostan, I. *Sisteme submersibile de acționare ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe Fundul Oceanului Planetar. Etapa 1: Elaborarea bazelor teoretice de descriere a profilului nestandard al dinților cu modificări de profil și longitudinale. Cercetarea dinamicii transmisiei precesionale. Elaborarea mostrei funcționale.* Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0104MD 02527. Nr. inv. 0205MD 02205. UTM. Chișinău, 2004. 103 p. Monit. Of. [Programe și proiecte șt.]. Ed. spec., 2004.

- [51] Bostan, I. *Design of a new type of gearing for crushing equipment advantageous from the point of view of its cost*. Phase 1. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Contract economic cu Firma “ARP Alpirshbach”, Germania, și Universitatea de Științe Aplicate, Konstanz, Germania. Chișinău, 2004. 75 p.
- [52] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale: angrenaje, tehnologii de generare a dinților, calcule inginerești*. Etapa 4. *Elaborarea bazelor teoretice ale procedeeleor de generare a danturilor roților angrenajelor precesionale cu profil evolventic, cicloidal și în arc de cerc*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0101MD 01814. Nr. de inv. 0205MD 02203. UTM, Chișinău, 2004. 71 p.
- [53] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale: angrenaje, tehnologii de generare a dinților, calcule inginerești*. Etapa 3. *Metode și dispozitive de control al preciziei de prelucrare a profilului dinților*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0101MD 01814. Nr. de inv. 0204MD 022015. UTM. Chișinău, 2003. 81 p.
- [54] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale: angrenaje, tehnologii de generare a flancurilor dinților, calcule inginerești*. Etapa 2. *Elaborarea bazelor teoretice de descriere a profilului nestandard al dinților cu considerarea factorilor de influență*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0101MD 01814. Nr. de inv. 0203MD 01935. UTM. Chișinău, 2002. 82 p.
- [55] Bostan, I. *The Elaboration of submersible Robot Complex drive mechanism for Ferro-Manganese Concretion Extraction*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Grant CRDF, USA MP1-2287, 2002. 82 p.
- [56] Bostan, I. *Teoria fundamentală a transmisiilor precesionale: angrenaje, tehnologii de generare a flancurilor dinților, calcule inginerești*. Etapa 1. *Elaborarea bazelor teoretice de descriere a profilului nestandard al dinților*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0101MD 01814. Nr. de inv. 0202MD 01680. UTM. Chișinău, 2001. 75 p.
- [57] Bostan, I. *Sisteme de acționare submersibilă ale complexului robotizat de extracție a Concrețiunilor Fero-manganice de pe fundul Oceanului Planetar*. Etapa: *Elaborarea bazelor teoretice de descriere a profilului nestandard al dinților cu modificări de profil și longitudinale și cercetarea dinamicii transmisiei precesionale. Elaborarea machetei funcționale*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0104MD 02527. Nr de inv. 0206MD 02398. UTM. Chișinău, 2005. 91 p.

- [58] Bostan, I. *Elaborarea Programului Național de Integrare a Științei și a Învățământului Superior*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0103MD 02335. Nr. de inv. 0204MD 02150. UTM. Chișinău, 2003. 49 p.
- [59] Bostan, I. *Cercetarea staticii și dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0196 MD 00976. Nr. de inv. 0201MD01332. UTM. Chișinău, 2000. 112 p.
- [60] Bostan, I. *Cercetarea staticii și dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Etapa: *Cercetarea influenței erorilor de execuție asupra stării tensionale a angrenajului precesional*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0196MD 00976. Nr. de inv. 0200M 01200. UTM. Chișinău, 1999. 88 p.
- [61] Bostan, I. *Cercetarea staticii și dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Etapa: *Cercetarea dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0196MD 00976. Nr. de inv. 0199M 01010. UTM. Chișinău, 1998. 30 p.
- [62] Bostan, I. *Cercetarea staticii și dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Etapa: *Cercetarea stării tensionale a angrenajului precesional multipar*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0196MD 00976. Nr. de inv. 0198MD 00591. UTM. Chișinău, 1997. 87 p.
- [63] Bostan, I. *Cercetarea staticii și dinamicii transmisiilor planetare precesionale*. Etapa: *Cercetarea distribuirii sarcinii între dinții angrenajului precesional multipar*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. Nr. înr. de stat 0196MD 00976. Nr. de inv. 0197MD 00529. UTM. Chișinău, 1996. 44 p.
- [64] Bostan, I. *Cercetări privind indicatorii funcționali ai reductoarelor cu mișcare de precesie: experimentări model tip RP2*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. ICTCM, București; UTM, Chișinău, 1997. 38 p.
- [65] Bostan, I. *Cercetări privind indicatorii funcționali ai reductoarelor cu mișcare de precesie: experimentări model tip RP1*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. ICTCM, București; UTM, Chișinău, 1996. 45 p.
- [66] Bostan, I. *Elaborarea procedurii de fabricare a roților dințate cu modificări longitudinale și de profil al dinților*. Raport șt. Cond. șt. Bostan I. ICTCM, București; UTM, Chișinău, 1994. 97 p.
- [67] Bostan, I. *Исследование, разработка и внедрение планетарно-прецессионных передач* [Cercetarea, elaborarea și implementarea transmisiilor planetare precesionale]. Научный отчет. ТУМ. Науч.

- рук. Бостан И. Гос. №01880047848. Инв. №03910029680. Кишинев, 1992. 23 с.
- [68] Bostan, I. *Разработка математической модели взаимодействия зубьев в планетарных прецессионных передачах и исследование основных качественных показателей* [Elaborarea modelului matematic al interacțiunii dinților în transmisiile planetare precesionale și cercetarea parametrilor funcționali]. Научный отчет. КПИ. Науч. рук. Бостан И. Кишинев, 1992. 64 с.
- [69] Bostan, I. *Разработка математической модели многопарного прецессионного зацепления и поиск с помощью САПР рациональных параметров и исходного контура* [Elaborarea modelului matematic al angrenajului precesional multipar și identificarea SAPR a parametrilor raționali ai conturului de referință]. Научный отчет. КПИ. Науч. рук. Бостан И. Кишинев, 1991. 49 с.
- [70] Bostan, I. *Разработка рабочей конструкторской документации прецессионных редукторов механизмов погружных приводов для добычи твердых полезных ископаемых со дна Мирового Океана и разработка системы зубофрезерования колес* [Elaborarea documentației tehnice a reductoarelor precesionale pentru mecanismele de acționare submersibile de extragere a zăcămintelor minerale solide de pe fundul Oceanului Planetar și a dispozitivelor de generare a dinților]. ДСП² Научный отчет. КПИ. Науч. рук. Бостан И. Гос. №01900002471. Инв. №0291003668. Кишинев, 1990. 76 с.
- [71] Bostan, I. *Создание прецессионных редукторов приводов погружных механизмов для добычи твердых полезных ископаемых со дна Мирового Океана и разработка системы зубообработки* [Elaborarea reductoarelor precesionale submersibile pentru mecanismele de acționare a sistemelor de extragere a zăcămintelor minerale solide de pe fundul Oceanului Planetar și elaborarea utilajului tehnologic de generare a dinților]. ДСП³ Научный отчет. КПИ. ВНИПИ Океанмаш. Науч. рук. Бостан И. № ГР 01890001654. Инв. № 0290030212. Москва, 1989. 200 с.
- [72] Bostan, I. *Создание прецессионных редукторов погружных приводов механизмов для добычи твердых полезных ископаемых со дна Мирового Океана* [Elaborarea reductoarelor precesionale submersibile pentru mecanismele de acționare a sistemelor de extragere a zăcămintelor minerale solide de pe fundul Oceanului Planetar].

²Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

³Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

- ДСП⁴ Научный отчет. КПИ. ВНИПИ Океанмаш. Науч. рук. Бостан И. Гос. №ГР01860008724. Инв. №0289002272. Москва, 1988. 114 с.
- [73] Bostan, I. *Разработка планетарных прецессионных передач* [Elaborarea transmisiilor planetare precesionale]. ДСП⁵ Научный отчет. КПИ. ЦНПО “Комета”. Науч. рук. Бостан И. Гос. №ГР 01840010860. Инв. №2890022721. Москва, 1988. 29 с.
- [74] Bostan, I. *Исследование, разработка и освоение планетарно – прецессионных передач с многопарным криволинейно – дуговым зацеплением* [Cercetarea, elaborarea și diseminarea transmisiilor planetare precesionale cu angrenaj multipar curblineu-arc de cerc]. ДСП⁶ Научный отчет. КПИ. Предприятие Г4805. Науч. рук. Бостан И. Гос. №ГР 01840010860. Инв. №02871143025. Москва, 1986.
- [75] Bostan, I. *Мультипликатор прецессионный соосный для ветро-электрического агрегата* [Multiplicator precesional axial pentru turbina eoliană]. Научный отчет. КПИ. Науч. рук. Бостан И. НПО “Ветроэн”. Гос. №ГР 01840010860. Инв. №02860057046. Москва, 1985. 89 с.
- [76] Bostan, I., Mudreac, V. *Raumliche darstellung mehrphasiger verzahnungen von prazisionsplanelen-getriben und Fragen der Fertigungs – technologie – Tag und Zahnradgetriebe. Vortagsbd, Teil 2. Dresden, (1989), 400–405.*
- [77] Bostan, I., Dulgheru, V. *Development of planetary precessional transmission with multicouple gear. Power Transmissions, Mechanism and Machine Science, Vol. 13. Dobre, G., ed., Springer Science+Business Media Dordrecht, (2013), 597-607. DOI: 10.1007/978-94-007-6558-0-48.*
- [78] Bostan, I., Dulgheru, V., Bodnariuc, I. *Technological aspects of kinematic planetary precessional transmissions with plastic wheels. Meridian Ingineresc, 2, (2015), 81–86.*
- [79] Bostan, I., Dulgheru, V. *Elaboration and design of the planetary precessional transmission. Meridian Ingineresc, 4, (2016), 86–91.*
- [80] Bostan, I., Mazuru, S., Casian, M. *Method of axial adjustment for precessional transmissions. Proc. 22nd Intern. Conf. on Innovative Manufacturing Engineering and Energy - IManE & 2018 [online].*

⁴Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

⁵Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

⁶Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

- Vol. 178, Issue MATEC Web Conf., 06009 (2018), 8 p. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201817806024>
- [81] Bostan, I., Dulgheru, V., Vaculenco, M. Analytic description of teeth profile and justification of precessional gear parameters selection. *Journal of Engineering Sciences and Innovation*, 2(4), (2017), 1–10.
- [82] Bostan, I., Mazuru, S. Axial adjustment method for precessional transmissions. *TEHNOMUS Journal: New Technologies and Products in Machine Manufacturing Technologies*, Suceava, 1, (2017), 30–36.
- [83] Bostan, I., Dulgheru, V., Ciobanu, R. Elaboration and research of planetary precessional multiplier type K-H-V. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, an open-access proceedings journal, with abstracting and indexing in ISI Web of Science, Scopus, EI Compendex*, 9–10 June 2016, Iași, România, Vol. 147, (2016), 11–17.
- [84] Bostan, I., Dulgheru, V., Trifan, N. Generation of the teeth precessional gears by plastic deformation. *Proc. of the 8th Intern. Conf. on Advanced Concepts in Mechanical Engineering - ACME 2018; IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, June 07-08, 2018, Iași, România, Vol. 444 (2018), 022001, 5 p. DOI:10.1088/1757-899X/444/2/022001.
- [85] Bostan, I., Dulgheru, V., Vaculenco, M., Malcoci, Iu. Transmisii planetare precesionale în echipamente pentru extragerea țiteiului și conducte magistrale pentru transportarea gazului. *Journal of Engineering Sciences and Innovation*.
- [86] Bostan, I., Dulgheru, V., Ciobanu, R. Cinetostatic analysis of planetary precessional multiplier. *Proc. of the X-th edition of Product Design, Robotics, Advanced Mechanical & Mechatronic Systems and Innovation Conference PRASIC'18*, November 8–9, Brașov, Romania, (2018).
- [87] Bostan, I., Dulgheru, V., Trifan, N. Characteristics of materials and thermal treatments applied to gearwheels obtained by plastic deformation. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, an open-access proceedings journal, with abstracting and indexing in ISI Web of Science, Scopus, EI Compendex*, 9–10 June 2016, Iasi, Romania, Vol. 147, (2016), 29–32.
- [88] Bostan, I., Dulgheru, V., Trifan, N. Unele aspecte privind generarea angrenajelor precesionale prin deformare plastică. *Meridian Ingineresc*, 3, (2017), 71–74.

- [89] Bostan, I., Dulgheru, V. Development of theory of multiple precessional gear. *Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. Secția: Construcții de mașini*, Tome 51(55), fasc. 5, (2005), 271–276.
- [90] Bostan, I., Dulgheru, V. Elaboration of Multiple precessional Gear Theory and Modern Manufacturing Technology. *Proc. of Intern. Conf. Power Transmissions'03*, 11-12 September, Varna, Bulgaria, (2003).
- [91] Bostan, I., Dulgheru, V. ș.a. New Elaborations of the Technological Equipment for the Extractions of Ferro-manganic Concretions from the World Ocean Bottom. Grand Prix of IMPEX-XV. *Official catalog "INPEX XV": The invention show*, May 19–23, Pittsburgh, USA, (1999).
- [92] Bostan, I., Dulgheru, V. The state of tension precessional gear element. *Materialele Congresului al 18-lea al Academiei Româno-Americane de Științe și Arte*, 13-16 iulie 1993. Chișinău, (1993), 15 p.
- [93] Bostan, I., Dulgheru, V. ș.a. Transmisii planetare precesionale: angrenaje, tehnologii noi de fabricare și aplicații. Premiul de Stat al Republicii Moldova în domeniul științei și tehnicii. Vol. 1, 205 p.; Vol. 2, 417 p. Chișinău, 1998. *Monitorul Oficial al Republicii Moldova*, 8, (1998).
- [94] Bostan, I., Dulgheru, V. ș.a. Transmisii planetare precesionale de putere: angrenaje și tehnologii de fabricare. *Lucrările Simpozionul Intern. "Transfer tehnologic în ingineria electronică, materiale multifuncționale și mecanică fină"*. Știința, Chișinău, (2005), 180–187.
- [95] Bostan, I., Ionescu, F. ș.a. Integrated CAE development of precessional drives using auto desk inventor platform. *Proc. of the 15th Intern. Conf. on Manufacturing systems - ICMaS*, 26–27 October 2006. București, Romania, (2006), 23–30.
- [96] Bostan, I., Oprea, A. Calcul la uzură a angrenajului multipar cu mișcare de precesie. *Lucrările Conf. tehn.-șt. Intern. "Transmisii cu angrenaje. Teoria angrenajului, calcul la rezistență, precizia cinematică și tehnologia fabricării"*, Chișinău, (1992), 64–65.
- [97] Bostan, I., Oprea, A., Dulgheru V. ș.a. Экспериментальные показатели прецессионных передач [Indicatorii funcționali experimentali ai transmisiilor precesionale]. *Вестник машиностроения, Москва*, 12, (1990), 52–54.

- [98] Bostan, I., Scaticailov, S., Toca, A. Model matematic pentru determinarea liniei de contact sculă-roată dințată conică precesională la prelucrare prin rectificare. *Tehnologii moderne. Calitate. Restructurare. Secțiunea 7: "Construcții și tehnologii pentru angrenaje"*. Conferința internațională de comunicări științifice consacrate aniversării a 35-a a Universității Tehnice a Moldovei, 27–29 mai 1999, Chișinău, Vol. 4, (1999), 419–424.
- [99] Bostan, I., Sochirean, A. Aspects of industrial processing of the precessional toothed wheels. *Proc. of the 30th Annual Congress of the American Romanian Academy of Arts and Sciences (ARA)*, July 5–10, 2005, ASEM, Chișinău, (2005), 493–496.
- [100] Bostan, I., Dulgheru, V. Mecanisme de acționare submersibile cu transmisii planetare precesionale. *Conferința a 18-a de Mecanica Solidelor*, 9-11 iunie 1994: Buletinul conf., Vol. 2, Constanța, (1994), 17–24.
- [101] Dulgheru, V. *Statica și dinamica transmisiilor precesionale: Autoreferat, teză de dr. hab. în tehnică. Cond. șt. I. Bostan. UTM. Chișinău, 1995. 46 p.*
- [102] Dicusară, I. *Contribuții privind generarea profilului dinților angrenajului precesional prin metode neconvenționale. Autoreferat, teză de dr. în tehnică. Cond. șt. I. Bostan. UTM. Chișinău, 2013. 30 p.*
- [103] Mazuru, S. *Capacitatea portantă a transmisiilor precesionale cu angrenaj modificat: Autoreferat, teză de dr. în tehnică. Cond. șt. I. Bostan. UTM. Chișinău, 1996. 30 p.*
- [104] Sochirean, A. *Contribuții la cercetarea dinamicii transmisiilor planetare precesionale: Autoreferat, teză de dr. în tehnică. Cond. șt. V. Dulgheru. UTM. Chișinău, 2008. 28 p.*
- [105] Țopa, A. *Influența erorii sumare asupra parametrilor modificării longitudinale și distribuirii sarcinii în angrenajul precesional: Autoreferat, teză de dr. în tehnică. Cond. șt. I. Bostan. UTM. Chișinău, 2000. 30 p.*
- [106] Vaculenco, M. *Contribuții la studiul preciziei de prelucrare a danturilor angrenajului precesional: Autoreferat, teză de dr. în tehnică. Cond. șt. I. Bostan. UTM. Chișinău, 2008. 32 p.*
- [107] Bostan, I. *Планетарная прецессионная передача* [Transmisia planetară precesională]. SU 1401203 A. МКИ F 16 H 1/32. Б.И. №21, 1988.

- [108] Bostan, I. *Прецессионная зубчатая передача* [Transmisia precesională dințată]. SU 1455094 A1. МКИ F 16 H 1/32. Б.И. №4, 1989.
- [109] Bostan, I. *Гидродвигатель* [Hidromotor]. SU 1353925 A1. МКИ F 03 C 2/08. Б.И. №43, 1987.
- [110] Bostan, I., Vabaian, I.T. *Прецессионная передача* [Transmisia precesională]. SU 1563319 A1. МКИ F 16 H 1/32, 1987. Роспатент РФ 16.06.1995 зарегистрировал Патент No. 1563319 (ДСП)⁷, на изобретение, патентообладатель SRL “Прецесия”, Республика Молдова.
- [111] Bostan, I., Vabaian, I. *Способ обработки модифицированных зубьев элементов прецессионной зубчатой пары* [Procedeu de prelucrare a dinților modificați ai roților precesionale]. SU 1663857 A1. МКИ B 23 F 9/06, 1988. Роспатент РФ 16.06.1995 зарегистрировал Патент No. 1663857 (ДСП)⁸, на изобретение, патентообладатель SRL “Прецесия”, Республика Молдова.
- [112] Bostan, I., Oprea, A. *Планетарная прецессионная передача* [Transmisia planetară precesională]. SU 1711525 A1. МКИ F 16 H 1/32, 1988 (ДСП)⁹.
- [113] Bostan, I., Mazuru, S., Vaculenco, M. *Procedeu de prelucrare prin electroeroziune a suprafețelor roților dințate ale transmisiei precesionale*. Brevet MD nr. 2609 B2. ICl: B23 H1/00. Publ.: BOPI, 2004, nr. 11.
- [114] Bostan, I., Mazuru, S., Scaticailov, S. *Procedeu de prelucrare a dinților angrenajului precesional*. Brevet MD nr. 2120 C2 (MD). ICl: B23 F 9/06. Publ.: BOPI, 2003, nr. 3.
- [115] Bostan, I., Mazuru, S., Olievski, A. *Procedeu de prelucrare a dinților angrenajului precesional*. Brevet MD nr. 3532 C2. ICl: B25F 9/06. Publ.: BOPI, 2008, nr. 3.
- [116] Bostan, I., Mazuru, S., Vaculenco, M., Trifan, N. *Procedeu de prelucrare prin electroeroziune a pieselor cu contur complicat și suprafețe oblice*. Brevet MD nr. 2674 B2. ICl: B 23 H 1/00. Publ.: BOPI, 2005, nr. 1.
- [117] Bostan, I., Odainăi, V., Chirilescu, C. *Reductor precesional*. Brevet MD nr. 2177 C2. ICl: F 16 H 1/32. Publ.: BOPI, 2003, nr. 5.

⁷Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

⁸Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

⁹Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

- [118] Bostan, I., Țopa, M., Dulgheru, V., Vaculenco, M. *Angrenaj precesional și procedeu de realizare a lui*. Brevet MD nr. 1886 C2. ICl: F 16 H 1/32. Publ.: BOPI, 2002, nr. 3.
- [119] Bostan, I., Ionescu, F., Dulgheru, V., Ciobanu, R., Malcoci, I. *Mecanism de dirijare a aparatului de zbor*. Brevet MD nr. 3510 G2. ICl: B64C 9/00. Publ.: BOPI, 2008, nr. 2.
- [120] Bostan, I., Dulgheru, V., Bostan, V., Sochireanu, A. *Mecanism de acționare a macaralei de geam*. Brevet MD nr. 3058 G2. ICl: E05F 11/50. Publ.: BOPI, 2006, nr. 5.
- [121] Bostan, I., Dulgheru, V., Golban, D. ș.a. *Cap de alezat*. Brevet MD nr. 2331 C2. ICl: B23B 29/034. Publ.: BOPI, 2003, nr. 12.
- [122] Bostan, I., Dulgheru, V., Dicusară, I., Bodnariuc, I. *Roată dințată-sculă pentru prelucrarea matrițelor și procedeu de prelucrare a ei*. Brevet MD nr. 3623 G2. ICl: B23H 1/00. Publ.: BOPI, 2008, nr. 6.
- [123] Bostan, I., Dulgheru, V., Dicusară, I. *Procedeu și dispozitiv de prelucrare prin electroeroziune a roților dințate*. Brevet MD nr. 3595 G2. ICl: B23H 1/00. Publ.: BOPI, 2008, nr. 5.
- [124] Bostan, I., Dulgheru, V., Bodnariuc, I. *Dispozitiv de foraj rotativ antrenat de fluid pentru sonde de adâncimi mari*. Brevet MD nr. 3386 G2. ICl: E21B 4/02. Publ.: BOPI, 2007, nr. 8.
- [125] Bostan, I., Dulgheru, V., Sochirean, A. *Transmisie planetară precesională*. Brevet MD nr. 2821 C2. ICl: F 16 H 1/32. Publ.: BOPI, 2005, nr. 7.
- [126] Бостан, И.А., Цопа, М.П., Мазуру, С.Г., Бабаян, И.Т. *Способ правки фасонного шлифовального круга*. SU 1646818 A1. МКИ В 24 В 53/08. Б.И. № 17, 1991. Роспатент РФ 16.06.1995 зарегистрировал Патент No. 1646818, на изобретение, патентообладатель SRL “Прецесия”, Республика Молдова.
- [127] Бостан, И.А., Козлов, М.Т., Опря, А.Г. *Прецессионная передача*. SU 1434197 A1. МКИ F 16 H 1/32. Б.И. №40, 1988.
- [128] Бостан, И.А., Петьков, В.А. *Планетарная прецессионная передача*. SU 1486666 A1. МКИ F 16 H 1/32. Б.И. № 22, 1989.
- [129] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е., Петьков, В.А. *Планетарная прецессионная передача*. SU 1598569 A1. МКИ F 16 H 37/02 1/32, 1998 (ДСП)¹⁰.

¹⁰Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

- [130] Бостан, И.А., Мазуру, С.Г. *Гидромотор с прецессионной передачей*. SU 1795684 A1. МКИ F 03 C 1/26, 1987 (ДСП)¹¹.
- [131] Бостан, И.А., Мазуру, С.Г., Главацкий, А.Д. *Гидромотор с прецессионной передачей*. SU 1834415 A1. МКИ F 03 C 1/26, 1988 (ДСП)¹².
- [132] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е., Оргеа, А.И. и др. *Привод арматуры*. SU 1807278 A1. МКИ F 16 K 31/53. Б.И. № 13, 1993.
- [133] Бостан, И.А., Глушко, К.Б. и др. *Мотор-колесо транспортного средства*. SU 1781950 A1. МКИ B 60 K 7/00, 1987 (ДСП)¹³.
- [134] Бостан, И.А., Глушко, К.Б., Дулгеру, В.Е. *Мотор-колесо*. SU 1383657 A. МКИ B 60 K 7/00, 1988 (ДСП)¹⁴.
- [135] Бостан, И.А., Глушко, К.Б., Дулгеру, В.Е. *Мотор-колесо*. SU 1383657 A1. МКИ B 60 K 7/00, 17/06, 1986 (ДСП)¹⁵.
- [136] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е. *Мотор-колесо*. SU 1800765 A1. МКИ B 60 K 7/00, 1991 (ДСП)¹⁶.
- [137] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е., Оглинда, Г.И. *Мотор-редуктор привода колеса транспортного средства*. SU 1439900 A1. МКИ B 60 K 7/00, 1987 (ДСП)¹⁷.
- [138] Бостан, И.А., Корчмарь, А.Г. *Гидромотор*. SU 1247579 A1. МКИ F 03 C 1/06. Б.И. №28, 1986.
- [139] Бостан, И.А., Мазуру, С.Г. *Гидромотор*. SU 1704525 A1. МКИ F 03 C 1/04, 1987 (ДСП)¹⁸.
- [140] Бостан, И.А., Мазуру, С.Г. *Мотор-колесо*. SU 1773006 A1. МКИ B 60 K 7/00, 1990 (ДСП)¹⁹.
- [141] Бостан, И. А., Петьков, В.А. *Мотор-колесо*. SU 1781951 A1. МКИ B 60 K 7/00, 1988 (ДСП)²⁰.
- [142] Бостан, И.А., Дулгеру В.Е. *Манипулятор*. SU 1693832 A1. МКИ B 25 J 9/00, 1989 (ДСП)²¹.

¹¹Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹²Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹³Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁴Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁵Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁶Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁷Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁸Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

¹⁹Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

²⁰Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

²¹Secret de Stat cu parafa "Uz de serviciu"

- [143] Бостан, И.А., Дулгеру, В. Е., Бабаян, И.Т. *Шарнир манипулятора*. SU 1357224 А1. МКИ В 25 J 17/00, 1986 (ДСП)²².
- [144] Бостан, И.А., Вишняков, В.В., Мазуру, С.Г. *Самоцентрирующийся патрон*. SU 1480974 А1. МКИ В 23 В 31/16. Б.И. №19, 1985.
- [145] Бостан, И.А., Вишняков, В.В., Мазуру, С.Г. *Самоцентрирующийся патрон*. SU 1346346 А1. МКИ В 23 В 31/16. Б.И. №39, 1986.
- [146] Бостан, И. *Создание планетарно – прецессионных передач с многопарным зацеплением*: Автореф. докторской дис. (ДСП)²³. МГТУ им. Н. Баумана. Москва, 1989. 32 стр.
- [147] Бостан, И., Цопа, М., Цопа, А. *Исследование влияния геометрических и силовых параметров по локализации пятна контакта в прецессионном зацеплении с продольной модификацией зубов*. ТУМ. Кишинев, 1995. 15 с. Деп. НИИТЭИ 30.03.95. Сертификат №1368-М95.
- [148] Бостан, И. *Создание высоконапряженных планетарно - прецессионных редукторов нового поколения. Передачи и редукторы*. Ассоциация инженеров-механиков по зубчатым передачам, Том 1, 6, (1991), 11–13.
- [149] Бостан, И., Цопа, М., Цопа, А. *Уточнение проектного расчета прецессионной передачи*. ТУМ. Кишинев, 1994. 7 с. Деп. НИИТЭИ 15.07.94. Сертификат №1365-М94.
- [150] Бостан, И., Цопа, М., Цопа, А. *Локализация пятна контакта в многопарном прецессионном зацеплении продольной модификацией зубьев постоянной кривизны*. ТУМ. Кишинев, 1993. 14 с. Деп. НИИТЭИ 27.05.93. Сертификат №1319-М93.
- [151] Бостан, И., Дулгеру, В. *Условия существования необратимости планетарных прецессионных передач*. ТУМ. Кишинев, 1993. 8 с. Деп. НИИТЭИ 23.06.93. Сертификат №1326-М93.
- [152] Бостан, И., Цопа, М., Дулгеру, В. *Модификация формы профиля зубьев прецессионного зацепления*. ТУМ. Кишинев, 1994. 16 с. Деп. НИИТЭИ 18.04.94. Сертификат №1361-М94.
- [153] Бостан, И.А., Караганчу, В.Х. *Исследование динамического нагружения подшипниковых опор планетарно-прецессионных пе-*

²²Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

²³Secret de Stat cu parafa “Uz de serviciu”

- редач 2К-Н*. КПИ. Кишинев, 1987. 21 с. Деп. НИИТЭИ 24.09.87. Сертификат №873-М87. ВИНТИ, 1988, №1.
- [154] Бостан, И.А., Коман, Г.Г., Цопа, М.П. *Построение профиля зубьев многопарного зацепления прецессионной передачи с помощью ЭВМ*. КПИ. Кишинев, 1988. 7 с. Деп. НИИТЭИ 24.06.88. Сертификат №996-М88. ВИНТИ, 1988, №11.
- [155] Бостан, И.А., Мазуру, С.Г., Скатицайлов, С. *Обработка профиля зубьев методом обкатки прецессирующим инструментом. Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. науч. трудов, Донецк, Вып. 11, (2000), 110–114.*
- [156] Бостан, И.А., Мудряк, В.И., Бабаян, И.Т. Конвексно-конкавное зацепление для прецессионных передач. *Sbornic prednosek CS-VTS Celostatni conference kateder casti stroji*, Vrno, CSSR, (1988), 23–26.
- [157] Бостан, И. А., Опря, А.Г. *Критерий работоспособности и расчета зубчато-роликового зацепления прецессионных передач*. КПИ. Кишинев, 1987. 16 с. Деп. НИИТЭИ 24.09.87. Сертификат №889-М87. ВИНТИ, 1988, №1.
- [158] Бостан, И.А., Цопа, М.П., Коман, Г.Г. *Определение огибающей семейства производящих контуров инструмента при обработке зубьев пространственных зацеплений*. КПИ. Кишинев, 1989. 12 с. Деп. НИИТЭИ 24.01.89. Сертификат №1080-М89. ВИНТИ, 1989, №5.
- [159] Бостан, И.А., Бабаян, И.Т. Исследование качественных характеристик прецессионного редуктора. *Проектирование и технология оптико-механических и электронно-ионооптических приборов*. Институт космическ. исслед., Фрунзе, (1985), 87–91.
- [160] Бостан, И.А., Дроздов, Ю.Н., Аждер, В., Опря, А.Г. Расчет зацепления прецессионных передач на долговечность по износу. *Тенденции повышения нагрузочной способности передач зацеплением*. КПИ, Кишинев, (1989), 67–78.
- [161] Бостан, И.А., Бабаян, И.Т., Коман, Г.Г., Цопа, М.П. *Теоретическое исследование зацепления прецессионных передач К-Н-У*. КПИ. Кишинев, 1987. 11 с. Деп. НИИТЭИ 30.11.87. Сертификат №904-М87. ВИНТИ, 1988, №2.
- [162] Бостан, И.А., Бабаян, И.Т., Цопа, М.П., Коман, Г.Г. *Теоретическое исследование зацепления прецессионных передач 2К-Н*.

- КПИ. Кишинев, 1987. 21 с. Деп. НИИТЭИ 30.10.87. Сертификат №906-М87. ВИНТИ, 1988, №2.
- [163] Бостан, И.А., Глушко, К.Б., Опря, А.Г. Коэффициент полезного действия прецессионной передачи. *Расчет и изготовление деталей машин*, Штиинца, Кишинев, (1988), 6–17.
- [164] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е. *Исследование кинематической точности планетарных прецессионных передач с зубчатопроликовым зацеплением*. КПИ. Кишинев, 1987. 24 с. Деп. НИИТЭИ 24.09.87. Сертификат №883-М87. ВИНТИ, 1988, №1.
- [165] Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е., Опря, А.Г. Динамика планетарно-прецессионных передач с новым многопарным зацеплением. *Теория реальных передач зацеплением: 4-ый Всесоюз. симпозиум*, Курган, (1988), 80–83.
- [166] Бабаян, И.Т. *Прецессионные передачи с новым видом многопарного зацепления*. Автореф. дис. канд. техн. наук. Науч. рук. Бостан И. А. Минск, Белорусия, 1990, 16 с.
- [167] Бронштейн, И.Н., Семендяев, К.А. *Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ*. Лейпциг, 1981.
- [168] Бухгольц, Н.Н. *Основной курс теоретической механики*. Наука, Москва, 1967.
- [169] Ватанабэ, Сумио. Современные тенденции в редукторостроении. *Санге Кикай*, 1983. 339 с.
- [170] Волков, Д.П., Крайнев, А.Ф. *Волновые передачи*. Техника, Киев, 1976.
- [171] Воробьев, Ю.В. Аналитические основания для оценки долговечности рабочих поверхностей при качении с проскальзыванием. *Машиноведение*, 4, (1984), с. 67–76.
- [172] Воробьев, Ю.В., Лобастов, В.К. Основы проектирования высших пар цевочного зацепления на заданную долговечность с учетом трения. *Труды ТИХМА*, Тамбов, Вып. 2, (1968), 185–195.
- [173] Гантмахер, Ф.Р. *Теория матриц*. Наука, Москва, 1967.
- [174] Гинзбург, Е.Г. К вопросу о кривизне сопряженных поверхностей. *Труды Ленинградского механического института*, 10, (1962).
- [175] Гинзбург, Е.Г. *Конические зубчатые колеса с новым видом зацепления*. Машгиз, Москва, 1959.

- [176] Глушко, К.Б., Бостан, И.А., Дулгеру, В.Е. Исследование кинематической точности прецессионной зубчатой передачи. *Расчет и конструирование деталей и узлов машин и методы их испытаний*, Штиинца, Кишинев, (1988), 40–52.
- [177] Глушко, К.Б., Бостан, И.А., Опря, А.Г. Планетарные прецессионные передачи. *Повышение работоспособности деталей машин*, Штиинца, Кишинев, (1985), 64–71.
- [178] Глушко, К.Б., Бостан, И.А., Опря, А.Г., Бостан, Н.А. *Планетарная прецессионная передача*. SU 1020667 А. МКИ F 16 Н 1/32. Б.И. № 20, 1983.
- [179] Гуляев, К.И. Выбор параметров резцовых головок при нарезании конических колес с циклоидальным продольным профилем зуба. *Машиностроение*, 1, (1965).
- [180] Гуляев, К.И. Исследование зацепления конических колес с циклоидальным продольным профилем зуба, работающих с локализованной зоной контакта (в сборнике «Теория передач в машинах»). *Машиностроение*, 1, (1966).
- [181] Дроздов, Ю.Н. Ключевые инварианты в расчетах интенсивности изнашивания при трении. *Машиноведение*, 2, (1980), 93–99.
- [182] Дроздов, Ю.Н., Ромашкин, О.Г. Расчет толщины масляной пленки во фрикционном контакте. *Машиноведение*, 1, (1980), 85–90.
- [183] Ерихов, М.Л. К вопросу о синтезе зацеплений с точечным касанием (в сборнике «Теория передач в машинах»). *Машиностроение*, (1966).
- [184] Ерихов, М.Л. Об относительном движении двух взаимоогibaемых линейчатых поверхностей. *Машиностроение*, 10, (1966).
- [185] Ерихов, М.Л. Определение главных кривизн и главных направлений огibaющей двухпараметрического семейства поверхностей. *Машиностроение*, 9, (1966).
- [186] Заостровский, А.А. Определение размеров и формы пятна контакта на поверхностях зубьев обкатных конических колес. *Машиноведение*, 4, (1966).
- [187] Иванов, М.Н., Шувалов, С.А., Финогенов, В.А. Экспериментальное определение количества одновременно зацепляющихся зубьев и величин их деформации в волновых передачах. *Машиностроение*, 9, (1968), 37–40.

- [188] Каган, В.Ф. *Основы теории поверхностей*. В 2-х т. Гостехиздат, Москва, 1947–1948.
- [189] Коростелев, Л.В. Кривизна винтовых поверхностей. *Машиностроение*, 7, (1965).
- [190] Краснощеков, Н.Н., Федянин, Р.В., Чесноков, В.А. *Теория зацепления Новикова*. Наука, Москва, 1976. 173 с.
- [191] Кудрявцев, В.Н. Планетарные передачи с цевочным зацеплением. *Труды семинара по теории машин и механизмов*, Вып. 29, Изд-во АН СССР, Москва, (1949).
- [192] Литвин, Ф.Л., Кай, Го. Улучшение условий зацепления конических колес с дугowymi зубцами. *Труды семинара по теории машин и механизмов*, Вып. 98-99, Наука, Москва, (1964).
- [193] Литвин, Ф.Л. *Проектирование механизмов и деталей приборов*. Машиностроение, Ленинград, 1973. 450 с.
- [194] Литвин, Ф.Л. *Теория зубчатых зацеплений*. Наука, Москва, 1968. 374 с.
- [195] Литвин, Ф.Л. Аналитические методы исследования пространственных зацеплений. *Труды семинара по теории машин и механизмов*, Вып. 84, Наука, Москва, (1961).
- [196] Литвин, Ф.Л. Применение кинематического метода для определения связи между кривизнами взаимооггибаемых поверхностей и условий отсутствия подрезания зубьев. *Труды семинара по теории машин и механизмов*, Вып. 103, Наука, Москва, (1964).
- [197] Литвин, Ф.Л. Способ нахождения линий контакта и предельных точек поверхностей зубьев пространственного зубчатого механизма. *Механика и машиностроение*, 6, (1962).
- [198] Лобастов, В.К. Исследование КПД планетарно-цевочных редукторов. *Теория механизмов и детали машин*, Вып. 22, Харьков, (1977), 98–106.
- [199] Лобастов, В.К. О распределении усилий в цевочном зацеплении планетарно-цевочного редуктора. *Машиностроение*, 7, (1970), 24–28.
- [200] Лурье, А.И. *Аналитическая механика*. Физматгиз, Москва, 1963.
- [201] Лурье, А.И. *Пространственные задачи теории упругости*. Гостехиздат, Москва, 1955.

- [202] Миеси, Фуминори. Новый ряд цевочных редукторов. *Санге Кикай*, 359, (1980), 34–37.
- [203] Москвитин, А.И. *Тихоходный электродвигатель с гибким ротором для безредукторного привода*. Авт. свид. СССР № 68211, 1944.
- [204] Новиков, М.Л. *Новое зацепление для зубчатых передач*. МДНТП, Москва, 1959.
- [205] Новиков, М.Л. *Зубчатые передачи, а также кулачковые механизмы с точечной системой зацепления*. Авт. свид. СССР № 109113.
- [206] Опря, А.Г. *Создание прецессионной передачи с зубчато-роликковым зацеплением*: Автореф. дис. канд. техн. наук. Науч. рук. Бостан И.А. Минск, Белоруссия, 1986, 16 с.
- [207] Петрусевич, А.И. Упрощенный метод решения контактно-гидродинамических задач. *Машиноведение*, 6, (1971), 72–76.
- [208] Петрусевич, А.И. Роль гидродинамической масляной пленки в стойкости и долговечности поверхностей контакта деталей машин. *Вестник машиностроения*, 1, (1963).
- [209] Пинегин, С.В. *Контактная прочность в машинах*. Машиностроение, Москва, 1965. 156 с.
- [210] Пинегин, С.В. *Контактная прочность и сопротивление качению*. Машиностроение, Москва, 1969. 243 с.
- [211] Становской, В.В. и др. *Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых профилей*. Патент РФ №2439401, 2007.
- [212] Трубин, Г.К. *Контактная усталость материалов для зубчатых колес*. Машгиз, Москва, 1962. 342 с.
- [213] Фролов, К.В. и др. *Теория механизмов и машин*. Высшая школа, Москва, 1987.
- [214] Шанников, В.М. *Планетарные редукторы с внеполосным зацеплением*. Машгиз, Москва, 1948. 320 с.
- [215] Шанников, В.М. *Планетарные редукторы с внецентроидным цевочным зацеплением*. Машгиз, Москва, 1948.
- [216] Шувалов, С.А. Основные критерии работоспособности волновых зубчатых передач. *Вестник машиностроения*, 11, (1976), 17–20.

- [217] Шувалов, С.А., Попов, П.К., Финогенов, В.А. Характеристики точности и жесткости волновых зубчатых передач. *Машиностроение*, 6, (1970), 56–61.
- [218] Юдин, В.А. Основы теории планетарно-цевочного редуктора с внутренним внеполюсным зацеплением. *Труды семинара по ТММ*, Том 4, Вып. 13, (1984), 8–77.
- [219] Klein, Bern. Die Einflüsse des Raflerns in Gefriebemoforen mit einer Schneckenstufe. *Maschinenmarkt*, 3, (1985), 2240–2242.
- [220] *Braren Gear Transmission*. USA Patent, no 1694031, 1928.
- [221] Richardson, Brian. Cicloidal gearing in speed reduction and energy conservation. *Pulp. and Paper*, Canada, 10, (1981), 82.
- [222] Buckingham, E. How Contact Stresses Affect Gear Teeth. *SAE Journal*, Vol. 58, no. 10, (1950), 43–50.
- [223] Buckingham, E. *Analytical Mechanics of Gears*. New York, 1949.
- [224] Buckingham, E., Ryffel, H. *Design of Worm and Spiral Gears*. New York, 1960.
- [225] Buckingham, E., Tabbourdet, G. Recent Roll Tests on Endurance Limits of Materials. *Proc. ASM Conf. on Mechanical Wear*, (1950).
- [226] Colbourne, I.R. The contact stress in Novicov gears. *Mech. Mach. Theory*, Vol. 24, no. 3, (1989), 223–229.
- [227] Crudu, I. *Tribosistem - tribomodel în studiul sistemelor mecanice*. University Press, Galați, 2008.
- [228] Da Vinci, L. *The Madrid Codices*, Vol. 1, 1493, Facsimile edition of Codex Madrid 1, original Spanish title: Tratado de Estatica y Mechanica en Italiano. Mc Graw Hill Book Company, 1974.
- [229] Darboux, G. *Leçons la théorie générale des surfaces et ses applications géométriques du calcul infinitésimal*. Vol. 1. Gauthier-Villars, Paris, 1887.
- [230] Denavit, J., Hertenberg, R.S. A kinematics notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *ASME J. Appl. Mech.*, Vol. 77, (1955), 215–221.
- [231] Euler, L. *De valoribus integralium a termino variabilis $x = 0$ usque ad $x = \infty$ extensorum*. Novi Comm. Acad., St.-Petersburg, 1781.
- [232] Ferguson, R.S. *Practical algorithms for 3D computer graphics*. AK Peters, Natick, MA, 2001. 539 p.

- [233] Funk, W., Aberle, D. Gerausminderung an Zahnraetrieben durch Einsatz von Sonderwerkstoff in Bereich der Wellen - Naben - verbindungen. *VDI-Berichte*, 488, (1983), 165–172.
- [234] GOST 17744-72 *Novikov cylindrical gears with double line of action. Calculation of geometry*. Moscow, 1972.
- [235] Hertz, H. Uber die Beruhrung fester elastischer Korper und uber die Harte. *Gesammelte Werke*, 7, (1985), 155–196.
- [236] Hertz, H. On contact of solid elastic bodies and on hardness. *Journal of Mathematics*, Vol. 92, (1881), 156–171.
- [237] Hertz, H. Uber die Beruhrung fester Elastischer Korper. *J. Reine Angew Math*, Vol. 92, (1882), 156–171.
- [238] Hertz, H. *Uber die Beruhrung fester Elastischer Korper*. Gesammelte Werke. Band I. Leipzig, 1895.
- [239] Hills, D.A., Sackfield, A. Sliding contact between Dissimilar Elastic Cylinders. *Journal of tribology*, Vol. 10, (1988), 372–378.
- [240] *Hostaform, Acetal'ny' kopolimer (PIOM)*. Ticona GmbH, Frankfurt na Maine, 2001.
- [241] Ivanov, M.N. *Harmonic Drives*. Visshaya Shkola, Moscow, 1981. 160 p.
- [242] Kagerl, Hans-Gunter, Francke, J., Jager, W., Fritsch, W. Ermittlung der Qualitatskengrobe kinematische abweiolund an stinradpaaren. *Wiss. Z. Techn. Hochsch. O. Guericke Magdeburg*, Vol. 28, 6, (1984), 35–41.
- [243] Kohler, H.K. et al. Dynamics and noise of parallel-axis gearing. *Proceeding Inst. Eng.*, Vol. 184, (1970), 111–121.
- [244] Kells, L.M., Kern, W.F., Bland, J.R. *Plane and spherical trigonometry*. 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1951. 318 p.
- [245] Lehmann, M. Bestimmung des Wirungsgrades von Zykloiden-Kurvenscheiben-Getrieben. *Antriebstechnik*, Vol. 32, 12, (1984), 45–80.
- [246] Linke, H., Gajewski, E. Breiten catverteilung unter be Souderer Berucksichtigung der Breitenbal - ligkeitbei Verzahnungen. *Maschinenbautechnik*, Vol. 32, 10, 1983, 445–449.
- [247] Litvin, F.L. *Gear geometry and applied theory*. Prentice Hall, NJ, Englewood Cliffs, 1994. 724 p.

- [248] Litvin, F.L. *Development of gear technology and theory of gearing*. NASA Reference Publication 1406. ARL-TR-1500, 1997. 114 p.
- [249] Litvin, F.L., Tsay, C.B. Helical gears with circular arc teeth: simulation of conditions of meshing and bearing contact. *ASME paper 84 - DET - 175. ASME I. mech. Trans. Auto. Des.*, (1985), 556–564
- [250] Mark, W.D. *Performance-based gear metrology: Kinematic-transmission-error computation and diagnosis*. Wiley, NJ, Hoboken, 2013.
- [251] Moskvitin, A.I. *Volnovye frikcionnye peredači*. USSR patent, no 341164, 1944.
- [252] Musser, C.W. *Torque equalizer*. United Shoe Machinery Corporation. USA Patent, no. 3006215, cl. 74–665, 1961.
- [253] Musser, C.W. *Strain Wave Gearing*. USA Patent, no 2906143, 29.09.1959.
- [254] Niemann, G., Heyer, E. Untersuchungen an Schneckengetrieben. *VDI-Berichte*, Vol. 6, (1953).
- [255] Oberg, E. *Spur and Bevel Gearing*. The Industrial Press, New York, 1917. 274 p.
- [256] Olivier, T. *Théorie géométrique des engrenages*. Paris, 1842. 118 p.
- [257] Popper, B., Pessen, D. The twinworm drive—a self-locking worm-gear transmission of high efficiency. *Transaction of the ASME*, (1960), 191–199.
- [258] Radzevich, S.P. *Vector representation of gear pairs*. Pt 1. Theory of Mechanisms and Machines, Vol. 6(2), (2008), 74–81. Disponibil: [www.http://tmm.spbstu.ru/journal.html](http://tmm.spbstu.ru/journal.html)
- [259] Radzevich, S.P. *Vector representation of gear pairs*. Pt 2. Theory of Mechanisms and Machines, Vol. 7(1), (2009), 17–26. Disponibil: [www.http://tmm.spbstu.ru/journal.html](http://tmm.spbstu.ru/journal.html)
- [260] Radzevich, S.P. *Fundamentals of surface generation*. Rastan, Kiev, 2001. 592 p.
- [261] Radzevich, S.P. On analytical description of contact geometry of part surfaces in highest kinematic pairs. Theory for mechanisms and machines. *St. Petersburg Polytechnic Institute*, Vol. 3(5), (2005), 3–14.
- [262] Radzevich, S.P. An examination of high-conformal gearing. *Gear solutions*, (2018), 31–39.

- [263] Radzevich, S.P. *High-conformal gearing: A new look at the concept of Novikov gearing*. *Proc. of Intern. Conf. on Gears*, October 5–7, 2015, Technical University of Munich, Garching, Germany, (2015), 1303–1314.
- [264] Radzevich, S.P. A brief overview on the evolution of the scientific theory of gearing: A preliminary Discussion. *Proc. of Intern. Conf. on Gears*, October 5–7, 2015, Technical University of Munich, Garching, Germany, (2015), 1035–1046.
- [265] Radzevich, S.P. A novel method for mathematical modeling of a form-cutting-tool of the optimum design. *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 31, (2007), 2639–2654.
- [266] Radzevich, S.P. A possibility of application of Plücker’s conoid for mathematical modeling of contact of two smooth regular surfaces in the first order of tangency. *Mathematical and Computer Modeling*, Vol. 42, (2004), 999–1022.
- [267] Shevel’ova, G.I., *Theory of Surface Generation and of Contact of Moving Bodies*, MosSTANKIN, Moscow, 1999, 494 p.
- [268] Shtipelman, B.A. *Design and Manufacture of Hypoid Gears*. John Wiley & Sons, New York, 1978. 394 p.
- [269] Stanovskoy, V.V. et al. *Toothed wheel gearing and a planetary toothed mechanism based thereon* (variants). USA Patent, no 8157691 B2, 2012.
- [270] Stadtfeld, H.J. *Gear Encyclopedia*. 2008 edition, Rochester, The Gleason works. Division of Gleason Corporation, New York, 2000.
- [271] Radzevich, Stephen P. *High-conformal gearing. Kinematics and geometry*. CRC Press Book, 2017.
- [272] Radzevich, Stephen P. *Theory of Gearing. Kinematics, geometry and synthesis*. CRC Press Book, 2018.
- [273] Tsay, C.-B., Fong, Z.H. The mathematical model of Wildhaber-Novikov gears applicable to finite element stress analysis. *Math. Comput. Modeling*, Vol. 12, 8, (1989), 939–946.
- [274] Watson, H.J. *Modern gear production*. Pergamon Press, New York, 1970.
- [275] Wildhaber, E. Basic relationship of hypoid gears. *American Machinist*, Vol. 90, 4, (1946).

- [276] Wildhaber, E. *Foundations of Meshing of Bevel and Hypoid Gears*: (a collection of journal papers translated from English and comments by A.V. Slepak). Mashgis, Moscow, 1948 (in Russian).
- [277] Wildhaber, E. Relative curvature controls gear tooth surface strength. *American Machinist*, Vol. 89, 21, (1945).
- [278] Wildhaber, E. Gear tooth curvature treated simply. *American Machinist*, Vol. 89, 18, (1945).
- [279] Wildhaber, E. Tooth contact. *American Machinist*, Vol. 90, 12, (1946).
- [280] Wildhaber, E. Surface curvature. *Product Engineering*, (1956).
- [281] Wildhaber, E. *Helical gearing*. U.S. Patent nr. 1.601.750, 1926.
- [282] Wildhaber, E. *Gear tooth shape*. U.S. Patent nr. 3.251.236, 1966.
- [283] Willis, R. On the teeth of wheels. *Transactions of the Institution of Civil Engineering*, Vol. 2, (1838).
- [284] Willis, R. *Principles of Mechanisms, Designed for the Use of Students in the Universities and for Engineering Students Generally*. John W. Parker, West Stand, London; J. & J.J. Deighton, Cambridge, 1841.
- [285] Winter, H., Looman, J. Tools for making helical circular arc spur gears. *VDI-Berichte*, 47, (1961).
- [286] Winter, H., Stolzle, K., Plackzek, T. *Topological tooth modifications and contact patterns of spur and helical gears*. AGMA Paper 89 FTM6, AGMA, Alexandria, VA, 1989. 10 p.