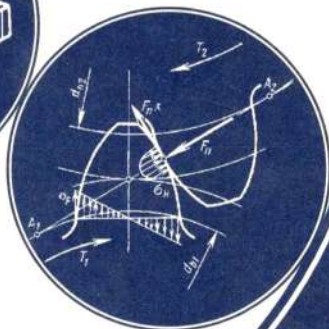
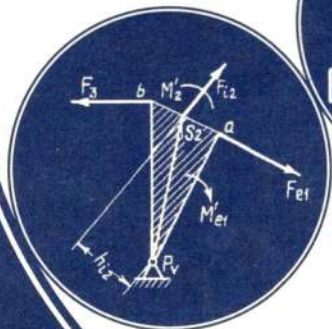
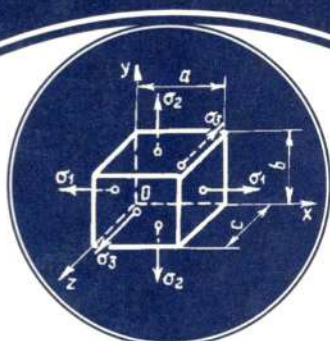


Valeriu Dulgheru · Anatol Oprea
Gheorghe Poștaru · Anton Musteață

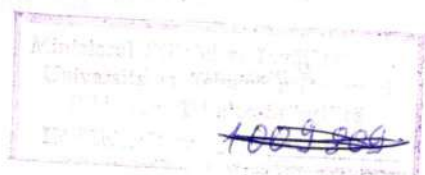
MECANICA APLICATĂ



EDITURA "TEHNICA"
CHIȘINĂU - 1999

Conf. univ. dr. hab. Valeriu Dulgheru
Conf. univ. dr. Anatol Oprea
Conf. univ. dr. Gheorghe Poștaru
Lector superior Anton Musteață

MECANICA APLICATĂ



Editura "Tehnica"
Universitatea Tehnică a Moldovei
Chișinău
1999

C.Z.U.: 531.15/.17(075.8)

M54

V. Dulgheru, A. Oprea, Gh. Poștaru, A. Musteață,

“*Mecanica aplicată*”

Editura “*Tehnica*” a U.T.M., Chișinău, 1999.-284 p.

Prezentul manual a fost conceput în baza programei disciplinei *Mecanica aplicată*. În carte sunt examinate elemente de teorie a mecanismelor și mașinilor și bazele calculului la rezistență a celor mai des utilizate organe de mașini de destinație generală.

Cartea poate servi drept manual pentru instituțiile de învățământ superior la specializările de profil nemecanic. Poate fi utilă și studenților din colegiile de profil tehnic.

Referent științific: Ion Bostan, doctor habilitat în științe tehnice, profesor, academician al A.Ș.M.

Redactor: Parascovia Onofrei

ISBN 9975-910-65-3

© V. Dulgheru, A. Oprea, Gh. Poștaru, A. Musteață, 1999

CUPRINS

	PREFAȚĂ.....	10
	SCURT ISTORIC.....	11
	PARTEA I	
1.	BAZELE TEORIEI MECANISMELOR ȘI MAȘINILOR	15
	CONSIDERAȚII GENERALE.....	15
1.1.	STRUCTURA ȘI CLASIFICAREA MECANISMELOR.....	16
1.1.1.	Elementele de bază ale mecanismelor.....	16
1.1.2.	Cuplele cinematice. Clasificări.....	17
1.1.3.	Lanțuri cinematice. Clasificarea. Mobilitatea lanțurilor cinematice.....	21
1.1.4.	Mecanisme. Clasificarea mecanismelor. Formula structurală a mecanismului.....	22
1.1.5.	Analiza structurală a mecanismului. Principiul formării mecanismelor. Grupe Assur. Mecanismul înlocuitor. Elemente pasive și cuple cinematice suplimentare.....	23
1.2.	ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMELOR.....	29
1.2.1.	Analiza cinematică a mecanismelor cu bare prin metoda planelor.....	30
1.2.1.1.	Determinarea vitezelor elementelor mecanismului (bielă - manivelă) prin metoda planelor.....	32
1.2.1.2.	Determinarea accelerațiilor elementelor mecanismului prin metoda planelor.....	35
1.2.1.3.	Analiza cinematică a mecanismelor cu bare prin metoda analitică.....	37
1.2.2.	Analiza cinematică a mecanismelor de transmitere a mișcării de rotație.....	41
1.2.2.1.	Clasificarea mecanismelor de transmitere (transmișiilor).....	41
1.2.2.2.	Analiza cinematică a mecanismelor de transmitere.	41
1.3.	MECANISME CU CAME.....	47

1.3.1.	Structura și clasificarea mecanismelor cu camă. Avantaje și dezavantaje.....	47
1.3.2.	Caracteristici geometrice ale mecanismelor cu camă.....	48
1.3.3.	Analiza cinematică a mecanismului cu camă.....	49
1.3.3.1.	Metoda grafică de analiză cinematică.....	50
1.3.3.2.	Metoda grafoanalitică.....	53
1.3.3.3.	Metoda analitică.....	54
1.3.4.	Elemente de sinteză a mecanismului cu camă.....	54
1.3.5.	Determinarea dimensiunilor de bază ale camei după unghiurile de presiune.....	57
1.3.5.1.	Unghiul de presiune și influența lui asupra dimensiunilor camei.....	57
1.3.5.2.	Determinarea razei minime a camei după unghiurile de presiune.....	59
1.4.	ELEMENTE DIN STATICA ȘI DINAMICA MECANISMELOR.....	61
1.4.1.	Forțe care acționează asupra elementelor mecanismelor.....	61
1.4.2.	Calculul forțelor în mecanisme plane.....	64
1.4.3.	Analiza forțelor în mecanisme plane prin metoda lui N. E. Jukovskii.....	70

PARTEA II

2.	BAZELE CALCULULUI LA REZISTENȚĂ.....	73
2.1.	Generalități.....	73
2.2.	Întindere și compresiune.....	78
2.3.	Caracteristicile mecanice și încercarea materialelor	79
2.3.1.	Încercarea materialelor la întindere și compresiune. Diagrama convențională.....	79
2.3.2.	Duritatea materialelor.....	82
2.4.	Analiza stării de tensiuni și de deformații.....	83
2.4.1.	Starea liniară de tensiuni în punct.....	83
2.4.2.	Legea parității tensiunilor tangențiale.....	85
2.4.3.	Starea plană de tensiuni.....	85

2.4.4.	Starea spațială de tensiuni.....	89
2.5.	Caracteristicile geometrice ale suprafețelor.....	92
2.5.1.	Momente statice și momente de inerție.....	92
2.5.2.	Variația momentelor de inerție față de axe paralele.	94
2.5.3.	Variația momentelor de inerție în raport cu axe concurrente.....	96
2.6.	Forfecarea. Răsucirea barelor drepte.....	98
2.6.1.	Starea de forfecare pură.....	98
2.6.2.	Răsucirea barelor drepte cu secțiune circulară.....	100
2.7.	Încovoierea barelor drepte.....	103
2.7.1.	Încovoiere plană.....	104
2.7.2.	Construirea diagramelor M_z și Q_y	105
2.7.3.	Relații diferențiale între eforturi la încovoiere.....	107
2.7.4.	Tensiuni normale la încovoiere pură.....	108
2.7.5.	Tensiuni tangențiale la încovoiere.....	111
2.7.6.	Ecuția diferențială a fibrei medii deformată.....	114
2.8.	Teorii de rezistență și solicitări complexe.....	116
2.8.1.	Teorii de rezistență.....	116
2.8.2.	Solicitări compuse.....	119
2.9.	Stabilitatea echilibrului elastic.....	120
2.9.1.	Stabilitatea echilibrului elastic. Flambajul.....	120
2.9.2.	Calculul forței critice de flambaj	121
2.9.3.	Limitele de aplicare a relației lui Euler.....	122
2.10.	Tensiuni de contact.....	123
2.10.1.	Generalități.....	123
2.10.2.	Relații de calcul al tensiunilor de contact.....	124
2.11.	Calculul de rezistență la solicitări variabile.....	127
2.11.1.	Generalități. Definiții.....	127
2.11.2.	Rezistența la oboseală. Curba de durabilitate.....	129
2.11.3.	Diagramele rezistențelor la oboseală.....	131
2.11.4.	Calculul de rezistență la solicitări variabile.....	135
2.12.	Calculul de rezistență al membranelor subțiri și al vaselor de rotație cu pereți subțiri.....	137
2.12.1.	Generalități.....	137
2.12.2.	Calculul de rezistență al vaselor de rotație.....	138

PARTEA III

BAZELE PROIECTĂRII TRANSMISIILOR

3.	MECANICE	142
	NOȚIUNI DE BAZĂ.....	142
3.1.	CONDIȚIILE CERUTE MECANISMELOR	
3.2.	DE TRANSMISIE	144
	Factorii care determină capacitatea portantă	
3.2.1.	a mecanismelor.....	144
	Materiale.....	146
3.2.2.	Precizia de prelucrare a pieselor mecanismelor	
3.2.3.	și aparatelor	148
	TRANSMISII PRIN ROȚI DE FRICTIUNE	151
3.3.	Tipuri constructive, utilizare.....	151
3.3.1.	Bazele teoriei și funcționarea transmisiei.....	153
3.3.2.	Elemente de calcul.....	154
3.3.3.	ANGRENAJE CU AXE PARALELE	
3.4.	ȘI CONCURENTE ÎN PLAN	155
	Noțiuni fundamentale.....	155
3.4.1.	Geometria și cinematica angrenării.....	157
3.4.2.	Legea fundamentală a angrenării.....	157
3.4.2.1.	Curbe folosite pentru construcția profilurilor	
3.4.2.2.	dinților conjugați.....	159
	Angrenaje cu profil evolventic.....	161
3.4.2.3.	Alte tipuri de angrenaje.....	163
3.4.2.4.	Calculul angrenajelor cu axe paralele.....	166
3.4.3.	Cazuri de deteriorare a dinților.....	166
3.4.3.1.	Calculul geometric al angrenajelor cilindrice.....	169
3.4.3.2.	Calculul angrenajelor cilindrice la rezistență.....	172
3.4.3.3.	Angrenaje cu roți dințate conice.....	181
3.4.4.	Calculul geometric al angrenajelor conice.....	181
3.4.4.1.	Forțele în angrenajul transmisiei conice cu dinți	
3.4.4.2.	drepti.....	183
3.4.4.3.	Particularitățile calculului angrenajelor conice la	
	rezistență.....	184
3.5.	ANGRENAJE CU AXE CONCURENTE ÎN	
	SPAȚIU	187

3.5.1.	Angrenaje elicoidale și hipoid.....	187
3.5.2.	Angrenaje melcate.....	189
3.5.2.1.	Principii constructive de bază.....	189
3.5.2.2.	Elemente geometrice și cinematice.....	191
3.5.2.3.	Calculul angrenajelor melcate.....	192
3.6.	TRANSMISII PLANETARE.....	197
3.6.1.	Transmisii planetare cu roți dințate cilindrice.....	197
3.6.1.1.	Noțiuni generale. Definiții și structura transmisiilor planetare.....	197
3.6.1.2.	Forțele în angrenaj.....	197
3.6.1.3.	Calculul de rezistență al angrenajelor planetare.....	198
3.6.2.	Transmisii planetare precesionale.....	199
3.6.2.1.	Noțiuni generale.....	199
3.6.2.2.	Structura, clasificarea și cinematica transmisiilor planetare precesionale.....	199
3.6.2.3.	Calculul de rezistență.....	201
3.6.3.	Transmisii armonice.....	202
3.6.3.1.	Principiul de funcționare a transmisiilor armonice. Structura. Clasificarea.....	203
3.6.3.2.	Calculul transmisiilor dințate armonice.....	206
3.7.	MECANISME CU ELEMENTE FLEXIBILE.....	207
3.7.1.	Noțiuni generale.....	207
3.7.2.	Construcția pieselor.....	209
3.7.3.	Cinematica și geometria transmisiilor.....	212
3.7.4.	Forțele și randamentul transmisiilor.....	214
3.7.5.	Calculul la rezistență.....	215

PARTEA IV

4.	ASAMBLĂRILE ORGANELOR DE MAȘINI	221
4.1.	CARACTERISTICA GENERALĂ A ASAMBLĂRILOR.....	221
4.1.1.	Noțiuni generale.....	221
4.1.2.	Caracteristicile de bază ale asamblărilor.....	222
4.2.	ASAMBLĂRI PRIN NITUIRE.....	223
4.2.1.	Noțiuni generale.....	223

4.2.2.	Calculul de rezistență al elementelor asamblării.....	225
4.3.	ÎMBINĂRI SUDATE.....	2267
4.3.1.	Caracteristica generală.....	226
4.3.2.	Construcția și calculul de rezistență.....	228
4.4.	ÎMBINĂRI PRIN LIPIRE.....	233
4.4.1.	Caracteristica generală.....	233
4.4.2.	Construcția și calculul de rezistență.....	234
4.5.	ÎMBINĂRI PRIN ÎNCLEIERE.....	236
4.5.1.	Caracteristica generală.....	236
4.5.2.	Tehnologia de execuție și calculul de rezistență.....	237
4.6.	ASAMBLĂRI FILETATE.....	237
4.6.1.	Caracteristica generală.....	237
4.6.2.	Filete. Parametrii geometrici, caracterizare.....	238
4.6.3.	Forțe și momente în asamblările filetate.....	240
4.6.4.	Condiția de autofrânare și randamentul filetului	242
4.6.5.	Calculul filetului la rezistență.....	243
4.6.6.	Calculul asamblărilor filetate.....	244
4.7.	ASAMBLĂRI PRIN PENE.....	246
4.7.1.	Caracteristica generală.....	246
4.7.2.	Tipuri constructive și calculul de rezistență.....	247
4.8.	ASAMBLĂRI PRIN CANELURI.....	248
4.8.1.	Caracteristica generală.....	248
4.8.2.	Calculul de rezistență.....	250
4.9.	ASAMBLĂRI PRIN ȘTIFTURI.....	250
4.9.1.	Caracteristica generală.....	250
4.9.2.	Calculul de rezistență.....	251
4.10.	ÎMBINĂRI CILINDRICE PRESATE.....	252
4.10.1.	Caracteristica generală.....	252
4.10.2.	Calculul asamblărilor presate.....	253
	Exemplu de calcul.....	254

PARTEA V

5.	ORGANE PENTRU SUSȚINERE, REZEMARE ȘI LEGĂTURĂ.....	256
5.1.	ARBORI ȘI OSII.....	256

5.1.1.	Caracteristica generală.....	256
5.1.2.	Criterii de calcul.....	257
5.2.	LAGĂRE DE ALUNECARE.....	260
5.2.1.	Caracteristica generală.....	260
5.2.2.	Particularitățile de lucru ale lagărelor.....	261
5.2.3.	Calculul lagărelor de alunecare.....	263
5.2.4.	Date succinte privind construcția și materialele lagărelor cu alunecare.....	264
5.3.	LAGĂRE DE ROSTOGOLIRE.....	266
5.3.1.	Caracteristica generală și clasificarea.....	266
5.3.2.	Caracteristica principalelor tipuri de rulmenți.....	267
5.3.3.	Cauzele ieșirii din funcțiune și criteriile de calcul ale rulmenților.....	268
5.3.4.	Calculul rulmenților conform capacității dinamice de încărcare.....	269
5.4.	CUPLAJE MECANICE.....	272
5.4.1.	Caracteristica generală.....	272
5.4.2.	Cuplaje permanente fixe.....	273
5.4.3.	Cuplaje permanente mobile cu elemente rigide.....	274
5.4.4.	Cuplaje permanente mobile cu elemente elastice.....	275
5.4.5.	Cuplaje intermitente comandate (ambreiage).....	277
5.4.6.	Cuplaje intermitente automate.....	279
	BIBLIOGRAFIE.....	281

PREFAȚĂ

Mecanica, veche știință a naturii, împreună cu toate disciplinele care au derivat din ea, încadrate sub denumirea de Mecanică aplicată, se bucură de o amplă reprezentare în literatura tehnică mondială. Se simte însă o lipsă acută a literaturii tehnice în domeniul concret al Mecanicii aplicate în limba română, destinate specializărilor de profil nemecanic. În consecință, am considerat că este oportun să adresăm inginerilor de profil nemecanic o lucrare în care să se realizeze o sinteză asupra mecanicii aplicate, urmate de o tratare analitică a celor mai caracteristice organe de mașini și mecanisme, punând un accent deosebit pe interdependența factorilor care determină fiabilitatea utilajelor.

Prezentul manual este elaborat în baza programei analitice a disciplinei "Mecanica aplicată" pentru învățământul tehnic superior. O particularitate a manualului este descrierea consecutivă a problemelor, soluționarea cărora este necesară la proiectarea mașinilor și aparatelor - elaborarea schemelor, probleme de cinematică și dinamică, calculul la rezistență. Manualul este structurat pe cinci părți de bază, incluzând elemente de teorie a mecanismelor, bazele calculului la rezistență, proiectarea transmisiilor mecanice, inclusiv cele mai noi, și a altor organe de mașini.

În lucrare s-a urmărit o expunere concisă și clară, cu scopul de a înlesni înțelegerea temeinică a laturilor teoretice și practice îmbrățișate de disciplina "Mecanica aplicată". De asemenea, s-au reliefat caracteristicile modelului studiat, astfel încât studentul să dobândească deprinderea analizei și dimensionării organelor de mașini și a mecanismelor. Pe fiecare organ de mașină studiat, pe lângă relațiile de calcul, se dau și indicații de alegere a materialelor, prescripții tehnologice și noțiuni de exploatare și întreținere, fiind corelate standardele STAS și GOST.

Autorii aduc sincere mulțumiri dlui dr.conf.univ. Vasile Comendant pentru ajutorul acordat la apariția prezentului manual.

Prin conținut și forma de prezentare, evident, cartea poate fi utilă și studenților facultăților cu profil mecanic.

SCURT ISTORIC

Roata, pârghia, scripetele, planul înclinat, lagărul sunt câteva din exemplele cu utilizare largă - a căror invenție se pierde în trecutul neolitic. Epoca de bronz cunoaște îmbinarea nituită și sudată, precum și unele mecanisme simple pentru ridicarea apei, iar în epoca fierului apar roțile hidraulice, angrenajele primitive, manivela, fusurile metalice etc.

Mecanica a obținut o dezvoltare foarte largă în Grecia antică. Desigur, grecii au preluat multe elemente de la egipteni, având cu ei relații intense. Egiptenii la rândul lor le-au preluat de la vecinii lor din Mesopotamia. Inventatorii anonimi se pierd în adâncurile istoriei. Însă, începând cu *Tales din Milet* (624-548p.c.), *Anaximandru* (610-546), *Aristotel* (384-322) ș.a. mecanismele sunt studiate ca o știință aparte "mecanicos - *mecanica*". Aristotel a sintetizat materialul acumulat de știința timpului său și a dezvoltat mai departe multe ramuri ale științei. Printre ele pot fi menționate; știința despre mișcare, unde formulează regula simplei proporționalități *dintre motor, mobil, spațiu și timp*. Însă figura cea mai de seamă a mecanicii antice grecești rămâne, fără îndoială, *Arhimede* (287-212p.c.), celebru geometru, mecanician, și inginer, spiritul cel mai adânc și mai înaintat al epocii sale. Arhimede s-a preocupat teoretic de mecanică, matematică și astronomie, iar practic - de inventarea diferitelor mecanisme și aparate, având legătură cu acestea: șurubul pentru instalația de irigat, mașini militare de asalt, pârghia, modelul mișcării planetelor și metoda de determinare a densității materialelor, și multe altele.

Continuatorul lui Arhimede a fost *Heron din Alexandria* - vestit savant și inventator al antichității. În lucrările sale *Mecanica*, *Pneumatica* și *Automatica* sunt descrise diferite mecanisme și mașini inventate de el, printre care havuzuri, sifoane, pompe de pompieri și turbina reactivă de stins incendiu, mașini militare, contor, instalat la care pentru măsurarea drumului parcurs după numărul de rotații a roții, ceasornice de apă, dispozitive de închis și

deschis uşile templelor şi multe alte mecanisme.

Trezirea la o nouă viaţă, la un nou avânt spiritual şi tehnic, are loc în Renaştere. Cel care a întrunit pasiunea cunoaşterii ştiinţifice, a neobositului cercetător, inventator şi experimentator, cu darurile de creaţie ale artistului, devenind cel mai remarcabil prototip de om reprezentativ al Renaşterii, a fost marele *Leonardo da Vinci* (1452 - 1519). Personalitate multilateral dezvoltată Leonardo da Vinci este pentru multe domenii ale ştiinţei şi tehnicii, o sursă, insuficient cunoscută şi valorificată, de informare şi creativitate în domeniul mecanicii aplicate. Este inventatorul şurubului elicoidal şi angrenajelor cu bolţuri, utilizate până în prezent, ale războaielor de ţesut, a maşinii de dactilografiat, a aparatului de zbor (premergătorul elicopterului) şi multor alte mecanisme. Mecanica a fost ştiinţa lui preferată şi după părerea lui "*mecanica este raiul cunoştinţelor matematice pentru că , cu ajutorul ei, ajungem la roadele matematicii*", ocupându-se cu cele mai diverse probleme legate de mecanică: pârgii şi balanţe, scripeţi şi palane, fire, grinzi şi arce etc. El s-a preocupat de problemele determinării coeficientului de frecare (cu 300 ani înaintea lui Coulomb), teoria centrelor de greutate, condiţiile de echilibru ale pârgiei cotite şi multe altele.

A urmat apoi o perioadă (v.16-18) de constituire a mecanicii moderne, perioadă renumită prin numele marilor *savanţi Galileo Galilei, Kepler, Descartes, Huygens, Newton* şi alţii. Se poate spune că această perioadă este perioada creării mecanicii clasice. Figura cea mai impunătoare a acestei epoci a fost, fără îndoială, *Galileo Galilei*, cunoscut prin elaborarea teoriei mişcării unui corp greu pe un plan înclinat; legii compunerii forţelor; principiului relativităţii mişcării; legii căderii libere a unui corp ş.a.

O altă figură care s-a preocupat de problemele mecanicii a fost *Rene Decartes* (1596-1650), care a dezvoltat legea inerţiei, noţiunea cantităţii de mişcare, studiind ciocnirea corpurilor, legea conservării mişcării mecanice, principiul deplasărilor virtuale.

Secolul XVIII este cunoscut ca secolul perfecţionării

mecanicii prin apariția curentului “mecanica industrială”, condiționat de revoluția industrială care lua amploare. O pleiadă de oameni de știință au contribuit în această perioadă la dezvoltarea mecanicii. Dintre aceștea o deosebită atenție merită *Leonhard Euler* (1707-1783), care a publicat peste 850 lucrări din diverse domenii, inclusiv al mecanicii și hidraulicii. El este creatorul mecanicii corpului solid, fiind primul care a stabilit ecuațiile de mișcare ale corpului solid cu un punct fix. El a dezvoltat principiul conservării momentelor cinetice.

Printre savanții care au adus o deosebită contribuție la progresul mecanicii din secolul al XVIII-lea se numără: *Jean le Rond D'Alembert* (1717-1783), care a propus cunoscutul Principiu D'Alembert; *Charles Coulomb* (1736-1806), care a formulat cele trei legi ale frecării; *Lazare Nicolas Carnot* (1753-1823), autorul teoremei lui Carnot asupra pierderii de energie prin ciocnire elastică; *Nichifor Teotochis* (1736-1800) de la academia domnească de la Iași care a descris mecanisme cu șurub, angrenaje, frecări etc.; *Jean Victor Poncelet* (1788-1867), unul din întemeietorii mecanicii aplicate; *Gaspard Coriolis* (1792-1843), care a propus teoria mișcării relative, noțiunea de lucru mecanic elementar; *Denis Poisson* (1781- 1840), care în lucrarea sa principală “*Treté de Mécanique*” (Paris, 1811) a introdus noțiunea de “impuls” sub formă modernă; *Mihail Vasilievici Ostrogradskii* (1801-1862), care s-a preocupat de teoria șocului și a ciocnirii neelastice, a propus principiul deplasărilor virtuale ș.a.; *Barres de Saint Venant* (1797-1886) a făcut studii de statică, a elaborat un principiu de bază pentru rezistența materialelor și a studiat principiile mecanicii.

În jumătatea a doua a secolului al XIX-lea s-au pus bazele mecanicii actuale. Progresul tehnic, necesitățile producerii au dus la dezvoltarea și aprofundarea mai departe a tuturor domeniilor mecanicii clasice, ajungându-se la descoperiri deosebit de importante în problemele echilibrului, vibrațiilor, mecanismelor, în teoria elasticității și plasticității, în hidrodinamică și aerodinamică. Printre cei mai renumiți savanți ai acestei perioade pot fi

menționați *Nikolai Egorovici Jukovskii* (1847-1921) care este considerat fondatorul aerodinamicii moderne, teoretice și experimentale; *Spiru Haret* (1851-1912), remarcabil om de știință român, preocupat de stabilitatea sistemului planetar; *N.I. Merțalov* (1866-1948), cercetările de bază ale căruia sunt incluse în lucrarea *Dinamica mecanismelor*; *H.R. Hertz* (1857-1894) care revizuieste în mod amplu noțiunile fundamentale ale mecanicii, dându-le o nouă interpretare.

La sfârșitul secolului al XIX-lea și începutul secolului al XX-lea a apărut o pleiadă întreagă de maeștri ai ingeniozității românești. Dintre oamenii de știință, preocupați de problemele mecanicii, menționăm pe cei cu o contribuție deosebită: *Andrei G. Ioachimescu* (1868-1943), mecanician și matematician, cunoscut prin lucrările sale *Curs de mecanică rațională* și *Mecanică rațională*; *Ion Ionescu* (1870-1946), o figură reprezentativă a științei și învățământului tehnic românesc din acea perioadă, cunoscut prin lucrările *Legile frecării*, *Momente statice absolute*, *Momente statice polare*; *Constantin C. Mănescu* (1852-1922) autor al unui *Curs de mecanică aplicată la rezistența materialelor și stabilitatea construcțiilor* ș a. Nu poate fi neglijat și aportul adus dezvoltării tehnicii românești de către marele personalități cum sunt: *Henri Coandă* (1886-1971), autor a peste 250 invenții cu caracter de pionierat în diverse domenii (transport, mecanică, chimie, fizică, medicină, agrotehnică) și, desigur, al primului avion cu reacție; *Gogu Constantinescu* (1881-1965) - autorul a peste 120 invenții, brevetate în principalele țări industriale din lume. Are importante invenții în domeniul sonicității - transmiterea energiei prin vibrații; *Gheorghe de Botezat* (1883-1940) - directorul Laboratorului de Aerodinamică din Dayton (S.U.A.), inventează și construiește un original elicopter cu 4 elice portante (GB-5), considerat cel mai perfecționat elicopter al epocii; *Traian Vuia* (1872-1950), care a elaborat primul avion "Vuia-I" care s-a înălțat numai prin forța motorului; *Aurel Vlaicu* (1882-1913), constructor de avioane de concepție proprie și mulți alții.

I. BAZELE TEORIEI MECANISMELOR ȘI MAȘINILOR

Considerații generale

Obiectivele teoriei mecanismelor și mașinilor

În teoria mecanismelor și mașinilor se studiază structura, cinematica și dinamica mecanismelor, mașinilor și părților lor componente. Aici, în principiu, se soluționează două probleme de bază. Prima problemă are ca obiectiv principal analiza mecanismelor. A doua problemă studiază metodele de sinteză (proiectare) a mecanismelor.

Noțiune de mașină, mecanism. Clasificarea mecanismelor și mașinilor

Mașina este un sistem de corpuri creat artificial cu scopul de a transforma o formă oarecare de energie în lucru mecanic util sau de a transforma o formă de energie în alta.

Funcțional mașinile se pot împarte în mașini energetice, tehnologice, de transportare și de prelucrare a informației.

Mașinile energetice se folosesc pentru a transforma una din formele de energie în lucru mecanic și invers. În primul caz aceste mașini se numesc *motoare*, iar în al doilea - *generatoare*.

Mașinile tehnologice se folosesc pentru fabricarea materialelor, pentru schimbarea formei și proprietăților corpurilor.

Mașinile de transportare se utilizează pentru deplasarea corpurilor în spațiu.

Mașinile pentru prelucrarea informației se împart în mașini de calcul (cibernetice), de control și de dirijare.

Dintre principalele caracteristici ale mașinilor fac parte: productivitatea, viteza organelor de lucru, puterea, randamentul, masa, dimensiunile de gabarit, precum și unele caracteristici specifice tipului dat de mașini.

Mecanismele sunt părți componente ale mașinilor, care au destinația de a transforma o formă de mișcare în alta necesară, sau de a transmite mișcarea de la o parte a mașinii la alta.

1.1. Structura și clasificarea mecanismelor

1.1.1. Elementele de bază ale mecanismelor

Mecanismele și mașinile sunt sisteme tehnologice, ale căror elemente componente sunt astfel concepute încât să realizeze anumite funcții precis stabilite.

Corpul solid component al unui mecanism este denumit *element cinematic*. Elementele mecanismelor se împart în mobile și fixe.

Elementele cinematice sunt caracterizate prin formă, dimensiuni, masă, poziție în ansamblul mecanismului și tipul mișcării efectuate. Principalele elemente cinematice (fig. 1.1) întâlnite în mecanismele moderne sunt: a - roata, b - manivela, c - biela, d - culisa și balansierul, e - cursorul, f - cama ș. a. , cum sunt, tachelul, rola, discul, elementele flexibile.

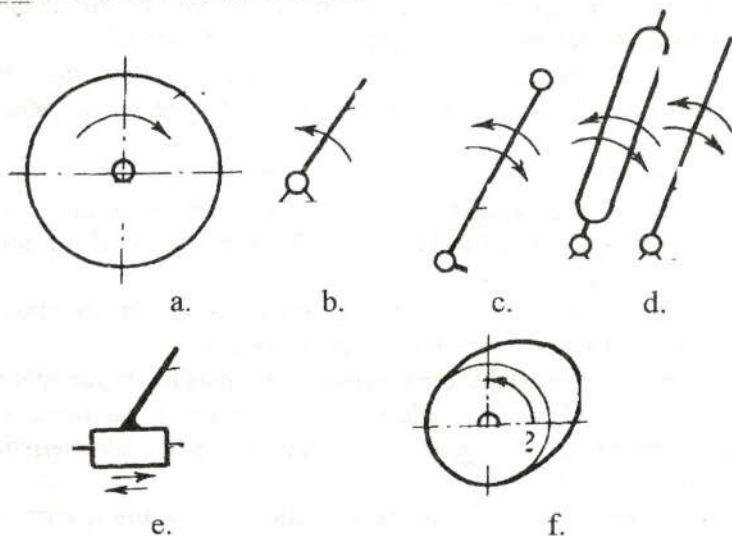


Fig. 1.1

1.1.2. Cuplele cinematice. Clasificări

Elementele în mecanism își pot îndeplini funcția concretă numai fiind legate între ele într-un anumit mod.

Legătura dintre două elemente ale mecanismului, aflate în contact, care permite mișcarea lor relativă cu anumite restricții formează o *cuplă cinematică*. Restricțiile introduse de cupla cinematică se numesc condiții de legătură și se notează prin simbolul S .

Între mobilitatea L , a cuplei cinematice și numărul gradelor de libertate ale corpului liber în spațiu există relația :

$$L = 6 - S, \quad (1.1)$$

iar pentru corpul liber în plan:

$$L = 3 - S. \quad (1.2)$$

Din relațiile (1.1) și (1.2) este evident că numărul condițiilor de legătură S a unei cuple cinematice spațiale poate fi maximum cinci și minimum unu. În primul caz cupla cinematică a redus cinci grade de libertate în mișcarea relativă a elementelor legate, iar în al doilea caz - un singur grad de libertate.

Pentru mecanismele plane numărul gradelor de libertate ale elementelor legate prin cuple cinematice poate fi maximum două și minimum unu.

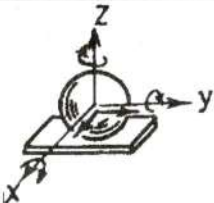

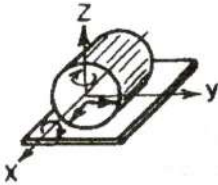
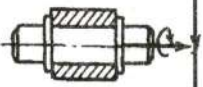
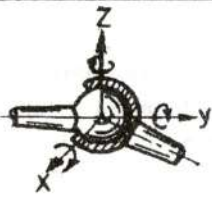
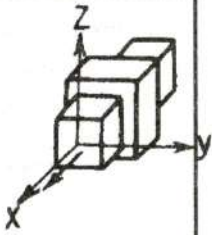
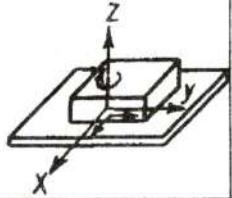
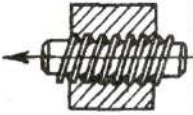
Elementele mecanismului, legate între ele prin cuple cinematice, pot forma contact inițial pe suprafață, linie sau punct. Cuplele cinematice care formează contact pe linie sau punct se numesc *superioare*, iar cele ce formează contact pe suprafață se numesc *inferioare*.

Clasificarea cuplelor cinematice se face după următoarele criterii:

- ◆ după numărul condițiilor de legătură;
- ◆ după tipul contactului: superioare, inferioare;
- ◆ după caracterul mișcării relative a elementelor conjugate: spațiale, plane;
- ◆ după tipul mișcării: de rotație, de translație, compuse (translație - rotație).

Tabelul 1.1

Clasificarea cuplelor cinematice

Condiții de legătură	Mobilitatea cuplei	Schița cuplei cinematice	Condiții de legătură	Mobilitatea cuplei	Schița cuplei cinematice
$S=1$	$L=5$		$S=4$	$L=2$	
$S=2$	$L=4$				
$S=3$	$L=3$		$S=5$	$L=1$	
					

După numărul condițiilor de legătură cuplele cinematice se împart în cinci clase. Clasa cuplei cinematice se determină după numărul condițiilor de legătură impuse, conform relației

$$S = 6 - L \tag{1.3}$$

și se simbolizează prin C_k ,

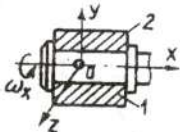
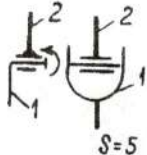

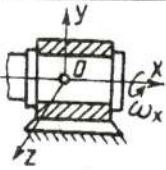


unde $k = 1 \dots 5$ - clasa corespunzătoare a cuplei.

În tabelul 1.1 se prezintă cuplele cinematice ale celor cinci clase.

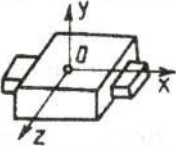
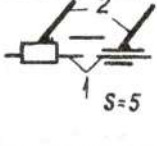
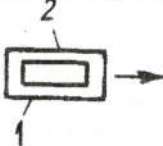
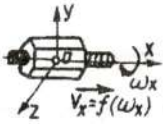
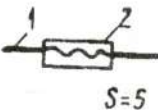

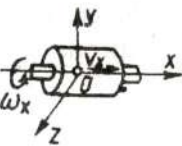


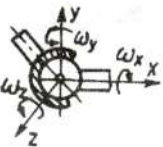
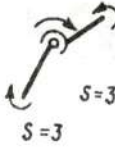

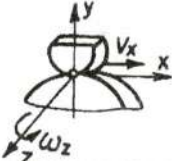
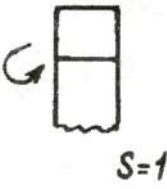
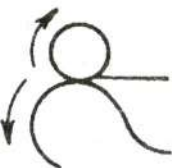
În tabelul 1.2 este dată reprezentarea schematică a celor mai uzuale cuple cinematice.

Tabelul 1.2

Reprezentarea cuplelor cinematice

Denumirea cuplei cinematice	Schița constructivă	Reprezentarea simbolică	
		Proiecția laterală	Proiecția frontală
1	2	3	4
Cuplă de rotație (articulație) $S=6-1=5$			
Cuplă de rotație cu un element fix $S=6-1=5$			

Tabelul 1.2 (continuare)
 Reprezentarea cuplelor cinematice

1	2	3	4
Cuplă de translație $S=6-1=5$			
Cuplă șurub-piuliță $S=6-1=5$			
Cuplă cilindrică $S=6-2=4$			
Cuplă sferică $S=6-3=3$			
Cuplă superioară plană $S=6-2=4$			

1.1.3. Lanțuri cinematice. Clasificarea. Mobilitatea lanțurilor cinematice

Se numește *lanț cinematic* o succesiune de elemente cinematice legate între ele prin cuple cinematice.

Lanțurile cinematice, în dependență de traiectoriile descrise de elemente, pot fi *plane* sau *spațiale*. Se numesc plane acele lanțuri cinematice, ale căror elemente au mișcare într-un singur plan sau în plane paralele, și spațiale, ale căror elemente efectuează mișcări în spațiu după curbe spațiale sau în plane neparalele. De asemenea, lanțurile cinematice pot fi *simple* sau *complexe*, *deschise* sau *închise*. Simple sunt lanțurile cinematice în care fiecare dintre elementele ce-l compun sunt legate cu una sau cu două cuple cinematice și complexe, când unul sau mai multe elemente sunt legate cu mai mult de două cuple cinematice (fig. 1.2). Închise sunt lanțurile cinematice care formează un contur închis (fig. 1.2, a), deschise sunt lanțurile cinematice când formează un contur deschis (fig. 1.2, b).

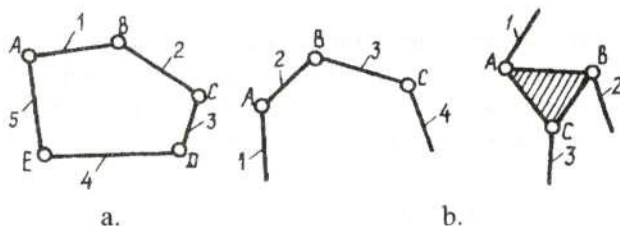


Fig. 1.2

Considerăm că un lanț cinematic este compus din l elemente legate prin cuple cinematice C_k . Fiecare element în mișcare liberă are șase grade de libertate. Fiind legate între ele, elementelor lanțului se impune de către fiecare cuplă cinematică kC_k condiții de legătură (k - clasa cuplei cinematice).

Gradul de mobilitate al lanțului cinematic se notează prin simbolul L și se determină ca diferența dintre numărul total al

gradelor de libertate ale elementelor și suma condițiilor de legătură impuse de către cuplele cinematice componente:

$$L = 6l - \sum_{k=1}^5 kC_k = 6l - (C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5), \quad (1.4)$$

unde $C_1 \dots C_5$ sunt numărul cuplelor cinematice de clasa corespunzătoare.

Luând în considerație că în mișcarea plan - paralelă se reduc trei grade de libertate ale elementelor la lanțurile cinematice plane, elementele vor fi legate prin cuple cinematice numai de clasa a patra și a cincea și vor avea $3l$ grade de libertate. Atunci gradul de mobilitate al lanțului cinematic plan se determină din relația:

$$L = 3l - (2C_5 + C_4). \quad (1.5)$$

Relațiile (1.4) și (1.5) se numesc relații structurale ale lanțului cinematic spațial și corespunzător plan.

1.1.4. Mecanisme. Clasificarea mecanismelor. Formula structurală a mecanismului

Mecanismul este un lanț cinematic închis, simplu sau complex, plan sau spațial, care are un element fix (numit element de bază sau batiu) și care la mișcarea unuia sau a mai multor elemente, numite conducătoare, elementele conduse efectuează mișcări univoc determinate față de elementul fix. Mecanismul servește pentru transmiterea mișcării sau transformarea unui tip de mișcare în altul.

Deoarece mecanismul reprezintă un lanț cinematic care are un element fix, atunci numărul elementelor mobile $n = l-1$. Numărul gradelor de libertate ale elementelor mobile față de elementul fix se numește *gradul de mobilitate al mecanismului* și se notează cu M . Pentru mecanismele spațiale gradul de mobilitate:

$$M = 6n - (C_1 + 2C_2 + 3C_3 + 4C_4 + 5C_5). \quad (1.6)$$

În cazul mecanismelor plane:

$$M = 3n - (C_4 + 2C_5) \quad (1.7)$$

Relațiile (1.6) și (1.7) se numesc relații structurale ale mecanismului.

Mecanismele se clasifică după diferite principii:

- ◆ caracterul mișcării elementelor (mecanisme spațiale și plane);
- ◆ tipul cuplelor cinematice (mecanisme cu cuple superioare și inferioare);
- ◆ destinație (mecanisme de transmitere a mișcării și de transformare a tipurilor de mișcare);
- ◆ modul de transmitere a forțelor (prin angrenare și prin fricțiune);
- ◆ constructiv (mecanisme cu pârghii, mecanisme cu came, mecanisme cu roți dințate, cu roți melcate, cu roți de fricțiune);
- ◆ tipul elementelor (cu elemente rigide și cu elemente flexibile).

Folosirea concretă a unui sau mai multor principii de clasificare se face în funcție de cerințele problemelor de cercetare ale mecanismului proiectat.

1.1.5. Analiza structurală a mecanismului. Principiul formării mecanismelor. Grupe Assur. Mecanismul înlocuitor. Elemente pasive și cuple cinematice suplimentare

După cum s-a menționat mai sus, orice mecanism conține unul sau mai multe elemente conducătoare. După clasificarea dată de Assur-Artobolevski, elementul conducător I (fig. 1.3, a), legat prin cupla cinematică A de clasa a cincea cu elementul fix 2 , formează mecanismul inițial de clasa întâi. După această clasificare mecanismele plane sunt alcătuite din mecanismele de clasa întâi la care se cuplează anumite grupe structurale, numite *grupe Assur (grupe assurice)*. Grupele assurice sunt lanțuri cinematice plane compuse din elemente legate prin cuple cinematice de clasa a cincea și care, fiind cuplate la elementul fix,

au gradul de mobilitate egal cu zero. Fiind cuplate la mecanismul inițial de clasa întâi, aceste grupe nu schimbă gradul de mobilitate al mecanismului.

În componența fiecărei grupe Assur intră n elemente și C_5 cuple cinematice de clasa a cincea.

Având mobilitate față de elementul fix egală cu zero

$$M = 3n - 2C_5 = 0 \quad (1.8)$$

obținem, că fiecare dintre aceste grupe structurale conține un anumit număr de elemente și de cuple cinematice:

$$C_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.9)$$

Din (1.9) reiese, că grupele Assur pot avea un număr par de elemente. Soluțiile ecuației (1.9) sunt prezentate în tabelul 1.3.

Tabelul 1.3

Numărul soluției	Numărul de elemente	Numărul de cuple cinematice ale grupelor Assur
1	2	3
2	4	6
3	6	9
4	8	12
5	10	15

Conform clasificării făcute de I. I. Artobolevski, clasa grupei structurale se determină după numărul de cuple cinematice care formează un lanț cinematic cu contur închis. În tabelul 1.4 se prezintă contururile diferitelor clase, care pot forma grupe structurale.

Clasa grupei assurice se ia după clasa superioară a conturului care intră în componența ei.

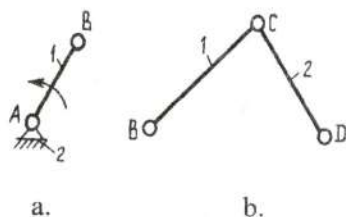



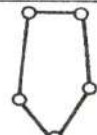


Fig. 1.3

Din prima soluție a ecuației (1.9) se obține grupa asurică de clasa a doua, care conține două elemente *I* și *2* și trei cuple cinematice (fig. 1.3, b), una interioară *C* (care leagă elementele

Tabelul 1.4

Clasele contururilor grupelor structurale

Clasa II	Clasa III	Clasa IV	Clasa V
			

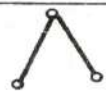
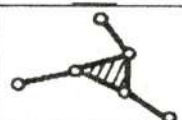
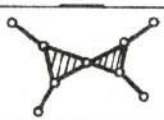

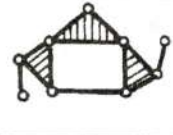
I și *2* între ele) și două exterioare *B* și *D* cu care se cuplează la mecanismul de clasa întâi.

Ordinul grupei se determină după numărul de cuple cinematice exterioare (numite și libere). Grupa asurică reprezentată în fig. 1.3, b este de clasa a doua, ordinul doi.

Grupe structurale de diferite clase sunt prezentate în tabelul 1.5.

Tabelul 1.5

Clasele grupelor structurale

Grupa	Ordinul		
	2	3	4
Clasa II			
Clasa III	—		
Clasa IV			—

În dependență de tipul elementelor și a cuplelor cinematice, se pot obține cinci modificări (tipuri) de grupe Assur de clasa a doua (tabelul 1.6).

Tabelul 1.6

Tipurile grupelor cinematice

Tip. gr.	Forma grupei cinematice de clasa a II ^a	Aplicații în construcția de mașini
1		
2		
3		
4		
5		

Descompunerea lanțului cinematic al mecanismului în grupe structurale și în mecanismul inițial de clasa întâi este obiectivul principal al analizei structurale. Analiza structurală se face după schema cinematică a mecanismului și constă în determinarea gradului de mobilitate, în determinarea numărului de elemente, tipului și clasei cuplelor cinematice, stabilirea clasei și a ordinului

grupelor structurale componente ale mecanismului. Gradul de mobilitate trebuie să corespundă numărului de elemente conducătoare. Aici trebuie de accentuat că fiecare element al lanțului cinematic intră numai într-o singură grupă structurală.

Descompunerea mecanismului începe cu grupa cea mai îndepărtată de la elementul conducător și, ca regulă, se face prin desprinderea grupei structurale de clasa cea mai inferioară. La desprinderea grupei trebuie să se țină cont că gradul de mobilitate al lanțului cinematic rămas să nu se modifice.

În cazul când în componența mecanismului plan intră cuple cinematice superioare de clasa a patra, ultimele se înlocuiesc cu cuple cinematice inferioare de clasa a cincea. Mecanismul astfel obținut se numește mecanism înlocuitor, la care prin înlocuirea cuplelor cinematice, nu se modifică legitățile de mișcare ale elementelor și numărul condițiilor de legătură pe care le-a avut până la înlocuire. În fig.1.4, a elementele 1 și 2 ale mecanismului sunt legate printr-o cuplă cinematică superioară M de clasa a patra. Pentru înlocuirea cuplei cinematice M cu cuple cinematice de clasa a cincea, prin punctul M se duce normala comună a suprafețelor de contact ale elementelor. În centrele de curbură A și B ale suprafețelor de contact ale elementelor 1 și 2 se stabilesc cuple cinematice de clasa a cincea, care leagă cu elementele 1 și 2 un element adăugător AB . Acest element se leagă cu centrele de rotație O_1 și O_2 ale elementelor 1 și 2. În fig.1.4, b este prezentat mecanismul înlocuitor care conține numai cuple cinematice inferioare de clasa a cincea.

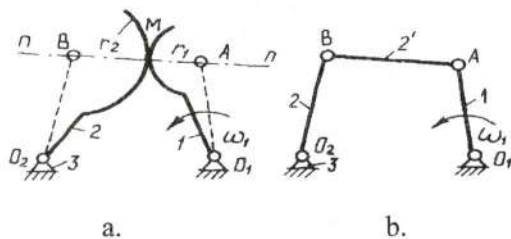


Fig. 1.4

De asemenea, la analiza structurală se stabilește existența elementelor și a cuplelor cinematice pasive. Prin elemente și cuple cinematice pasive, din punct de

vedere cinematic, se înțeleg legăturile și elementele existente în mecanism, care nu intervin în stabilirea mișcării mecanismului. Prin suprimarea lor, corelația dintre mișcarea elementului conducător și a celor conduse nu se schimbă.

În exemplul din fig. 1.5, a se poate observa că prin suprimarea elementului pasiv 4 și a cuplelor cinematice B' și C' , care introduc condiții de legătură și grade de libertate pasive, se obține mecanismul din fig. 1.5, b, corelarea dintre elementul conducător și cel condus rămânând aceeași.

În rezultatul analizei structurale se stabilește clasa mecanismului, care este dată de grupa assurică de clasa cea mai superioară, iar ordinul de ordinul acestei grupe.

Exemplu:

Mecanismul reprezentat în fig. 1.6 constă din

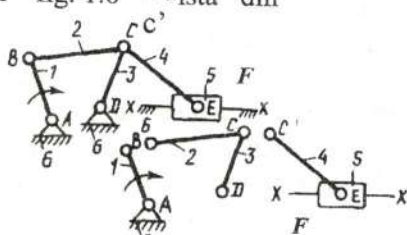


Fig. 1.6

Elementul conducător 1 este indicat prin săgeată.

Gradul de mobilitate este

$$M = 3n - 2C_5 - C_4 = 3 * 5 - 2 * 7 - 1 * 0 = 1,$$

unde $n = 5$; $C_4 = 0$; $C_5 = 5$.

Decuplăm elementele 4 și 5 ca cele mai îndepărtate elemente de elementul conducător 1. Aceste elemente formează cu cuplele

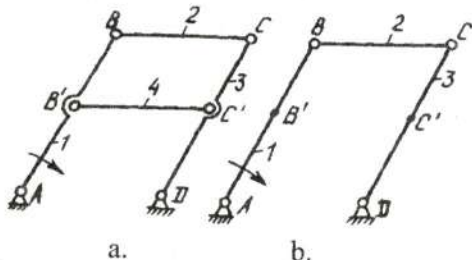


Fig. 1.5

cinci elemente mobile (1, 2, 3, 4, 5) și elementul fix 6. Elementele sunt legate în lanț cinematic prin intermediul a șase cuple cinematice de rotație (A, B, C, C', D, E) și o cuplă cinematică de translație F de clasa a cincea.

cinematice C , E , F o grupă asurică de clasa a doua, ordinul doi, tipul doi. Partea rămasă a mecanismului compusă din elementele mobile 1 , 2 , 3 , cuplele cinematice A , B , C , D are gradul de mobilitate:

$$M = 3 * 3 - 2 * 4 = 1.$$

Următoarele două elemente 2 și 3 formează cu cuplele cinematice B , C și D o grupă asurică de clasa a doua, ordinul doi, tipul unu. În urma decuplării acestei grupe va rămâne elementul conducător 1 și elementul fix 6 , care formează prin intermediul cuplei cinematice de rotație A mecanismul inițial de clasa întâi.

Luând în considerație că ambele grupe asurice sunt de clasa a II^{-a}, mecanismului i se atribuie clasa a doua, iar formula structurală are expresia:

$$I_{61} \rightarrow II_{23} \rightarrow II_{45}$$

Indicele de pe lângă clasa grupeii asurice arată elementele componente care intră în structura grupeii.

1.2. Analiza cinematică a mecanismelor

Obiectivele de bază ale analizei cinematice ale mecanismelor sunt:

- ◆ determinarea pozițiilor elementelor și a traiectoriilor descrise de ele;
- ◆ determinarea vitezelor elementelor;
- ◆ determinarea accelerațiilor elementelor.

Aceste obiective pot fi soluționate prin metode grafo-analitice sau analitice. Alegerea metodei concrete de analiză se face în dependență de necesitățile preciziei de calcul și de scopul pus.

Metoda grafo-analitică de analiză este mai simplă, însă are o precizie de calcul mai mică. Prin metoda analitică se pot obține rezultate ale analizei cu o precizie de calcul ridicată, însă aceste calcule sunt destul de complicate, chiar și pentru mecanisme simple. Folosirea tehnicii de calcul lărgeste posibilitățile de utilizare a metodelor analitice.

Pentru analiza cinematică se cere să fie cunoscute schema mecanismului, dimensiunile elementelor, viteza elementului conducător, dacă mișcarea este uniformă, sau funcția vitezei, dacă elementul conducător efectuează mișcare neuniformă.

1.2.1. Analiza cinematică a mecanismelor cu bare prin metoda planelor

Dintre metodele grafo-analitice de analiză cinematică, cea mai răspândită este metoda planelor. Analiza cinematică prin această metodă se face numai după analiza structurală și descompunerea mecanismului în grupe assurice. Se încep calculele de analiză de la grupa structurală cuplată cu elementul conducător și se reduce la determinarea deplasării, vitezelor și accelerațiilor punctelor legate de cuplele cinematice și a altor puncte caracteristice. În mod similar se face analiza și a următoarelor grupe assurice. Pentru prezentarea pe desene a planelor de poziție ale mecanismului, cât și segmentelor vectorilor vitezelor și accelerațiilor, este necesar de ales scara de execuție μ . Scara se determină din relația:

$$\mu = A/[A],$$

unde A este valoarea reală a mărimii parametrului cu unitatea de măsură corespunzătoare; $[A]$ - lungimea segmentului pe plan care reprezintă mărimea dată, mm.

Scara de execuție a planelor indică câte unități ale mărimii reprezentate pe desen se conțin într-un milimetru al segmentului mărimii date.

Scările dimensiunilor elementelor μ_l , a vitezelor μ_v și accelerațiilor μ_a se determină în modul următor:

$$\mu_l = l/[l], \text{ mm/mm}; \quad \mu_v = v/[l_v], \text{ (m/s)/mm}; \quad \mu_a = a/[l_a], \text{ (m/s}^2\text{)/mm},$$

unde l , v și a sunt valorile lungimii, vitezei și a accelerației elementului examinat; $[l]$, $[l_v]$ și $[l_a]$ - segmentele care reprezintă pe plan aceste mărimi.

Valoarea scării se recomandă să se ia din șirul numerelor standardizate ale lor (tabelul 1.7).

Tabelul 1.7

Valorile scărilor standardizate

0,001	0,01	0,1	1,0	10	100
0,002	0,02	0,2	2,0	20	200
0,005	0,05	0,5	5,0	50	500

Construirea planelor de poziție ale mecanismului

Planul de poziție se obține prin reprezentarea grafică a poziției fiecărui element într-un anumit moment al ciclului de lucru.

Examinăm ordinea construirii planului de poziție pentru cazul mecanismului bielă - manivală (fig. 1.7). Mecanismul constă dintr-o grupă asurică de clasa a doua, ordinul doi, tipul doi (elementele 2 și 3) și din mecanismul inițial de clasa întâi (elementele 1 și 4).

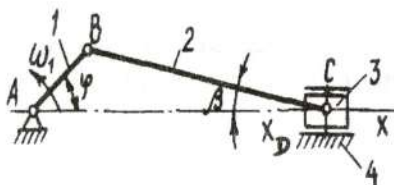


Fig. 1.7

Construirea planului de poziție se face în ordinea următoare:

a) se alege scara de dimensiune a elementelor, μ_i ;

b) se trasează traiectoria cunoscută a

punctului B al elementului conducător I (fig.1.8) (prin punctul B în scara aleasă μ_i se trasează o circumferință cu centrul în punctul A cu rază AB care reprezintă traiectoria de mișcare a aceluiași punct);

c) împărțim circumferința obținută în sectoare egale și luăm poziția $\varphi_i (i = 1 \dots 6)$ a elementului conducător (fig. 1.8);

d) cercetăm poziția elementului condus (bielei) 2. Pentru aceasta se trasează linia direcției de deplasare $x-x$ a punctului C . Din punctul B se trasează un arc de cerc cu raza BC . Punctul de intersecție al arcului trasat cu linia $x-x$ va corespunde poziției punctului C al elementului condus 2 pe direcția $x-x$.

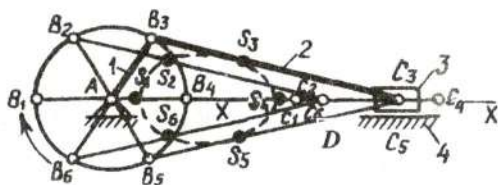


Fig. 1.8

Unind cu o linie punctele B și C găsim poziția elementului 2 pentru poziția dată a elementului conducător 1;

e) fiind legate prin cupla cinematică C cu elementul 2, poziția elementului 3 pe direcția $x-x$ va corespunde poziției punctului C pe această direcție;

f) în mod similar se construiesc planele pentru toate pozițiile ciclului de lucru al mecanismului;

g) pentru determinarea traiectoriei mișcării oricărui punct S de pe elementul condus toate aceste puncte pentru toate pozițiile mecanismului în limitele unui ciclu se unesc între ele cu o linie continuă.

1.2.1.1. Determinarea vitezelor elementelor mecanismului (bielă - manivelă) prin metoda planelor

Planele vitezelor și ale accelerațiilor se construiesc pentru o anumită poziție a mecanismului.

Planele vitezelor (fig. 1.9, a) se construiesc în următoarea ordine:

- se construiește planul de poziție al mecanismului în scara aleasă μ ;

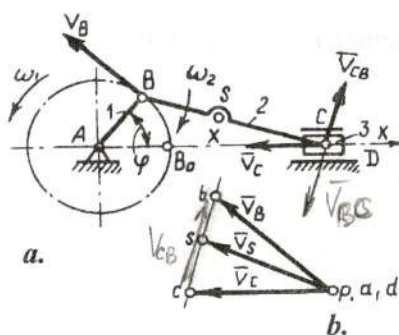


Fig. 1.9

b) se determină viteza punctului B al elementului I al mecanismului inițial:

$$V_B = \omega_1 * l_{AB}$$

Vectorul \vec{V}_B este îndreptat pe direcție perpendiculară față de segmentul AB și coincide după sens cu viteza unghiulară ω_1 ;

c) se alege scara vitezelor $\mu_v((m/s)/mm)$ și dintr-un punct arbitrar p (fig. 1.9, b) numit *pol* se duce un segment $[pb]$ paralel cu vectorul vitezei \vec{V}_B . Lungimea acestui segment $[pb] = \frac{V_B}{\mu_v}$.

Segmentul obținut $[pb]$ reprezintă vectorul vitezei \vec{V}_B pe planul vitezelor. Prin simbolul (b) pe plan se marchează extremitatea vectorului \vec{V}_B (în continuare extremitățile vectorilor vitezelor punctelor de pe elementele cinematice se vor nota prin literele minuscule corespunzătoare);

d) se determină vitezele elementelor grupeii assurice formate din elementele 2 și 3 și cuplele cinematice B, C, D cuplate la mecanismul inițial de clasa întâi. Punctul C aparține și elementului 2 , și elementului 3 . Viteza acestui punct se determină din sistemul ecuațiilor vectoriale:

$$\begin{aligned} \vec{V}_C &= \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}; \\ \vec{V}_C &= \vec{V}_D + \vec{V}_{CD}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

În ecuațiile (1.10) viteza punctului D , $V_D = 0$ (punctul se află pe elementul fix). Pentru vectorul vitezei \vec{V}_{CD} este cunoscută direcția $\vec{V}_{CD} \perp (x - x)$. De asemenea, este cunoscută direcția și pentru vectorul vitezei punctului C față de punctul B (\vec{V}_{CB} este

îndreptată perpendicular pe segmentul BC , ($\vec{V}_{CB} \perp CB$). Din polul (p) pe planul vitezelor se trasează o linie paralelă cu vectorul \vec{V}_B , iar prin vârful vectorului \vec{V}_B (punctul (b) al segmentului $[pb]$) se duce o dreaptă paralelă cu vectorul \vec{V}_{CB} (perpendiculară pe segmentul $[BC]$). La intersecția acestor drepte obținem punctul (c), care va coincide cu extremitatea vectorilor \vec{V}_{CD} și \vec{V}_{CB} . Direcția și modulul vectorului vitezei \vec{V}_C , reieșind din a doua ecuație vectorială, coincid cu a vectorului \vec{V}_{CD} . Acest vector pe plan este reprezentat de segmentul $[pc]$. Modulele vitezelor se determină ca produsul segmentului corespunzător cu scara vitezelor μ_v .

$$V_{CB} = [bc]\mu_v; \quad V_C = V_{CD} = [pc]\mu_v. \quad (1.11)$$

Viteza de rotație a elementului 2 în jurul punctului B (ω_2) va fi $\omega_2 = \frac{V_{CB}}{l_{CB}}$.

Pentru determinarea vitezei punctului S de pe elementul 2 se folosește regula de asemănare a planului de poziție a elementului BSC cu planul vitezelor acestui element).

Din această regulă reiese că:

$$\frac{[bc]}{BC} = \frac{[bs]}{BS}, \quad (1.12)$$

de unde

$$\frac{[bs]}{[bc]} = \frac{BS}{BC}.$$

Relația de asemănare (1.12) dă posibilitatea de a determina viteza oricărui punct de pe elementul 2 al mecanismului.

1.2.1.2. Determinarea accelerațiilor elementelor mecanismului cu bare prin metoda planelor

Planul accelerațiilor se construiește pentru fiecare grupă asurică conform ecuațiilor vectoriale ale accelerațiilor punctelor de pe elementele mecanismului pentru poziția dată (fig. 1.10, a) și se efectuează în următoarea ordine:

a) se determină accelerația punctului B . Ținând cont că viteza unghiulară a elementului 1, $\omega_1 = \text{const.}$, accelerația punctului B va fi:

$$a_B = a^n = \omega_1^2 l_{AB}. \quad (1.13)$$

Vectorul \bar{a}_B este îndreptat pe direcția AB spre centrul de rotație A ;

b) se stabilește scara accelerațiilor μ_a ;

c) dintr-un punct arbitrar π pe planul desenului (fig. 1.10, b), numit *polul accelerațiilor*, se trasează un segment $[\pi b]$ paralel cu vectorul accelerației \bar{a}_B cu lungimea $[\pi b] = \frac{a_B}{\mu_a}$;

d) se alcătuiește ecuația vectorială a accelerației punctului C .

$$\bar{a}_c = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB} = \bar{a}_B + \bar{a}_{CB}^n + \bar{a}_{CB}^t, \quad (1.14)$$

unde $\bar{a}_{CB}^n, \bar{a}_{CB}^t$ sunt respectiv accelerația normală și tangențială în mișcarea relativă a punctului C față de punctul B . În această relație sunt cunoscute accelerațiile \bar{a}_B și $\bar{a}_{CB}^n = \omega_2^2 l_{BC}$. Pentru vectorii \bar{a}_{CB}^n și \bar{a}_{CB}^t este cunoscută direcția: primul vector este paralel cu linia dintre punctele B și C și este orientat de la C spre B , iar al doilea vector este perpendicular pe linia dintre punctele B și C . Prin punctul b al segmentului $[\pi b]$ paralel cu direcția vectorului

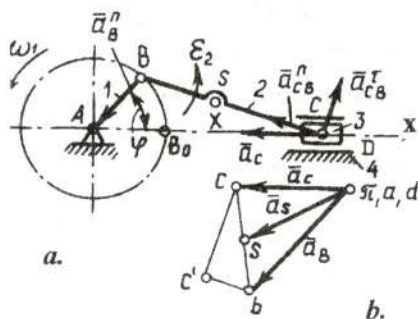


Fig. 1.10

\bar{a}_{CB}^n se trasează segmentul $[bc'] = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}$. Acest segment va reprezenta pe plan vectorul accelerației \bar{a}_{CB}^n . Prin punctul c' al planului accelerațiilor se trasează o linie paralelă cu direcția accelerației \bar{a}_{CB}^r , iar din punctul π - o linie paralelă cu axa $x-x$ (vectorul accelerației \bar{a}_C este orientat pe direcția axei $x-x$). La intersecția acestor linii găsim punctul c , iar segmentele $[c'c]$ și $[\pi c]$ reprezintă pe plan vectorul accelerațiilor \bar{a}_{CB}^r și \bar{a}_C .

Modulele acestor accelerații se determină ca produsul dintre lungimea segmentelor date și scara accelerațiilor:

$$a_{CB}^r = [c'c] \mu_a,$$

$$a_C = [\pi c] \mu_a.$$

e) determinăm accelerația unui punct S de pe elementul BC . Pentru aceasta folosim relația de asemănare :

$$\frac{[bs]}{l_{BS}} = \frac{a_{CB}}{l_{CB}}, \quad (1.15)$$

de unde $[bs] = a_{CB} \frac{l_{bs}}{l_{BC}}$.

Pe segmentul $[bc]$ marcăm punctul s . Segmentul $[\pi s]$ obținut pe linia ce trece prin punctele π și s reprezintă pe plan vectorul accelerației punctului S , \bar{a}_S . Modulul ei va fi

$$a_S = [\pi s] \mu_a;$$

f) determinăm accelerația unghiulară a elementului BC :

$$\varepsilon_{BC} = \frac{a_{CB}^r}{l_{CB}}.$$

1.2.1.3. Analiza cinematică a mecanismelor cu bare prin metoda analitică

În unele calcule tehnice se cere ca rezultatele calculelor să prezinte o precizie mai mare decât cea care poate fi obținută prin metodele grafice de analiză cinematică. În aceste cazuri se recomandă metodele analitice de calcul.

Problemele de analiză cinematică prin aceste metode se reduc la alcătuirea și rezolvarea sistemului de ecuații ale proiecțiilor pe axe de coordonate ale conturilor formate de elementele mecanismului. Prin derivarea acestor ecuații se determină vitezele și accelerația punctelor de pe elementele mobile.

Examinăm această metodă pentru analiza cinematică în cazul mecanismului bielă-manivelă (fig. 1.11).

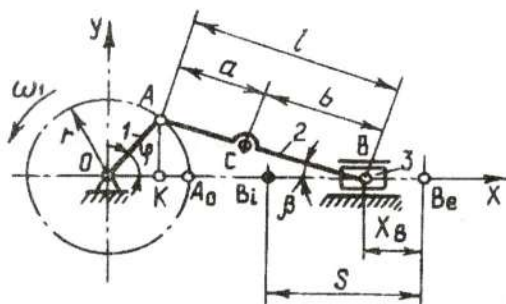


Fig. 1.11

Manivela cu raza r efectuează mișcarea de rotație cu viteza unghiulară ω_1 în jurul punctului O . Cursa pistonului S între punctul mort interior B_i și punctul mort exterior B_e va fi $S=2r$.

Deplasarea pistonului pe cursă se reprezintă prin proiecțiile manivelei și bielei pe axa x :

$$x_B = OB_e - OB,$$

unde $OB_e = r + l$,

$$OB = OK + KB = r \cos \varphi + l \cos \beta.$$

Substituind valorile lui OB și OB_e obținem:

$$x_B = r + l - (r \cos \varphi + l \cos \beta) = r(1 - \cos \varphi) + l(1 - \cos \beta) \quad (1.16)$$

Exprimăm unghiul β prin unghiul φ . Luând în considerație egalitatea $AK = r \sin \varphi = l \sin \beta$, obținem $\sin \beta = \frac{r}{l} \sin \varphi$

$$\text{sau } \cos \beta = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \varphi\right)^2} \quad (1.17)$$

Înlocuind expresia (1.17) în relația (1.16) obținem:

$$x_B = r(1 - \cos \varphi) + l \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l} \sin \varphi\right)^2}\right) \quad (1.18)$$

Această relație exprimă deplasarea x_B a pistonului pe cursa S . Notând raportul $\frac{r}{l} = \lambda$, expresia pentru determinarea precisă a deplasării x_B se scrie în felul următor:

$$x_B = r \left[1 - \cos \varphi + \frac{1}{\lambda} \left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}\right)\right] \quad (1.19)$$

Expresia de sub radical poate fi dezvoltată în serie astfel:

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \varphi + \frac{1}{2 \cdot 4} \lambda^4 \sin^4 \varphi \dots \quad (1.20)$$

Având în vedere că pentru $\lambda < 1$ se pot neglija factorii cu puteri de ordin superior a parametrului λ , obținem expresia aproximativă a deplasării pistonului pe cursă:

$$x_B = r \left(1 - \cos \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi\right) \quad (1.21)$$

Erorile de calcul care se fac prin utilizarea expresiei aproximative (mult mai simplă) sunt sub nivelul de 2%.

Viteza pistonului se obține prin derivarea în funcție de timp a relației (1.21):

$$V_B = \frac{dx_B}{dt} = \frac{dx_B}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = r \omega_1 \left(\sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi\right) \quad (1.22)$$

Accelerația pistonului se obține prin derivarea în funcție de timp a expresiei (1.22):

$$a_B = \frac{dV_B}{dt} = \frac{dV_B}{dt} \frac{d\varphi}{dt} = r\omega_1^2 (\cos\varphi + \lambda \cos 2\varphi). \quad (1.23)$$

Examinăm mișcarea unui punct C de pe bielă. Pentru aceasta găsim proiecțiile poziției punctului pe axele de coordonate x și y .

Din fig. 1.11 avem $x_C = x_B + b \cos\beta$

sau

$$x_C = r(1 - \cos\varphi) + l\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2\varphi}\right) + b\sqrt{1 - \lambda^2 \cos^2\varphi}. \quad (1.24)$$

Pentru calculul aproximativ al poziției punctului x_C , luând în considerație relațiile (1.20) și (1.24), obținem:

$$x_C = r\left(1 - \cos\varphi + \frac{1}{2}\lambda \frac{a}{l} \sin^2\varphi\right) + b. \quad (1.25)$$

Proiecția poziției punctului C pe axa y :

$$y_C = b \sin\beta. \quad (1.26)$$

Înlocuind $\sin\beta = \lambda \sin\varphi$ obținem

$$y_C = b\lambda \sin\varphi \quad (1.27)$$

Proiecțiile vitezelor punctului C pe axele de coordonate se obțin prin derivarea relațiilor (1.25) și (1.27):

$$V_{Cx} = \frac{dx_C}{dt} = r\omega_1 \left(\sin\varphi + \frac{1}{2}\lambda \frac{a}{l} \cos 2\varphi \right); \quad (1.28)$$

$$V_{Cy} = \frac{dy_C}{dt} = \omega_1 b \lambda \cos\varphi. \quad (1.29)$$

Proiecțiile accelerațiilor se obțin corespunzător prin derivarea în funcție de timp a relațiilor (1.23) și (1.29):

$$a_{Cx} = \frac{dV_{Cx}}{dt} = r\omega_1^2 \left(\cos\varphi + \lambda \frac{a}{d} \cos 2\varphi \right); \quad (1.30)$$

$$a_{Cy} = \frac{dV_{Cy}}{dt} = -\omega_1^2 b \lambda \sin\varphi. \quad (1.31)$$

Modulele vitezei și accelerației punctului C sunt:

$$V_C = \sqrt{V_{Cx}^2 + V_{Cy}^2}; \quad (1.32)$$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2}. \quad (1.33)$$

Viteza unghiulară a bielei se determină prin derivarea în funcție de timp a expresiei $\sin \beta = \lambda \cos \varphi$:

$$\cos \beta \frac{d\beta}{dt} = \lambda \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt}, \quad (1.34)$$

unde $\frac{d\beta}{dt} = \omega_2$ este viteza unghiulară a bielei; $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_1$ -viteza unghiulară a manivelei. Din relația 1.34 obținem

$$\omega_2 \cos \beta = \omega_1 \lambda \cos \varphi$$

sau

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \lambda \cos \varphi}{\cos \beta}. \quad (1.35)$$

Înlocuind în (1.35) $\cos \beta$ prin expresia (1.17) obținem

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \lambda \cos \varphi^2}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi}}. \quad (1.36)$$

Dezvoltând în serie exponențială expresia de sub radical obținem relația pentru calculul aproximativ al vitezei unghiulare a bielei:

$$\omega_2 = \omega_1 \lambda \cos \varphi \left(1 + \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi \right). \quad (1.37)$$

Prin derivarea în funcție de timp a relației (1.37) obținem relația pentru calculul accelerației unghiulare a bielei:

$$\varepsilon_2 = -\omega_1^2 \lambda \sin \varphi \left(1 - \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda^2 \sin^2 \varphi \right). \quad (1.38)$$

1.2.2. Analiza cinematică a mecanismelor de transmitere a mișcării de rotație

1.2.2.1. Clasificarea mecanismelor de transmitere (transmisiilor)

Mecanismele de transmitere se folosesc pentru a transmite mișcarea cu sau fără transformarea acesteia de la motor la organele de lucru ale mașinii. Ele se clasifică după următoarele criterii:

a) modul de transmitere a mișcării (prin fricțiune și prin angrenare);

b) tipul elementelor (cu elemente rigide, cu elemente flexibile și cu elemente articulate);

c) mobilitatea axelor elementelor de transmisie (cu axe fixe - ordinare și cu axe mobile - planetare);

d) numărul gradelor de mobilitate (cu un grad de mobilitate simple, cu două sau mai multe grade de mobilitate - diferențiale).

Constructiv toate tipurile de transmisii au în componență elemente sub formă de roți, dintre care una sau mai multe sunt conducătoare, iar restul sunt conduse.

1.2.2.2. Analiza cinematică a mecanismelor de transmitere

Examinăm metoda de analiză cinematică a mecanismelor de transmitere pentru cazul mecanismelor prin angrenare cu roți dințate. Mecanismele cu roți dințate se împart în: mecanisme cu roți cilindrice cu axe paralele; cu roți dințate conice cu axe concurente în plan și mecanisme cu axe concurente în spațiu cu angrenaj elicoidal și cu angrenaj melcat.

Mecanismul de transmitere cu roți dințate cilindrice. Cel mai simplu mecanism cu roți dințate este alcătuit din două roți (cu numărul de dinți z_1 și z_2) cu axele de rotație fixe, dintre care una este conducătoare, iar alta - condusă. În funcție de poziția relativă a

de poziția relativă a roților, aceste mecanisme pot fi cu angrenaj exterior (fig. 1.12, a) și cu angrenaj interior (fig. 1.12, b). Mecanismele ordinare au ca regulă gradul de mobilitate $M = I$.

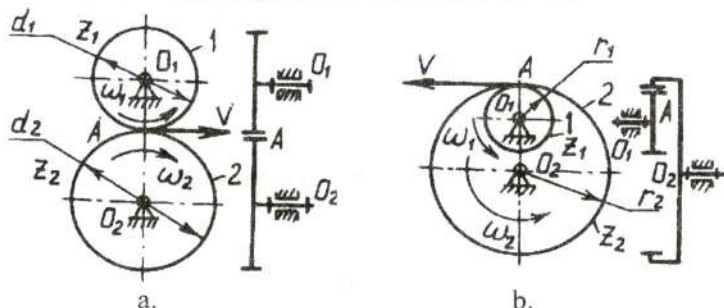


Fig.1.12

Caracteristică cinematică principală a mecanismelor de transmitere este raportul de transmitere a mișcării de la roata conducătoare la cea condusă. Prin definiție, raportul de transmitere (se notează prin simbolul i_{12}) al mecanismului este raportul dintre viteza unghiulară ω_1 a roții conducătoare 1 și viteza unghiulară ω_2 a roții conduse 2, adică:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (1.39)$$

După valorile raportului de transmitere mecanismele de transmitere (transmisiile) pot fi:

- ◆ cu raport de transmitere constant;
- ◆ cu raport de transmitere variabil.

Dacă $i_{12} > I$, mecanismul se numește *reductor*, iar dacă $i_{12} < I$, mecanismul se numește *multiplicator*.

În cazul angrenajelor cu roți dințate, când lipsește alunecarea relativă a roților, viteza liniară în punctul de contact A va fi

$$V_1 = V_2 = V = \omega_1 \frac{d_1}{2} = -\omega_2 \frac{d_2}{2} = \omega_1 r_1 = -\omega_2 r_2,$$

de unde
$$i_{12} = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (1.40)$$

pentru mecanismul cu angrenaj exterior

și
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (1.41)$$

pentru mecanismul cu angrenaj interior.

În general, pentru mecanisme cu roți dințate cilindrice

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{d_2}{d_1} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (1.42)$$

Semnul " plus " se ia pentru mecanismul cu angrenaj interior, iar "minus"- pentru mecanismul cu angrenaj exterior.

Mecanisme cu axe concurente cu roți dințate conice
(fig. 1.13)

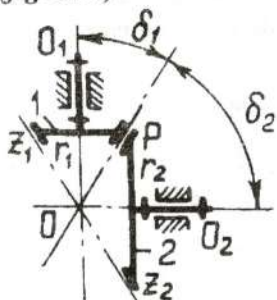


Fig.1.13

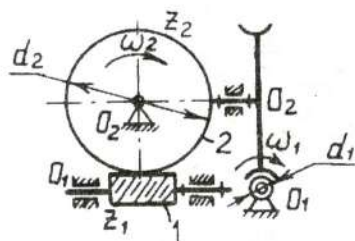


Fig. 1.14

Raportul de transmitere pentru mecanisme cu roți conice:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1},$$

unde razele exterioare ale roților dințate sunt

$$r_1 = OP \sin \delta_1;$$

$$r_2 = OP \sin \delta_2.$$

Atunci
$$i_{12} = \frac{OP \sin \delta_2}{OP \sin \delta_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} \quad (1.43)$$

În cazul când $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$

$$i_{12} = \operatorname{tg} \delta_2. \quad (1.44)$$

Mecanismul cu axe concurente în spațiu cu angrenaj melcat (fig. 1.14). Mecanismul este alcătuit din melcul 1 și roata melcată 2. Pe suprafața cilindrică a melcului este executată o suprafață elicoidală de un anumit profil cu numărul de începuturi al elicei z_1 . Roata melcată are numărul de dinți z_2 .

Raportul de transmitere al mecanismului cu angrenaj melcat se determină din relația:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (1.45)$$

Mecanisme complexe cu roți dințate (fig. 1.15).

Mecanismele complexe sunt formate din lanțuri compuse din trei și mai multe roți dințate. În acest caz roțile pot fi cuplate în serie (fig. 1.15, a) sau în cascadă (fig. 1.15 b).

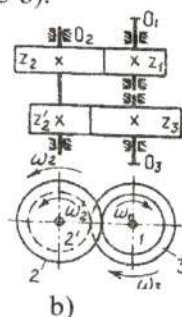
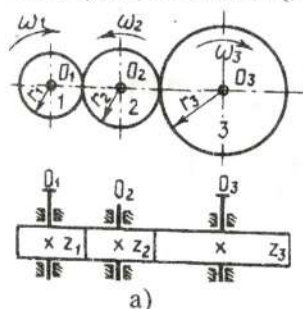


Fig. 1.15

Raportul total de transmitere a acestor mecanisme i_{1n} se determină ca raportul vitezei unghiulare a elementului conducător ω_1 la viteza unghiulară ω_n a elementului n :

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n}.$$

Pentru mecanismul din fig. 1.15, a, numărul de elemente $n = 3$.

Atunci
$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3}.$$

Se determină raportul de transmitere pentru fiecare pereche de roți:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2}; \quad i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3}. \quad (1.46)$$

Înmulțind între ele relațiile (1.46), obținem:

$$i_{12} \cdot i_{23} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = i_{13}, \quad (1.47)$$

deci
$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{23}. \quad (1.48)$$

În caz general

$$i_{1n} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \dots i_{(n-1)n}. \quad (1.49)$$

Așadar, raportul de transmitere al unui mecanism complex cu elemente dințate este egal cu produsul rapoartelor de transmitere al mecanismelor simple care intră în componența lui, fiecare raport fiind luat cu semnul său.

Deoarece

$$i_{12} = \pm \frac{z_2}{z_1}; \quad i_{23} = \pm \frac{z_3}{z_2}; \quad i_{2'3} = \pm \frac{z_3}{z_2'}; \quad i_{(n-1)n} = \pm \frac{z_n}{z_{n-1}'} \quad (1.50)$$

unde semnul "plus" este luat pentru angrenajul interior, iar "minus" pentru angrenajul exterior. Pentru mecanismul complex cu roți cuplate în serie și în cascadă obținem relațiile corespunzătoare:

$$i_{1n} = (-1)^m \frac{z_n}{z_1} \quad \text{și} \quad i_{1n} = (-1)^m \frac{z_2 z_3 z_4 \dots z_n}{z_1 z_2' z_3' z_{n-1}'}, \quad (1.51)$$

unde m este numărul de angrenaje exterioare.

Factorul $(-1)^m$ permite să se determine semnul raportului de transmitere al întregului mecanism.

Mecanisme planetare. Mecanismele care au în componența lor roți cu axe mobile și grad de mobilitate $M = 1$ se numesc mecanisme planetare. Unul dintre cele mai simple mecanisme planetare este prezentat în fig. 1.16. Roțile 1 și 3, care se rotesc în jurul axei fixe O_1 , se numesc roți centrale, iar roata 2, care are axa mobilă O_2 , legată de elementul H , se numește satelit. Elementul H se numește antrenor sau portsatelit.

Elementele mecanismului se mișcă cu vitezele unghiulare relative: $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_H$. Mișcarea relativă a elementelor nu se va

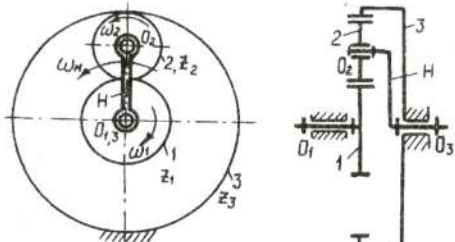


Fig. 1.16

modifica dacă întregului mecanism i se va comunica o mișcare suplimentară în jurul axei O_1 . Dacă această mișcare va avea viteza egală cu ω_H , atunci elementul H va rămâne fix și mecanismul planetar se va transforma într-un mecanism ordinar

cu roți dințate cu axe fixe O_1 și O_2 . Vitezele elementelor în urma acestei comunicări se vor determina din relațiile:

$$\begin{aligned}\omega_1^H &= \omega_1 - \omega_H; \\ \omega_3^H &= \omega_3 - \omega_H; \\ \omega_H^H &= \omega_H - \omega_H = 0.\end{aligned}\quad (1.52)$$

Indicele de sus în relație indică la elementul fixat.

Raportul de transmitere al mecanismului ordinar obținut în urma fixării elementului H va fi:

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{z_3}{z_2} \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_3}{z_1}.$$

În cazul când se fixează rigid elementul 3, viteza unghiulară $\omega_3 = 0$, iar raportul de transmitere

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1 = 1 - i_{1H}^3. \quad (1.53)$$

Deci, raportul de transmitere al mecanismului, în cazul când se fixează roata 3 va fi

$$i_{1H}^3 = 1 - i_{13}^H. \quad (1.54)$$

1.3. Mecanisme cu came

1.3.1. Structura și clasificarea mecanismelor cu camă. Avantaje și dezavantaje

Mecanismul cu camă (fig. 1.17) se compune, de regulă, dintr-un element conducător I (cu un anumit profil), numit *camă*, care transmite prin contact direct elementului condus numit *tachet*, o mișcare, a cărei lege este stabilită de profilul camei și de legea de mișcare a acesteia.

Mecanismele cu camă au o utilizare largă în construcția de mașini și în mecanismele de automatizare. În raport cu alte tipuri de mecanisme aceste mecanisme au, în principiu, următoarele avantaje:

- simplitatea constructivă și gabaritul redus, care oferă posibilitatea realizării cu ușurință și siguranță a diferitelor legi necesare de mișcare a tachelului;

- soluții de proiectare relativ simple.

Dintre cele mai serioase dezavantaje ale acestor mecanisme se poate de reținut:

- dificultăți în execuția precisă a profilului camelor și asigurării condițiilor de urmărire a profilului de către tachet;

- apariția unor rezistențe mari în punctele sau pe linia dintre camă și tachet;

- uzura intensivă a suprafeței de contact a profilului camei și, în deosebi, a tachelului (datorită faptului că cama cu tachetul formează cuplă cinematică superioară), și, ca consență, schimbarea legii de mișcare a tachelului.

Clasificarea mecanismelor cu camă se face după următoarele criterii:

a) după tipul de mișcare a camei:

- cu mișcare de translație (fig. 1.17, a);
- cu mișcare de rotație (fig. 1.17, b).

b) după tipul de mișcare a tachelului:

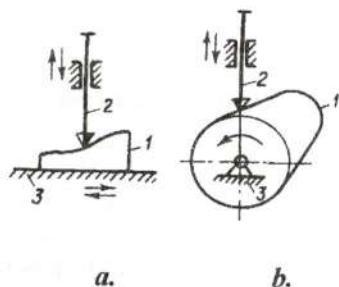


Fig.1.17

- de translație (fig. 1.17, b);
- oscilantă (fig. 1.18).

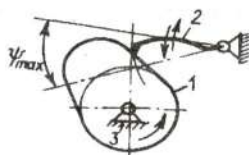


Fig.1.18

c) după tipul contactului dintre camă și tchet:

- punctiform (pe vârf) (fig. 1.19, a);
- pe linie (fig. 1.19, b).

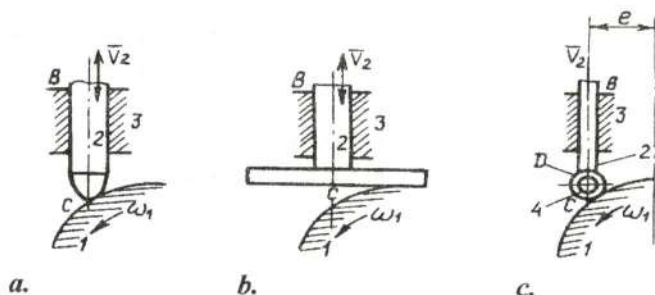


Fig. 1.19

d) după modul de realizare a contactului dintre camă și tchet:

- cu contact direct (fig. 1.19 a,b);
- cu contact indirect - prin intermediul rolei intermediare 4 (fig. 1.19 c).

1.3.2. Caracteristici geometrice ale mecanismelor cu camă

În general, un mecanism cu camă se caracterizează prin următoarele caracteristici geometrice (fig. 1.20).

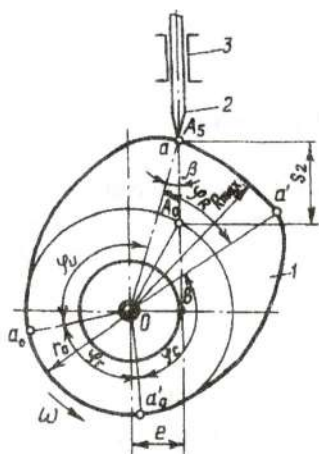


Fig. 1.20

r_0 - raza minimă a camei, numită și raza cercului de bază;

R_{max} - raza maximă a camei;

S_2 - cursa tachelului ($S_2 = R_{max} - r_0$)

care reprezintă diferența dintre raza maximă și raza minimă a camei. Pentru mecanismele cu tachel oscilant este exprimată prin unghiul maxim de abatere a tachelului ψ_{2max} ;

e - excentricitatea mecanismului (distanța dintre linia de mișcare a tachelului și centrul de rotație al camei);

φ_r - unghiul fazei de repaus (inferior) al tachelului;

φ_u - unghiul fazei de urcare (înaintare) al tachelului;

φ_c - unghiul fazei de coborâre (înapoiere) al tachelului;

R_u, R_c - razele profilului fazelor de urcare și corespunzător de coborâre ale camei. Razele R_u și R_c pot fi constante, dacă fazele sunt arcuri de cerc, sau variabile, dacă profilul va fi descris de alte tipuri de curbe.

1.3.3. Analiza cinematică a mecanismului cu camă

Mecanismele cu camă, prin profilarea corespunzătoare a camelor, oferă posibilitatea obținerii la tachel a celor mai variate legi de mișcare, solicitate de procesele de mecanizare și automatizare în construcția de mașini. Din analiza cinematică se determină poziția tachelului în funcție de poziția camei și se scoate în evidență legea de mișcare a tachelului, atunci când mecanismul este cunoscut, vitezele, accelerațiile și legile lor de variație în limitele fazelor de lucru ale ciclului de rotație al camei.

Metodele principale de realizare a analizei cinematice sunt: metoda grafică, metoda grafo-analitică și analitică.

1.3.3.1. Metoda grafică de analiză cinematică

Examinăm metoda grafică de analiză în baza mecanismului prezentat în fig. 1.21. Această metodă se folosește atunci când pe baza datelor constructive și funcționale se cere de determinat deplasarea tchetului în funcție de unghiul de rotație (φ) al camei. Diagrama deplasărilor tchetului pe camă se determină în succesiunea următoare:

- se execută schema mecanismului într-o anumită scară μ_l , recomandată în tabelul (1.7);
- unghiurile fazelor de ridicare și coborâre se împart într-un număr egal de unghiuri de aceeași mărime. Astfel, la periferia camei se obțin punctele $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$
- cu centrul compasului în punctul O_1 se duc succesiv arcuri de cerc cu razele $O_1A_1, O_1A_2, O_1A_3, \dots$ care vor intersecta direcția

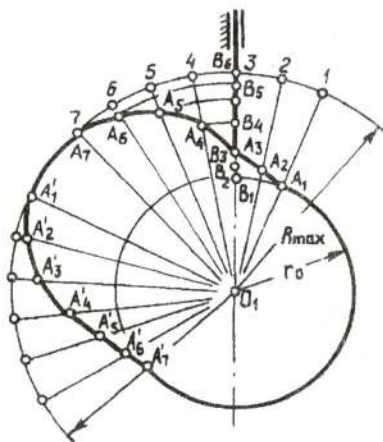


Fig. 1. 21

mișcării tchetului în punctele B_1, B_2, B_3, \dots . Aceste puncte reprezintă traiectoria mișcării punctului B pe direcția tchetului și, deci, deplasarea tchetului la rotirea camei pe fazele de ridicare și coborâre. În fig. 1.22, a este dată diagrama deplasării tchetului în funcție de unghiul φ , exprimată de relația:

$$S_B = S_B(\varphi) \quad (1.55)$$

Dacă viteza unghiulară a camei se consideră constantă, $\omega \rightarrow \text{const}$, atunci vitezele și accelerațiile tachtelui se obțin, derivând grafic diagrama mișcării tachtelui conform relațiilor:

$$v = \frac{dS_B}{dt} = \frac{dS_B}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{dS_B}{d\varphi}; \quad (1.56)$$

$$a_B = \frac{dv_B}{dt} = \frac{dv_B}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d}{d\varphi} \left(\frac{dS_B}{d\varphi} \right) = \omega^2 \frac{d^2 S_B}{d\varphi^2}. \quad (1.57)$$

Pentru derivarea graficului deplasării tachtelui (fig. 1.22, a) intervalele 1-2, 2-3, 3-4,... se înlocuiesc prin coardele B_1-B_2 , B_2-B_3 , B_3-B_4 ,..., deci pe aceste intervale de mișcare viteză variabilă a tachtelui se înlocuiește prin mișcări cu viteze constante, egale cu vitezele medii pe fiecare porțiune a unghiului φ de rotație a camei. Pe axa φ a derivatei $\frac{dS_B}{d\varphi}$ din

partea stângă a originii coordonatelor, la o distanță arbitrară b_v , se marchează un punct P_v . Din acest punct se trasează dreptele P_{v-1} , P_{v-2} , P_{v-3} ,..., paralele cu coardele corespunzătoare B_1-B_2 , B_2-B_3 , B_3-B_4 ,... Aceste drepte împart axa vitezelor în segmente 1-2, 2-3, 3-4,... proporționale cu vitezele medii ale tachtelui pe porțiunile corespunzătoare $\varphi_{(i,i+1)}$ ale axei. Astfel, obținem o linie frântă în formă de scară, care reprezintă schimbarea vitezelor medii pe porțiuni de unghi $\varphi_{(i,i+1)}$ în limitele fazelor de lucru. Graficul real al vitezelor se obține prin înlocuirea acestei linii frânte cu o linie continuă, care intersectează mijlocul fiecărei trepte pe sectorul corespunzător. Viteza reală într-un anumit punct φ_i se determină conform relației:

$$V_{Bi} = \omega \frac{dS_B}{d\varphi} = \frac{\omega}{b_v} \frac{\mu_l}{\mu_\varphi} (S'_{Bi}). \quad (1.58)$$

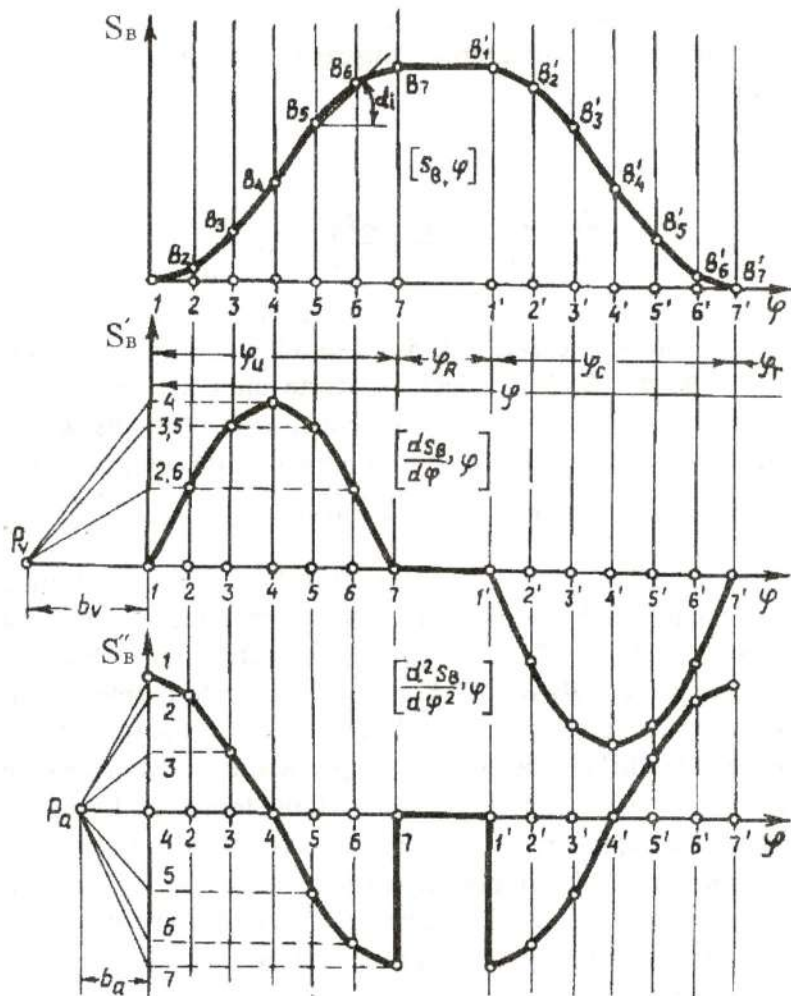


Fig. 1.22

Diagrama accelerațiilor se construiește prin derivarea graficului vitezelor (fig. 1.22, c), în ordinea expusă mai sus.

Accelerația a_{bi} se determină din relația:

$$a_{bi} = \omega^2 \frac{d^2 S_B}{d\varphi^2} = \frac{\omega_2}{b_v b_a} \frac{\mu S}{\mu_\varphi^2} S''_{Bi}. \quad (1.59)$$

În cazul când $b_v = b_a = H$

$$a_i = \frac{\omega^2}{H^2} \frac{\mu S}{\mu_\varphi^2} S''_{Bi}. \quad (1.60)$$

1.3.3.2 Metoda grafoanalitică

În acest caz se înlocuiește cupla superioară a mecanismului cu camă printr-un lanț cinematic cu cuple inferioare și apoi se folosește metoda planurilor vitezelor și accelerațiilor, examinate mai sus, pentru a determina vitezele și accelerațiile tachtului. Pentru a putea transforma cupla superioară într-un lanț cinematic cu cuple inferioare este necesar să se cunoască sau să se determine razele de curbură ale profilului camei pe porțiuni. În cazul camelor la care profilul este format dintr-o singură curbă, se obține un singur tip de mecanism înlocuitor, la care dimensiunile se schimbă pe porțiuni, odată cu razele de curbură.

Dacă profilul camei este realizat din curbe diferite, atunci mecanismul cu cuplă superioară se înlocuiește cu mai multe mecanisme înlocuitoare cu cuple inferioare, fiecare corespunzător tipului de curbă a porțiunii profilului.

Determinarea vitezelor și accelerațiilor tachtului se face pe noul mecanism obținut prin transformare.

1.3.3.3. Metoda analitică

Această metodă dă cele mai precise rezultate. De regulă se pornește de la ecuația profilului în coordonate polare. Se poate proceda și în acest caz la înlocuirea mecanismului cu cuplă cinematică superioară cu un mecanism cu cuple inferioare. Știind legile de mișcare a mecanismului obținut se determină viteza și accelerația tachtului.

1.3.4. Elemente de sinteză a mecanismului cu camă

Problema principală care se formulează la alegerea mecanismului cu camă este că, pornind de la legea de mișcare a elementului condus (tachtului), să se determine profilul și dimensiunile camei. Mișcările elementului conducător și condus se dau, de obicei, analitic, prin ecuații de mișcare, sau grafic, sub forma diagramei deplasării. Caracterul acestor ecuații sau diagrame poate fi diferit, în funcție de condițiile de mișcare prescrise.

Legile de bază ale mișcării tachtului. Din punct de vedere tehnic, mai ușor realizabile în mecanismele cu camă sunt legile de variație a mișcării tachtului în funcție de unghiul φ de rotație a camei sub formă de:

- a) linie dreaptă;
- b) parabolă;
- c) cosinusoidă;
- d) sinusoidă;
- e) de mișcări combinate.

În primul caz spațiul parcurs S de tacht pe faza de urcare și de coborâre variază în funcție de unghiul φ conform relației:

$$S = C_1\varphi + C_2. \quad (1.61)$$

Derivând relația (1.61) de două ori succesiv în funcție de timp se obține:

$$\frac{v}{\omega} = C; \quad \frac{a}{\omega^2} = 0. \quad (1.62)$$

Așadar, elementul condus se va mișca uniform, cu accelerația nulă pe fazele de urcare și coborâre. Diagrama deplasărilor, vitezelor și accelerațiilor acestor legi de mișcare este prezentată în fig. 1. 23. Însă în punctele l, f, d , în care

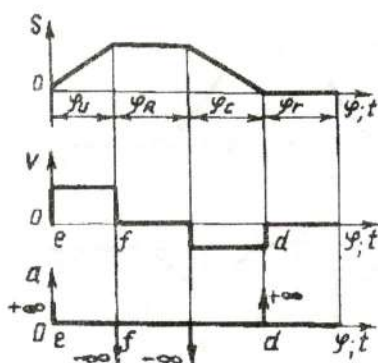


Fig. 1.23

viteza tachtului își schimbă sensul, accelerația teoretic va tinde spre infinit, de aceea, în aceste puncte, forțele dinamice care vor apărea în cuplurile cinematice ale mecanismului vor deveni, de asemenea, teoretic infinit de mari. În aceste puncte se produc șocuri, numite *șocuri dure*. Pentru a reduce șocurile, în practică, zonele punctelor de cotitură se înlocuiesc cu arcuri de cerc racordate la panta de urcare și coborâre a tachtului. Forțele dinamice în acest caz vor avea o valoare finită și mecanismul va suporta un *șoc moale*. Această lege se folosește când viteza unghiulară ω a tachtului este mică.

Dacă legea de mișcare a tachtului este reprezentată printr-o parabolă în funcție de unghiul de rotație φ al camei, deplasările se prescriu de relația:

$$S = C_1\varphi^2 + C_2\varphi + C_3. \quad (1.63)$$

Prin derivatele relației (1.63), succesiv de două ori în funcție de timp, se va obține:

$$\frac{v}{\omega} = 2C_1\varphi + C_2; \quad \frac{a}{\omega^2} = 2C_1, \quad (1.64)$$

unde $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ este viteza unghiulară a camei.

Din (1.64) se poate constata că legea de variație a vitezei tachelului este liniară, iar accelerația este constantă atunci când $\omega = \text{const.}$

În fig. 1.24 se arată graficele diagramelor caracteristicilor cinematice ale acestei legi de mișcare. Pentru legea parabolică se obține mișcare uniform accelerată a tachelului cu accelerații limitate și deci forțe dinamice limitate. De aici reiese, că mecanismul va suferi șocuri moi, ceea ce permite ridicarea vitezei unghiulare ω a camei.

Legea de mișcare sinusoidală a tachelului este reprezentată de relația:

$$S = C_1 \sin K\varphi + C_2\varphi + C_3. \quad (1.65)$$

Dacă se derivatează relația (1.65), succesiv de două ori în funcție de timp, se obține:

$$\frac{v}{\omega} = KC_1 \cos K\varphi + C_2, \quad (1.66)$$

$$\frac{a}{\omega^2} = -K^2 C_1 \sin K\varphi.$$

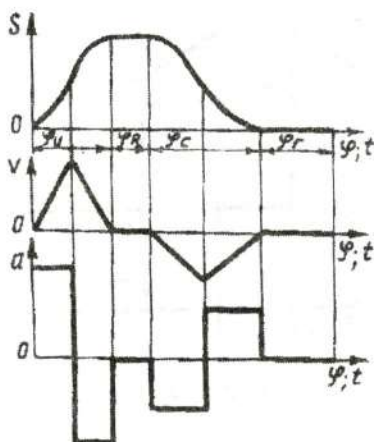
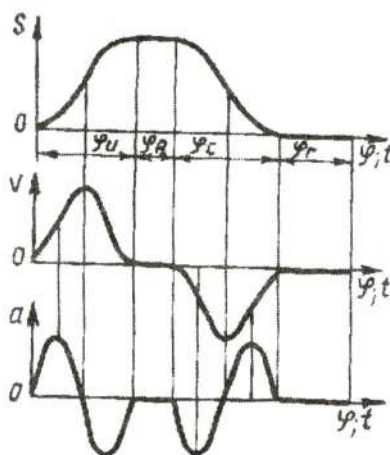


Fig. 1.24

În fig. 1.25 se prezintă legea de variație a deplasărilor S , a vitezei v și a accelerației a ale tachtetului în funcție de unghiul de rotație al camei.

Remarcăm faptul că în cazul legii de mișcare sinusoidale, în funcționarea mecanismului cu camă lipsesc atât șocurile dure, cât și cele moi.

S-au examinat câteva din legile cele mai simple de mișcare. Însă în practica proiectării mașinilor, mecanismele cu camă în unele cazuri se proiectează pe baza unor legi mult mai



complicate ale mișcării, care pe unele porțiuni ale profilului tachtetului pot cuprinde unele din legile examinate mai sus.

Făcând comparație între aceste legi de mișcare, este evident, că la proiectarea unui mecanism concret, în alegerea legii mișcării trebuie să se țină cont nu numai de deplasarea elementului condus, ci și de vitezele și accelerații cu care se efectuează aceste deplasări.

Fig. 1.25

1.3.5. Determinarea dimensiunilor de bază ale camei după unghiurile de presiune

1.3.5.1. Unghiul de presiune și influența lui asupra dimensiunilor camei

Pe lângă realizarea unor legi de mișcare impuse

tachetului, mecanismele cu camă trebuie proiectate astfel, încât transmiterea mișcării sub acțiunea forțelor să evite fenomenul de autoblocare. În timpul funcționării la interacțiunea camei cu tachetul (fig. 1.26), pe direcția normală $n-n$ apare forța de presiune P . Unghiul α cuprins între direcția de acțiune a forței P și direcția de mișcare a tachetului se numește *unghi de presiune* a tachetului asupra camei. Descompunem forța P în două componente T și N :

$$T = P \cos \alpha, \quad (1.66)$$

$$N = P \sin \alpha.$$

Forța T provoacă deplasarea tachetului pe direcția mișcării și se numește *forță utilă*. Forța N acționează pe direcția normală a suprafeței ghidajului tachetului și creează forțe de frecare F între ghidaj și tachet. Din relația (1.66) se vede că odată cu creșterea unghiului de presiune α , crește forța N și proporțional cu ea forța de frecare:

$$F = fN = fP \sin \alpha,$$

unde f este coeficientul de frecare dintre tachet și ghidaj.

Pentru evitarea autoblocării mecanismului este necesar să se satisfacă inegalitatea:

$$F < T, \quad (1.67)$$

sau luând în considerație relațiile (1.66) și (1.67):

$$fP \sin \alpha < P \cos \alpha.$$

De aici

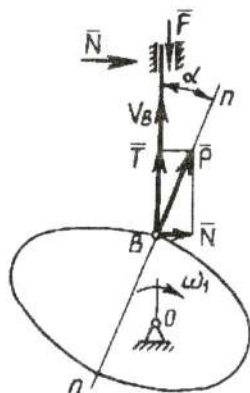


Fig. 1.26

$$\operatorname{tg} \alpha < \frac{l}{f}. \quad (1.68)$$

Din relația (1.68) reiese, că mecanismul va funcționa normal atunci când unghiul de presiune maxim:

$$\alpha_{\max} < \operatorname{arctg} \frac{l}{f}. \quad (1.69)$$

În cazul când unghiul α depășește această valoare, se produce autoblocarea și, ca consență, distrugerea mecanismului. Acest unghi, în limita unui ciclu de lucru al mecanismului, își schimbă valoarea de la “zero” până la α_{\max} . De aceea la etapa de proiectare a mecanismului este necesar de determinat valoarea lui maximă și poziția camei, corespunzătoare acestei valori a unghiului de presiune.

1.3.5.2. Determinarea razei minime a camei după unghiurile de presiune

Pentru evitarea autoblocării mecanismului cu camă, se recomandă ca unghiul maxim de presiune $\alpha_{\max} < 30^\circ$ pentru mecanisme cu tchet de translație și $\alpha_{\max} < 45^\circ$ pentru mecanisme cu tchet oscilant. Această condiție poate fi asigurată prin atribuirea razei r_0 a cercului de bază al camei a unei valori superioare unei limite minime $r_0 > r_{0\min}$. Din planul vitezelor elementelor mecanismului (fig. 1.27) reiese:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2}{\omega_1(r_0 + S_2)} = \frac{v_2 / \omega_1}{r_0 + S_2}. \quad (1.70)$$

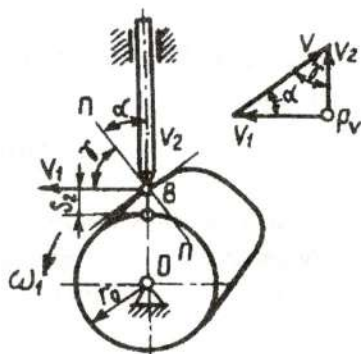


Fig. 1.27

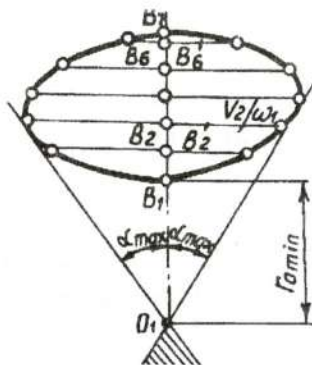


Fig. 1.28

Luând în considerație că

$$\frac{v_2}{\omega_1} = \frac{dS/dt}{\omega_1} = \frac{dS}{\omega_1 dt} = \frac{dS}{d\varphi},$$

relația (1.70) se va scrie:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dS}{d\varphi} \cdot \frac{1}{r_0 + S_2}. \quad (1.71)$$

În cazul poziției inferioare a tachtului (când $S_2 = 0$) avem:

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = \frac{dS}{d\varphi} \cdot \frac{1}{r_{0\min}} = \frac{dS}{d\varphi \cdot r_{0\min}}. \quad (1.72)$$

Din relația (1.72), folosind graficul derivatei deplasării tachtului $dS/d\varphi$ (fig. 1.22, b), valoarea minimă a razei minimale $r_{0\min}$ a camei se poate determina prin metoda grafo-analitică. Pentru aceasta, pe axa verticală (fig. 1.28) se depun deplasările tachtului S , iar pe cea orizontală, pentru fiecare poziție a tachtului S_i , se depune ordonata corespunzătoare

$dS_i/d\varphi_1$ în direcția perpendiculară pe viteza \bar{v}_2 , rotită după sensul vitezei unghiulare ω_1 . Prin extremitățile segmentelor $dS_i/d\varphi_1$ se trasează o curbă continuă lină închisă, la care din ambele părți ale axei verticale S se duc tangente cu unghiul α_{max} . La intersecția acestor tangente se află punctul de rotație al camei cu raza cercului de bază r_{0min} . Pentru construirea profilului camei conform legii cunoscute a mișcării tachtului, la raza r_{0min} se adaugă deplasările (S_i) pe fazele de lucru corespunzătoare.

1.4. Elemente din statica și dinamica mecanismelor

Statica și dinamica mecanismelor și a mașinilor are ca obiective principale:

- a) studiul forțelor care acționează asupra mecanismelor (sau asupra mașinii) și a forțelor care produc mișcarea lor;
- b) studiul bilanțului energetic al mecanismelor (a relației dintre lucrul efectuat de forțele care acționează asupra elementelor componente și a mecanismului în întregime);
- c) studiul mișcării reale a mecanismelor sub acțiunea forțelor date;
- d) stabilirea posibilităților care să asigure regimuri de mișcare ale mecanismelor, solicitate de necesitățile practice.

1.4.1. Forțe care acționează asupra elementelor mecanismelor

Problema determinării forțelor în mecanisme are o mare importanță practică pentru calculul și alegerea rațională a formei și dimensiunilor pieselor.

În timpul funcționării mecanismului asupra elementelor se exercită o serie de forțe exterioare, dintre care fac parte: forțele motoare, forțele de rezistență și forțele gravitaționale. Pe lângă aceste forțe, în legăturile (cuplele cinematice) dintre elemente apar forțe de reacțiune și, drept consențință, a forțelor de frecare. Reacțiunile și forțele de frecare, în raport cu întregul mecanism, sunt forțe interioare. Reacțiunile în cuplele cinematice apar nu numai datorită forțelor exterioare, ci și forțelor dinamice care provin din mișcările elementelor cu accelerație, numite forțe dinamice suplimentare, sau forțe de inerție.

Forțele motoare. Se numesc motoare acele forțe, care, fiind aplicate asupra elementului conducător, tind să accelereze mișcarea lui. Forțele motoare în mecanism produc numai lucru mecanic pozitiv. Vectorul acestor forțe coincide întotdeauna cu direcția și sensul mișcării punctului de aplicație sau formează cu viteza acestuia un unghi ascuțit.

Forțe de rezistență sunt forțele, care tind să încetineze mișcarea elementului conducător. Lucrul mecanic al acestor forțe este întotdeauna negativ.

Forțele de rezistență se împart în: forțe utile, la învingerea cărora se produce lucru mecanic destinat pentru efectuarea unui proces tehnologic, pentru care se construiește mașina sau mecanismul respectiv, și forțe de rezistență neproductive sau dăunătoare, la învingerea cărora se consumă un lucru mecanic suplimentar, la cel necesar la executarea procesului tehnologic. Dintre forțele de rezistență neproductive fac parte forțele de frecare. Forțele de frecare sunt aplicate în zonele de contact ale suprafețelor cuplelor cinematice și sunt îndreptate în sens opus vitezei mișcării relative ale acestor suprafețe. Între forța de frecare F

(fig. 1.29) și forța normală N pe suprafața de contact există relația:

$$F_f = fN, \quad (1.73)$$

unde f este coeficientul de proporționalitate, numit și *coeficient de frecare cu alunecare*.

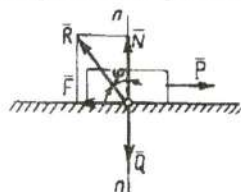


Fig. 1.29

Valorile acestui coeficient depind de natura materialelor din care sunt confecționate elementele cuplurilor cinematice, de regimul de frecare (uscată sau cu ungere), de viteza relativă a suprafețelor în contact (tabelul 1.7).

Tabelul 1.7

Valorile coeficientului de frecare cu alunecare pentru diferite cupluri de materiale

Cuplul de materiale	Frecare uscată	Frecare cu ungere
Oțel - oțel	0,19	0,05 ... 0,1
Oțel - fontă	0,18	0,05 ... 0,15
Oțel - bronz	0,15 ... 0,18	0,07 ... 0,15
Fontă - bronz	0,15 ... 0,2	0,07 ... 0,155

Forțele de inerție F_i apar asupra corpurilor cu o oarecare masă m la mișcare accelerată. La calculul forțelor de inerție la mișcarea de translație vectorul \vec{F}_i se aplică în centrul maselor elementului și se determină din relația:

$$\vec{F}_i = -ma, \quad (1.74)$$

unde m este masa elementului, kg ;

a - accelerația centrului maselor, m/s^2 .

În cazul mișcării de rotație a elementului, se determină momentul de inerție M_i din relația:

$$M_i = -I \cdot \varepsilon, \quad (1.75)$$

unde ε este accelerația unghiulară a elementului, s^{-2} ;

I - momentul de inerție al elementului mecanismului față de centrul maselor $I = \int r^2 dm$;

r - raza de inerție a masei elementului.

1.4.2. Calculul forțelor în mecanisme plane

Problema de calcul a forțelor în mecanisme se reduce la determinarea vectorilor reacțiunilor în cuplele cinematice și este posibil de soluționat numai după analiza structurală și cinematică a mecanismului, când sunt cunoscute grupele assurice, din care este compus mecanismul, legile de mișcare, masele și momentele de inerție ale maselor elementelor.

Dacă în calcul nu se includ forțele de inerție ale elementelor, atunci calculul se *numește static*. Când în calcul se iau în considerație și forțele de inerție, calculul se *numește dinamic*.

Pentru efectuarea calculului forțelor în mecanism este necesar ca mecanismul să fie descompus în grupe de elemente static determinate. Această cerință o respectă grupele assurice pentru mecanisme cu cuple cinematice inferioare de clasa a cincea. La calculul reacțiunilor în cuplele cinematice, se examinează starea de echilibru a fiecărei astfel de grupe.

În baza calculului forțelor este pus principiul D'Alembert. Conform acestui principiu, orice sistem mecanic dinamic se reduce la un sistem static prin aplicarea nemijlocită asupra elementelor a forțelor și a momentelor lor de inerție. Ecuația de echilibru a unui element al sistemului are forma:

$$\begin{aligned}\sum F + G + \sum R + F_i &= 0; \\ \sum M &= 0.\end{aligned}\tag{1.76}$$

unde $\sum F$ este suma forțelor exterioare aplicate asupra elementului examinat;

G - forța de gravitație a elementului;

$\sum R$ - suma forțelor de reacțiune aplicate asupra elementului examinat din partea elementelor conjugate;

F_i - forța de inerție a elementului;

$\sum M = 0$ - suma momentelor tuturor forțelor aplicate asupra elementului.

Determinarea forțelor de reacțiune în cuplele cinematice se face în următoarea ordine:

a) asupra elementelor mecanismului se aplică toate forțele și momentele forțelor exterioare cunoscute (forțele de gravitație, forțele de inerție, forțele de rezistență utile);

b) mecanismul se descompune în grupe structurale static determinate, iar asupra cuplelor exterioare se aplică forțele de reacțiune;

c) determinarea forțelor de reacțiune în cuplele cinematice exterioare se face, în primul rând, pentru grupa structurală cea mai îndepărtată de la elementul conducător;

d) se determină forțele de reacțiune în cuplele cinematice interioare ale grupei examinate;

e) succesiv se determină forțele de reacțiune în cuplele cinematice ale celorlalte grupe structurale, ultima fiind grupa mecanismului inițial de clasă întâi, cu elementul conducător.

În calitate de exemplu examinăm analiza forțelor în mecanismul bielă - manivelă (fig. 1.30). Acest mecanism este alcătuit din două grupe assurice: mecanismul inițial de clasă întâi (elementul conducător I și batiul 4) și grupa assurică de

clasa a doua, ordinul doi, tipul doi (elementele 2 și 3).

Toate forțele exterioare aplicate asupra elementelor mecanismului sunt cunoscute din condițiile problemei, forțele și momentele de inerție se determină prin calcul conform metodei examinate mai sus.

Se cere de examinat forțele de reacțiune ale cuplurilor cinematice \bar{R}_{12} în cupla de rotație B , \bar{R}_{32} - în cupla de rotație

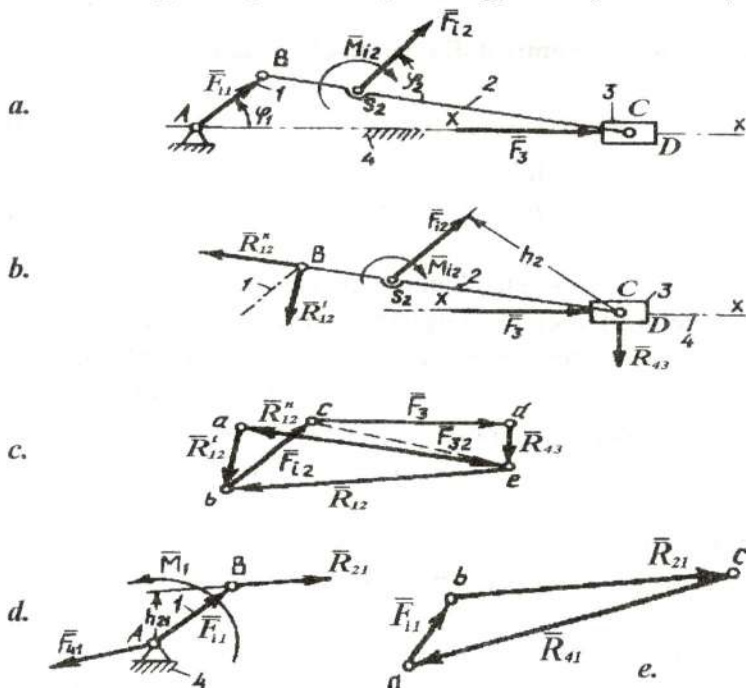


Fig. 1.30

C , \bar{R}_{43} - reacțiunea elementului 4 asupra elementului 3 în cupla de translație D , \bar{R}_{41} - reacțiunea elementului 4 asupra elementului 1 în cupla de rotație A și momentul de echilibru al elementului 1 - M_1 .

Problema se rezolvă prin metoda grafo-analitică în următoarea ordine:

- se construiește planul de poziție al mecanismului (fig. 1.30, a) în scara μ_l și se aplică asupra elementelor vectorii forțelor exterioare: \bar{F}_{i1} este forța de inerție a elementului 1; $\bar{F}_{i2}, \bar{M}_{i2}$ - forța și momentul de inerție ale elementului 2; \bar{F}_3 - forța de rezistență utilă a elementului 3. Forțele de frecare se neglijează. Momentul \bar{M}_I de echilibru al mecanismului acționează asupra elementului conducător;

- de la mecanism se desprinde grupa assurică alcătuită din elementul 2 și 3 (fig. 1.30, b) (grupa este de clasa a doua, ordinul doi, tipul doi);

- se aplică vectorii forțelor exterioare de acțiune asupra elementelor grupei $\bar{F}_3, \bar{F}_{i2}, \bar{M}_{i2}$ și reacțiunilor în cuplele cinematice exterioare \bar{R}_{12} și \bar{R}_{43} și se alcătuesc ecuațiile de echilibru ale acestor forțe:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{43} = 0. \quad (1.77)$$

În această ecuație avem trei necunoscute: modulul și direcția forței de reacțiune \bar{R}_{12} și modulul forței de reacțiune \bar{R}_{43} . Vectorul \bar{R}_{43} este orientat perpendicular pe direcția $x-x$. Pentru a rezolva ecuația (1.77), descompunem vectorul forței \bar{R}_{12} în două componente: \bar{R}_{12}^f - perpendiculară pe linia BC , și \bar{R}_{12}^n - paralelă cu linia BC . În acest caz ecuația (1.77) se scrie în forma:

$$\bar{R}_{12}^f + \bar{R}_{12}^n + \bar{F}_{i2} + \bar{F}_3 + \bar{R}_{43} = 0.$$

Modulul vectorului \bar{R}_{12}^f se determină din condiția de echilibru a momentelor forțelor aplicate asupra elementului 2 față de punctul C :

$$\sum M_C = 0, \quad (1.78)$$

sau desfășurat:

$$R_{I2}^I \cdot l_{BC} - M_{i2} - F_{i2} \cdot h_2 = 0,$$

de unde

$$R_{I2}^I = \frac{F_{i2}h_2 + M_{i2}}{l_{BC}},$$

în care h_2 este brațul forței \bar{F}_{i2} .

Modulul forței F_{i2} și momentul M_{i2} de inerție ale elementului 2 se determină din relațiile:

$$F_{i2} = -m_2 a_C, \quad M_{i2} = -I_2 \varepsilon_2;$$

• se construiește planul forțelor (fig. 1.30, c) în scara μ_F , ca suma vectorială a forțelor ce acționează asupra grupei examinate. Pentru aceasta folosim metoda de mișcare pe conturul poligonului forțelor.

Dintr-un punct a ales în plan trasăm segmentul (ab) , paralel cu vectorul forței \bar{R}_{I2}^I . Lungimea segmentului va fi

$$(ab) = \frac{R_{I2}^I}{\mu_F}.$$

Acest segment va reprezenta pe plan vectorul forței \bar{R}_{I2}^I .

Din punctul b , paralel cu vectorul \bar{F}_{i2} , depunem segmentul $(bc) = \frac{F_{i2}}{\mu_F}$, iar din punctul c - segmentul

$(cd) = \frac{F_3}{\mu_F}$, paralel cu segmentul forței \bar{F}_3 . Prin punctul a

trasăm o linie paralelă cu linia BC - linia de acțiune a vectorului forței \bar{F}_{i2}^n , iar din punctul d - o dreaptă perpendiculară pe direcția $x-x$. Această linie corespunde cu direcția vectorului

forței \bar{R}_{43} . La intersecția acestor linii obținem punctul e . Segmentul (ae) va reprezenta pe plan vectorul forței \bar{R}_{12}^n , iar segmentul (be) - vectorul forței \bar{R}_{12} . Modulele necunoscute ale vectorilor forțelor de reacțiune căutate se determină ca produsul lungimii segmentului corespunzător de pe planul forțelor cu scara μ_F ;

- forța de reacțiune în cupla cinematică interioară C \bar{R}_{32} se determină din ecuația vectorială de echilibru a elementului 2:

$$\bar{R}_{12} + \bar{F}_{12} + \bar{R}_{32} = 0. \quad (1.79)$$

Pe planul forțelor (fig. 1.30, c), segmentul (ce) în scara μ_F reprezintă vectorul forței \bar{R}_{32} .

Forța de reacțiune \bar{R}_{43} este reprezentată prin segmentul (de) ;

- se determină forțele de acțiune asupra elementului conducător I (fig. 1.30, d). Asupra acestui element sunt aplicate forțele $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$, determinate din punctul precedent, \bar{R}_{41} și momentul de echilibru \bar{M}_1 . Din ecuația de echilibru a momentelor față de punctul A rezultă:

$$M_1 = R_{12}h_{21}, \quad (1.80)$$

unde h_{21} este brațul forței \bar{R}_{21} .

Forța de reacțiune a elementului I \bar{R}_{41} se determină din ecuația vectorială :

$$\bar{R}_{21} + \bar{F}_{i1} + \bar{R}_{41} = 0. \quad (1.81)$$

Construim planul forțelor de acțiune asupra elementului I (fig. 1.30, e) în scara μ_F , din care se determină modulul acestei forțe $R_{41} = (ca)\mu_F$.

1.4.3. Analiza forțelor în mecanisme plane prin metoda lui N. E. Jukovskii

Analiza forțelor în mecanism și studiul dinamic se poate efectua folosind principiul deplasărilor virtuale. Conform acestui principiu, dacă asupra unui sistem mecanic acționează o serie de forțe exterioare, inclusiv și cele de inerție, la deplasarea elementară a sistemului suma lucrurilor mecanice elementare ale forțelor este egală cu zero:

$$\sum F_k dS_k \cos \alpha_k = 0, \quad (1.82)$$

sau

$$F_1 dS_1 \cos \alpha_1 + F_2 dS_2 \cos \alpha_2 + \dots + F_k dS_k \cos \alpha_k = 0, \quad (1.83)$$

unde:

F_k este forța aplicată în punctul k al sistemului;

dS_k - deplasarea elementară a punctului k ;

α_k - unghiul dintre direcția vectorului forței F_k și direcția deplasării punctului k .

Împărțind fiecare componentă a relației (1.82) la timpul elementar dt , obținem:

$$\sum F_k v_k \cos \alpha_k = 0, \quad (1.84)$$

unde v_k este viteza punctului k .

Deci, puterea elementară a fiecărei forțe este egală cu produsul dintre modulul forței care acționează în punctul k și proiecția vitezei pe această direcție.

Produsul $\sum F_k v_k \cos \alpha_k$ poate fi interpretat ca momentul forței F_k cu brațul $h_k = v_k$ față de un anumit punct p_v (fig. 1.31 a). Brațul h_k , numit pârghia rigidă a lui Jukovski se obține prin rotirea planului vitezelor sistemului examinat la 90° . Folosind pârghia lui Jukovski, relația (1.84) ia forma:

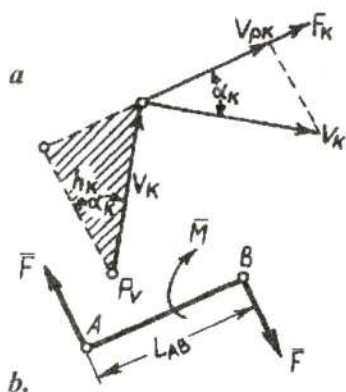


Fig.1.31

moment se examinează ca un cuplu de forțe:

$$F_{AB} = \frac{M}{l_{AB}}, \quad (1.86)$$

unde l_{AB} este distanța dintre punctele A și B .

Aceste forțe se aplică conform sensului în punctele corespunzătoare A și B . Momentul de rotație M poate fi aplicat pe planul pârghiei lui Jukovskii și fără a fi descompus în cuplu de forțe. Valoarea acestui moment se determină din relația:

$$M' = F_A(ab) = M \frac{ab}{l_{AB}} \quad (1.87)$$

unde ab este lungimea segmentului (ab) de pe planul vitezelor sistemului întors la 90° . Când segmentele ab și AB au sensuri opuse, momentele M și M' se iau cu sensuri opuse.

Luând în considerație expresia (1.86), relația (1.85) se scrie în forma:

$$\sum_k F_k h_k + \sum_k M_k = 0. \quad (1.88)$$

$$\sum_k F_k h_k = 0. \quad (1.85)$$

Din relația (1.85) se poate ușor determina forța de echilibru al sistemului mecanic, când sunt cunoscuți vectorii forțelor exterioare și este construit planul vitezelor punctelor de aplicație al acestor forțe.

Când asupra sistemului acționează și momente de rotație (fig. 1.31, b), fiecare

Examinăm aplicarea metodei pârghiei lui Jukovskii în cazul mecanismului din fig. 1.32.

Asupra acestui mecanism acționează în punctul B forța de rezistență F_3 , iar în punctul S_2 - forța de inerție F_{i2} și momentul de inerție M_{i2} .

Într-un punct arbitrar p_v aplicăm planul vitezelor, în scara μ_v , rotit la 90° . Transferăm vectorii forțelor F_3 și F_{i2} pe planul vitezelor, corespunzător în punctele b și s_2 . Valoarea momentului

$$M'_{i2} = M_{i2} \frac{[ab]}{l_{AB}}.$$

Luând în considerație că segmentele ab și l_{AB} au sens opus, se iau cu sens opus și momentele M_{i2} și M'_{i2} . În punctul a al planului vitezelor se aplică forța de echilibru a elementului conducător I , F_{e1} , perpendiculară pe segmentul $p_v a$.

Alcătuiim ecua-

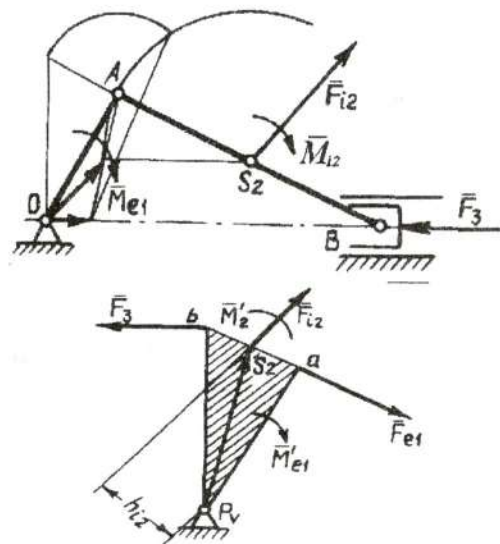


Fig. 1.32

ția de echilibru a mecanismului

$$F_3 [p_v b] - F_{i2} h_{i2} + M'_2 - F_{le} p_v a = 0,$$

de unde

$$F_{le} = \frac{F_3 [p_v b] - F_{i2} h_{i2} + M'_{i2}}{p_v a}.$$

Momentul de echilibru al elementului conducător I :

$$M_{e1} = F_{e1} l_{OA}.$$

2. BAZELE CALCULULUI LA REZISTENȚĂ

2.1. Generalități

Cum s-a menționat anterior, fiecare lanț al mecanismului include una sau mai multe piese. Siguranța în exploatare și durabilitatea organelor de mașini și a mecanismelor este asigurată, în primul rând, de corectitudinea calculelor de rezistență. În acest scop este necesară o cât mai precisă determinare a naturii, mărimii, direcției și sensului forțelor și momentelor, a solicitărilor statice și de oboseală, pe care acestea le provoacă. De aici reiese că la rezolvarea problemelor de rezistență se are în vedere, în primul rând, următoarele două criterii:

- *economia de material*;
- *buna funcționare*, adică respectarea condițiilor de rezistență, rigiditate și stabilitate.

Prin *rezistență* se înțelege capacitatea construcției, elementelor și pieselor ei de a suporta o anumită sarcină fără a se distruge.

Prin *rigiditate* se subînțelege capacitatea construcției, a elementelor și pieselor ei de a se opune deformațiilor sub acțiunea unor sarcini. Mai exact, pentru sarcinile date deformațiile nu trebuie să depășească o anumită valoare stabilită în conformitate cu cerințele înaintate față de construcție.

Stabilitate se numește capacitatea construcției sau a elementelor ei de a-și menține forma inițială a echilibrului elastic.

Rezistența materialelor rezolvă următoarele categorii mari de probleme:

- *probleme de dimensionare*, prin care se stabilesc dimensiunile optime ale pieselor proiectate;
- *probleme de verificare*, prin care se determină dacă un corp solid cu anumite dimensiuni respectă sau nu, sub acțiunea forțelor exterioare, condițiile de rezistență, rigiditate și stabilitate;
- *probleme de calcul al sarcinii admisibile*, cunoscându-se în acest caz materialul, dimensiunile și modul de solicitare.

La stabilirea relațiilor de calcul nu pot fi luate în considerație mulțimea de factori ce influențează construcția, și nici particularitățile construcției ca atare. Din aceste motive, pentru studierea unei construcții din corpuri reale se folosește o variantă mai simplă a acesteia, numită *schema de calcul*. Tot în acest scop se utilizează unele afirmații nedemonstrate, dar suficient de apropiate de adevăr, numite ipoteze sau principii, cum sunt:

- *ipoteza mediului continuu și a omogenității*, care consideră toate materialele folosite ca un mediu continuu și omogen, care umple tot spațiul reprezentat de volumul lor;

- *ipoteza izotropiei*. Materialele se consideră izotrope, dacă ele au aceleași constante elastice în toate direcțiile. În caz contrar materialele sunt anizotrope;

- *ipoteza elasticității perfecte*, prin care se consideră, că până la anumite valori ale tensiunilor unitare, odată cu dispariția sarcinilor care le-au cauzat dispar complet și deformațiile, și corpul capătă forma și dimensiunile inițiale;

- *ipoteza proporționalității dintre tensiuni și deformații* prin care se consideră că materialul satisface relația lui Hooke. Ca o consecință a acestei ipoteze se poate aplica principiul superpoziției (suprapunerii efectelor). În baza acestui principiu tensiunile unitare și deformațiile care se produc într-un corp sunt independente de ordinea aplicării forțelor.

- *ipoteza lui Bernoulli* care se formulează astfel: o secțiune plană și normală la axa barei înainte de deformare, rămâne plană și normală la axă și după deformare.

Clasificarea corpurilor. Orice mașină se compune dintr-un număr de piese numite organe de mașini. Deși forma acestora este uneori deosebit de complicată, rezistența materialelor le schematizează la anumite forme simple, convenabile pentru stabilirea relațiilor de calcul. Din acest punct de vedere corpurile se împart în trei categorii mari:

1. Corpuri la care una din dimensiuni este mult mai mare decât celelalte două numite *bare*. După destinație și modul de

solicitare a lor barele poartă diferite denumiri:

- *tiranți* - solicitați numai la întindere;
- *stâlpi* - solicitați numai la compresiune;
- *grinzi* - solicitate la încovoiere;
- *arbori* - solicitați la răsucire și încovoiere.

2. Corpuri cu doua dimensiuni mai mari față de cea de a treia, numite *placi*.

3. Corpuri masive care au cele trei dimensiuni aproximativ de același ordin de mărime. Din această grupă putem exemplifica: bile și role de rulmenți, tuburi cu pereți groși, blocuri de fundație ș.a.

Forțe exterioare și forțe interioare. Forța este mărimea ce caracterizează interacțiunea dintre corpuri. Orice organ de mașină sau construcție, destinat unui anumit scop, este supus acțiunii unor forțe sau cupluri de forțe care pot fi:

- *sarcini de volum și de suprafață*. Sarcinile de volum sunt forțele de masă și de inerție, la fel și sarcinile electromagnetice. Sarcinile de suprafață pot fi concentrate sau distribuite. Prin *sarcina concentrată* se înțelege sarcina care acționează pe o suprafață destul de mică, comparativ cu dimensiunile corpului. *Sarcina distribuită* poate fi pe suprafață sau pe linie, de asemenea, poate fi uniformă sau neuniformă;

- *forțe de legătură*, care sunt aplicate în reazeme și prezintă forța de interacțiune a corpului cu reazemele.

Spre deosebire de mecanica teoretică în rezistența materialelor forțele nu pot fi considerate vectori alunecători, deoarece prin deplasarea punctului de aplicare a forței pe suportul ei se schimbă starea de solicitare a corpului.

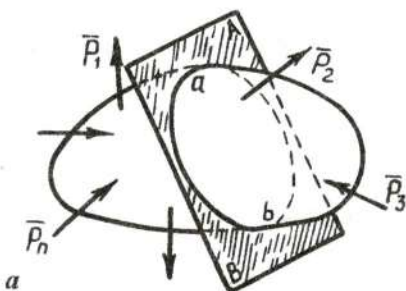
Ca urmare, în rezistența materialelor forța trebuie considerată drept vector legat de punctul de aplicare.

Un interes deosebit îl prezintă forțele interioare, care arată acțiunea unei părți a corpului asupra celeilalte și invers. Natura forțelor interioare este explicată de teoria de interacțiune reciprocă dintre moleculele corpului solid. Aceste forțe există în corpuri totdeauna și se schimbă ca intensitate și mărime sub acțiunea forțelor

exterioare asupra corpului. Anume aceste forțe interioare numite și tensiuni, prezintă unul din obiectivele rezistenței materialelor. De obicei, forțele interioare au diferite valori în diferite puncte ale corpului, de aceea una din problemele principale constă în determinarea tensiunilor în fiecare punct al corpului. Cunoscând distribuția tensiunilor în corp se poate stabili punctul periculos și în această bază se poate aprecia dacă corpul va rezista sau nu acțiunii forțelor exterioare.

Pentru determinarea acestor tensiuni interioare se utilizează *metoda secțiunilor*, care constă în:

- secționarea imagină a corpului cu un plan prin punctul unde urmează să fie determinate tensiunile interioare;



- prezentarea pe porțiuni de corp obținute prin secționare a forțelor exterioare și a tensiunilor interioare;

- calcularea tensiunilor interioare în urma aplicării condițiilor de echilibru la fiecare porțiune de corp.

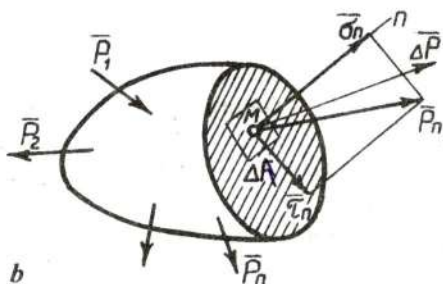


Fig. 2.1

dezvolta o infinitate de forțe interioare extrem de mici (fig. 2.1, b). Vom numi raportul $\Delta P / \Delta A = p_m$ - tensiune medie.

Micșorând aria elementului de suprafață la limită, vom obține:

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta A} = p \left[N / mm^2 \right].$$

Mărimea vectorială \bar{p} se numește tensiune totală în punctul M sau tensiune care are o orientare oarecare. Atunci proiecțiile vectorului pe normala $\mathbf{n-n}$ la secțiune și în planul secțiunii vor fi σ și τ , numite respectiv tensiune normală și tangențială. Adică $\bar{p} = \bar{\sigma} + \bar{\tau}$. Totodată, este ușor de observat că toate forțele de interacțiune dintre molecule, oricât de mici ar fi ele, pot fi deplasate paralel într-un punct - centrul de greutate al secțiunii, și reduse la doi vectori: forța rezultantă \bar{R} și momentul rezultant \bar{M} . Pentru comoditate alegem un sistem de coordonate XYZ orientat astfel încât planul XOZ să coincidă cu planul secțiunii, iar axa x să fie perpendiculară (normală) la secțiune, și proiectând vectorii \bar{R} și \bar{M} pe axele de coordonate obținem șase componente: trei forțe (N, Q_x, Q_y) și trei momente (M_x, M_y, M_z) (fig. 2.2). Aceste șase componente formează eforturile interioare în secțiunea dată, care pot fi determinate din condiția de echilibru a părții analizate, adică sunt necesare șase ecuații. Aceste șase componente se numesc: N - forța normală; Q_x, Q_y - forțe tăietoare, de forfecare; M_t - moment de răsucire; M_x, M_y - momente încovoietoare.

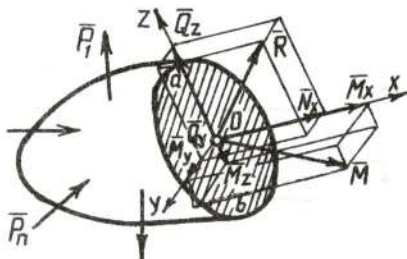


Fig. 2.2

Este evident faptul că atât vectorii torsorului \bar{R} și \bar{M} , cât și vectorul tensiunii totale sunt funcție de orientarea planului π .

Deformații și deplasări. Spre deosebire de corpul rigid corpurile reale sub acțiunea unui sistem de forțe se deformează, adică

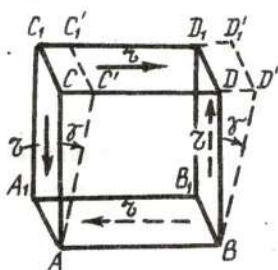


Fig. 2.3

își schimbă forma și dimensiunile.

Deosebim deformații liniare și unghiulare (deplasări). Sub termenul de deformație liniară înțelegem schimbarea distanței dintre două puncte ale corpului, iar sub cel de deformare unghiulară se subînțelege deformarea unghiurilor (fig. 2.3).

În afară de aceasta deformațiile pot fi elastice și plastice. Deformații elastice sunt deformațiile care dispar complet odată cu înlăturarea sarcinilor, adică revin total la dimensiunile și forma inițială.

Deformații plastice sunt deformațiile care rămân și după înlăturarea sarcinilor. Ele se mai numesc deformații remanente.

2.2. Întindere și compresiune

O bară se consideră sollicitată la întindere și compresiune dacă în secțiunile transversale ale ei se dezvoltă numai forța normală N .

Fie o bară dreaptă sollicitată de două forțe P (fig. 2.4.) se află în condiție de echilibru. Atunci într-o secțiune transversală se vor dezvolta forțele normale N . Din condiția de echilibru $N = P$.

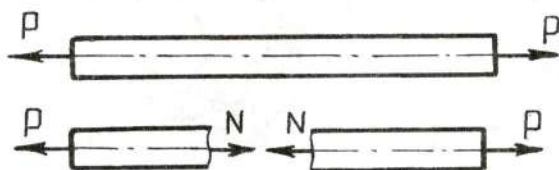


Fig. 2.4

Tensiunile normale în secțiune vor fi
$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2.1)$$

unde A este aria secțiunii transversale a barei. La rândul lor barele sollicitate la întindere se deformează (fig. 2.5) longitudinal și

transversal. Alungirea totală longitudinală este $\Delta l = l' - l$, iar deformația totală transversală $-\Delta d = d' - d$. Deformațiile specifice longitudinale ε_x și transversale ε'_x se exprimă prin relațiile

$$\varepsilon_x = \Delta l / l.$$

$$\varepsilon'_x = \Delta d / d.$$

$$\text{Raportul } \left| \frac{\varepsilon'_x}{\varepsilon_x} \right| = \mu$$

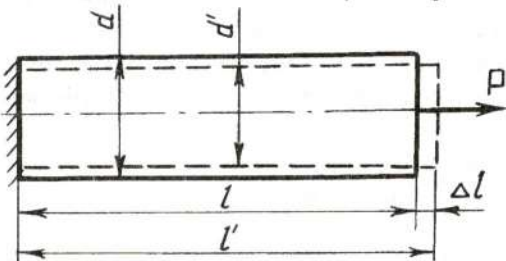


Fig. 2.5

este numit coeficientul lui Poisson, care pentru fiecare material este o mărime constantă. (pentru oțeluri $\mu = 0,24 \dots 0,3$, iar pentru fontă $\mu = 0,23 \dots 0,27$).

Robert Hooke a stabilit relația ce leagă ε_x și σ_x

$$\sigma_x = \varepsilon_x \cdot E, \quad (2.2)$$

unde E este modulul de elasticitate longitudinal. Pentru oțeluri $E = 200 \dots 210 \text{ GPa}$, pentru fontă $E = 115 \dots 160 \text{ GPa}$.

Modificând expresiile de mai sus obținem:

$$\text{condiția de rigiditate } \Delta l = \frac{N \cdot l}{EA} \leq \Delta l_a, \quad (2.3)$$

$$\text{condiția de rezistență } \sigma_z = \frac{N}{A} \leq \sigma_a, \quad (2.4)$$

unde σ_a este rezistența admisibilă; Δl - alungirea admisibilă.

2.3. Caracteristicile mecanice și încercarea materialelor

2.3.1. Încercarea materialelor la întindere și compresiune. Diagrama convențională

Pentru rezolvarea problemelor de rezistență este necesar să se cunoască proprietățile mecanice ale materialelor utilizate. Aceste

caracteristici mecanice sunt determinate prin încercări mecanice la întindere, compresiune, alunecare, torsiune și încovoiere, în urma cărora se stabilesc relațiile între tensiuni și deformații. Încercarea se face cu epruvete, care au formă și dimensiuni standard, de cele mai multe ori cu secțiune circulară (fig. 2.6), unde d este diametrul inițial, mm, iar l - lungimea inițială între repere. La fel trebuie să se respecte raportul $l = 10d$ - la epruvetele lungi și $l = 5d$ - la cele scurte. Epruveta se montează în mașina specială de încercare la întindere. În urma încercării se obține dependentă Δl ca funcție de forța de întindere P în formă de diagramă.

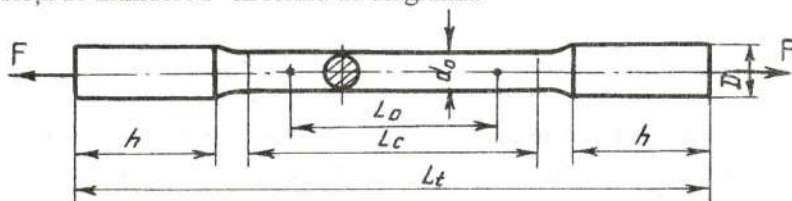


Fig. 2.6

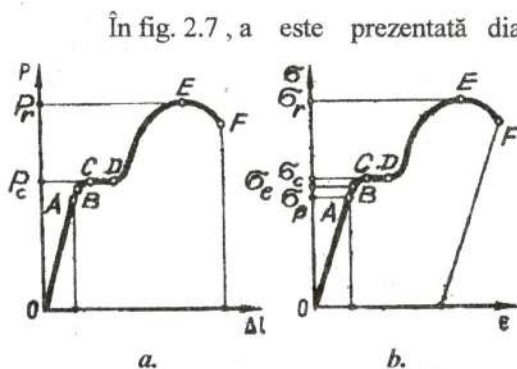


Fig. 2.7

În fig. 2.7, a este prezentată diagrama epruvetei de oțel carbon pe care pot fi observate niște puncte și zone caracteristice. Zona OA prezintă o linie dreaptă unde întinderea are loc cu respectarea legii lui Hooke. După punctul A ea trece lent în curbă și B este punctul până unde materialul posedă elasticitate perfectă. (Practica arată

că nu există materiale reale perfect elastice).

De obicei punctele A și B sunt situate foarte aproape unul de altul. După punctul B curba se ridică până la punctul C , unde are loc

trecerea curbei în sectorul orizontal CD , care se numește palier de curgere, căruia îi corespunde P_c . După punctul D curba caracteristică are din nou un traseu ascendent DE , numit zonă de întărire. Punctului E îi corespunde $P_r = P_{max}$.

După punctul E deformarea epruvetei are loc pe o porțiune limitată a epruvetei, care duce atât la formarea unei îngustări locale în formă de gătuire, cât și la micșorarea forței P . Gățuirea are loc repede și în punctul F epruveta se rupe. De obicei, diagrama $P - \Delta l$ este înlocuită cu diagrama caracteristică convențională $\sigma - \varepsilon$ (fig. 2.7, b), unde

$$\sigma = \frac{P}{A_0}, \quad (2.5)$$

și atunci punctelor evidențiate mai sus le vor corespunde: σ_p - limita de proporționalitate; σ_e - limita de elasticitate; σ_c - limita de curgere; σ_r - limita de rezistență la rupere. La unele materiale fragile palierul de curgere nu există (fig. 2.8).

Pentru încercarea materialelor la comprimare se folosesc epruvete al căror raport l/d este mult mai mic. Încercărilor la compresiune se supun, de obicei, numai materialele fragile, deoarece ele sunt folosite în construcții și sunt supuse compresiunii. Curbele caracteristice la compresiune și întindere sunt asemănătoare la multe materiale. Încercările materialelor la întindere și compresiune servesc, în special, pentru determinarea rezistențelor admisibile, care se determină din relația

$\sigma_a = \frac{\sigma_{per}}{k}$, unde σ_{per} este limita periculoasă. Pentru materialele tenace în calitate de σ_{per} se ia σ_c ; pentru materialele

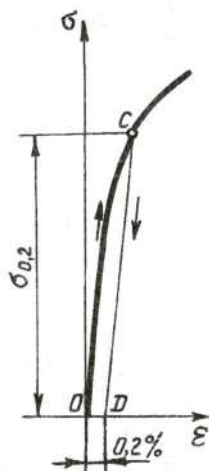


Fig. 2.8

fragile - σ_r ; k - coeficient de siguranță care indică de câte ori rezistența admisibilă este mai mică decât cea periculoasă. Alegerea coeficientului de siguranță la rezistență depinde de mai mulți factori: starea materialului, caracterul sarcinii și de unii factorii generali ($k=1,4\dots1,6$ - pentru oțeluri; $k=2,5\dots3,0$ - pentru materiale fragile).

2.3.2. Duritatea materialelor

Duritatea este proprietatea materialelor de a rezista la o acțiune mecanică, având tendința de a le distruge suprafața. Pentru determinarea durității sunt folosite următoarele metode:

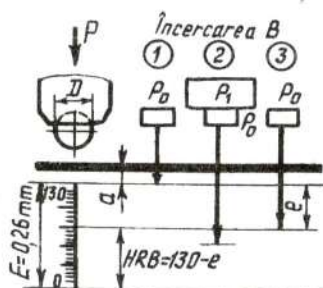


Fig. 2.9

- metoda prin imprimarea unei bile de oțel (metoda Brinell) (fig.2.9). Duritatea HB este raportul dintre forța de apăsare P și aria calotei sferice a urmei

$$HB = \frac{P}{\frac{\pi D}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}; \quad (2.6)$$

- metoda conului (Rockwell) (fig.2.10). Această metoda folosește

ca penetrator un con de diamant (cu unghiul la vârf de 120° terminat cu o calotă sferică cu raza 0,2 mm) sau cu o bila de oțel (cu diametrul 1,59 mm).

În fig. 2.11 este prezentat schematic modul de executare a încercării care cuprinde trei faze:

- se aplică o sarcină inițială P_0 sub efectul căreia penetratorul pătrunde în piesă pe o adâncime a ;

- se aplică apoi, peste sarcina P_0 , o suprasarcină P_1 , sub efectul căreia adâncimea de pătrundere crește:

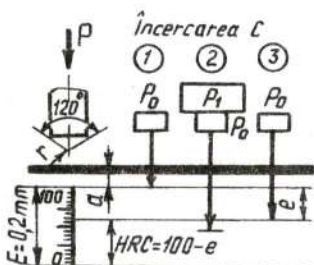


Fig. 2.10

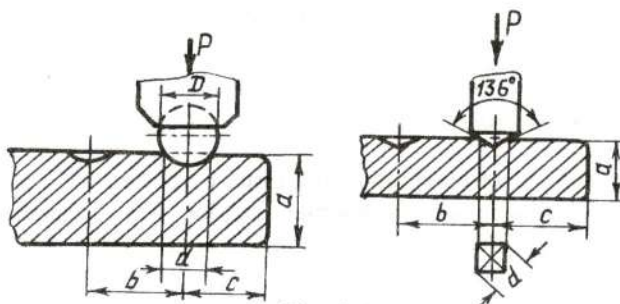


Fig. 2.11

- se anulează suprasarcina P_1 , menținând sarcina inițială P_0 . În acest fel, penetratorul rămâne la un nivel cu e mai jos decât unde a fost la sarcina inițială P_0 . Duritatea după Rockwell se determină din relația:

$$HRC = A - e, \quad (2.7)$$

unde e este adâncimea menționată mai sus; A - o constantă arbitrară având valoarea 100 la încercarea cu con și 130 la încercarea cu bilă.

Metoda Brinell se aplică la materialele cu duritate mică sau mijlocie (până la $HB 500$), iar la materialele cu duritate mare se aplică metoda Rockwell.

2.4. Analiza stării de tensiuni și de deformații

2.4.1. Starea liniară de tensiuni în punct

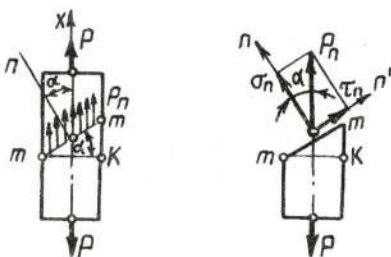


Fig. 2.12

În paragraful 2.1 s-a menționat că tensiunile unitare într-un punct depind de orientarea planului secant π . Fie o bară de secțiune constantă sollicitată la întindere de forța P (fig.2.12). În secțiunea $m-k$ cu aria secțiunii A se dezvoltă

tensiunea normală $\sigma = \frac{N}{A}$. În cazul nostru $N = P$.

Vom analiza o secțiune *m-m*, care se află sub un unghi α față de secțiunea *m-k* cu aria $A_I = \frac{A}{\cos \alpha}$. Unghiul α se consideră pozitiv, dacă pentru suprapunerea forței cu normala *n* a secțiunii forța trebuie rotită împotriva direcției acelor de ceasornic. În secțiunea *m-m* se va dezvolta vectorul tensiunii totale

$$p_n = \frac{P}{A_I} = \frac{P \cos \alpha}{A} = \sigma \cos \alpha. \quad (2.8)$$

Descompunem vectorul tensiunii totale în două componente: tensiunile normală și tangențială

$$\begin{aligned} \sigma_n &= p_n \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_n &= p_n \sin \alpha = \sigma \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Expresiile (2.9) arată că tensiunile σ_n și τ_n sunt funcții de α . Să analizăm pentru care valori ale lui α σ_n și τ_n iau valori maxime și minime. În cazul stării liniare de tensiuni semnele tensiunilor se determină după o regulă simplă: tensiunea normală se consideră pozitivă dacă ea produce efectul de întindere; tensiunea tangențială se consideră pozitivă dacă ea tinde să rotească elementul după acele ceasornicului în raport cu orice punct al acestui element.

Pentru $\alpha = 0^\circ$ avem $\sigma_n = \sigma_{\max} = \sigma$; $\tau_n = 0$.

Pentru $\alpha = 45^\circ$ avem $\sigma_n = \sigma \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \sigma$; $\tau_n = \tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma$.

Pentru $\alpha = 90^\circ$ avem $\sigma_n = 0$; $\tau_n = 0$.

Așadar, în cazul întinderii centrale a unei bare se observă că în secțiunea transversală tensiunile normale sunt maxime, iar în cea longitudinală ele sunt nule. Altă concluzie este, că în acele secțiuni unde $\sigma_n = \sigma_{\max}$ $\tau_n = 0$ aceste direcții sunt numite *principale*.

2.4.2. Legea parității tensiunilor tangențiale

Acum vom analiza o alta secțiune perpendiculară față de $m-m$. Normala la această secțiune n' formează cu forța de întindere un unghi de $270 + \alpha$. Atunci folosind expresiile 2.9, obținem:

$$\sigma_n^I = \sigma \sin^2 \alpha \text{ și } \tau_n^I = -\frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha. \quad (2.10)$$

Comparând expresiile (2.9) și (2.10), se vede că tensiunile $|\tau_n| = |\tau_n^I|$, adică tensiunile tangențiale pe doua fețe reciproc perpendiculare, sunt, la rândul lor, perpendiculare pe muchia de intersecție a acestor fețe, egale ca mărime și orientate ambele spre muchie sau de la muchie. Această proprietate poartă denumirea de lege a parității tensiunilor tangențiale.

2.4.3. Starea plană de tensiuni

Problema directă. Se consideră stare plană de tensiuni cazul când toți vectorii tensiunilor totale se află într-un plan. O atare stare de solicitare poate fi realizată într-o placă subțire solicitată prin forțe în planul ei. Sa detașăm dintr-o placă cu grosimea de o unitate un

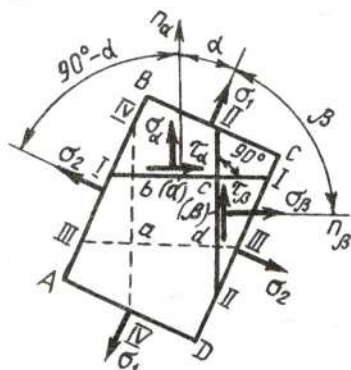


Fig. 2.13

element în forma de paralelipiped, fețele căruia prezintă direcții principale, adică pe fețele căruia se dezvoltă numai tensiuni normale σ_1 și σ_2 (fig. 2.13) $\sigma_1 > \sigma_2$. Cu secțiunea I-I determinăm planul n_α cu unghiul dintre σ_1 și n_α pozitiv și egal cu α . În acest plan se vor dezvolta tensiunile σ_α și τ_α cauzate atât de tensiunea σ_1 cât și de σ_2 . În baza principiului de

superpoziție vom considera starea plană de tensiuni ca suprapunerea a două stări de tensiune monoaxiale ortogonale și atunci putem scrie:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= \sigma_{\alpha}^1 + \sigma_{\alpha}^2 \\ \tau_{\alpha} &= \tau_{\alpha}^1 + \tau_{\alpha}^2,\end{aligned}\quad (2.11)$$

unde σ_{α}^1 și τ_{α}^1 sunt tensiunile cauzate de σ_1 ; σ_{α}^2 și τ_{α}^2 - tensiunile cauzate de σ_2 .

În conformitate cu paragraful precedent vom avea:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha}^1 &= \sigma_1 \cos^2 \alpha, \\ \tau_{\alpha}^1 &= \frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2\alpha.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Pentru a determina σ_{α}^2 și τ_{α}^2 trebuie să ținem cont de faptul că n_{α} formează cu σ_2 un unghi β , unde $\beta = 90^{\circ} - \alpha$. Atunci ținând cont de faptul că $\sin 2(90 - \alpha) = -\sin 2\alpha$, iar $\cos^2(-90 - \alpha) = -\sin^2 \alpha$, obținem

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha}^2 &= \sigma_2 \sin^2 \alpha, \\ \tau_{\alpha}^2 &= -\frac{1}{2} \sigma_2 \sin 2\alpha.\end{aligned}\quad (2.13)$$

Atunci tensiunile sumare în planul $I-I$ vor fi

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha, \\ \tau_{\alpha} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.\end{aligned}\quad (2.14)$$

După unele transformări trigonometrice obținem:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha; \quad \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (2.15)$$

În cazul când tensiunile principale ar fi orientate în sens opus (de compresiune), atunci tensiunile σ_1 și σ_2 în expresiile (2.15) ar fi luate cu semnul "minus".

Vom analiza tensiunile normale și tangențiale în altă secțiune $II-II$, perpendiculară pe secțiunea $I-I$. Unghiul se măsoară de la σ_1

în sensul invers rotirii acelor de ceasornic și va alcătui cu n_β unghiul $(270+\alpha)$, iar cu σ_2 - unghiul α . Așadar, obținem:

$$\begin{aligned}\sigma_\beta^1 &= \sigma_1 \cos^2(270 + \alpha) = \sigma_1 \sin^2 \alpha; \\ \tau_\beta^1 &= \frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2(270 + \alpha) = -\frac{1}{2} \sigma_1 \sin 2\alpha; \\ \sigma_\beta^2 &= \sigma_2 \cos^2 \alpha; \\ \tau_\beta^2 &= \frac{1}{2} \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \sigma_2 \sin 2\alpha.\end{aligned}\tag{2.16}$$

Aceste relații permit determinarea tensiunilor în orice plane reciproc perpendiculare, dacă sunt cunoscute tensiunile principale. Să analizăm puțin aceste relații. În primul rând, $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1 + \sigma_2$, deci, pe oricare două plane reciproc perpendiculare, suma tensiunilor normale nu depinde de orientarea acestor plane și este egală cu suma tensiunilor principale. Ca și în cazul stării liniare de tensiuni tensiunea tangențială maximală se dezvoltă pe un plan aflat sub un unghi de 45° față de direcțiile principale, adică

$$\tau_\alpha^{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2},\tag{2.17}$$

iar comparând relațiile (2.14) și (2.17), vedem că $\tau_\beta = -\tau_\alpha$.

Această expresie confirmă legea parității tensiunilor tangențiale.

Problema inversă în starea plană de tensiuni. În practică de cele mai multe ori sunt determinate (teoretic sau experimental) tensiunile normale și tangențiale pe două plane reciproc perpendiculare, iar problema constă în determinarea acelorși tensiuni într-un alt plan orientat arbitrar. Fie un corp sollicitat de un sistem coplanar de forțe. Detașăm din acest corp o prismă triunghiulară cu înălțimea egală cu o unitate, având la bază un triunghi dreptunghic. Fie pe fețele reciproc perpendiculare ale prisme se dezvoltă atât tensiuni normale, cât și tensiuni tangențiale (fig. 2.14). Conform legii parității tensiunilor

tanțențiale $\tau_{xy} = \tau_{yx}$. Scriem condiționele de echilibru ale prisme, notând cu $F_{oa} = F \sin \alpha$, iar cu $F_{ob} = F \cos \alpha$ ariile fețelor prisme, unde F este aria feței ab . Pentru aceasta proiectăm toate forțele pe axa n și pe linia ab , apoi le egalăm cu zero. După simplificarea prin F vom avea:

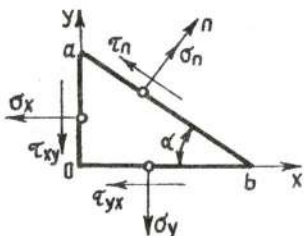


Fig. 2.14

$$\sigma_n - \sigma_y \cos^2 \alpha - \sigma_x \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha - \tau_{yx} \sin \alpha \cos \alpha = 0; \quad (2.18)$$

$$\tau_n + \sigma_x \sin \alpha \cos \alpha - \tau_{xy} \sin^2 \alpha - \sigma_y \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{yx} \cos^2 \alpha = 0,$$

sau

$$\sigma_n = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha; \quad (2.19)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha).$$

După unele transformări trigonometrice se obține

$$\sigma_n = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha; \quad (2.20)$$

$$\tau_n = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha.$$

Formulele (2.20) reprezintă relația dintre tensiunile normale și tangențiale de pe planele oa și ob cu normalele x și y și tensiunile σ_n și τ_n de pe o secțiune oarecare orientată sub un unghi α față de axa x . Pentru a determina planele (adică orientarea lui ab), în care σ_n și τ_n ating valori extreme, derivăm aceste expresii după α și le egalăm cu zero:

$$\frac{d\sigma_n}{d\alpha} = -\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\alpha + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha = -2\tau_n = 0,$$

de unde

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}. \quad (2.21)$$

Ultima expresie determină poziția direcțiilor principale, în care $\tau_n = 0$, și prezintă două soluții verosimile decalate între ele cu 180° , ceea ce înseamnă că în starea plană de tensiuni sunt două direcții principale pe care se dezvoltă numai tensiuni normale, care se notează astfel:

- dacă ambele tensiuni sunt pozitive - σ_1 și σ_2 ($\sigma_1 > \sigma_2$);
- dacă una este pozitivă, iar alta negativă - σ_1 și σ_3 ;
- dacă ambele sunt negative - σ_2 și σ_3 .

Așadar, între soluțiile ultimei expresii există relația $2\alpha_2 = 2\alpha_1 + 180^\circ$ sau $\alpha_2 = \alpha_1 + 90^\circ$. Adică cele două direcții principale formează un unghi drept.

După unele transformări geometrice obținem

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.22)$$

Cu semnul "+" se obține tensiunea normală maximă (σ_1), iar cu "-" - tensiunea minimă (σ_3). Și aici poate fi observată relația $\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y = \text{const}$

În același mod pot fi determinate și tensiunile tangențiale τ_{xy} , egalând cu zero derivata expresiei pentru τ_{xy} .

2.4.4. Starea spațială de tensiuni

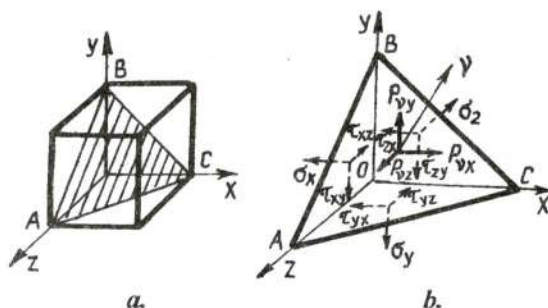


Fig.2.15

Calculul tensiunilor în punct. Se considera un corp în stare spațială de solicitare dacă sistemul de forțe care acționează asupra lui prezintă un sistem spațial de forțe (fig. 2.15).

Detaşăm din acest corp un paralelipiped elementar în vecinătatea unui punct pe feţele cărui se dezvoltă 6 componente ale tensorului de tensiuni $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}$. Trasăm în vecinătatea acestui punct un alt plan arbitrar ABC (fig. 2.15). Normala ν a planului ABC formează cu axele x, y, z unghiuri, cosinusurile cărora le notăm prin:

$$\cos(\nu \wedge x) = l; \cos(\nu \wedge y) = m; \cos(\nu \wedge z) = n.$$

Notăm proiecţiile vectorului total de tensiuni p_ν pe axele x, y, z cu $p_{\nu x}$; $p_{\nu y}$ şi $p_{\nu z}$, care pot fi determinate din condiţiile de echilibru ale tetraedrului detaşat $OABC$.

$$\begin{aligned} \sum x = 0; & p_{\nu x} dF_\nu - \sigma_x dF_x - \tau_{yx} dF_y - \tau_{zx} dF_z = 0; \\ \sum y = 0; & p_{\nu y} dF_\nu - \tau_{xy} dF_x - \sigma_y dF_y - \tau_{zy} dF_z = 0; \\ \sum z = 0; & p_{\nu z} dF_\nu - \tau_{xz} dF_x - \tau_{yz} dF_y - \sigma_z dF_z = 0. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Aici

$$\frac{dF_x}{dF_\nu} = \cos(x \wedge \nu) = l; \frac{dF_y}{dF_\nu} = \cos(y \wedge \nu) = m; \frac{dF_z}{dF_\nu} = \cos(z \wedge \nu) = n$$

Înlocuind aceste relaţii în expresiile (2.23) şi rezolvându-le în raport cu $p_{\nu x}$, $p_{\nu y}$, $p_{\nu z}$, obţinem:

$$\begin{aligned} p_{\nu x} &= \sigma_x \cdot l + \tau_{yx} \cdot m + \tau_{zx} \cdot n; \\ p_{\nu y} &= \tau_{xy} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{zy} \cdot n; \\ p_{\nu z} &= \tau_{xz} \cdot l + \tau_{yz} \cdot m + \sigma_z \cdot n. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Mărimea efortului total de pe planul ABC

$$p_\nu = \sqrt{p_{\nu x}^2 + p_{\nu y}^2 + p_{\nu z}^2}. \quad (2.25)$$

Tensiunea normală va fi egală cu suma proiecţiilor componentelor tensiunii totale pe normala ν .

$$\begin{aligned} \sigma_\nu &= p_{\nu x} \cos(x \wedge \nu) + p_{\nu y} \cos(y \wedge \nu) + p_{\nu z} \cos(z \wedge \nu) = \\ &= \sigma_x \cdot l^2 + \sigma_y \cdot m^2 + \sigma_z \cdot n^2 + 2\tau_{xy} \cdot l \cdot m + 2\tau_{yz} \cdot m \cdot n + 2\tau_{zx} \cdot n \cdot l. \end{aligned}$$

Cunoscând tensiunea totală p_v și tensiunea normală σ_v , aflăm ușor tensiunea tangențială τ_v :

$$\tau_v = \sqrt{p_v^2 - \sigma_v^2}. \quad (2.26)$$

Așadar, dacă se cunosc tensiunile normale și tangențiale de pe fețele unui paralelipiped, pot fi determinate tensiunile normale și tangențiale pe orice plan înclinat, la care se cunosc unghiurile pe care el le formează cu axele x, y, z .

Deformații în cazul stării spațiale de tensiuni. Legea generalizată a lui Hooke. În afară de tensiunile care se dezvoltă pe un plan sau altul este importantă și studierea deformațiilor în vecinătatea unui punct în cazul stării spațiale de tensiuni. Fie avem un element în formă de paralelipiped cu laturile a, b , și c (fig. 2.16)

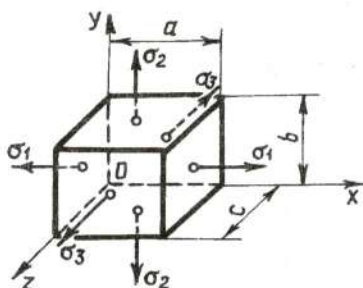


Fig. 2.16

detașat din vecinătatea unui punct. Acest paralelipiped este orientat astfel încât fețele lui sunt direcții principale, adică pe fețele lui se dezvoltă numai tensiuni normale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ și că $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Din legea lui Hooke la întindere și compresiune $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$, iar deformația specifică transversală se determină

cu relația $\varepsilon' = -\mu \frac{\sigma}{E}$. Acum să analizăm din aceste considerente deformația paralelipipedului de mai sus. Ca urmare a deformării laturile vor avea dimensiunile: $a + \Delta a; b + \Delta b; c + \Delta c$, iar alungirile relative în direcțiile axelor de coordonate $\varepsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}; \varepsilon_2 = \frac{\Delta b}{b};$

$$\varepsilon_3 = \frac{\Delta c}{c}.$$

În baza principiului superpoziției putem scrie:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + \varepsilon_1'' + \varepsilon_1''' , \quad (2.27)$$

unde ε_1' este alungirea relativă în direcția axei x (σ_1), cauzată numai de acțiunea tensiunii σ_1 ; ε_1'' - alungirea relativă în aceeași direcție, cauzată numai de σ_2 ; ε_1''' - alungirea relativă, cauzată numai de acțiunea tensiunii σ_3 .

Iar în baza relațiilor din legea lui Hooke putem scrie:

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}; \quad \varepsilon_1'' = -\mu \frac{\sigma_2}{E}; \quad \varepsilon_1''' = -\mu \frac{\sigma_3}{E}. \quad (2.28)$$

Înlocuind relațiile (2.28) în expresia (2.27), obținem

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]. \quad (2.29)$$

În mod similar obținem și celelalte două alungiri relative. Prin urmare, putem scrie:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)]; \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Expresiile (2.30) poartă denumirea de legea generalizată a lui Hooke.

2.5. Caracteristicile geometrice ale suprafețelor

În practică sa observat că în unele cazuri rezistența unui corp (element) depinde nu numai de aria secțiunii transversale, ci și de forma (configurația) ei. De aceea vom lua cunoștință de unele caracteristici geometrice ale suprafețelor plane.

2.5.1. Momente statice și momente de inerție

Fie că avem o suprafață plană oarecare A , pe care o încadrăm într-un sistem de coordonate ZOY (fig. 2.17). Detașăm din această suprafață un element dA cu coordonatele y, z . Prin analogie

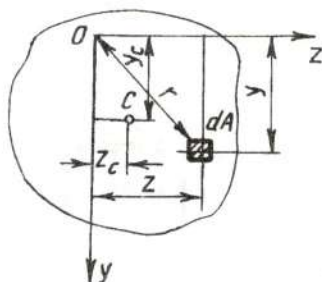


Fig. 2.17

cu expresia momentului forței în raport cu o axă oarecare poate fi scrisă expresia și pentru momentul ariei elementului dA , care se numește moment static $dS_z = ydA$; $dS_y = zd$.

Sumând toate produsele dintre arie și coordonată, obținem momentele statice ale suprafeței A în raport cu axele de coordonate:

$$S_z = \int_A ydA; S_y = \int_A zdA. \quad (2.31)$$

Unitățile momentelor statice sunt (mm^3, cm^3, m^3). Momentele statice pot fi negative, pozitive sau egale cu zero. Axele, în raport cu care momentele statice sunt nule, se numesc axe centrale, iar punctul lor de intersecție se numește centru de greutate.

Fie z_c și y_c coordonatele centrului de greutate al figurii. Atunci dacă se cunosc $S_z = A \cdot y_c$; $S_y = A \cdot z_c$ pot fi determinate

$$\text{coordonatele centrului de greutate } z_c = \frac{S_y}{A}; y_c = \frac{S_z}{A}.$$

Se numesc momente de inerție axiale față de axele y , respectiv, x , expresiile $I_z = \int_A y^2 \cdot dA$; $I_y = \int_A z^2 \cdot dA$, iar expresia $I_p = \int_A \rho^2 dA$ se numește moment de inerție polar. Din geometrie este cunoscut că $\rho^2 = y^2 + z^2$ și atunci

$$I_p = \int_A (y^2 + z^2) dA = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA = I_z + I_y \quad (2.32)$$

Unitățile momentelor de inerție sunt mm^4, cm^4, m^4 . Momentele de inerție axiale și polare iau numai valori pozitive.

Expresia $I_{zy} = \int_A yzd$ se numește moment de inerție centrifugal, care poate fi negativ, pozitiv sau egal cu zero.

În calitate de exemplu vom calcula momentele de inerție

pentru câteva figuri geometrice:

pentru un dreptunghi în raport cu axele centrale (fig. 2.18)

Avem $dA = bdy$. Atunci

$$I_z = \int_A y^2 dA = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} by^2 dy = \frac{bh^3}{12}.$$

În mod analogic găsim

$$I_y = \int_A z^2 dA = h \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} b^2 db = \frac{hb^3}{12},$$

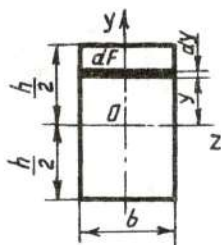


Fig. 2.18

iar momentul de inerție polar

$$I_p = I_z + I_y = \frac{bh^3}{12} + \frac{hb^3}{12} = \frac{bh}{12} (h^2 + b^2)$$

În caz particular pentru $b = h$

$$I_z = I_y = \frac{h^4}{12}; \quad I_p = \frac{h^4}{6};$$

pentru o suprafață inelară (fig. 2.19).

Avem $dA = 2\pi\rho d\rho$. Atunci

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = 2\pi \int_r^R \rho^3 d\rho = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4).$$

Pentru cazul particular, când $d=0$,

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32}, \quad I_z = I_y = \frac{\pi D^4}{64}.$$

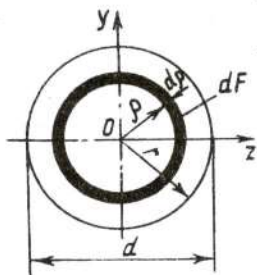


Fig. 2.19

2.5.2. Variația momentelor de inerție față de axe paralele

Fie ne sunt cunoscute momentele de inerție ale unei suprafețe față de axele centrale z, y :

$$I_z = \int_A y^2 dA; \quad I_y = \int_A z^2 dA; \quad I_{zy} = \int_A yz dA. \quad (2.33)$$

Atunci putem determina momentele de inerție față de alte axe paralele cu cele centrale x_1, y_1 (fig. 2.21)

$$\begin{aligned} I_{z_1} &= \int_A y_1^2 dA; \\ I_{y_1} &= \int_A z_1^2 dA; \\ I_{z_1 y_1} &= \int_A z_1 y_1 dA. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Coordonatele oricărui punct în sistemul nou $Z_1 O_1 Y_1$ pot fi exprimate și prin coordonatele sistemului vechi de coordonate: $x_1 = x + b$; $y_1 = y + a$.

Substituind acestea în relațiile (2.34), obținem:

$$\begin{aligned} I_{z_1} &= \int_A y_1^2 dA = \int_A (y+a)^2 dA = \int_A y^2 dA + a^2 \int_A dA + 2a \int_A y dA; \\ I_{y_1} &= \int_A z_1^2 dA = \int_A (z+b)^2 dA = \int_A z^2 dA + b^2 \int_A dA + 2b \int_A z dA; \\ I_{y_1 z_1} &= \int_A y_1 z_1 dA = \int_A (y+a)(z+b) dA = \\ &= \int_A yz dA + b \int_A y dA + a \int_A z dA + ab \int_A dA \end{aligned} \quad (2.35)$$

În aceste expresii integralele $\int_A y dA = S_z$ și $\int_A z dA = S_y$ sunt egale cu zero, fiind momente statice față de axele centrale, și atunci relațiile (2.35) iau forma:

$$I_{z_1} = I_z + a^2 A; \quad I_{y_1} = I_y + b^2 A; \quad I_{z_1 y_1} = I_{zy} + abA. \quad (2.36)$$

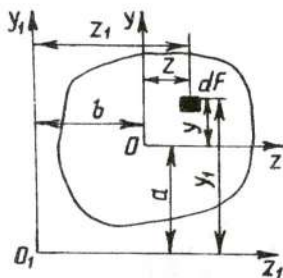


Fig. 2.20

Din ultimele expresii pot fi formulate următoarele concluzii:

- momentul de inerție al unei suprafețe față de orice axă paralelă cu axa centrală este egal cu momentul de inerție al acestei suprafețe față de axa centrală plus produsul dintre aria acestei suprafețe și pătratul distanței dintre cele două axe;
- momentele de inerție ale oricărei suprafețe față de axele centrale sunt minime.

2.5.3. Variația momentelor de inerție în raport cu axele concurente

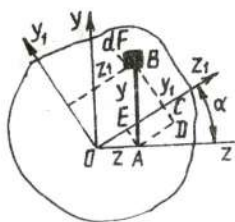


Fig. 2.21

Dacă pentru o suprafață oarecare (fig. 2.21) se cunosc momentele de inerție I_z, I_y, I_{zy} față de două axe rectangulare xoy , se pune problema de a se determina momentele de inerție în raport cu alt sistem de coordonate z_1oy_1 rotit cu un unghi α în raport cu cel inițial, care sunt, respectiv ,

$$I_{z_1} = \int_A y_1^2 dA; I_{y_1} = \int_A z_1^2 dA; I_{z_1y_1} = \int_A z_1 y_1 dA. \quad (2.37)$$

Considerând un element de suprafață dA cu coordonatele inițiale y, z . Coordonatele lui în noul sistem de coordonate vor fi :

$$\begin{aligned} z_1 &= OC = OE + AD = z \cos \alpha + y \sin \alpha \\ y_1 &= BC = BD + EA = y \cos \alpha - z \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.38)$$

Substituind aceste valori în expresiile (2.37) și integrând termen cu termen obținem:

$$\begin{aligned}
 I_{z1} &= \int_A (y \cos \alpha - z \sin \alpha)^2 dA = \\
 &= \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA + \sin^2 \alpha \int_A z^2 dA - \sin 2\alpha \int_A zy dA; \\
 I_{y1} &= \int_A (z \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 dA = \\
 &= \cos^2 \alpha \int_A x^2 dA + \sin^2 \alpha \int_A y^2 dA + \sin 2\alpha \int_A zy dA; \\
 I_{z1y1} &= \int_A (z \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - z \sin \alpha) dA = \\
 &= \cos^2 \alpha \int_A zy dA - \sin^2 \alpha \int_A zy dA + \sin \alpha \cos \alpha \int_A y^2 dA - \\
 &\quad - \sin \alpha \cos \alpha \int_A z^2 dA,
 \end{aligned}$$

sau

$$\begin{aligned}
 I_{z1} &= I_z \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{zy} \sin 2\alpha; \\
 I_{y1} &= I_y \cos^2 \alpha + I_z \sin^2 \alpha + I_{zy} \sin 2\alpha; \\
 I_{z1y1} &= I_{zy} \cos 2\alpha - \frac{1}{2}(I_y - I_z) \sin 2\alpha. \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

Din relațiile (2.39) este ușor de observat că

$$\begin{aligned}
 I_{z1} + I_{y1} &= I_z(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + I_y(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \\
 &= I_z + I_y = I_p.
 \end{aligned}$$

Așadar, suma momentelor axiale de inerție, în raport cu orice sistem de axe ortogonale care trec printr-un punct dat, este constantă și egală cu momentul de inerție polar. Cu variația unghiului α variază fiecare din mărimile I_x și I_y , iar suma lor rămâne constantă. Prin urmare, există un astfel de unghi α pentru care unul din momente

atinge valori maxime, iar celălalt - minime. Valoarea unghiului α o determinăm derivând expresia I_{z_1} din (2.39) și egalând-o cu zero:

$$\frac{dI_{z_1}}{d\alpha} = -\frac{I_z - I_y}{2} \sin 2\alpha - I_{zy} \cos 2\alpha = 0 \text{ sau } \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{zy}}{I_y - I_z}. \quad (2.40)$$

Pentru acest unghi unul din momentele axiale de inerție va fi minimal, altul - maximal, iar momentul de inerție centrifugal va fi egal cu zero. Aceasta se vede dacă egalăm $I_{z_1 y_1}$ cu zero. Axele, în raport cu care momentul de inerție centrifugal este egal cu zero, se numesc *direcții principale*, iar dacă ele mai sunt și centrale, atunci aceste axe poartă denumirea de *axe principale centrale*. Momentele de inerție axiale în raport cu axele principale centrale se numesc *momente de inerție principale*.

2.6. Forfecarea. Răsucirea barelor drepte

2.6.1. Starea de forfecare pură

Se spune că un element în formă de paralelipiped (fig. 2.22)

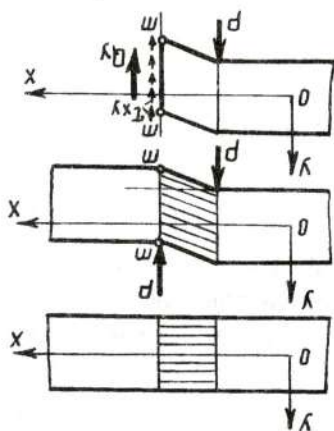


Fig. 2.22

este în stare de forfecare pură, dacă pe fețele lui laterale se dezvoltă numai tensiuni tangențiale, care în baza legii parității sunt toate egale între ele. În acest caz elementul suferă numai deformații unghiulare fără a-și modifica lungimile laturilor.

Vom stabili relațiile dintre tensiunile tangențiale și deformații, analizând o bară dreaptă solicitată de două forțe transversale P , paralele și egale (fig. 2.22, b), care acționează la o distanță mică. Sub acțiunea forțelor bara se va

deforma. Utilizând metoda secțiunilor înlăturăm imaginar partea de bară din dreapta secțiunii $m-m$, iar acțiunea ei asupra celei rămase o înlocuim cu tensiunile tangențiale τ_{xy} care acționează în secțiunea $m-m$. Dacă aria secțiunii transversale a barei este A , atunci rezultanta acestor tensiuni va fi forța tăietoare Q_y .

Din condiția de echilibru a părții rămase $\sum F_i(y) = 0$ avem $P - Q_y = 0$ sau $Q_y = P$. Deoarece tensiunile tangențiale sunt distribuite uniform, putem scrie

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y}{A} = \frac{P}{A}. \quad (2.41)$$

Relația dintre tensiuni și deformații la forfecare pură a fost stabilită de Hooke în forma:

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy}, \quad (2.42)$$

unde G este modulul de elasticitate transversal, N/mm^2 ; γ - unghiul de alunecare.

Pentru materialele cu modulele de elasticitate longitudinală (E) și transversală (G) există relația care leagă acești parametri

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (2.43)$$

Pentru oțeluri $G = 77...85 \text{ GPa}$, iar pentru fontă cenușie $G = 45 \text{ GPa}$. Condiția de rezistență la forfecare are forma:

$$\tau = \frac{Q_y^{\max}}{A} \leq \tau_a, \quad (2.44)$$

unde τ_a este rezistența tangențială admisibilă.

Cu această relație pot fi rezolvate următoarele trei tipuri de probleme:

a) de proiectare $A \geq \frac{Q_y^{\max}}{\tau_a};$

b) de verificare $\tau_{xy} = \frac{Q_y^{\max}}{A} \leq \tau_a;$

c) de calcul al forței admisibile $Q_y^{\max} \leq A\tau_a$

2.6.2. Răsucirea barelor drepte cu secțiune circulară

O bară dreaptă este sollicitată la torsiune, dacă în secțiunile ei transversale se dezvoltă un moment de torsiune M_t , dirijat în reprezentare vectorială, în lungul axei longitudinale (fig. 2.23).

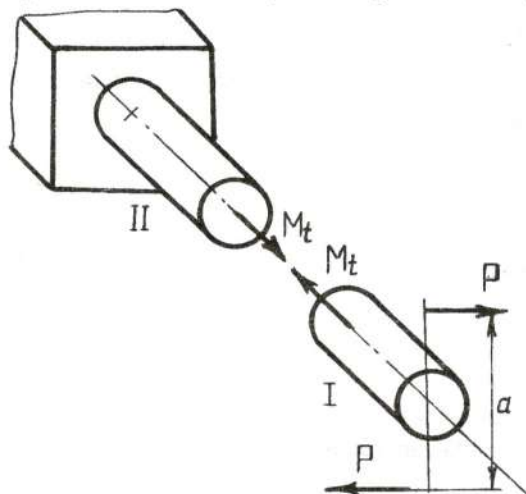


Fig. 2.23

Dacă asupra unei bare acționează un sistem de cupluri de forțe P , planele de acțiune ale cărora sunt perpendiculare pe axa barei, atunci momentul de torsiune dintr-o secțiune oarecare se determină din condiția de echilibru ca suma algebrică a cuplurilor ce acționează pe o parte sau alta de secțiune. Sensul momentelor de răsucire se ia după sensul rotirii acelor

de ceasornic cu condiția, că observatorul privește bara din partea secțiunii. În cazul când valoarea momentului de torsiune variază de-a lungul barei, atunci pentru calculul de rezistență se recomandă inițial să se construiască diagrama momentului de torsiune, utilizând metoda secțiunilor. Prin aplicarea momentelor de răsucire bara se deformează și se constată următoarele:

- secțiunile plane și perpendiculare pe axa longitudinală a barei înainte de deformare, rămân plane și perpendiculare pe axă și după deformare;

- secțiunile transversale se rotesc în jurul axei longitudinale și unghiul cu care o secțiune se rotește față de alta se numește unghi

total de torsiune;

- în baza ipotezei deformațiilor mici la torsiune nu se schimbă nici distanța dintre secțiunile transversale, nici diametrul barei;
- generatoarele inițial dreptliniare se transformă în linii elicoidale.

Tensiunile tangențiale la răsucire. Dintr-o bară dreaptă de secțiune circulară cu raza r , solicitată la răsucire și în stare deformată detașăm un element de bară de lungimea dx (fig. 2.24).

Să analizăm pe suprafața acestui element o generatoare da , care până la deformare era paralelă cu axa barei. După deformare punctul a vine în poziția a' . În baza ipotezei deformațiilor mici putem scrie:

$$\frac{aa'}{dx} = \operatorname{tg} \gamma \cong \gamma,$$

unde γ este unghiul de alunecare specific.

Pe de alta parte din fig. 2.24 urmează că $aa' = r d\varphi$, atunci

$$\gamma = r \frac{d\varphi}{dx}. \quad (2.45)$$

Pentru o generatoare oarecare din interiorul barei situată la distanța ρ de la axă avem

$$\gamma = \rho \frac{d\varphi}{dx}. \quad (2.46)$$

În conformitate cu legea lui Hooke la alunecare putem scrie:

$$\tau = G\gamma = G\rho \frac{d\varphi}{dx}. \quad (2.47)$$

Expresia (2.47) prezintă legea de variație a tensiunilor tangențiale pe secțiunea barei de formă circulară. Adică în centrul barei ($\rho = 0$) ele sunt nule, iar la suprafața ei - maxime.

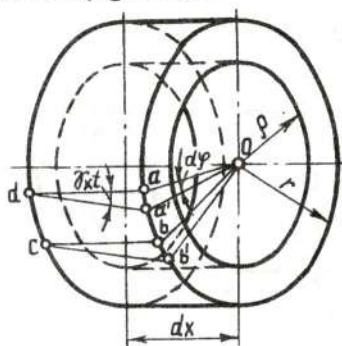


Fig. 2.24

$$\tau_{max} = G\rho_{max} \frac{d\varphi}{dx} = Gr \frac{d\varphi}{dx}. \quad (2.48)$$

Condițiile de rezistență și rigiditate la răsucire. Se consideră un element de bară dreaptă de formă circulară de lungime x (fig.2.25), asupra căruia, din partea stângă, acționează un cuplu de răsucire T . Din condițiile de echilibru și conform metodei secțiunilor cuplul de răsucire este echilibrat de momentul de răsucire M_t cauzat de tensiunile tangențiale în raport cu axa longitudinală a barei

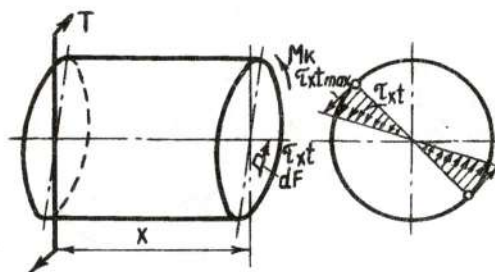


Fig. 2.25

$$M_t = \int_A \rho t dA.$$

Substituind din (2.47) expresia pentru τ obținem

$$M_t = \frac{d\varphi}{dx} G \int_A \rho^2 dA. \quad (2.49)$$

Deoarece $\int_A \rho^2 dA = I_p$,

atunci obținem

$$M_t = G \frac{d\varphi}{dx} I_p \text{ sau } G \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_t}{I_p}. \quad (2.50)$$

Înlocuind expresia $G \frac{d\varphi}{dx}$ din relația (2.50) cu $\frac{\tau}{\rho}$ obținem

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{M_t}{I_p}, \text{ de unde } \tau = \frac{M_t \rho}{I_p}. \quad (2.51)$$

Iar pentru generatoarea exterioară, unde tensiunile tangențiale sunt maxime

$$\tau_{max} = \frac{M_t \rho_{max}}{I_p} = \frac{M_t}{W_p} \leq \tau_a, \quad (2.52)$$

unde W_p este modulul de rezistență polar, iar expresia (2.52) este condiția de rezistență la torsiune.

Din relația (2.50) putem determina unghiul specific de rotație a secțiunii din dreapta față de cea din stânga, situate la distanța l una față de alta $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_t}{G \cdot I_p}$, de unde $d\varphi = \frac{M_t}{G \cdot I_p} dx$.

Integrând ultima expresie în intervalele de la 0 la π și de la 0 la l obținem

$$\varphi = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p}. \quad (2.53)$$

În cazul când $l = lm$, obținem expresia condiției de rigiditate la torsiune

$$\varphi_{max} = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p} \leq \varphi_a,$$

care este valabilă dacă exprimăm φ în rad/m .

Cu ajutorul condițiilor de rezistență și rigiditate pot fi rezolvate următoarele tipuri de probleme :

- de proiectare :

$$W \geq \frac{M_t}{\tau_a}; \quad I_p \geq \frac{M_t \cdot l}{G \cdot \varphi_a};$$

moment de inerție polar

- de verificare:

$$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_p} \leq \tau_a; \quad \varphi_{max} = \frac{M_t \cdot l}{G \cdot I_p} \leq \varphi_a;$$

- de calcul al momentului admisibil:

$$M_t^{max} \leq W \cdot \tau_a; \quad M_t^{max} \leq I_p \cdot G \cdot \varphi_a.$$

De obicei, diametrul barelor se determină din condițiile de rezistență și rigiditate și se adoptă valoarea mai mare.

2.7. Încovoierea barelor drepte

O grindă se consideră solicitată la încovoiere dacă în secțiunile ei transversale se dezvoltă momente încovoietoare M_z .

Solicitarea la încovoiere se întâlnește în diferite variante, atât

datorită poziției vectorului moment încovoietor față de axele principale de inerție, cât și prezenței simultane a altor tensiuni. De aceea deosebim:

- încovoiere pură (când în secțiune se dezvoltă numai momente încovoietoare);
- încovoiere simplă (în secțiune se dezvoltă și forța tăietoare);
- încovoiere oblică;
- încovoiere plană (toate sarcinile aplicate se află într-un plan).

2.7.1. Încovoiere plană

Fie, avem o grindă de secțiune constantă și lungime l (fig. 2.26), care se află în condiție de echilibru sub acțiunea a patru forțe P . Să determinăm

eforturile interioare care se dezvoltă într-o secțiune oarecare $m-m$ de pe sectorul BC . Utilizăm metoda secțiunilor. Dacă neglijăm forțele de greutate ale grinzii, atunci condiția de echilibru pentru partea grinzii din stânga secțiunii $m-m$ poate fi scrisă în forma:

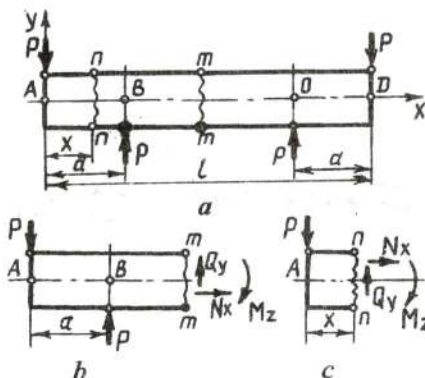


Fig. 2.26

$$\begin{aligned} N_x &= 0; \quad Q_y = P - P = 0; \\ P \cdot a - M_z &= 0, \end{aligned} \quad (2.54)$$

unde N_x și Q_y sunt proiecțiile vectorului rezultat al eforturilor interioare respectiv pe axele ox și oy , iar M_z - proiecția momentului rezultat față de axa Z .

Din ecuația a treia a sistemului (2.54) reiese că pe sectorul BC momentul încovoietor cauzat de eforturile interioare în raport cu axa

OZ , care trece prin centrul de greutate al secțiunii, este numeric egal cu momentul forțelor exterioare care acționează pe o parte sau alta a secțiunii. Așadar pe tot sectorul BC momentele încovoietoare sunt egale cu mărimea $P a$, iar acest caz, când grinda este solicitată la capete cu momente egale, se numește încovoiere pură.

Alt tablou se observă pe sectoarele AB și CD . Fie o secțiune transversală $n-n$ pe sectorul AB . În această secțiune se vor dezvolta eforturile interioare M_x și O_y , care se determină din condițiile de echilibru ale acestei bucăți de grindă.

$$\begin{aligned} N_x &= 0; \\ -P + Q_y &= 0; \\ P \cdot x - M_z &= 0. \end{aligned} \tag{2.55}$$

În cazul acesta în secțiunea $n-n$ se vor dezvolta doi vectori ai eforturilor interioare \overline{M}_z și \overline{Q}_y (fig. 2.26). Așadar, dacă în secțiunea unei grinzi se dezvoltă atât moment încovoietor cât și forță tăietoare, atunci o astfel de solicitare se numește încovoiere simplă.

Forța tăietoare se consideră pozitivă dacă rezultanta forțelor exterioare din stânga secțiunii este orientată în sus, iar cea din dreapta secțiunii - în jos.

2.7.2. Construirea diagramelor M_z și Q_y

Graficul variației momentului încovoietor sau a forței tăietoare pe lungimea grinzii se numește diagramă. Construirea diagramelor în majoritatea cazurilor începe cu determinarea reacțiunilor în reazeme. După aceasta grinda se împarte în sectoare, pe lungimea cărora sarcina este uniformă, apoi pentru fiecare sector se scriu expresiile M_z și O_y în formă generală, iar dând valori argumentului x , în limitele sectorului se construiesc diagramele.

Vom lua cunoștință de construirea diagramelor O_y și M_z printr-un exemplu concret, analizând grinda din (fig. 2.27) asupra căreia acționează forța concentrată P .

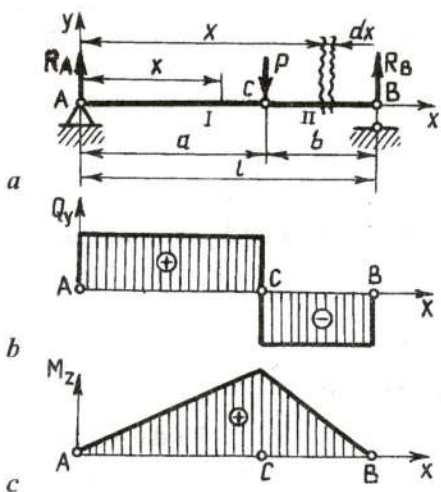


Fig. 2.27

$$Q'_y = R_A = P \frac{b}{l}; \quad M'_z = R_A \cdot z = P \frac{b}{l} \cdot x,$$

de unde se vede că forța tăietoare pe sectorul I este constantă, iar momentul încovoietor este funcție liniară de x . Așadar pentru a construi diagrama îi dăm valori lui x : zero și a .

$$M_{z(0)} = 0; \quad M_{z(a)} = P \frac{b \cdot a}{l}.$$

Pe sectorul II (BC) expresiile O_y și M_z în formă generală vor fi:

$$Q''_y = R_A - P = P \frac{b}{l} - P = -P \frac{a}{l};$$

$$M''_z = R_A \cdot x - P(x - a) = P \frac{b}{l} \cdot x - P(x - a).$$

Și pe acest sector forța tăietoare este constantă, iar momentul încovoietor descrește liniar, adică:

$$M_{z(a)} = P \frac{b}{l} \cdot a; \quad M_{z(l)} = 0.$$

Scriem condițiile de echilibru ale grinzii:

$$\sum M_i(A) = 0; R_B \cdot l - P \cdot a = 0;$$

$$\sum M_i(B) = 0; R_A \cdot l + P \cdot b = 0.$$

De aici se găsesc reacțiunile în reazemele A și B:

$$R_A = \frac{P \cdot b}{l}; \quad R_B = \frac{P \cdot a}{l}.$$

Împărțim grinda în două sectoare I (AB) și II (CB). Se scriu expresiile în formă generală pentru Q_y și M_z pentru o secțiune arbitrară situată la distanța x de la reazemul A:

Ca urmare, pe diagrama Q_y (fig. 2.27) se observă un salt în dreptul forței concentrate P , iar momentul încovoietor M_z crește pe sectorul I și descrește pe sectorul II .

2.7.3. Relații diferențiale între eforturi la încovoiere

Relația dintre momentul încovoietor și forța tăietoare. Va fi analizată o grindă solicitată la încovoiere simplă (fig. 2.27). Pentru o secțiune transversală situată pe sectorul CB la distanța x de la reazemul A putem scrie:

$$\begin{cases} Q_y = R_A - P; \\ M_z = R_A \cdot x - P(x - a). \end{cases} \quad (2.56)$$

Pentru secțiunea $x + dx$ vom scrie:

$$\begin{aligned} Q_y^{x+dx} &= R_A - P = Q_y; \\ M_z^{x+dx} &= M_z + dM_z = R_A(x + dx) - P(x + dx - a). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Din expresia (2.56) găsim:

$$dM_z = M_z^{x+dx} - M_z^x = (R_A - P)dx = Q_y dx,$$

de unde avem:

$$Q_y = \frac{dM_z}{dx}. \quad (2.58)$$

Relația dintre forța tăietoare și sarcina distribuită. Se consideră o grindă dreaptă solicitată de o forță uniform distribuită cu intensitatea q (fig. 2.28).

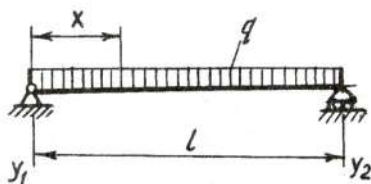


Fig. 2.28

Pentru o secțiune situată la distanța x de la capătul liber putem scrie expresia forței tăietoare, Q_y :

$$Q_y = q x.$$

Pentru altă secțiune situată la distanța $x + dx$ forța tăietoare va fi:

$Q_y^{x+dx} = Q_y + dQ_y = q(x + dx) = qx + qdx$, sau $dQ_y = qdx$
de unde:

$$q = \frac{dQ_y}{dx} \quad (2.59)$$

Ținând cont de expresia (2.58) obținem:

$$q = \frac{dQ_y}{dx} = \frac{d^2 M_z}{dx^2} \quad (2.60)$$

Expresia (2.60) prezintă relația diferențială dintre q , Q_y și M_z la încovoiere.

2.7.4. Tensiuni normale la încovoiere pură

Deformații la încovoiere. Fie o grindă de secțiune constantă solicitată de cupluri de forțe M_e aplicate la capetele grinzii (fig. 2.29, a). Sub acțiunea lor grinda se va deforma, fibrele de jos vor suferi întindere, iar cele de sus vor fi comprimate (fig. 2.29, b). În mijlocul grinzii (pe înălțime) se află un strat care nu se deformează. Acest strat se numește *fibră neutră*.

La încovoiere este adevărată ipoteza lui Bernoulli: secțiunile transversale fiind plane până la deformare rămân

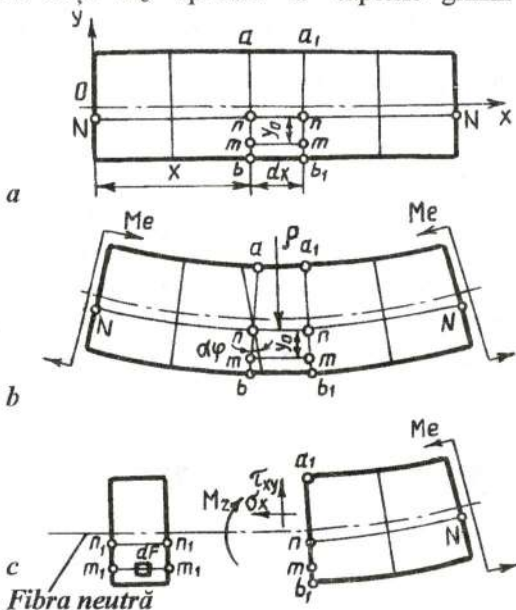


Fig. 2.29

plane și după deformare, și numai se rotesc în jurul unor linii neutre. Cu două secțiuni perpendiculare pe axa barei ab și $a'b'$ detașăm un element de grindă de lungime dx pentru care vom analiza două fibre $n-n$ și $m-m$ situată la distanța y de $n-n$. Până la deformare avem: $mm = nn = dx$.

După deformare secțiunile ab și $a'b'$ se rotesc în jurul unor linii perpendiculare la planul desenului cu un unghi $d\varphi$. Dacă notăm raza de curbură a fibrei neutre cu ρ , atunci raza de curbură a fibrei $m-m$ va fi $\rho + y$. După deformare fibra neutră $n-n$ își va păstra lungimea inițială

$$nn = dx = \rho df,$$

iar fibra $m - m$ se va alungi și va fi

$$mm = (\rho + y)d\varphi.$$

Alungirea absolută a fibrei $m-m$

$$\Delta dx = (\rho + y_0)d\varphi - \rho d\varphi = y_0 d\varphi,$$

iar alungirea specifică a acestei fibre

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{y_0 dx}{\rho dx} = \frac{y_0}{\rho}. \quad (2.61)$$

Înlocuim expresia pentru ε_x în relația lui Hooke la întindere și obținem

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E \frac{y_0}{\rho}, \quad (2.62)$$

din care reiese că tensiunea normală care se dezvoltă într-o secțiune la încovoire pură este funcție de distanța de la fibra neutră y_0 . În baza acestei relații poate fi construită diagrama tensiunii normale în secțiune, care variază de la θ (pentru $y_0=0$) până la σ_{max} (pentru $y_0=max$), adică :

$$\sigma^{max} = E \frac{y_{max}}{\rho}. \quad (2.63)$$

Acum imaginăm înlăturăm partea grinzii ce se află în stânga secțiunii $a'b'$ și vom analiza condiția de echilibru pentru această bucată (fig. 2.29, c). În secțiunea $a'b'$ se vor dezvolta tensiuni totale, care pot fi descompuse în tensiuni normale σ_x și tangențiale τ_{xy} . Pe

un element de suprafață dA acționează forța normală $\sigma_x dA$, momentul căreia în raport cu fibra neutră va fi:

$$\sigma_x y_0 dA = dM..$$

Deoarece forța tăietoare Q_y în cazul încovoierii pure este egală cu zero, reiese că $\tau_{xy} = 0$. ($Q_y = \tau_{xy} \cdot F = 0$), și de aceea mai departe eforturile unitare tangențiale vor fi neglijate pentru încovoierea pură.

Scriem condiția de echilibru pentru partea dreaptă a grinzii:

$$\begin{cases} \sum P_i(x) = \int_F \sigma_x dA = 0; \\ \sum M_{zA} = \int_P \sigma_x y dA + M_e = 0. \end{cases} \quad (2.64)$$

Prima ecuație dă următoarele: $\int_F \sigma_x dA = 0$ sau, ținând cont

de legea lui *Hooke* și de relația (2.61) avem:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = E \frac{y_0}{\rho}. \quad (2.65)$$

Prin urmare, $\int_A \frac{y_0}{\rho} dA = \frac{E}{\rho} \int_F y_0 dA = 0$, de unde $\int_A y dA = 0$.

Deoarece expresia $\int_A y dA$ prezintă momentul static al secțiunii transversale în raport cu axa neutră și este nulă față de ea, reiese că axa neutră (fibra neutră) $n-n$ trebuie să treacă prin centrul de greutate al secțiunii.

Din ecuația a doua (2.64) cuplul de forțe exterior este egal cu momentul încovoietor cauzat de tensiunile normale

$$M_e = M_z = \int_A \sigma_x y dA,$$

de unde

$$M_z = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{EI_z}{\rho}, \quad (2.66)$$

în care $I_z = \int_A y^2 dA$ este momentul de inerție axial în raport cu axa z .

Din (2.65) și (2.66) rezultă

$$\frac{I}{\rho} = \frac{\sigma_x}{Ey} = \frac{M_z y}{I_z} \text{ sau } \sigma_x = \frac{M_z y}{I_z}. \quad (2.67)$$

Ultima expresie permite calculul tensiunii normale în orice punct al secțiunii transversale când se cunoaște momentul încovoietor M_z . Această relație poartă denumirea de relația lui Navier.

Din relația (2.67) se vede că tensiunea normală atinge valoarea maximă pentru y_{max} . Prin urmare:

$$\sigma_x^{max} = \frac{M_z y_{max}}{I_z} = \frac{M_z^{max}}{W_z} \leq \sigma_a, \quad (2.68)$$

unde $W_z = \frac{I_z}{y_{max}}$ este modulul de rezistență axial, m^3 , mm^3 .

Expresia (2.68) prezintă condiția de rezistență la încovoiere, cu ajutorul căreia pot fi rezolvate următoarele tipuri de probleme:

$$\Rightarrow \text{de dimensionare } W_z \geq \frac{M_z^{max}}{\sigma_a};$$

$$\Rightarrow \text{de verificare } \sigma_x^{max} = \frac{M_z^{max}}{W_z} \leq \sigma_a;$$

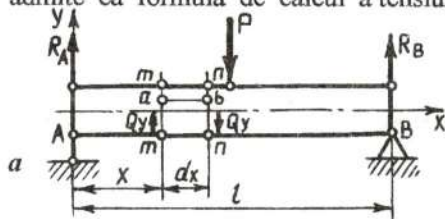
$$\Rightarrow \text{de calcul al momentului capabil } M_z^{max} \leq W_z \sigma_a.$$

2.7.5. Tensiuni tangențiale la încovoiere

La încovoiere simplă în secțiunile transversale se dezvoltă atât momente încovoietoare M_z cât și forțe tăietoare Q_y , între care există relația diferențială:

$$Q_y = \frac{dM_z}{dx}; \quad (2.69)$$

La rândul ei, forța tăietoare este rezultanta tensiunii tangențiale pe care urmează să le studiem mai amănunțit. Pentru aceasta vom analiza o grindă solicitată de o forță perpendiculară la axa transversală (fig. 2.30, a). Cu secțiunile $m-m$ și $n-n$ detașăm un element de grindă de lungime dx . Din diagramele Q_y și M_z (fig. 2.27) se vede că pe secțiunea $m-m$ se va dezvolta momentul încovoietor $M_z = R_A \cdot x$, iar în secțiunea $n-n$ - $M_z + dM_z = R_A(x + dx)$. În afară de aceasta în secțiunile $m-m$ și $n-n$ se va dezvolta forța tăietoare $Q_y = R_A$. Se admite că formula de calcul a tensiunii normale



dedusă pentru cazul încovoierii pure este adevărată și în cazul încovoierii simple. Atunci detașăm un element în forma unui paralelipiped $mm'n'bb'a'a$ (fig. 2.29, b) și pe care îl vom studia în condiție de echilibru. Pe fața stângă a paralelipipedului se dezvoltă tensiunea normală:

$$\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{I_z}$$

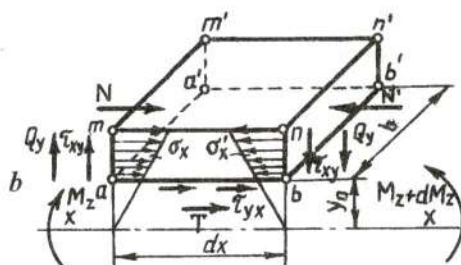


Fig. 2.30

Pe fața dreaptă:

$$\sigma'_x = \frac{(M_z + dM_z) y}{I_z}$$

Pe aceleași fețe se dezvoltă și tensiuni tangențiale distribuite neuniform și dirijate cum este indicat în fig. 2.30, b.

În baza legii parității tensiunilor tangențiale astfel de tensiuni se vor dezvolta și pe fața de jos ($aa'b'b$) a paralelipipedului, rezultanta căreia este forța T . Existența acestor tensiuni tangențiale a fost confirmată experimental în cazul încovoierii unei grinzi compuse (fig. 2.31) de o forță transversală P , la capetele căreia se observă niște trepte, care nu se observă la grinda dintr-o bucată.

Așadar la încovoiere simplă în lungul fibrelor se dezvoltă niște tensiuni tangențiale, care împiedică deplasarea fibrelor una față de alta. Pentru paralelipipedul detașat una din condițiile de echilibru va fi:

$$\sum F_i(z) = 0; \quad N + T - N' = 0, \quad (2.70)$$

unde N și N' sunt rezultantele tensiunilor

normale care acționează pe fețele stângă și respectiv dreaptă; T - rezultanta tensiunilor tangențiale de pe fața de jos.

$$N = \int_A \sigma_x dA; \quad N' = \int_A \sigma'_x dA; \quad T = b \cdot dx \cdot \tau_{yx}.$$

unde A este aria feței laterale a paralelipipedului; b - lățimea grinzii.

Substituind N , N' și T în ecuația (2.70), avem:

$$\int_A \sigma_x dA + b \tau_{yx} dx - \int_A \sigma'_x dA = 0.$$

Înlocuind σ_x și σ'_x cu expresiile de mai sus obținem:

$$\int_A \frac{M_z \cdot y}{I_z} dA - \int_A \frac{(M_z + dM_z) \cdot y}{I_z} + \tau_{yx} b dx = 0.$$

Deoarece M_z și I_z sunt mărimi constante pentru secțiunile respective, atunci după transformările necesare putem scrie:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \frac{dM_z}{dx} \cdot \frac{S_z}{I_z \cdot b} = \frac{Q_y S_z}{I_z \cdot b}. \quad (2.71)$$

Relația (2.71) poartă numele de formula lui Juravskii, unde Q_y este forța tăietoare din secțiunea $m-m$; S_z - momentul static al feței laterale m' în raport cu axa z ; I_z - momentul de inerție al întregii

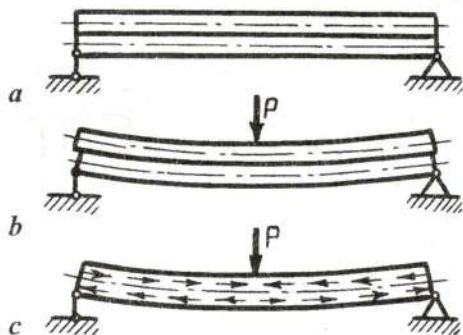


Fig. 2.31

secțiuni transversale în raport cu axa z ; b - lățimea secțiunii în locul unde se determină tensiunea tangențială.

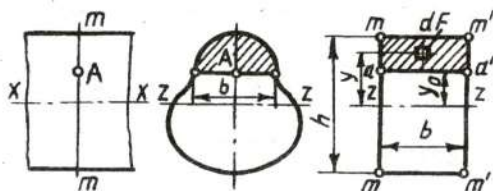


Fig. 2.32

Exemplu. Pentru cazul când secțiunea transversală este de formă dreptunghiulară (fig. 2.32) avem:

$$S_x = \frac{b}{2} \left(\frac{b}{\varphi} - y^2 \right).$$

și
$$I_z = \frac{bh^3}{12}.$$

Înlocuind S_z și I_z în formula lui Juravskii, obținem:

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y b \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \cdot 12}{2b \cdot bh^3} = \frac{6Q_y \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{bh^3}$$

Din ultima relație se vede că tensiunile tangențiale sunt funcție de y^2 .

Atunci când $y = \frac{h}{2}$, $\tau_{xy} = 0$, iar când $y = 0$

$$\tau'_{xy} = \tau_{xy}^{max} = \frac{6Q_y \cdot h^2}{4bh^3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_y}{bh} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{A} = \frac{3}{2} \cdot \tau_{xy}^{med},$$

de unde rezultă că tensiunile tangențiale variază după legea parabolei și au o orientare constantă.

2.7.6. Ecuația diferențială a fibrei medii deformate

Studiul deformațiilor barelor solicitate la încovoiere este necesar atât pentru rezolvarea problemelor ce impun condiții de rigiditate, cât și pentru rezolvarea problemelor static nedeterminate. În acest studiu se cercetează forma axei unei bare, care se află în stare deformată sub acțiunea unui sistem exterior de forțe. Această axă poartă denumirea de fibră medie deformată sau linie elastică a barei.

Fie o bară, care în urma deformației devine curbilinie (fig. 2.33), la care trebuie calculate deplasările pe direcția oy , numite săgeți, cât și unghiul de rotație al secțiunii φ (egal cu unghiul tangentei).

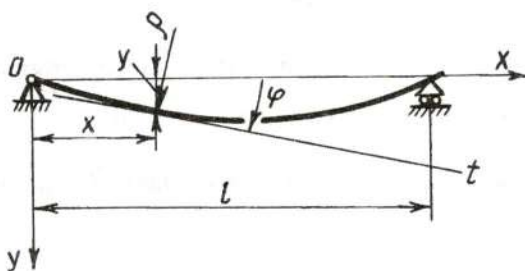


Fig. 2.33

Forma unei curbe poate fi determinată prin raza de curbură în punctul analizat (vezi cursul de matematică superioară).

$$\frac{I}{\rho} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{2}{3}}};$$

Înlocuind valoarea I/ρ din relația (2.67), obținem

$$\frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{2}{3}}} = \pm \frac{M_z}{EI_z}. \quad (2.72)$$

Deoarece pentru bara de secțiune constantă $I_z = \text{const.}$, atunci partea dreaptă a ecuației (2.72) este funcție numai de M_z . Astfel, pentru găsirea ecuației fibrei deformată a barei poate servi formula (2.72), însă integrarea ei este foarte dificilă. Dar în baza principiului deformațiilor mici această ecuație poate fi adusă la o formă mai simplă. În majoritatea construcțiilor deplasările y sunt foarte mici, deci mici vor fi și unghiurile φ în raport cu unitatea. Deci

$\varphi = tg\varphi = \frac{dy}{dx} \ll 1$ și, prin urmare, cu atât mai mică în raport cu

unitatea va fi mărimea $\left(\frac{dy}{dz}\right)^2$. Atunci putem scrie $\frac{I}{\rho} \approx \frac{d^2 y}{dx^2}$ și acum problema găsirii funcției fibrei deformate se reduce la calculul funcției $y(x)$ din ecuația diferențială $\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M_z}{EI_z}$. Din (fig. 2.33) urmează că pentru $M_z > 0$ curbura $\frac{I}{\rho} > 0$, iar pentru $M_z < 0$ curbura $\frac{I}{\rho} < 0$, adică în partea dreaptă, pentru sistemul de coordonate ales, vom avea semnul plus

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M_z}{EI_z}, \quad (2.73)$$

unde mărimea EI_z se numește rigiditate la încovoiere a barei.

2.8. Teorii de rezistență și solicitări complexe

2.8.1. Teorii de rezistență

Esența teoriei de rezistență. Rezolvarea problemelor de rezistență a pieselor constă în determinarea stării de tensiuni și deformare a piesei sub acțiunea unui sistem de forțe exterioare cunoscut și stabilirea tensiunilor și a deformațiilor periculoase.

La întindere și compresiune axială mărimea tensiunii periculoase se determină simplu: pentru materialele plastice $\sigma_{per} = \sigma_c$; pentru materialele fragile $\sigma_{per} = \sigma_r$. În acest caz limitele de curgere și de rupere se determină prin încercarea materialului la întindere.

Alta e situația în cazul solicitării plane sau spațiale, când nu putem folosi rezultatele încercării materialului la întindere - compresiune axială, din cauză că, pentru un element fețele cărui sunt direcții principale, mărimea tensiunii periculoase va depinde nu numai de tensiunea maximă σ_1 , ci și de σ_2 și σ_3 .

Adică pentru o apreciere mai sigură a rezistenței elementului în stare spațială de solicitare, ar fi nevoie de efectuarea unei încercări

cu condițiile respective reale (cu păstrarea raporturilor σ_1/σ_2 ; σ_2/σ_3 ; σ_3/σ_1) până la distrugerea epruvetei. E imposibil a merge pe această cale din cauza numărului infinit de relații între σ_1 , σ_2 , σ_3 .

O altă cale de rezolvare a problemelor o constituie calea ce are la bază teoriile de rezistență.

La baza acestor teorii se află găsirea printr-un mod oarecare a tensiunii echivalente pentru cazul solicitării complexe, care ulterior se compară cu rezistența admisibilă obținută la întindere axială. Adică $\sigma_{ech} \leq \sigma_a$.

Teoria tensiunii normale maxime. În baza acestei teorii, starea limită se atinge atunci când tensiunea normală maximă din corp atinge valoarea efortului unitar al stării limită de la solicitarea de întindere simplă. De exemplu, limita de elasticitate în corpul supus stării spațiale se atinge, dacă $|\sigma_1| > |\sigma_3|$, atunci când $\sigma_1 = \sigma_c$.

Rezultă deci, că tensiunea echivalentă, după teoria I de rezistență este

$$\sigma_{ech} = \sigma_1 \leq \sigma_a. \quad (2.79)$$

Teoria tensiunii tangențiale maxime. Conform acestei teorii, propusă de Coulomb, curgerea materialului începe atunci, când tensiunile tangențiale maxime τ_{max} ating valoarea maximă, egală cu tensiunea tangențială maximă τ_{45}^0 la întindere simplă. În starea plană de tensiuni, tensiunea tangențială maximă se determină cu relația

$$(2.17): \quad \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

La întindere simplă: $\tau_{max} = \sigma_1 / 2$.

Expresia tensiunii echivalente și condiția de rezistență conform acestei teorii poate fi scrisă:

$$\sigma_{ech} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_a, \quad (2.80)$$

unde σ_a este rezistența admisibilă la întindere simplă.

Teoria energiei potențiale de variație a formei maxime. Deformația totală a unui element poate fi privită convențional ca alcătuită din două părți: deformația ce duce la schimbarea volumului

elementului fără modificarea formei și deformația ce duce la schimbarea formei elementului fără modificarea volumului.

Prima deformație nu duce la stare periculoasă a elementului chiar la eforturi foarte mari, deci și energia potențială a acestei deformații nu poate caracteriza gradul de periculozitate a stării de tensiuni. În legătură cu aceasta, în calitate de criteriu general de rezistență se folosește varianta, propusă de *Huber-Hencky-Mises*, în care se folosește energia potențială de variație a formei. Atunci condiția de rezistență poate fi scrisă:

$$U_f \leq U_{per}, \quad (2.81)$$

unde U_{per} este energia potențială periculoasă, care se găsește prin încercare la întindere simplă.

În baza expresiei de mai sus condiția de rezistență după teoria energetică poate fi scrisă:

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq \sigma_a. \quad (2.82)$$

În cazul stării plane de tensiuni ($\sigma_3 = 0$)

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leq \sigma_a.$$

Această teorie dă rezultate bune la calculul materialelor plastice, care se comportă la fel la întindere și compresiune.

Teoria de rezistență a lui Mohr. Această teorie se deosebește de cele de mai sus. Ea nu este criterială, dar ecuația tensiunii echivalente se obține prin investigarea stărilor limită a materialului:

$$\sigma_{ech} = \sigma_1 - k\sigma_2, \quad (2.84)$$

unde $k = \frac{\sigma_{ct}}{\sigma_{cc}}$ este raportul limitelor de curgere la întindere

(tracțiune) către limita de curgere a materialului la compresiune.

Pentru materialele fragile $k = \frac{\sigma_{rt}}{\sigma_{rc}}$.

În cazul materialelor pentru care $k = 1$ formula (2.84) se transformă în expresia (2.80) ce corespunde teoriei tensiunii tangențiale maxime.

Teoria de rezistență a lui Mohr dă o corelație satisfăcătoare cu experimentul pentru materiale care se comportă în mod diferit la întindere și compresiune.

2.8.2. Solicitări compuse

Numim solicitare compusă o astfel de deformare a barei la care în secțiunile ei transversale se dezvoltă concomitent nu mai puțin de doi factori ai tensiunilor interioare. Excepție face numai încovoierea simplă care nu este considerată solicitare compusă așa cum în majoritatea calculelor de rezistență forța tăietoare este neglijată.

Deci multe piese sunt solicitate concomitent la încovoiere și întindere (compresiune), încovoiere și torsiune, torsiune și întindere (compresiune). În aceste cazuri, în baza principiului superpoziției, tensiunile pot fi calculate pentru fiecare solicitare simplă. Dacă asupra unei bare acționează concomitent forțe axiale și transversale, atunci bara este supusă la întindere sau compresiune și încovoiere. Dacă o bară se află în condiție de echilibru sub acțiunea unor forțe orientate după axa barei și aplicate la capetele ei, însă excentric, o astfel de solicitare se numește întindere (compresiune) excentrică. În acest caz eforturile unitare într-un punct arbitrar se determină ca și în cazul acționării concomitente a întinderii (compresiunii) și a momentului încovoietor.

În cazul când o bară este solicitată concomitent la încovoiere și torsiune sau la torsiune și întindere (compresiune) e imposibilă o sumare simplă a tensiunilor din cauza naturii lor diferite (normale și tangențiale). Unele relații de calcul satisfăcătoare pot fi obținute numai în baza teoriilor de rezistență. Spre exemplu, în cazul încovoierii și torsiunii concomitente a barei, punct periculos se consideră punctul în care tensiunile normale, cauzate de încovoiere, și cele tangențiale, cauzate de torsiune, ating concomitent valori maxime.

Substituind în relațiile (2.80) și (2.82) expresia pentru σ_{13} din (2.22), obținem condiția de rezistență conform teoriei tensiunilor tangențiale maxime și teoriei energetice de rezistență

$$\sigma_{ech} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_a, \quad (2.85)$$

$\sigma'_{ech} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_a$,
unde σ_{ech} este tensiunea conform teoriei tensiunilor tangențiale maxime; σ'_{ech} - tensiunea echivalentă conform teoriei energetice de rezistență.

2.9. Stabilitatea echilibrului elastic

2.9.1. Stabilitatea echilibrului elastic. Flambajul

Să analizăm un exemplu. Fie o bară dreaptă de secțiune A (fig. 2.34) comprimată de forța axială P . Cât timp această forță este mică bara va fi sollicitată la compresiune uniformă. Dacă se aplică o forță transversală care produce o încovoiere mică, îndată după înlăturarea acesteia, bara revine la forma dreaptă de echilibru. Adică

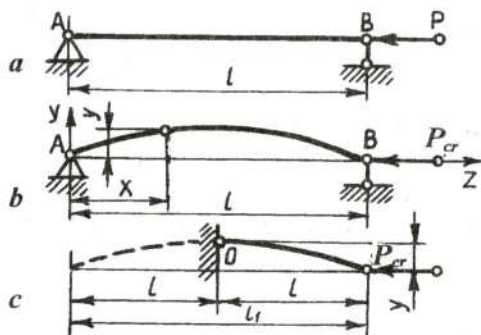


Fig. 2.34

pentru forța P nu prea mare bara se află în echilibru stabil. Mărind mereu valoarea forței P , se ajunge la situația când sub acțiunea forței perturbatoare transversale bara își pierde echilibrul, adică se încovoie ca în fig. 2.34, b fără posibilitatea de a reveni la forma dreaptă.

Rezultă că la atingerea unei anumite valori a forței P_{cr} , care poartă denumirea de *forță critică de flambaj*, bara trece din starea de

echilibru stabil în cea de echilibru instabil. Fenomenul de trecere a unei piese (a barei) din starea de echilibru stabil în cea de echilibru instabil la o anumită valoare (critică) a forței aplicate poartă numele de *flambaj*.

Experiența a arătat că valoarea forței critice de flambaj depinde de forma și dimensiunile piesei, de felul de rezemare și aplicare a sarcinilor. A calcula o piesă la flambaj înseamnă a determina valoarea forței critice și a alege forța reală care e de c ori mai mică decât cea critică. Numărul c poartă numele de coeficient de siguranță la flambaj. Tensiunea produsă de către forța critică de flambaj, numită tensiune critică de flambaj, poate fi net inferioară valorilor critice de rezistență. Comparând valoarea tensiunii critice de flambaj cu limita de proporționalitate a materialului, se poate întâmpla ca ea să fie inferioară sau superioară acestei limite. În primul caz se vorbește despre flambaj elastic, iar în al doilea - despre flambaj plastic. Există mai multe metode de calcul a forței critice de flambaj, unele exacte, altele aproximative. Problemele simple se rezolvă prin metode exacte, iar la rezolvarea problemelor complexe se folosesc metode de calcul aproximativ.

2.9.2. Calculul forței critice de flambaj

Vom rezolva problema pentru bara din fig. 2.34, a comprimată de forța P , adică vom găsi valoarea critică a forței P când bara trece de la echilibrul stabil la echilibrul instabil (flambează). Fie că bara sub acțiunea forței P_{cr} se afla în echilibru, păstrându-și forma încovoiată, fig. 2.34, b . Atunci în secțiunea situată la distanța x de la reazemul A se va dezvolta momentul încovoietor

$$M_z = -P_{cr} \cdot y. \quad (2.86)$$

Ecuția diferențială a fibrei medii deformate poate fi scrisă:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{P_{cr} y}{EI_z} \quad (2.87)$$

echilibru stabil în cea de echilibru instabil. Fenomenul de trecere a unei piese (a barei) din starea de echilibru stabil în cea de echilibru

$$\text{Notăm } k^2 = \frac{P_{cr}}{EI_z}, \text{ atunci } \frac{d^2 y}{dz^2} + k^2 y = 0. \quad (2.88)$$

Expresia (2.88) este o ecuație diferențială liniară de gradul doi cu coeficienți constanți. Soluția acestei ecuații este

$$y = c_1 \sin \alpha_x + c_2 \cos \alpha_x. \quad (2.89)$$

Constantele c_1 și c_2 se determină din condițiile limită, adică din modul de rezemare a barei. Pentru $x = 0, y = 0$, atunci $c_2 = 0$. Pentru $x = l, y = 0$ și avem $c_1 \sin kl = 0$.

Ultima expresie are trei soluții care o satisfac:

1. $c_1 = 0$, care duce la $y = 0$ pentru orice x , deci bara nu flambează, ceea ce este contrar condițiilor inițiale;
2. $k = 0$ care duce la $P = 0$, ceea ce este, de asemenea, contrar premiselor problemei;
3. o serie de soluții ale ecuației trigonometrice $\sin kl = 0$, adică $kl = \pi, 2\pi, \dots, n\pi$

Luând prima din aceste soluții $kl = \pi$, de unde $k = \pi/l$, și înlocuind-o în expresia pentru k obținem,

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{l^2}. \quad (2.90)$$

Relația (2.90) poartă denumirea de *relația lui Euler*. Ea permite calculul forței critice la flambaj pentru o bară de formă circulară, când I_z în toate direcțiile este același. În caz general flambajul se va produce pe direcția cu momentul de inerție minim, deci la o valoare a forței dată de relația

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{z \min}}{l^2}.$$

2.9.3. Limitele de aplicare a relației lui Euler

Forței critice de flambaj îi corespunde o tensiune critică de flambaj, care poate fi determinată cu relația

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2 \cdot A}$$

Exprimând momentul de inerție ca produs între aria secțiunii și pătratul razei de inerție minime (i_{min}) rezultă

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EAi_{min}^2}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.91)$$

unde $\lambda = \frac{l}{i_{min}}$ este coeficient de zveltețe al barei, iar i_{min} - raza de inerție minimă.

Întrucât formulele lui Euler s-au stabilit pe baza unor relații care admit legea lui Hooke, înseamnă că ele sunt valabile atât timp cât $\sigma_{cr} \leq \sigma_p$, respectiv $\lambda \geq \lambda_0$. Pentru $\lambda < \lambda_0$, când $\sigma_{cr} > \sigma_p$, în bară se produc deformații plastice și formulele lui Euler nu mai sunt valabile.

Valoarea lui λ_0 se obține înlocuind în formula (2.91) $\sigma_{cr} = \sigma_p$. Așa de exemplu, pentru oțelurile carbon cu $\sigma_p = 200 \text{ MPa}$ și $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ obținem

$$\lambda_0 \approx \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2.1 \cdot 10^5}{210}} \approx 100$$

Întrucât limita de proporționalitate variază puțin, de obicei se acceptă $\lambda_0 = 100 \dots 105$.

2.10. Tensiuni de contact

2.10.1. Generalități

Tensiunile și deformațiile care apar în punctul de contact la apăsarea a două corpuri se numesc tensiuni și deformații de contact. Datorită deformațiilor mici în aceste puncte de atingere are loc transmiterea presiunilor pe suprafețe foarte mici. Materialul din imediata apropiere de astfel de puncte, neavând posibilitate de a se

deforma liber, suportă o stare spațială de tensiuni. După cum arată calculele, tensiunile de contact au un caracter vădit local și scad foarte repede cu îndepărtarea de la punctul de contact. Cercetarea tensiunilor de contact și a deformațiilor sunt necesare pentru rezolvarea problemelor de rezistență a multor piese importante, ca de exemplu rulmenții, roțile dințate, elementele mecanismelor cu came ș.a. Pentru prima dată aceste probleme au fost rezolvate prin metodele teoriei elasticității de către fizicianul german *H.Hertz* cu următoarele condiții:

1. sarcinile provoacă în zona de contact numai deformații elastice care respectă legea lui *Hooke*;
2. suprafețele de contact sunt mult mai mici în comparație cu dimensiunile corpurilor;
3. forțele de presiune distribuite pe suprafața de contact sunt normale la această suprafață.

2.10.2. Relații de calcul al tensiunilor de contact

Apăsarea a două bile. La apăsarea a două bile cu razele R_1 și R_2 de către două forțe P (fig. 2.35) în punctul de contact bilele se

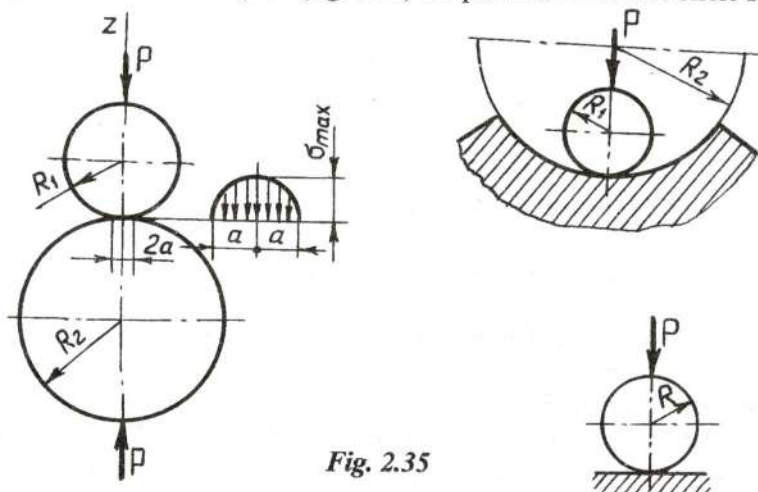


Fig. 2.35

deformează, formând o pată de contact de formă circulară cu raza a .

$$a = 0.88 \sqrt[3]{P \frac{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}}, \quad (2.92)$$

unde E_1 și E_2 sunt modulele de elasticitate longitudinală ale materialului bielelor.

În pata de contact se dezvoltă tensiuni distribuite în formă de parabolă cu σ_{max} în centrul petei

$$\sigma_3 = |\sigma_{max}| = -0,3883 \sqrt[3]{4P \frac{E_1^2 \cdot E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \cdot \frac{(R_1 + R_2)^2}{R_1^2 R_2^2}}. \quad (2.93)$$

Celelalte două tensiuni normale principale $\sigma_1 = \sigma_2 \approx 0,8 |\sigma_{max}|$. Rezultă, că în punctul de contact materialul suportă o comprimare spațială. Datorită acestui fapt materialul poate suporta, în punctul de contact, tensiuni normale foarte mari fără a suferi deformații remanente. Să calculăm, de exemplu, tensiunea maximă în centrul petei de contact pentru care apar primele deformații remanente. În baza teoriei energetice de rezistență:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

Înlocuind σ_1 și σ_2 cu expresia de mai sus, obținem

$$\sigma_c = 0.2\sigma_3 = 0.2\sigma_{max} \text{ sau } \sigma_{max} = 5\sigma_c.$$

Așadar, în centrul petei de contact materialul poate suporta tensiuni de cinci ori depășindu-le pe cele de curgere σ_c .

Schimbând în formula (2.93) semnul lui R_2 în opus, obținem expresia tensiunii normale în cazul apăsării bilei asupra unei suprafețe sferice concave (fig. 2.35, b)

$$\sigma_{max} = -0.3883 \sqrt[3]{4P \frac{E_1^2 \cdot E_2^2}{(E_1 + E_2)^2} \cdot \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_1^2 R_2^2}}. \quad (2.94)$$

În cazul apăsării unei bile asupra unui plan $R_2 = \infty$ vom obține (fig.2.35, c):

$$(2.95)$$

Apăsarea a doi cilindri. La apăsarea a doi cilindri cu axele paralele cu sarcina uniform distribuită de intensitate q (fig. 2.36, b)

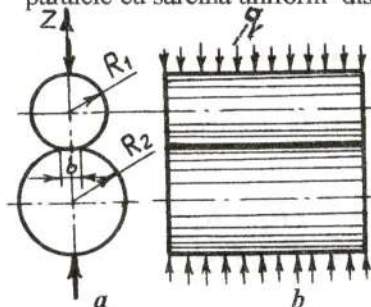


Fig. 2.36

pe linia de contact cilindrii se vor deforma formându-se o pată de contact în formă de dreptunghi cu lățimea b (fig.2.36, a).

$$b = 2,5 \sqrt{q \frac{1}{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}}. \quad (2.96)$$

Tensiunea normală maximă, care se dezvoltă pe linia de contact, va fi

$$\sigma_{max} = 0.418 \sqrt{2q \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}. \quad (2.97)$$

Analiza a arătat că punctul periculos e situat pe axa z la adâncimea $0,4b$. În acest punct tensiunile principale vor fi:

$$\sigma_1 = -0,18\sigma_{max}; \quad \sigma_2 = -0,288\sigma_{max}; \quad \sigma_3 = -0,78\sigma_{max}.$$

La apăsarea unui cilindru pe o suprafață plană ($R_2 = \infty$) obținem:

$$\sigma_{max} = 0.418 \sqrt{\frac{2q}{R} \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}. \quad (2.98)$$

Toate formulele de mai sus au fost obținute pentru $\mu = 0.3$, însă ele sunt valabile și pentru alte valori ale coeficientului lui Poisson. În calculele de rezistență la contact a organelor de mașini tensiunile de contact mai sunt numite *tensiuni hertziene* și se notează prin σ_H .

2.11. Calculul de rezistență la solicitări variabile

2.11.1. Generalități. Definiții

În majoritatea organelor de mașini, forțele aplicate variază în timp. Acest mod de solicitare duce la o micșorare sensibilă a rezistenței, față de cele statice. Acest fenomen poartă numele de oboseală, iar caracteristicile mecanice respective - caracteristici de oboseală sau rezistențe la oboseală. Mai mult ca atât, aceste caracte-ristici pot avea o infinitate de valori, funcție de o serie de factori. Solicitățile variabile pot avea un caracter *determinist sau aleatoriu*.

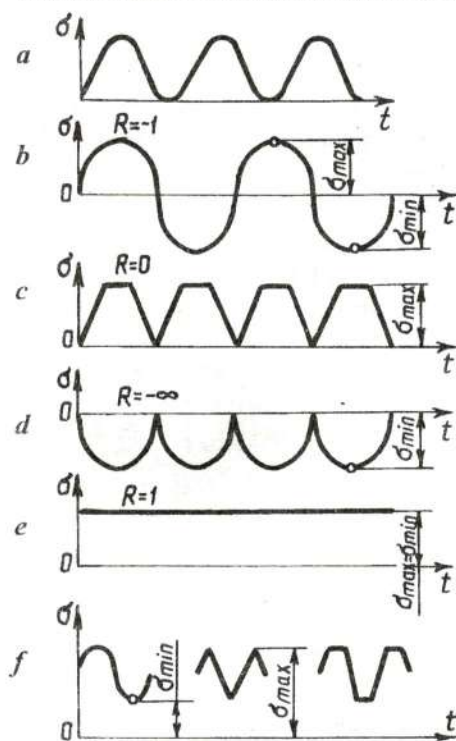


Fig. 2.37

La primele se pot stabili anumite relații, în baza cărora se poate prevedea evoluția lor la un moment dat. Celelalte nu se pot exprima sub o formă analitică, se studiază desfășurarea lor în timp prin înregistrări, prin estimări ș.a. Dintre solicitările deterministe cele mai frecvente sunt solicitările periodice, care, la rândul lor pot fi grupate în:

solicități staționare, la care tensiunile variază de un număr infinit de ori între două valori σ_{min} și σ_{max} (fig. 2.37, e);

solicități nestaționare - când tensiunile σ_m variază ca amplitudine în decursul unei perioade

(fig. 2.37, a, b, c, d).

Solicitările deterministe se mai numesc ciclice. În decursul unui ciclu tensiunea trece o singură dată printr-o valoare maximă, numită tensiune maximă σ_{max} sau limită superioară a tensiunii, și o valoare minimă, numită tensiune minimă σ_{min} sau limită inferioară a tensiunii. În cazul tensiunilor tangențiale, valorile extreme ale ciclului sunt τ_{max} și τ_{min} .

Efectul distrugerii pieselor sub acțiunea sarcinilor variabile ciclice (ruperea osiilor vagoanelor) a fost observat și studiat încă din prima jumătate a sec. XIX. S-a stabilit că structura metalului nu se schimbă la solicitările ciclice. Începutul distrugerii (ruperii) are un caracter pur local.

În zona unde din diferite cauze constructive se dezvoltă tensiuni majore se poate forma o microfisură, care se dezvoltă sub acțiunea sarcinilor variabile și pătrund în grosul metalului. Concomitent are loc șlefuirea suprafețelor ce formează fisura. Ca urmare secțiunea își pierde rezistența, și în sfârșit, se produce distrugerea bruscă. Suprafața de distrugere la oboseală are două zone caracteristice (fig. 2.38). Zona *A* este zona unde apar și se dezvoltă microfisurile și zona *B* - zona distrugerii rapide (momentane).

Zona *A* are suprafața netedă cu unele încrețituri radiale, după care s-au dezvoltat fisurile. La fel se distrug și suprafețele solicitate de sarcinile variabile de contact (bilele, rolele, căile de rulare).

Caracteristicile principale ale ciclului. Forma ciclului pentru diferite piese variază (fig. 2.37). Raportul dintre tensiunea minimă și cea maximă se numește coeficient de asimetrie al ciclului



Fig. 2.38

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} ; R_{\tau} = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} \quad (2.99)$$

După mărimea coeficientului de asimetrie deosebim:

a) cicluri simetrice (fig. 2.37, b):

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min}; \sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_{max}; R_\sigma = -1;$$

b) *cicluri asimetrice* (fig. 2.37, c, d): $R \neq -1$.

Mai există cicluri *ondulate*, la care tensiunea rămâne tot timpul de același semn (fig. 2.37, a).

Ciclurile cu același coeficient de asimetrie R se numesc cicluri asemănătoare. După cum au demonstrat cercetările experimentale, rezistența la oboseală nu depinde de legea variației tensiunii în interiorul intervalului ($\sigma_{max} - \sigma_{min}$).

Valoarea medie dintre σ_{max} și σ_{min} se numește tensiune medie

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}; \tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2}. \quad (2.100)$$

Semidiferența dintre tensiunea maximă și cea minimă se numește amplitudinea tensiunilor

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}; \tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}. \quad (2.101)$$

Cunoscând valorile σ_m și σ_a pot fi calculate tensiunile maxime și minime.

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \sigma_m + \sigma_a & \tau_{max} &= \tau_m + \tau_a \\ \sigma_{min} &= \sigma_m - \sigma_a & \tau_{min} &= \tau_m - \tau_a \end{aligned}$$

Rezultă că orice ciclu de solicitări variabile este definit fie prin valorile σ_{max} (τ_{max}) și σ_{min} (τ_{min}), fie prin σ_m (τ_m) și σ_a (τ_a).

2.11.2. Rezistența la oboseală. Curba de durabilitate

Caracteristica mecanică a materialului, la solicitări variabile, este rezistența la oboseală. Rezistența la oboseală a unui metal se determină în mod experimental cu ajutorul unor epruvete de o formă și dimensiuni comune, confecționate din metalul studiat. Încercările se fac pe mașini speciale, prevăzute cu contoare, care numără ciclurile la care este supusă epruveta, până la rupere. S-a stabilit experimental că epruvetele care rezistă la un număr mare de cicluri

cicluri N_0 , numit *bază de încercare*, sunt în stare să reziste unui număr și mai mare de cicluri fără a se rupe. În conformitate cu standardul de stat $N_0=10^6 \dots 10^7$ pentru oțeluri și $N_0=5(10^7 \dots 10^8)$ - pentru unele aliaje ușoare și metale neferoase.

Așadar, în urma încercărilor se construiește curba de durabilitate sau curba lui Wöhler. Inițial este supus încercărilor un set din 10 epruvete cu o sarcină nu cu mult sub limita de curgere σ_c . Epruvetele vor rezista la un număr N_1 de cicluri și se vor rupe. Într-un sistem de coordonate vom marca punctul 1 (fig.2. 39). Epruvetele setului doi vor fi solicitate cu o tensiune σ_2 mai mică ca σ_1 , la fel, până la rupere, care va survine după un număr de cicluri N_2 ($N_2 > N_1$). Acest procedeu se continuă, micșorând σ , ceea ce duce la creșterea numărului de cicluri până la rupere, și construind punctele $1, 2, \dots, n$. Unind aceste puncte cu o linie curbă obținem curba de durabilitate sau *curba lui Wöhler*. Din (fig. 2.39) se vede că după

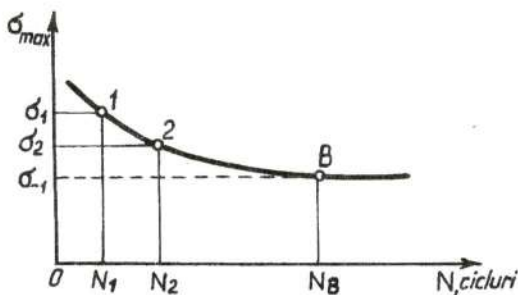


Fig. 2.39

$N > N_0$ curba de durabilitate devine aproape orizontală, iar asimptota ei dă mărimea rezistenței la oboseală σ_1 . În practică punctele obținute nu se înscriu pe o curbă cu un traseu atât de continuu ca aceea din (fig. 2.39).

În general, ele prezintă o dispersie destul de mare, ceea ce face dificilă determinarea exactă a rezistenței la oboseală. Determinarea rezistenței la oboseală prezintă complicații și în ceea ce privește metodologia experimentală, atunci când este vorba de alte feluri de cicluri decât cel simetric. Cele mai cunoscute sunt rezistențele la oboseală prin cicluri simetrice și pulsatorii. Rezistența la oboseală depinde și de felul de deformare, la care sunt supuse epruvetele, pentru care avem următoarele simboluri:

σ_{-I} - rezistența la oboseală prin ciclu simetric de încovoiere; σ_{-It} - rezistența la oboseală prin ciclu simetric de tracțiune - compresiune; τ_{-I} - rezistența la oboseală prin ciclu simetric de răsucire; σ_{θ} - rezistența la oboseală prin ciclu pulsator de încovoiere; $\sigma_{\theta t}$ - rezistența la oboseală prin ciclu pulsator de tracțiune; $\sigma_{\theta c}$ - rezistența la oboseală prin ciclu pulsator de compresiune; τ_{θ} - rezistența la oboseală prin ciclu pulsator de răsucire.

Pentru orice ciclu asimetric cu coeficientul de asimetrie R rezistențele la oboseală prin ciclurile de încovoiere, tracțiune - compresiune, răsucire au respectiv următoarele simboluri: $\sigma_R, \sigma_{Rt}, \tau_R$.

Determinarea rezistențelor la oboseală este o problemă dificilă, de aceea la efectuarea unor probleme simplificate se dau unele relații empirice care arată legătura dintre rezistențele la oboseală și rezistențele de rupere statică.

Pentru oțeluri:

$$\sigma_{-I} = (0.4 \dots 0.5) \sigma_r; \quad \sigma_{\theta} = (1.5 \dots 1.6) \sigma_{-I};$$

$$\sigma_{-It} = (0.7 \dots 0.8) \sigma_r; \quad \sigma_{\theta t} = 1.5 \sigma_{-It};$$

$$\tau_{-I} = (0.55 \dots 0.58) \sigma_r. \quad \tau_{\theta} = (1.8 \dots 2.0) \tau_{-I}.$$

La metalele neferoase $\sigma_{-I} = (0,25 \dots 0,5) \sigma_r$.

Rezistența materialului la oboseală de contact pentru ciclul pulsator de compresiune de cele mai multe ori se exprimă prin duritatea materialului

$$\sigma_{H0}^{lim} = 10C \cdot HB \quad (N/mm^2),$$

unde C este coeficientul care depinde de material: pentru oțeluri $C = 0,3 \dots 0,33$; pentru fontă $C = 0,18 \dots 0,21$; pentru bronz $C = 0,2 \dots 0,34$.

2.11.3. Diagramele rezistențelor la oboseală

Rezistența la oboseală pentru un ciclu cu orice coeficient de simetrie R poate fi găsită cu ajutorul diagramei rezistențelor la oboseală (fig. 2.40). Construirea diagramei se bazează pe faptul că

orice ciclu poate fi prezentat ca suma unei tensiuni medii σ_m și a unui ciclu simetric cu amplitudinea σ_a , și anume:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}. \quad (2.102)$$

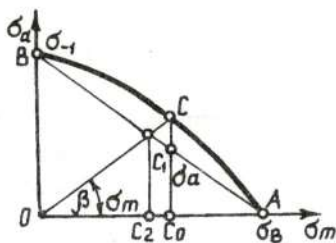


Fig. 2.40

Se ia un sistem de coordonate și pe axa ordonatelor se depune σ_a , iar pe cea a absciselor $-\sigma_m$. Prin urmare, în sistemul de coordonate acceptat, ciclul simetric va fi prezentat grafic prin punctul B , pentru care $\sigma_m=0$, iar rezistența la oboseală σ_{-1} . Punctul A va prezenta ciclul static cu $\sigma_a = 0$ și $\sigma_m = \sigma_r$.

Pentru un ciclu asimetric oarecare cu amplitudinea tensiunilor σ_a și σ_m limita de rezistență la oboseală va fi determinată de punctul C , pentru care $\sigma_R = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_{max}$.

Construirea diagramei rezistențelor la oboseală pentru materialul dat este legată de efectuarea unui număr mare de încercări și de aceea în calculul practic e folosită diagrama schematizată. Pentru construirea ei este destul să fie cunoscute rezistența la oboseală prin ciclul simetric de încovoiere σ_{-1} și rezistența la sollicitarea statică σ_r . Cu ajutorul acestor două valori, în locul curbei ACB se construiește dreapta AB . În acest caz pentru ciclul asimetric de mai sus pe diagramă vom avea punctul C_1 . Cu ajutorul acestei diagrame putem determina rezistența la oboseală σ_R pentru orice ciclu asimetric, cunoscându-se numai coeficientul de asimetrie R_σ în felul următor.

Din diagramă este evident că

$$tg\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max} + \sigma_{min}} = \frac{1 - R_\sigma}{1 + R_\sigma}. \quad (2.103)$$

Dacă se cunoaște R_σ se determină $tg\beta$ și respectiv β . Din punctul O se duce o dreaptă sub unghiul β până la intersecția cu AB

(ACB), iar rezistența la oboseală pentru ciclul dat se determină ca suma segmentelor $OC_2 + C_2 C_1$ ($OC_0 + C_0 C$).

Factorii care influențează rezistența la oboseală. Practica arată că rezistența la oboseală este o mărime complexă, care depinde de o serie de factori. Unii dintre aceștia pot fi luați în considerare cantitativ în calculele de rezistență; de alții se poate ține seama la alegerea materialului, a formei piesei și a tehnologiei de fabricație. Se poate face o sistematizare a acestor factori, împărțindu-i în factori constructivi, tehnologici și de lucru.

Influența factorilor constructivi. S-a observat, că în multe cazuri piesele cu o configurație oarecare au o rezistență mai mică decât epruvetele confecționate din același material. Acest fenomen se explică prin schimbarea tensiunii, numită *concentrare de tensiuni*. Natura apariției concentratorilor de tensiuni se explică prin defectele materialului, defectele tehnologice ș.a. De exemplu, pentru bara din fig. 2.41 în secțiunea $m-m$ vom avea,

$$\sigma_n = \frac{P}{A_m} \leq \sigma_a$$

însă experiența arată că bara se rupe pentru o valoare $\sigma_n < \sigma_a$. Cauza este că tensiunea normală în secțiune nu este distribuită uniform, ca în cazul epruvetei, ci este distribuită după cum e arătat în desen. Atunci coeficientul teoretic de concentrare va fi

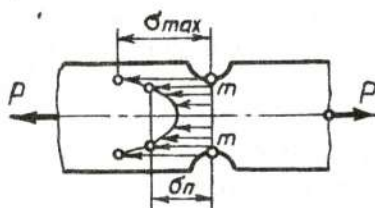


Fig. 2.41

$$\alpha_{k\sigma} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n}. \text{ Pentru tensiunile tangențiale } \alpha_{k\tau} = \frac{\tau_{max}}{\tau_n}.$$

Acest coeficient caracterizează bine materialele fragile, pe când pentru materialele plastice influența concentratorilor de tensiuni este mai mică. În cazul solicitărilor ciclice concentrarea de tensiuni se caracterizează prin coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor la solicitări variabile

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}; k_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}}, \quad (2.104)$$

unde $\sigma_{-1}(\tau_{-1})$ este rezistența la oboseală în cazul epruvetei netede cu diametrul d ; $\sigma_{-1k}(\tau_{-1k})$ - rezistența la oboseală a epruvetei cu degajare inelară de același diametru d .

De regulă, coeficientul efectiv de concentrare la solicitările variabile este mai mic decât coeficientul teoretic de concentrare. Coeficientul efectiv de concentrare la solicitările variabile depinde atât de forma concentratorilor de tensiuni, de modul de deformare (întindere, încovoiere, răsucire), cât și de raportul dintre parametrii $D, d, R, t, \Delta, h, h_A, b$.

Valorile coeficienților de concentrare a tensiunilor, în funcție de diferiți parametri, pentru diferite tipuri de piese cu diferiți concentratori, sunt redată sub formă de diagrame, grafice sau tabele în tratate de specialitate.

Influența factorilor tehnologici:

a) *materialul și tehnologia semifabricatului.* Este de la sine înțeles că rezistența la oboseală, ca și celelalte caracteristici mecanice, diferă de la un material la altul. În același timp rezistența materialului depinde și de structura materialului. Astfel, structura cu granulație mare, existența crustei de turnare, forjare, laminare, tratamentele termice neuniforme, sunt factori tehnologici cu efect nefavorabil asupra rezistenței la oboseală.

b) *Starea suprafeței piesei.* Experiențele făcute pentru stabilirea rezistenței la oboseală au arătat că unul din factorii esențiali care influențează asupra acesteia este starea suprafeței piesei. Existența zgârieturilor pe suprafața piesei constituie o sursă de fisuri și micșorare a rezistenței la oboseală.

Influența dimensiunilor absolute. Cu creșterea dimensiunilor pieselor scade rezistența la oboseală. În acest caz crește coeficientul efectiv de concentrare la solicitări variabile. Acest fenomen se explică prin faptul că cu creșterea dimensiunilor crește și probabilitatea de apariție a defectelor metalurgice, care au rolul de

concentratori de tensiuni. Influența dimensiunilor piesei asupra rezistenței la oboseală este estimată de factorul dimensional β , care reprezintă raportul dintre rezistența la oboseală a piesei de dimensiunile date și rezistența la oboseală a epruvetei cu diametrul de 75 mm.

Influența temperaturii. Rezistența la oboseală scade cu creșterea temperaturii. Acest lucru este important în calculele de proiectare a pieselor supuse solicitărilor variabile și la temperaturi înalte. De exemplu, pentru oțel 30CrM (*Cm30XM*) mărirea temperaturii de la 20 la 500 °C duce la micșorarea rezistenței la oboseală cu 22%.

Influența mediului coroziv. Pentru materialul pieselor care funcționează în mediu coroziv nu există limita de rezistență la oboseală, ci numai se stabilește o limită convențională de rezistență la oboseală, valoarea căreia e mai mică decât rezistența la oboseală a aceluiași material pentru mediul necoroziv. Cu cât mediul este mai agresiv (electroliti, apă de mare, etc.), cu atât e mai mică rezistența la oboseală a materialului.

2.11.4. Calculul de rezistență la solicitări variabile

În cadrul calculului de rezistență a pieselor ce sunt supuse solicitărilor variabile este necesar de a stabili valorile maxime după valoarea absolută a tensiunilor normale σ_{max} sau tangențiale τ_{max} . În continuare pentru coeficientul de asimetrie dat R_σ se determină valoarea rezistenței la oboseală pentru ciclul asimetric σ_R . Prin urmare, expresia de calcul va fi

$$\sigma_{max} \leq |\sigma_{max}| = \frac{\sigma_R}{n_\sigma}, \quad (2.105)$$

unde n_σ este coeficientul de siguranță după tensiunile normale.

Exact la fel pot fi introduși și coeficienții de siguranță atât după tensiunile tangențiale n_τ , cât și pentru cazul complex de

solicitare n . Pentru determinarea coeficientului de siguranță folosim diagrama rezistențelor la oboseală schematizată (fig. 2.42).

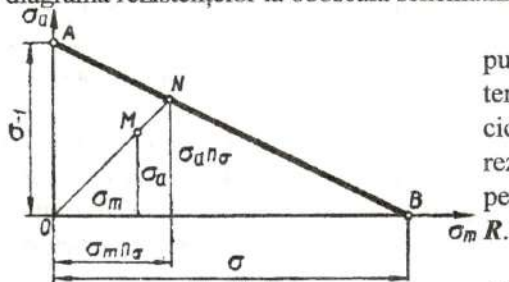


Fig. 2.42

În această diagramă punctul M corespunde tensiunii maxime pentru ciclul dat, iar punctul N - rezistenței la oboseală pentru aceeași valoare a lui

Din relația (2.105) și (fig. 2.42) putem scrie

$$\sigma_R = \sigma_{max} \cdot n_\sigma = (\sigma_m + \sigma_a) n_\sigma = \sigma_m n_\sigma + \sigma_a n_\sigma. \quad (2.106)$$

Ecuatia liniei AB poate fi scrisă în forma:

$$\frac{\sigma_m \cdot n_\sigma}{\sigma_n} + \frac{\sigma_a \cdot n_\sigma}{\sigma_{-1}} = 1. \quad (2.107)$$

În baza relației (2.107) obținem

$$n_\sigma = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}. \quad (2.108)$$

Expresia (2.108) nu conține influența concentratorilor de tensiuni, a dimensiunii și a calității suprafeței. Deoarece acești factori influențează esențial asupra rezistenței materialului la solicitările variabile coeficientul de siguranță va fi

$$n_\sigma = \frac{1}{\frac{k_\sigma}{\beta_s \cdot \beta_m} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_m} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}, \quad (2.109)$$

unde K_σ este coeficientul efectiv de concentrare a tensiunilor normale; β_s - coeficientul stării suprafeței; β_m - coeficientul dimensional.

La fel poate fi calculat coeficientul de siguranță la solicitări variabile în cazul când piesa este supusă lunecării pure

$$n_{\tau} = \frac{1}{\frac{k_{\sigma}}{\beta_s \cdot \beta_m} \cdot \frac{\tau_a + \tau_m}{\tau_{-1} + \tau_r}} \quad (2.110)$$

Pentru determinarea coeficientului de siguranță total în cazul când acționează concomitent atât tensiunile normale, cât și cele tangențiale, se folosește expresia empirică

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_{\sigma}^2} + \frac{1}{n_{\tau}^2}, \quad (2.111)$$

unde n_{σ} este coeficientul de siguranță pentru cazul când se consideră că tensiunile tangențiale lipsesc; n_{τ} - coeficientul de siguranță în cazul când lipsesc tensiunile normale.

2.12. Calculul de rezistență al membranelor subțiri și al vaselor de rotație cu pereți subțiri

2.12.1. Generalități

Corpul limitat de două suprafețe curbe paralele, situate la distanța h între ele, care e mult mai mică decât alte două dimensiuni se numește membrană. Suprafața care se află la aceeași distanță de suprafețele exterioară și interioară se numește suprafața mediană. Cea mai largă răspândire o au membranele de grosime constantă (h).

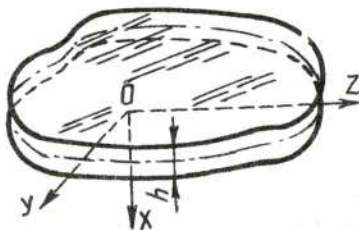


Fig. 2.43

O astfel de membrană este determinată complet de către suprafața mediană și grosimea h (fig. 2.43). Se numește secțiune normală a membranei într-un punct M secțiunea obținută de un plan ce trece prin punctul M și conține normala dusă la membrana prin M (fig. 2.44). Această secțiune va prezenta o curbă ce aparține

membranei și care trece prin punctul M . Pentru această secțiune poate fi indicată raza de curbură R a secțiunii în punctul M . Se poate arăta ușor că prin punctul M pot fi duse o infinitate de secțiuni normale, însă din toate pot fi evidențiate doar două direcții (secțiuni) principale, cărora le corespund razele de curbură principale: una din ele este maximă (cu raza R_1), iar alta - minimă cu (raza R_2). De aceea, poziția oricărui punct al membranei poate fi

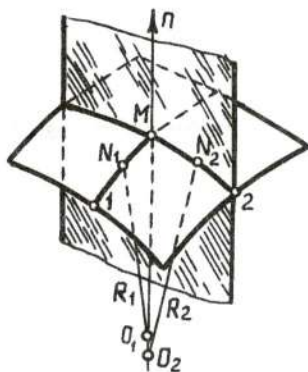


Fig. 2.44

determinată de coordonatele secțiunilor principale (fig. 2.44). În tehnică învelișurile se folosesc, în special, în calitate de vase de rotație. Secțiunea vasului în care se conține axa de simetrie a vasului se numește *secțiune meridională*, iar secțiunea perpendiculară la axa de rotație - *secțiune inelară*. Este evident faptul că aceste două secțiuni sunt reciproc perpendiculare.

2.12.2. Calculul de rezistență al vaselor de rotație

În pereții vasului, care se află sub acțiunea unei presiuni interioare uniforme p , se dezvoltă un sistem spațial de tensiuni. Adică în fiecare punct al peretelui vor acționa tensiunea meridională σ_1 , orientată după meridian, tensiunea circulară sau inelară σ_2 , orientată în lungul paralelei și tensiunea radială σ_3 . Pentru vasele cu pereții subțiri (la care grosimea pereților este mai mică decât o zecime de rază) la care nu se schimbă brusc grosimea sau raza de curbură, tensiunile meridională și circulară sunt distribuite, practic, uniform pe grosimea peretelui. Tensiunea radială, de regulă, este foarte mică și poate fi neglijată în calcule.

Problema de rezistență a acestor vase se simplifică dacă se consideră că peretele vasului se comportă ca o membrană, deci este

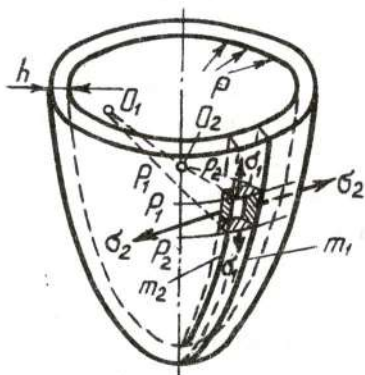


Fig. 2.45

solicitată numai la întindere. În această ipoteză vasele se studiază în teoria de membrană sau teoria fără momente.

Se consideră un vas de rotație (fig. 2.45) încărcat simetric față de axa de rotație, adică având presiunea constantă. Cu ajutorul a patru secțiuni (meridianele m_1 și m_2 și cercurile paralele p_1 și p_2) se detașează un element din învelișul vasului. Ducând normale la suprafața

vasului, în colțurile elementului, se află centrele de curbură θ_1 și θ_2 (fig. 2.46), respectiv razele de curba ρ_2 pentru paralel și ρ_1 pentru meridian. Pentru elementul detașat poate fi scrisă ecuația de echilibru, care poartă numele de ecuația lui Laplace:

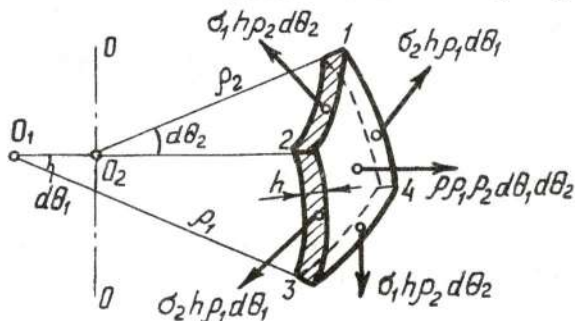


Fig. 2.46

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{h}, \quad (2.112)$$

unde: ρ_1 și ρ_2 sunt razele de curbură ale învelișului; p - presiunea din vas; h - grosimea peretelui.

Altă relație poate fi obținută, scriind o ecuație de proiecții pe axa de simetrie a vasului. Prin urmare, obținem:

$$\sigma_1 = \frac{p\rho_2}{2h}. \quad (2.113)$$

De menționat, că la vasele cu pereții subțiri cele două tensiuni σ_1 și σ_2 au fost obținute numai din ecuații de echilibru fără a se recurge la considerente de deformații. Înelitoarea vasului se află în stare plană de tensiuni, unde σ_1 și σ_2 sunt tensiuni principale. A treia tensiune principală pe direcția normală este $\sigma_3 = -p$ la suprafața interioară și $\sigma_3 = 0$ - la cea exterioară.

Vom analiza tensiunile σ_1 și σ_2 pentru unele vase concrete.

Vase cilindrice, pentru care raza de curbură meridiană $\rho_1 = \infty$, iar cea inelară - $\rho_2 = d/2$ (d - diametrul cilindrului). Deosebim vase cilindrice cu funduri (vase închise, rezervoare) și vase deschise (vase de lungime infinită, conducte). Efectuând substituirile $\rho_1 = \infty$ și $\rho_2 = d/2$ în ecuațiile (2.112) și (2.113) obținem pentru cilindrul cu funduri

$$\sigma_2 = \frac{pd}{2h}; \sigma_1 = \frac{pd}{4h}. \quad (2.114)$$

Deci $\sigma_2 = 2\sigma_1$. Acest lucru face necesar ca cusătura longitudinală a unui rezervor să fie mai rezistentă decât cea transversală.

Rezervoarele și conductele se dimensionează, de obicei, în baza teoriei I de rezistență după tensiunile inelare:

$$\sigma_2 = \frac{pd}{2h} \leq \sigma_a, \text{ de unde } h = \frac{pd}{2\sigma_a}. \quad (2.115)$$

Alungirile specifice în vasul cilindric se calculează în baza legii generalizate a lui Hooke:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1 - \mu\sigma_2}{E} = \frac{pd}{4hE} (1 - 2\mu), \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2 - \mu\sigma_1}{E} = \frac{pd}{4hE} (2 - \mu). \end{aligned} \quad (2.116)$$

Cunoscând alungirile specifice, cilindrul cu diametrul d și lungimea l suferă deformațiile:

$$\Delta l = \varepsilon_1 \cdot l, \quad \Delta d = \varepsilon_2 d.$$

Pentru vasele deschise (conducte) $\sigma_1 = 0$.

Vase în formă de sferă. La sfere toate razele de curbură sunt egale. Aceste motive de simetrie fac ca tensiunile să fie egale, ceea ce transformă relația (2.112) în

$$2 \frac{\sigma}{R} = \frac{p}{h}, \text{ de unde } \sigma = \frac{pR}{2h} = \frac{pd}{4h}. \quad (2.117)$$

Din ultima relație reiese că pentru aceleași valori p , d , h tensiunea maximă în rezervorul sferic este de două ori mai mică decât cea din rezervorul cilindric.

Vasele conice. Când vasul se află sub acțiunea unei presiuni uniforme, tensiunile principale ce se vor dezvolta în pereții conului se determină din relațiile:

$$\sigma_1 = \frac{pR}{3h \cos \alpha}; \sigma_2 = \frac{pR}{h \cos \alpha}. \quad (2.118)$$

La acțiunea presiunii din afară în relațiile (2.114) - (2.118) presiunea p se ia cu semnul minus.

3. BAZELE PROIECTĂRII TRANSMISIILOR MECANICE

3.1. Noțiuni de bază

[Transmisia mecanică este un mecanism utilizat în scopul transmiterii mișcării cu sau fără transformarea acesteia, însoțită de transmiterea energiei mecanice, deci a forțelor și a momentelor.

Pentru transmiterea mișcării și a momentului de torsiune de la arborele motor la cel condus se folosesc transmisii mecanice directe sau indirecte, schematizate în fig. 3.1.]

[Când distanța A dintre axa geometrică a arborelui conducător și a celui condus nu este prea mare, se folosesc transmisii directe, cu roți de fricțiune, cu roți dințate, cu came etc. (fig. 3.1,a...e).

Pentru distanțe mari între axe se folosesc transmisii indirecte cu curele, cu cabluri, cu lanțuri sau cu pârghii.]

Dintre toate tipurile de transmisii numai cele directe cu came (fig. 3.1,b) și cele indirecte cu pârghii (fig. 3.1,h) transmit mișcarea mecanică prin transformarea sa calitativă, astfel încât legea de mișcare a elementului condus diferă atât ca mărime, cât și ca formă de legea mișcării elementului conducător. Raportul de transmitere la aceste transmisii are valori instantanee, deci este continuu variabil.

[Caracteristicile de bază ale transmisiilor.

- puterile P_1 și P_2 pe arborii respectiv conducător și condus, kW;
- rapiditatea, care se exprimă prin turațiile n_1 și n_2 (sau vitezele unghiulare ω_1 și ω_2) la arborii respectiv conducător și condus.]

Aceste caracteristici sunt minim necesare și suficiente pentru efectuarea calculului de proiect al oricărei transmisii.

[Pe lângă caracteristicile de bază sunt cunoscute și caracteristicile derivate:

randamentul mecanic

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \text{ sau } \eta = 1 - \left(\frac{P_r}{P_1} \right), \quad (3.1)$$

unde P_r sunt pierderile de putere în transmisie.

raportul de transmitere, determinat în direcția fluxului de putere

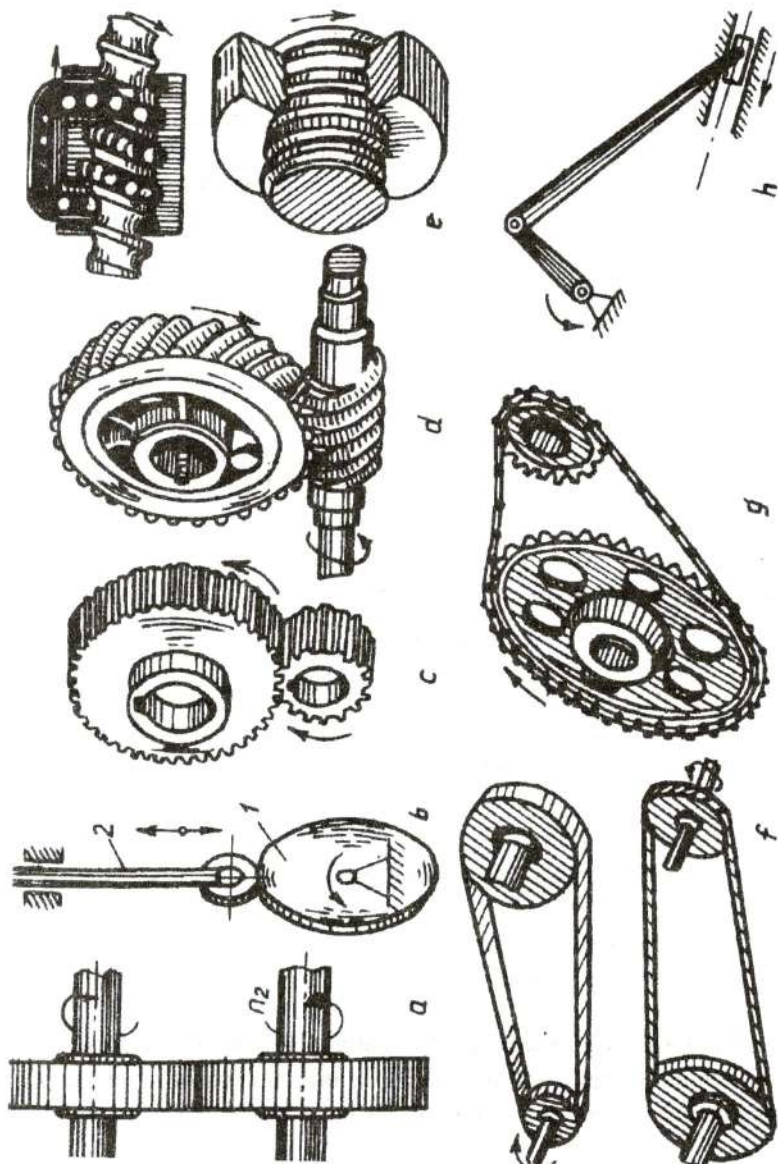


Fig. 3.1

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (3.2)$$

În cazul când $i > 1$, $n_1 > n_2$, transmisia este de multiplicare sau multiplicator.

Transmisiile pot fi construite cu raport de transmitere constant și variabil (continuu variabil și variabil în trepte). Varierea în trepte este realizată în cutii de viteze, transmisii cu curea cu roți de curea în trepte etc. Varierea continuă a vitezei este realizată cu ajutorul transmisiilor cu roți de fricțiune sau variatoare cu lanț.

Utilizarea unei sau altei metode de reglare a raportului de transmitere depinde de condițiile concrete de funcționare a mașinii, care este servită de transmisie.

În calcul deseori se utilizează următoarele relații între diferiți parametri:

exprimarea puterii P , kW prin forța tangențială F_t , kN și viteza periferică v , m/s a roții, a roții de curea, a discului etc.

$$P = F_t \cdot v; \quad (3.3)$$

exprimarea momentului de torsiune T , Nm prin puterea P , kW și viteza ungiulară ω , s⁻¹

$$T = \frac{P}{\omega}; \quad (3.4)$$

legătura între momentele de torsiune pe arborele conducător T_1 și condus T_2 prin raportul de transmitere i și randamentul mecanic η în direcția fluxului puterii

$$T_2 = T_1 \cdot i \cdot \eta. \quad (3.5)$$

3.2. Condițiile cerute mecanismelor de transmisie

3.2.1. Factorii care determină capacitatea portantă a mecanismelor

Calitatea mecanismului. Prin calitate se subînțelege totalitatea proprietăților, care determină gradul de utilitate conform destinației. Mecanismul trebuie să satisfacă cerințele, indicate în sarcina de

proiectare. În caz general calitatea construcției mecanismului este determinată de:

- a) simplitate constructivă și tehnologică;
- b) economicitate (randament ridicat);
- c) gabarite și masă reduse;
- d) fiabilitate și durată de funcționare înalte.

Tehnologicitatea construcției mecanismului este determinată de comoditatea fabricării și asamblării pieselor lui, de asemenea, gradul de utilizare a pieselor standardizate și unificate și a nodurilor.

Unul din parametrii cei mai importanți îl constituie fiabilitatea. Prin fiabilitate se înțelege capacitatea "calitatea" produsului de a funcționa potrivit destinației pentru care a fost realizat și în condițiile de utilizare specifice o perioadă de timp bine determinată. Fiabilitatea este, de asemenea, caracterizată de rezistența necesară a pieselor, de rigiditatea rațională, de rezistența la uzură, la vibrații, la temperatură.

Rezistența. Ruperile și deformațiile remanente mari ale pieselor cauzate de rezistența insuficientă pot fi cauzele ieșirii din funcție și pierderea mecanismului. Tensiunile periculoase în piese, care provoacă distrugerea, pot apărea nu numai în rezultatul acțiunii sarcinilor de lucru, însă și de la forțe, generate de vibrații ș.a.

Rezistența volumică insuficientă deseori se manifestă imediat, adică provoacă ieșirea evidentă din funcție, atunci când rezistența superficială insuficientă în cele mai multe cazuri este cauza pierderii treptate a capacității de lucru.

Rezistența la uzură. Funcționarea oricărui mecanism este însoțită de uzură, care este un proces de modificare treptată a dimensiunilor și a formei pieselor la frecare. La alunecarea suprafețelor de frecare se dereglează legăturile funcționale, care sunt însoțite de deformarea, deplasarea materialului. Uzura poate avea o altă natură, când între suprafețele contactante nimeresc particule dure (abrazive), care zgârie și taie particule de metal.

Rigiditate. Deformarea pieselor mecanismelor apare din cauza acțiunii forțelor, varierii temperaturii, tensiunilor remanente și

provoacă modificarea dimensiunilor și a formei pieselor, a caracterului contactului lor. Deformațiile excesive influențează substanțial capacitatea de funcționare a mecanismului. Astfel, de exemplu, încovoierea arborilor provoacă uzură neuniformă, creșterea forțelor de frecare și chiar griparea în lagăre de alunecare înrăutățește condițiile de funcționare a rulmenților.

Rezistența la temperatură. Pentru funcționarea normală a mașinilor și aparatelor este necesar de asigurat un regim stabilit de temperatură, deoarece degajarea abundentă de căldură și evacuarea proastă a căldurii pot provoca defecte.

Căldura degajată înrăutățește proprietățile lubrifianților (se micșorează viscozitatea), fapt ce poate provoca uzura excesivă sau griparea suprafețelor contactante.

Chiar o schimbare mică a temperaturii pieselor mecanismului provoacă deformații termice, care modifică dimensiunile pieselor și caracterul contactului în îmbinările mobile.

Rezistența la vibrații. Vibrațiile influențează forța de frecare, pot provoca distrugeri de oboseală a piesei. Deosebit de periculos este fenomenul de rezonanță, care are loc în cazul coincidenței frecvențelor oscilațiilor proprii și ale forțelor periodice, care provoacă vibrațiile.

3.2.2. Materiale

Roțile dințate se pot construi dintr-o gamă foarte largă de materiale metalice și nemetalice. La alegerea rațională a sortimentului de material trebuie să se țină cont de sarcinile ce se transmit prin dantură, durata totală de funcționare a angrenajului, viteza și precizia sa, caracteristicile de rezistență ale materialelor și alte condiții suplimentare specifice, care se pot impune anumitelor angrenaje (conductivitate termică, electrică, magnetică, rezistență la temperatură, dar și la coroziune etc.).

Principalele grupe de materiale care satisfac cerințele de bază ale roților dințate sunt: oțelurile, fontele cenușii, alte compoziții

metalice (alamă, bronzuri etc.) și anumite materiale nemetalice (textolit, poliamidă etc.).

Dintre oțeluri, mai frecvent utilizate sunt următoarele grupe: oțel carbon de calitate pentru cementare și îmbunătățire (STAS 791-88, GOST1050-74); oțeluri aliate pentru construcția de mașini (STAS 791-88, GOST 4543-71); oțel carbon turnat în piese (STAS 600-82, GOST 977-75); oțel aliat turnat în piese (STAS 1773-82, GOST 7832-65).

Din categoria fontelor se utilizează fonta maleabilă (STAS 569-79, GOST 1412-70); fonta cu grafit modular (STAS 6071-82) și fonta antifricțiune (STAS 6707-79, GOST 1585-70).

Oțelurile și fontele se utilizează, în special, pentru construcția roților dințate greu solicitate.

Dintre materialele metalice neferoase, cele mai utilizate sunt bronzurile. Acestea se pot prelucra precis cu multă ușurință și, în plus, sunt antimagnetice. Cuplul de materiale oțel-bronz realizează o bună comportare la uzare și randament superior, de exemplu, în cazul angrenajelor melc-roată melcată.

În scopul îmbunătățirii eficienței economice a angrenajelor, a reducerii zgomotului și vibrațiilor, în ultimul timp se extinde tot mai mult utilizarea materialelor nemetalice, ca: bachelita; textolitul; lignofolul; poliamide; policarbonații și alte sortimente de materiale plastice.

Turațiile ridicate, forțele intense, ca și temperaturile mediului în regim de funcționare, impun cu precădere utilizarea oțelurilor supuse unor tratamente termice adecvate. Producția angrenajelor poate fi perfecționată simultan cu creșterea capacității portante și a utilizării mai raționale a materialului, din care decurg efecte economice considerabile. Oțelurile preferate și tratamentele adecvate sunt indicate în tabelul 15 [1].

Pe scară largă se folosesc oțelurile de îmbunătățire, mai ales pentru angrenajele transmisiilor de putere medie, cu turații mari. Oțelurile îmbunătățite, care au duritatea superficială a flancurilor sub 350 HB, permit prelucrarea relativ ușoară și precisă a dinților după

aplicarea tratamentului termic. Această tehnologie înlesnește considerabil procesul de uzinare a roților dințate și înlătură necesitatea rectificării.

Se recomandă ca durezza flancurilor pinioanelor (roata cu număr mai mic de dinți) să fie ceva mai mare decât durezza roților cu care acestea angrenează. Această prevedere poate preveni pericolul gripării suprafețelor flancurilor active ale angrenajului și asigură durata de funcționare a pinionului (care se rotește de mai multe ori) mai apropiată de cea a roții dințate cu care angrenează. În general, $HB_p \approx (1,1 \dots 1,4) HB_r$.

Oțelurile în stare normalizată se folosesc în construcția angrenajelor de putere mică, care sunt acționate manual, sau a reductoarelor auxiliare, care funcționează cu intermitență.

3.2.3. Precizia de prelucrare a pieselor mecanismelor și aparatelor

Parametrii geometrici ai pieselor sunt apreciați cantitativ cu ajutorul dimensiunilor. La fabricarea pieselor, practic, e imposibilă concordanța deplină între dimensiunile indicate pe desen și cele reale. Numărul mare de factori care influențează precizia de prelucrare inevitabil provoacă erorile dimensiunilor și formei piesei.

Reieșind din destinația funcțională a pieselor și caracterul conjugării lor pot fi stabilite dimensiunile limite maximă și minimă ale pieselor, cu care va fi asigurată asamblarea corectă și funcționarea normală a nodului și mecanismului. Abaterile limită raționale ale dimensiunilor pieselor se stabilesc de sistemul unic de toleranțe și ajustaje (STAS 8100-88, ST SEV 145-75; ST SEV 144-75).

Toleranțe. Diferența între dimensiunile limite maximă și minimă se numește toleranță. În fig.3.2. sunt indicate găuri cilindrice și arbori cu valorile limită și nominale ale dimensiunilor. Dacă generatoarele din stânga ale suprafețelor cilindrice sunt suprapuse, atunci generatoarele din dreapta formează o zonă, numită câmp de toleranță (IT). Hotarul din dreapta al câmpului de toleranță

toleranță (IT). Hotarul din dreapta al câmpului de toleranță corespunde dimensiunii limită maxime, iar cel din stânga - celei minime.

Poziția câmpului de toleranță față de dimensiunea nominală este determinată de abaterile limită superioară și inferioară. Abateră superioară (a găurii ES și arborelui es) este numită diferența algebrică între dimensiunea limită maximă și nominală, iar abaterea inferioară (a găurii EI și arborelui ei) este diferența între

dimensiunea limită minimă și nominală. Abaterile limită superioară și inferioară se indică pe desen în milimetri cu cifre mici, de exemplu $90^{+0,013}_{-0,009}$.

Amplasarea câmpurilor de toleranță față de linia nulă se notează cu o literă (sau două litere) a alfabetului latin - majusculă pentru găuri și minusculă pentru arbori (fig. 3.3.).

Trepte de precizie. Cu cât valoarea toleranței dimensiunii este mai mare, cu atât cerințele privind precizia piesei sunt mai joase, cu atât e mai simplă și ieftină fabricarea lui. Valoarea toleranței IT , determinată de treapta de precizie, se stabilește funcție de dimensiunile piesei. Valoarea toleranței $IT = ai$ poate fi exprimată în unități de toleranță i , care depind de valoarea medie a intervalului standardizat de dimensiuni D ($i = 0,45\sqrt{D} + 0,001D$; D , mm; i - μm). În funcție de numărul a al unităților toleranței i în toleranța IT

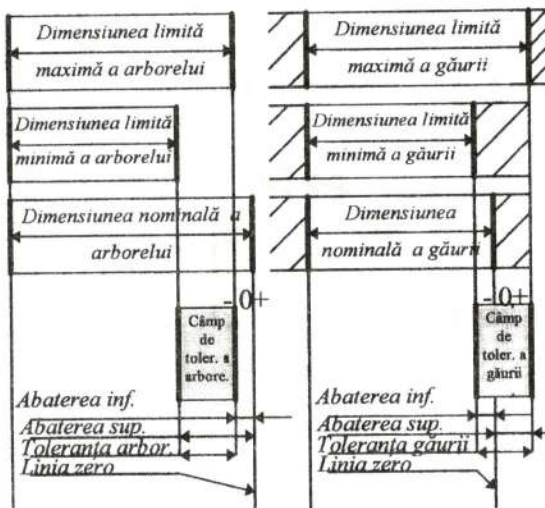


Fig.3.2

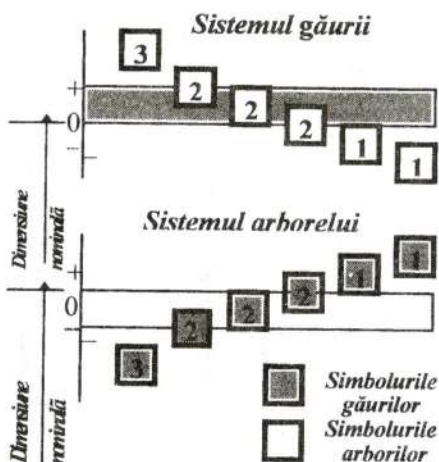


Fig. 3.3

dar și prin simboluri convenționale ale câmpurilor de toleranță. În acest caz după numărul care indică dimensiunea urmează simbolul convențional al câmpului de toleranță, care constă dintr-o literă și cifră, care indică clasa, de exemplu $\varnothing 90H7$, $\varnothing 62e8$.

Ajustajele. Se deosebesc două sisteme de formare a ajustajelor - sistemul găurii și sistemul arborelui.

Sistemul găurii este numită totalitatea ajustajelor, în care abaterile limită ale dimensiunii date a găurii (în treapta de precizie dată) sunt aceleași pentru toate ajustajele, iar ajustaje diferite se obțin prin varierea abaterilor limită ale dimensiunilor arborilor. O astfel de gaură este limita de bază și câmpul de toleranțe se notează cu litera *H*, care se scrie după dimensiunea piesei, de exemplu $\varnothing 50H8$. Dacă se indică dimensiunile elementelor asamblate a două piese, atunci în simbolizarea ajustajului în sistemul găurii intră dimensiunea nominală și simbolurile câmpurilor de toleranțe pentru fiecare element, începând cu gaura, de exemplu $\varnothing 50H7/n6$.

Sistemul arborelui este numită totalitatea ajustajelor, în care abaterile limită ale dimensiunii date a arborelui (pentru intervalul

standardul stabilește 19 trepte de precizie, scrise în ordinea scăderii preciziei: 01, 0, 1, 2, 3, 4.....17. Clasele 01...4 sunt destinate calibrelor ș.a., în clasele 5...13 se dau toleranțele pentru dimensiunile conjugate ale pieselor, iar în clasele 14...17 - pentru dimensiunile neconjugate ale pieselor. Abaterile limită ale dimensiunilor liniare pot fi indicate pe desen nu numai cu valori numerice,

dimensiunilor și treapta de precizie date), iar diferite ajustaje se obțin prin varierea abaterilor limită ale găurilor. În sistemul arborelui piesa de bază este arborele și câmpul de toleranțe se notează cu litera *h*, care se scrie după dimensiunea nominală a piesei, de exemplu $\varnothing 50h6$. Similar cazului precedent notarea ajustajului elementelor asamblate se scrie în forma, de exemplu $\varnothing 50F7/h6$.

Pentru obținerea asamblărilor mobile se stabilesc ajustaje cu joc (în fig. 3.3 câmpurile 1): $H7/h5$, $H7/h6$, $H8/h6$.

Ajustajele de trecere (în fig. 3.3 câmpurile 2) sunt destinate pentru obținerea îmbinărilor imobile, supuse montărilor și demontărilor periodice. Ele pot fi obținute, utilizând câmpurile de toleranță ale arborilor *i*, *j*, *k*, *m*, *n* și găurilor *I*, *I_s*, *K*, *M*, *N*. Ajustajele de trecere asigură un grad destul de înalt de centrare a pieselor asamblate. Cele mai utilizate ajustaje sunt $H7/k6$, $K7/h6$, $H7/m6$.

Pentru obținerea îmbinărilor nedemontabile se utilizează ajustajele imobile (în fig.3.3 câmpurile 3), obținute prin utilizarea câmpurilor de toleranțe ale arborilor de la *p* până la *zc* și a găurilor de la *P* până la *ZC*. Datorită strângerii aceste ajustaje permit asigurarea imobilității îmbinărilor fără utilizarea dispozitivelor de fixare. Cele mai utilizabile ajustaje sunt, de exemplu, $\varnothing 20F8/e8$, $\varnothing 30 G6/g6$.

3.3. Transmisii prin roți de fricțiune

3.3.1. Tipuri constructive, utilizare

Cele mai simple mecanisme de transmitere a puterii prin roți de fricțiune sunt construite din roți cilindrice cu periferia netedă (fig. 3.4). Aceste tipuri de transmisie au dimensiuni reduse, sunt foarte simple, funcționează fără șocuri și au posibilitatea de a patina în cazul suprasolicităților de scurtă durată, protejând astfel instalațiile respective.

Raportul de transmitere în mecanismele cu destinație cinematică poate atinge $i = 25$ și mai mult, iar în transmisiile de putere - până la

$i = 15$. Puterea transmisă de transmisiile cu roți de fricțiune ajunge până la 300 kW la viteză periferică până la 25 m/s .

Avantaje, dezavantaje. Utilizarea pe scară largă a mecanismelor cu fricțiune în construcția de mașini și aparataj este asigurată de avantajele pe care le posedă:

a) simplitate constructivă și tehnologică;

b) funcționare fără zgomot;

c) protejare automată de ruperi cauzate de suprasolicități;

d) lipsa luftului;

e) posibilitatea reglării continue a raportului de transmitere.

Dezavantajele care limitează domeniile de utilizare sunt:

a) existența unor forțe de apăsare în medie de 10 ori mai mari decât forța tangențială utilă, ceea ce încarcă mult arborii și lagărele transmisiei; b) imposibilitatea asigurării unui raport de transmitere riguros constant, din cauza alunecărilor elastice; c) uzura roților de fricțiune.

Clasificarea. Se deosebesc două grupe de transmisii cu fricțiune: cu raport de transmitere constant și variabil continuu. Transmisiile cu raport de transmitere constant se execută cu arbori paraleli (fig. 3.4,a,b), sau care se intersectează în plan (fig. 3.4,c,d). În primul caz se utilizează roți de fricțiune cu contact exterior (a) și

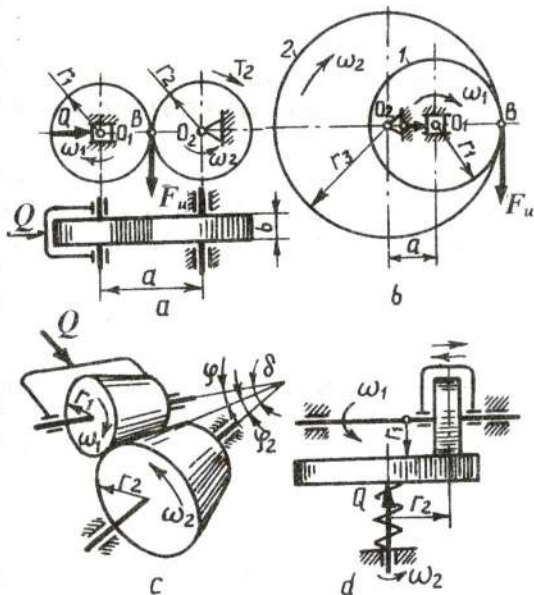


Fig. 3.4

interior (b), în al doilea caz – roți de fricțiune conice. Totodată roțile pot fi cu periferie netedă și canelată. Transmisiile cu unghiul între axe egal cu $\delta = 90^\circ$, elementele de fricțiune ale cărora sunt un disc și roată de fricțiune, sunt numite variatoare frontale (fig. 3,4,d). Viteza periferică pe roată variază liniar, în funcție de raza de contact:

$$i_{var.} = \frac{r_{1const.}}{r_{2var.}} \quad (3.6)$$

Transmisiile cu raport de transmitere variabil continuu -

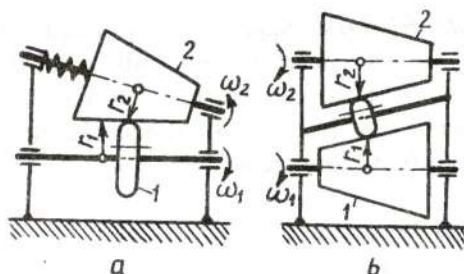


Fig. 3.5

variatoarele se utilizează în mecanisme de acționare de putere și a aparatelor. Ele pot fi divizate în variatoare cu contact direct ale roților de fricțiune (fig.3.5,a) și rolă intermediară (fig. 3.5,b).

Gama de variere continuă a raportului de transmitere în variatoare

se află între $i_{max}/i_{min} = 2,5...5$.

3.3.2. Bazele teoriei și funcționarea transmisiei

Forța de apăsare. În cazul apăsării unei roți asupra celeilalte cu o forță Q (fig. 3.4) în zona de contact la rotirea lor apare forța de frecare $F_u = Qf$, capabilă să transmită puterea și mișcarea între doi arbori. Pentru evitarea alunecării în timpul funcționării (considerând uzura roților de fricțiune, vibrațiile etc.) se consideră un coeficient de siguranță împotriva alunecării C . În general, în transmisiile de putere $C = 1,25...1,8$, în aparate $C = 3$.

$$Q = C \frac{F_u}{f} = (8...12)F_u \quad (3.7)$$

pentru $f = 0,1...0,15$.

Raport de transmitere. Funcționarea corectă a transmisiei impune evitarea alunecării între roți. Alunecarea elastică dintre roți, fiind inevitabilă datorită deformațiilor elastice de întindere - compresiune din banda de contact, se introduce în calcul un coeficient de compensare $\xi = 0,02...0,05$.

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \frac{1}{1/\xi}. \quad (3.8)$$

3.3.3. Elemente de calcul

Deteriorarea roților de fricțiune. Suprafețele de lucru ale roților de fricțiune metalice se deteriorează în urma pittingului (la funcționare cu lubrifianți), uzurii (la funcționare fără lubrifianți) și gripării, legată de patinare sau de supraîncălzirea transmisiei la viteze și sarcini mari în condițiile lubrifierii insuficiente.

Calculul rezistenței la presiunea de contact. Calculele precise pornesc de la relația contactului Hertzian dintre doi cilindri paraleli sub presiune.

Exprimând elementele relației prin parametrii transmisiei (sarcină specifică, modulul de elasticitate, raza redusă de curbură) atunci primim distanța dintre axe

$$a = (i_{12} \pm 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 E_c}{\psi f} \cdot \left(\frac{0,418}{i_{12} \sigma_{Hp}} \right)^2}, \quad (3.9)$$

unde $\psi = b/a$ este coeficientul de lățime a roților de fricțiune (de obicei $f = 0,2...0,4$); f - coeficient de frecare a materialelor roților de fricțiune; σ_{Hp} - tensiunea de contact admisibilă: pentru cuplul de roți din oțel la funcționare fără lubrifiere $\sigma_{Hp} = (1,2...1,5) \text{ HB MPa}$, la funcționare în ulei $\sigma_{Hp} = (2,5...3,0) \text{ HB MPa}$.

Transmisiiile cu roți de fricțiune din materiale nemetalice se calculează după sarcina specifică admisibilă $[W]$.

$$a = \sqrt[3]{\frac{T_2(i_{12} \pm 1)}{i_{12} \psi_f [W]}} \quad (3.10)$$

Diametrele roților de fricțiune cu considerarea alunecării elastice

$$d_1 = \frac{2a}{(i \pm 1)} \text{ și } d_2 = d_1 \cdot i(1 - \xi) \quad (3.11)$$

Apoi se determină forța de apăsare necesară, sarcinile pe arbori și în sprijine.

Randament mecanic. Pierderile de putere P_p se compun din pierderi la alunecarea geometrică $P_{a.g.}$ și elastică $P_{a.e.}$, pierderi în rulmenți P_r :

$$P_p = P_{a.g.} + P_{a.e.} + P_r \quad (3.12)$$

Randamentul mecanic se determină cu relația:

$$\eta = \frac{P_1 - P_p}{P_1} = 1 - \frac{P_p}{P_1} \quad (3.13)$$

unde P_1 este puterea la arborele conducător.

Randamentul transmisiilor cu roți de fricțiune se află între 0,9...0,95.

3.4. Angrenaje cu axe paralele și concurente în plan

3.4.1. Noțiuni fundamentale

Cele mai utilizate transmisii mecanice în construcția de mașini pentru transmiterea uniformă a mișcării sunt mecanismele cu roți dințate - angrenajele. Răspândirea pe scară largă a angrenajelor este justificată, în primul rând, de capacitatea de realizare a unui raport de transmitere constant ($i = \text{const.}$), de posibilitatea realizării unei game largi de rapoarte de transmitere cu viteze și puteri dintre cele mai diferite, siguranță în exploatare, randament ridicat, gabarit relativ redus și durată de funcționare îndelungată.

Mecanismele cu angrenaje se folosesc pentru a transmite mișcări de la cele mai reduse până la viteze foarte mari. De asemenea, domeniul puterilor de transmisie prin angrenaje este foarte larg, de la $0,0001 \text{ kW}$ la 10000 kW .

Principalele criterii de deosebire a tipurilor de angrenaje reprezentative sunt: poziția relativă a arborilor, axa longitudinală a dinților, forma profilului dinților.

Transmiterea mișcării și a puterii se poate face între arbori paraleli - angrenaje paralele (fig.3.1,c,e, fig.3.6, a). În acest caz, roțile dințate au formă cilindrică, cu danturare în exterior sau în interior, iar dinții pot avea axa longitudinală paralelă cu axele de rotație ale roților, înclinată, în V , în W , în Z sau chiar axa curbă.

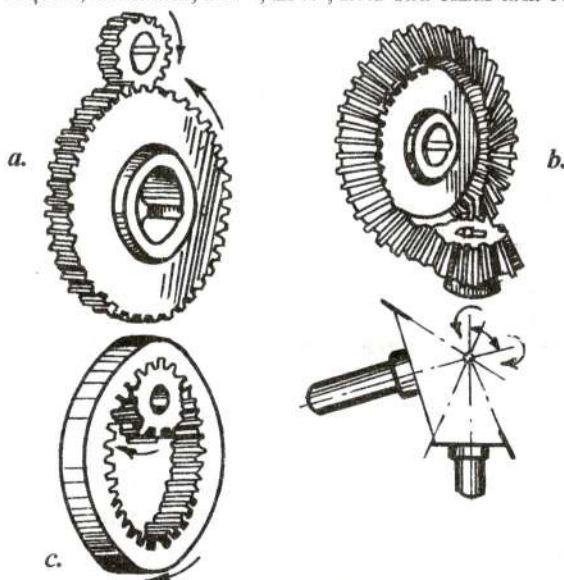


Fig. 3.6

Dupa modul de amplasare a arborilor în spațiu se disting angrenaje ordinare cu axe fixe ale arborilor (fig. 3.6,c) și planetare (fig.1.16), în care, cel puțin, una din roți are axa mobilă în spațiu (satelitul 2 - fig.1.16).

Transmiterea mișcării între arbori concurenți se realizează cu angrenaje conice,

compuse din roți danturate pe suprafețe conice (fig.3.6,b), iar dinții pot avea axa longitudinală dreaptă sau curbă, ca și în cazurile precedente.

Angrenajele cu arbori neconcurenți (care se intersectează în spațiu) folosesc roți melcate (fig.3.1, d), elicoidale, danturate pe suprafețe cilindrice, angrenaj cu cremalieră (fig.3.6, c).

3.4.2. Geometria și cinematica angrenării

3.4.2.1. Legea fundamentală a angrenării

Cunoscută și sub denumirea de teorema lui *Willis*, legea de bază a angrenării indică condiția ce trebuie s-o îndeplinească curbele de profil care mărginesc doi dinți în contact (dinți conjugați), pentru ca transmiterea mișcării să se poată realiza cu un raport de transmitere constant.

Pentru studierea problemei se consideră două roți dințate aflate în angrenare și având centrele de rotație θ_1, θ_2 . Distanța dintre axe $a = \theta_1\theta_2$.

Perechea de dinți conjugați *I* și *2* se află în contact în punctul *M* (fig.3.7). Din momentul intrării în angrenare a perechii de dinți (primul contact) până la ieșirea din angrenare (ultimul contact), punctul *M* descrie o curbă plană, numită traiectorie de angrenare.

Datorită vitezei unghiulare ω_1 a roții conducătoare, punctul de contact *M* se deplasează cu viteza $v_{1M} = v_1$ și $v_{2M} = v_2$ (fig. 3.7), indicii *I* și *2* referindu-se la cele două roți:

$$\begin{aligned} v_1 &= R_1\omega_1; \quad v_1 \perp MO_1, \\ v_2 &= R_2\omega_2; \quad v_2 \perp MO_2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

În punctul de contact curbele profilurilor au normala comună *NN* și tangenta *TT*. După aceste direcții, componentele vitezelor sunt $\bar{v}_1^N; \bar{v}_2^N; \bar{v}_1^T; \bar{v}_2^T$, potrivit relațiilor de compunere:

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= \bar{v}_1^N + \bar{v}_1^T, \\ \bar{v}_2 &= \bar{v}_2^N + \bar{v}_2^T. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Elementele *I* și *2*, fiind rigide, transmiterea mișcării devine

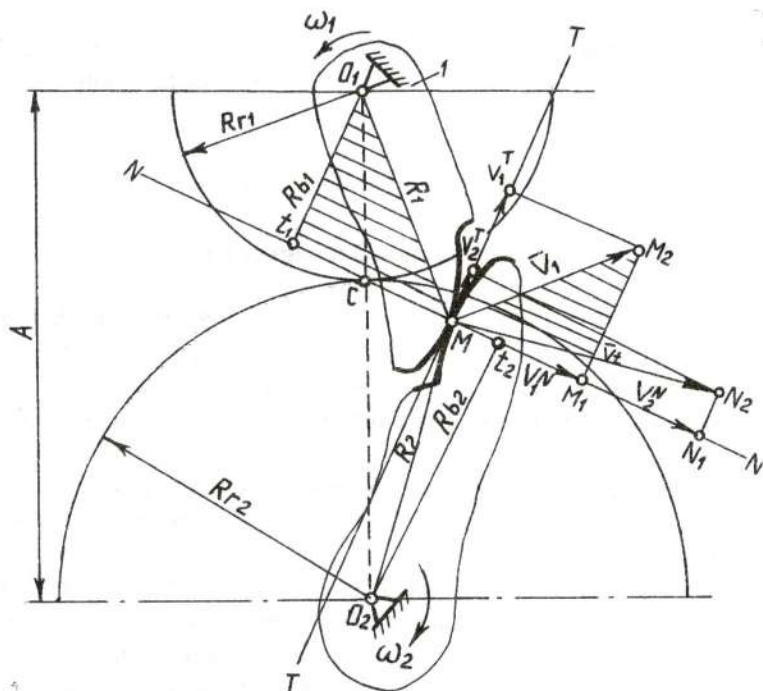


Fig. 3.7

posibilă numai dacă proiecțiile vitezelor \bar{v}_1 și \bar{v}_2 pe direcția normalei comune sunt egale:

$$\bar{v}_1^N = \bar{v}_2^N. \quad (3.16)$$

Adoptând notațiile

$$MM_1 = v_1^N; MM_2 = v_1; O_1M = R_1, O_1t_1 = R_{b1} \text{ și } MN_1 = v_2^N,$$

$$MN_2 = v_2, O_2M = R_2, O_2t_2 = R_{b2}$$

și urmărind asemănarea triunghiurilor $\Delta O_1t_1M \sim \Delta MM_1M_2$ și

$\Delta O_2t_2M \sim \Delta MN_1N_2$, rezultă

$$\frac{v_1^N}{v_1} = \frac{R_{b1}}{R_1}, \quad \frac{v_2^N}{v_2} = \frac{R_{b2}}{R_2}, \quad (3.17)$$

deci

$$v_1^N = \frac{R_{b1}}{R_1} v = \frac{R_{b1}}{R_1} R_1 \omega_1; \quad v_2^N = \frac{R_{b2}}{R_2} v_2 = \frac{R_{b2}}{R_2} R_2 \omega_2,$$

adică:

$$v_1^N = R_{b1} \omega_1 \text{ și } v_2^N = R_{b2} \omega_2. \quad (3.18)$$

Din relațiile (3.14), respectiv (3.18) urmează:

$$R_{b1} \omega_1 = R_{b2} \omega_2,$$

de unde rezultă

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_{b2}}{R_{b1}} = i_{12}. \quad (3.19)$$

Din relația (3.19) rezultă că transmiterea mișcării de rotație cu un raport de angrenare $i = \text{const.}$ este posibilă dacă raportul este constant.

Din cele prezentate rezultă următoarea teoremă, numită legea fundamentală a angrenării: pentru ca angrenarea să fie posibilă și să se realizeze cu un raport de transmitere constant, profilurile conjugate ale dinților trebuie astfel construite încât în timpul angrenării normala lor comună în punctele succesive de contact să treacă prin polul angrenării.

3.4.2.2. Curbe folosite pentru construcția profilurilor dinților conjugăți

Realizarea formei geometrice a profilurilor conjugate rezultă din necesitatea satisfacerii legii fundamentale a angrenării. În general, această lege este satisfăcută de orice pereche de curbe reciproc înfășurate, legate de roțile 1 și 2 în mișcarea lor relativă.

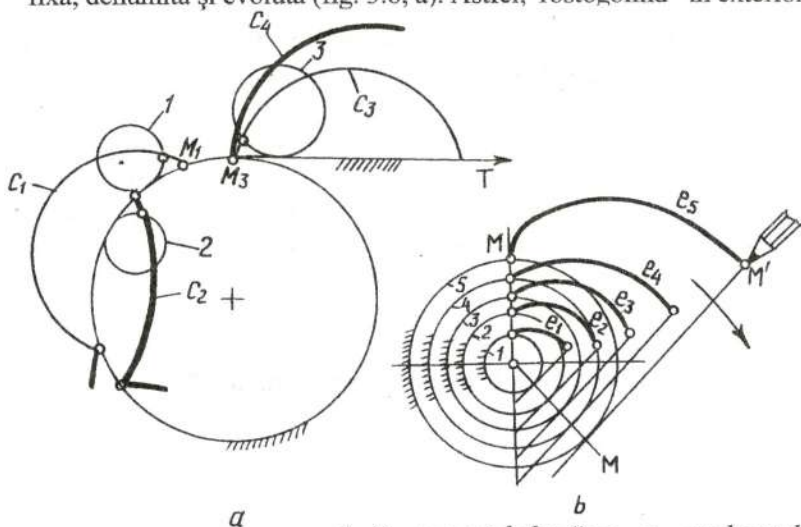
Problema fiind satisfăcută de o infinitate de soluții, practic se adoptă acele curbe care satisfac mai complet următoarele cerințe cinematice, tehnologice, de rezistență și de exploatare ale angrenajelor cu roți dințate:

- din punct de vedere cinematic să satisfacă legea fundamentală a angrenării printr-o construcție geometrică cât mai simplă;
- posibilitatea execuției cu scule simple, de serie;

- capacitatea portantă cât mai mare, prin menținerea constantă a direcției și a mărimii forțelor, alunecării reduse și a durabilității mari;
- asigurarea interschimbabilității, a funcționării silențioase, fără șocuri și cu montare-demontare rapidă;
- sensibilitate redusă a procesului angrenării la erorile de execuție (abateri de profil și de pas), de montaj.

Aceste condiții sunt satisfăcute în general de perechile de curbe ciclice de înfășurare reciprocă, pentru profilul dinților roților dințate.

Curba de înfășurare reciprocă este generată de un punct situat pe o generatoare sau ruletă, care se rostogolește fără alunecare pe bază fixă, denumită și evolută (fig. 3.8, a). Astfel, rostogolind în exterior



1...5 - cercuri de bază; e₁...e₅ - evolventele corespunzătoare cercurilor de bază 1...5.

Fig. 3.8

un cerc generator *I* peste un cerc de bază (fix) se obține curba ciclică C_1 numită epicloidă. Rostogolind ruleta *2* pe aceeași bază, dar în interior, se descrie sau se trasează hipocicloida C_2 .

Evolventa sau developanta cercului C_4 se obține dacă ruleta

$MT = \infty$ (o dreapta), iar evoluta sau baza este un cerc fix.

Altfel spus, evolventa este descrisă de un punct al unei drepte care se rostogolește fără alunecare pe un cerc. În fig. 3.8, b sunt trasate diferite curbe evolvente, corespunzătoare diferitelor cercuri de bază, adică o familie de evolvente.

3.4.2.3. Angrenaje cu profil evolventic

Angrenajul cu profil evolventic satisface legea fundamentală a angrenării, precum și următoarele legi de bază studiate de teoria angrenării:

1) normala comună la flancurile conjugate este tangenta comună la cercurile de bază. Pe această normală se suprapune traiectoria angrenării (dreapta și segmentul de angrenare);

2) punctul de rostogolire sau polul angrenării este situat pe linia centrelor, la intersecția acestuia cu linia de angrenare;

3) linia de angrenare împarte linia centrelor într-un raport constant;

4) distanțele între axele angrenajelor sunt invers proporționale cu cosinurile unghiurilor de angrenare (fig. 3.9):

$$\frac{A_0}{A_r} = \frac{\cos \alpha_r}{\cos \alpha_0}, \text{ respectiv } \frac{A_\alpha}{A_r} = \frac{\cos \alpha_r}{\cos \alpha_0}. \quad (3.20)$$

5) pentru ca două flancuri în evolventă să poată angrena, ele trebuie să fie situate la aceeași distanță p_b pe cercul de baza $p_b = M'M$ (fig. 3.8, b);

6) toate roțile dințate care angrenează independent, cu aceeași cremalieră, pot angrena între ele.

Dintre curbele ciclice, evolventa satisface cel mai complet cerințele menționate în paragraful precedent și de aceea se folosesc, cel mai frecvent, în construcția profilurilor dinților roților dințate.

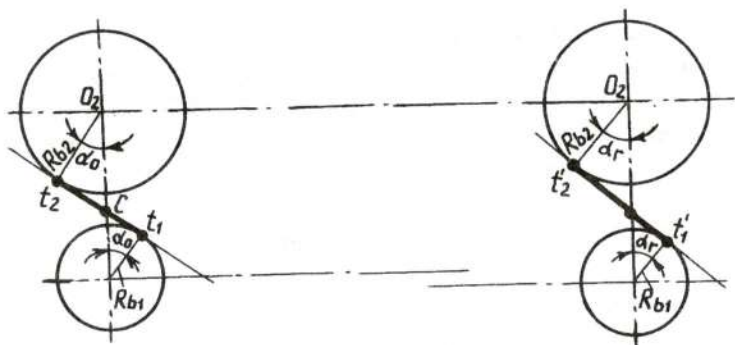


Fig. 3.9

Parametrii de bază. Într-un punct oarecare de pe flancul dintelui, ducând o dreaptă care trece prin centrul de rotație al roții și o tangentă, se formează unghiul de presiune α . Când direcțiile respective trec prin polul angrenării P , unghiul de presiune se numește unghi de angrenare (fig. 3.10).

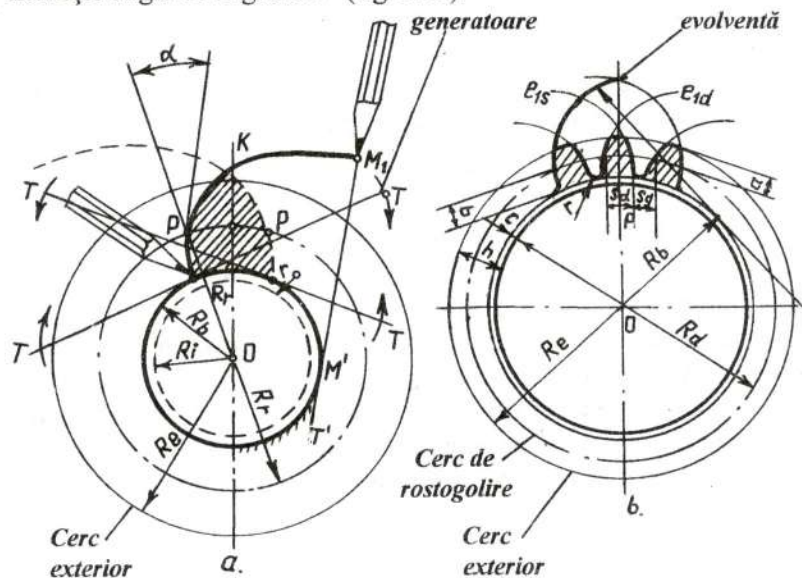


Fig. 3.10

Formarea danturii. Curba evolventă, teoretic nelimitată la un capăt, pentru formarea flancului dintelui se limitează printr-o suprafață exterioară, care este chiar suprafața cilindrului de strunjire, reprezentată prin cercul exterior de rază R_e (v. fig. 3.10). Astfel, flancul evolventic este cuprins între originea evolventei, situată pe cercul de bază de rază R_b , și suprafața reprezentată prin cercul exterior R_e .

Pasul danturii, p este un multiplu al numărului π , definit ca fiind distanța dintre două flancuri omoloage consecutive, măsurată pe arcul suprafeței de rostogolire.

Modulul m este un parametru de bază al angrenajului, care, multiplicat prin anumiți coeficienți, dă valori caracteristice danturii. Modulul este definit prin raportul:

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (3.21)$$

Valorile modulului m (în mm) sunt standardizate prin STAS 822-82 (GOST 9563-60)

Proprietățile de bază ale evolventei. Din condițiile generării evolventei - rostogolirea fără alunecare a unei drepte rigide pe un cerc fix rezultă proprietățile sale:

- generatoarea este și tangenta comună la cercurile de bază, ea împarte linia centrelor într-un raport constant;

- originea evolventei este situată pe cercul de bază și se desfășoară numai în exteriorul său;

- orice punct al evolventei are raza de curbura ρ egală cu lungimea arcului peste care s-a rostogolit generatoarea fără alunecare.

3.4.2.4. Alte tipuri de angrenaje

Angrenaje Novikov. Angrenajul a fost elaborat în a.1954 de către M.L.Novikov, posedând un șir de calități pozitive, și, în primul rând, o capacitate portantă înaltă.

Dinții roților angrenate ale transmisiei Novikov sunt descriși de

suprafețe convexe și concave. Dinții pot avea, de asemenea, forma convex-concavă. (fig. 3.11, a). Profilurile dinților angrenați sunt descrise de arce de cerc, razele cărora ρ_1 și ρ_2 diferă puțin una de alta și teoretic dinții contactează într-un punct P pe linia de angrenare (fig. 3.11, b).

După rodaj contactul punctual se transformă în contact pe fâșia 1, situată aproape perpendicular la direcția dintelui (fig. 3.11, c).

Dacă roata conducătoare are dinți convecși, iar roata condusă-concavi, atunci transmisia are o linie de angrenare și capacitatea portantă este aproximativ de 1,5 ori mai mare decât în angrenajul cilin-

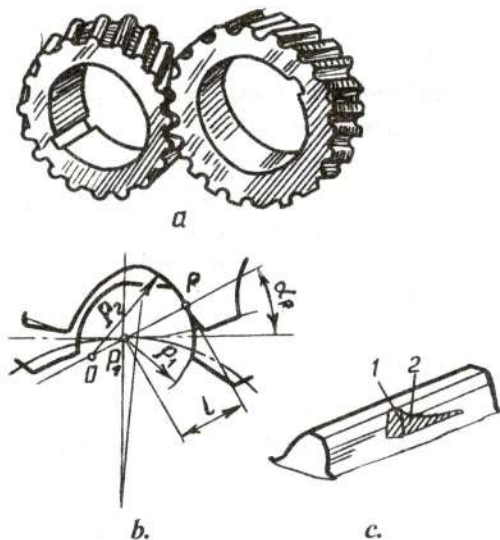


Fig. 3.11

dric cu dinți înclinați pentru HB320 și viteza periferică $v \leq 12m/s$. Dacă capurile dinților ambelor roți sunt descrise de suprafețe convexe, iar picioarele dinților – de suprafețe concave, se obține angrenajul *Novikov* cu două linii de angrenare, la care pe capul și piciorul aceluiași dinte are loc contactul în două puncte, deplasate unul față de altul. Capacitatea portantă a acestui angrenaj e mai înaltă decât la cea cu o linie de angrenare.

În continuare se prezintă exemple de contururi de referință pentru angrenaje cu o linie de angrenare (fig. 3.12, a - MN 4229 - 63) și două linii de angrenare (fig. 3.12, b - GOST 15023-76).

Angrenaje pentru transmisii armonice. În transmisiile armonice se utilizează, în special, roți dințate cu profil drept al dinților - triunghiular sau trapezoidal (fig.3.13). Profilul evolventic al

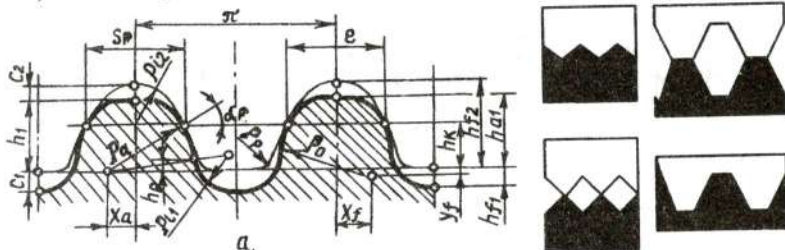


Fig. 3.13

dinților cu unghi de angrenare $\alpha = 20^\circ$ și $\alpha = 30^\circ$ se utilizează în angrenaje cu modul mic.

Luând în considerare caracterul deformării roții flexibile și formarea zonelor

fără angrenare a dinților, de obicei, angrenajul se execută cu modul mic, deseori mai mic decât $1mm$.

Capacitatea portantă ridicată a acestor angrenaje este asigurată de multiplicitatea înaltă a angrenajului ($\approx 25\%$ din numărul total de dinți).

Angrenaje pentru transmisii precesionale. Dinții uneia din roți sunt executați în formă de role conice, instalate pe osii cu posibilitatea rotirii în jurul axelor, care angrenează cu dinți cu profil convex-concav nestandard [5,4]. Profilurile dinților 1 sunt descrise de curbe echidistante traiectoriei mișcării centrului rolei 2 (fig.3.14). În secțiune normală dintele este descris de ecuații parametrice care consideră diverși parametri geometrici. Simplitatea tehnologică

constă în faptul că cu un dispozitiv de prelucrare a dinților (prin frezare, rulare sau rectificare) de construcție simplă poate fi obținută o gamă largă de profiluri ale dinților adecvate condițiilor concrete de funcționare a transmisiei precesionale.

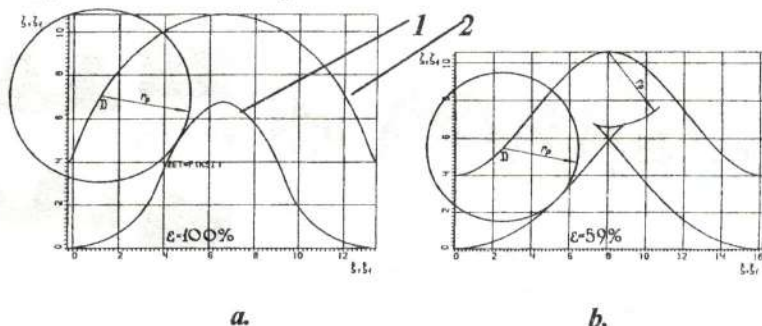


Fig. 3.14

Profilul convex - concav 1 al dinților este schimbător pentru diferite angrenaje. Capacitatea portantă înaltă este asigurată de multiplicitatea înaltă a angrenajului (simultan în angrenaj se pot afla până la 100% perechi de dinți).

3.4.3. Calculul angrenajelor cu axe paralele

3.4.3.1. Cazuri de deteriorare a dinților

Capacitatea de funcționare a angrenajelor se determină într-o măsură considerabilă prin valoarea tensiunilor de contact. La transmiterea momentului de torsiune (fig. 3.15) în angrenare, pe lângă forța normală F_n acționează forța de frecare, egală cu $F_n f$, legată de alunecare. Sub acțiunea acestor forțe dintelul se află într-o stare tensională complexă. O influență decisivă asupra capacității portante a dintelui o au două tipuri de tensiuni de bază: tensiunile de contact σ_H și tensiunile de încovoire σ_F . Pentru fiecare dinte σ_H și σ_F nu au o acțiune permanentă. Ele variază în timp după un anumit ciclu intermitent (fig. 3.15). Tensiunile alternative sunt cauza

distrugerii la oboseală a dinților: ruperea dinților ca rezultat al tensiunilor de încovoiere și ciupirea suprafețelor ca rezultat al tensiunilor de contact.

Ruperea dinților. Ruperea dinților (fig.3.16) este provocată de tensiunile de încovoiere. Se deosebesc două tipuri de rupere a dinților:

- ruperea ca urmare a supra-sarcinii mari de soc - se previne prin protejarea mecanismului de la supraîncărcări;

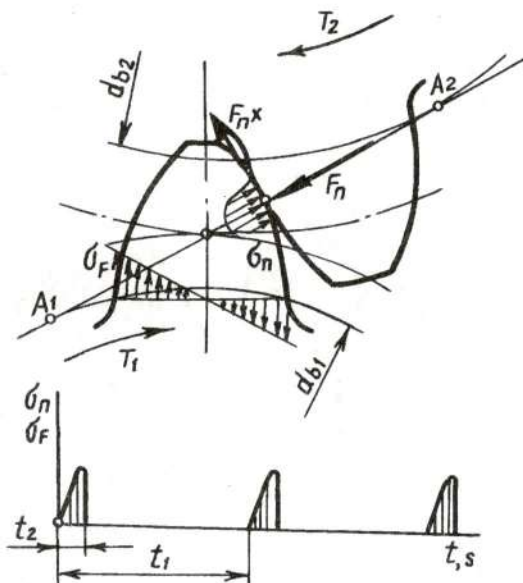


Fig. 3.15

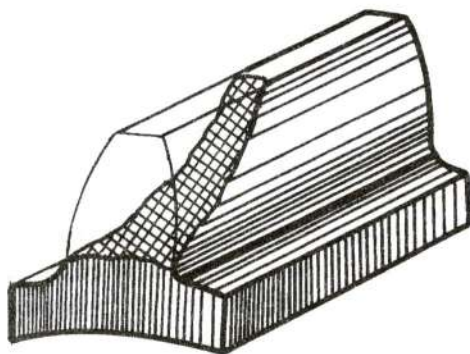


Fig.3.16

- ruperea la oboseală are loc în urma acțiunii tensiunilor alternative în decursul duratei de funcționare comparativ lungi - se previne prin calculul de oboseală.

O importanță deosebită o au măsurile de lichidare a concentratorilor de tensiuni (zgărieturi de prelucrare, goluri și fisuri în semi-

fabricate, microfisuri generate de tratamentul termic ș.a.).

Măsuri de prevenire a ruperii dinților: majorarea modulului, tratamentul termic, ecrusarea, teșirea dinților etc.

Deteriorarea suprafețelor dinților. Toate tipurile de deteriorări ale suprafețelor dinților (fig. 3.17) sunt legate de tensiunile de contact și de frecare.

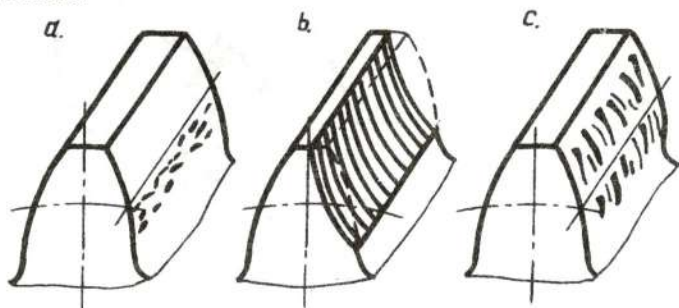


Fig. 3.17

Ciupirea la oboesală (pittingul) este generată de tensiunile de contact (fig. 3.17, a) la o ungere bună a transmisiei.

Dinții acestor transmisii sunt separați printr-un strat subțire de ulei, care evită contactul metalic. Transmisia funcționează timp îndelungat până la apariția oboselii în straturile superficiale ale dinților. Pe suprafețe apar adâncituri nu prea mari, care apoi cresc și se transformă în goluri. Ciupirea începe, de obicei, în apropierea liniei polare.

Cele mai radicale mijloace de prevenire a ciupirii sunt majorarea durtății flancurilor dinților, mărirea razei de curbură a dinților, de asemenea, alegerea lubrifianțului.

Uzura dinților (fig. 3.17, b) reprezintă cauza de bază de ieșire din uz a transmisiilor cu ungere insuficientă. La astfel de transmisii se referă, mai întâi de toate, transmisiile deschise și cele care funcționează în condițiile lubrifianților impurificați.

În transmisia uzată se măresc jocurile în angrenare, apare zgometul, cresc sarcinile dinamice. În același timp rezistența dintelui

uzat se micșorează datorită creșterii tensiunilor, fapt ce poate provoca ruperea dintelui.

Măsurile de prevenire a uzurii sunt majorarea rezistenței la uzură prin metode de tratare chimico-termică, reducerea alunecării profilurilor, alegerea lubrifianului.

Griparea (fig. 3.17, c) se observă, de regulă, în transmisiile solicitate în urma ruperii filmului de ulei pe flancuri din cauza tensiunilor specifice înalte. Aici poate avea loc sudarea moleculară a straturilor superficiale de metal a dinților angrenați cu ruperea lor ulterioară de pe suprafața mai puțin rezistentă. Depunerile formate zgârie suprafețele de lucru ale dinților.

Măsurile de prevenire a gripării sunt aceleași ca și împotriva uzurii. Este efectivă nitrurarea sau cianurarea dinților, utilizarea uleiurilor antigripare cu viscozitate ridicată.

3.4.3.2. Calculul geometric al angrenajelor cilindrice

Toate noțiunile și parametrii care se referă la geometria și cinematica angrenajelor sunt standardizate. Parametrii roții dințate mai mici (pinionului) li se atribuie indicii 1, iar roții - 2 (fig. 3.18). În afară de aceasta, se deosebesc indicii care se referă: w - la cercul sau suprafața de rostogolire; b - la suprafața sau cercul de bază; a - la suprafața sau cercul exterior; f - la suprafața sau cercul interior și de picior al dinților.

[Printre parametrii de bază se enumeră (v.fig. 3.18): p - pasul circular pe cercul de divizare; α - unghiul de angrenare (conform STAS 821-82, GOST 13755-81 $\alpha = 20^\circ$); $m = p/\pi$ - modulul circular al dinților.] Valorile modulelor sunt standardizate în gama de la 0,05 până la 100 mm (v.tab.3.1.);

Modulul normal al danturii m (mm) - valori preferate (extras din STAS 822 - 82, GOST 9563 - 60).

Tabelul 3.1

Modulul, mm														
1	1,25	1,5	2	2,5	3	3,5	4	5	6	8	10	12	16	20

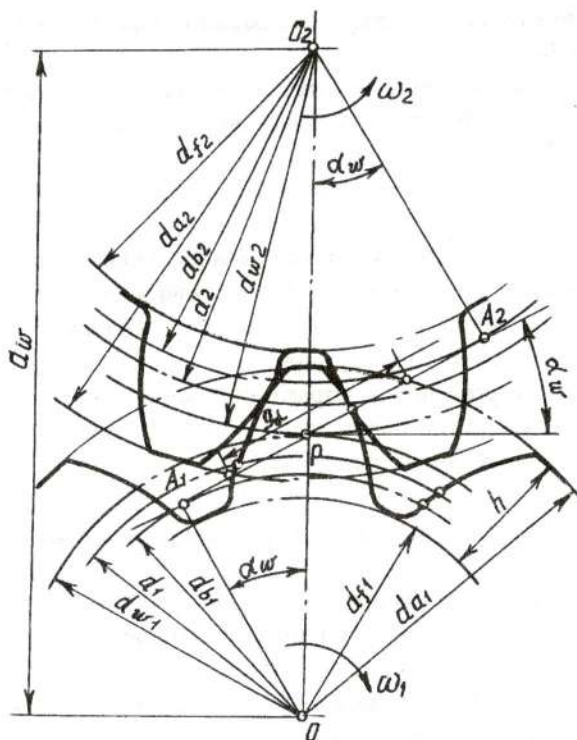


Fig. 3.18

diametrul cercului de divizare

$$d = \frac{pz}{\pi} = mz; \quad (3.22)$$

diametrul cercului de bază

$$d_b = d \cos \alpha; \quad (3.23)$$

diametrul cercului de rostogolire

$$d_{w1} = \frac{2a_w}{(i+1)}; \quad d_{w2} = 2a_w - d_{w1}. \quad (3.24)$$

În angrenajele cilindrice, fără deplasarea sumară $X_\Sigma = 0$ cercurile de rostogolire și de divizare coincid:

$$d_{w1} = d_1 = mz_1; \quad d_{w2} = d_2 = mz_2. \quad (3.25)$$

Distanța între axe

$$a_w = \frac{(d_{w_1} + d_{w_2})}{2} \quad (3.26)$$

Înălțimea dintelui

$$h = m(2h_a^* + c^*),$$

unde h_a^* este coeficientul înălțimii capului dintelui; c^* - coeficientul jocului radial. Conform STAS 621 - 82, GOST 13755 - 81 $h_a^* = 1$, $c^* = 0,25$.

Particularitățile geometrice și cinematice ale roților dințate cilindrice cu dinți înclinați. Roțile dințate cilindrice, având dinții înclinați față de generatoarea cilindrului divizor al roții cu un unghi corespunzător cercului de divizare $\beta = 5...45^\circ$, teoretic, iar practic $\beta = 8...30^\circ$ prezintă anumite avantaje: zgomot redus în funcționare, deoarece intrarea în angrenare a fiecărei perechi de dinți are loc treptat; capacitate portantă ridicată datorită participării simultane a câtorva perechi de dinți și măririi lungimii dinților.

Neajunsul principal al danturii înclinate îl constituie apariția eforturilor axiale suplimentare. Eforturile axiale pot fi echilibrate prin utilizarea roților dințate cu dantură dublu înclinată, simetric în V . Ele pot fi utilizate însă în condiții mai grele de funcționare.

Elemente geometrice specifice. Înclinarea danturii determină creșterea lungimii arcului de angrenare, deci și a gradului de acoperire. În planul frontal al roții apare pasul frontal p_f diferit de pasul normal $p_n = p_o = p = p_f \cos \beta$, deci $m_n = m = m_f \cos \beta$.

Înălțimea dintelui rămâne la fel ca la roata cu dantură dreaptă, iar lungimea $l = B / \cos \beta$.

Diametrul cercului de divizare:

$$d_{w_i} = m_f z_i = m_n z_i / \cos \beta \quad (3.27)$$

Numărul echivalent de dinți:

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (3.28)$$

3.4.3.3. Calculul angrenajelor cilindrice la rezistență

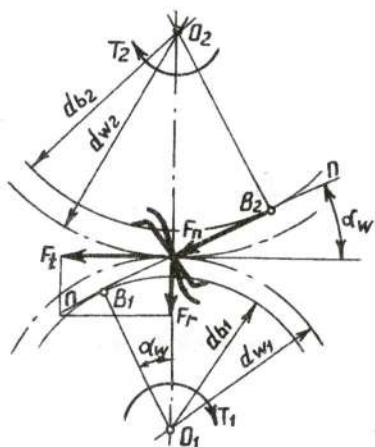


Fig. 3.19

înclinată la descompunerea forței normale apare și componenta axială (fig. 3.20):

forța axială

$$F_a = F_t \operatorname{tg} \beta$$

forța radială

$$F_r = F_t' \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta} \quad (3.30)$$

La rândul său forța normală F_n

Forțele care acționează în angrenaj. Forța normală F_n orientată pe linia de angrenare ca normala comună la suprafețele de lucru ale dinților (fig.3.19) poate fi descompusă în forță tangențială F_t și radială F_r , care sunt legate prin relațiile

$$\begin{aligned} F_n &= F_t \cdot \cos \alpha_w, \\ F_t &= 2T_1 / d_1, \\ F_r &= F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \quad (3.29)$$

În transmisiile cu dantură

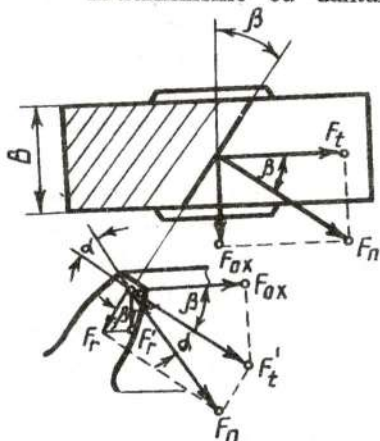


Fig. 3.20

$$F_n = \frac{F_t'}{\cos \alpha_w} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w \cdot \cos \beta} = \frac{2T_1}{d_{w1} \cdot \cos \alpha_w \cdot \cos \beta},$$

unde: α_w este unghiul de angrenare în secțiune normală; T_t - momentul de torsiune care acționează pe arborele - pinion; d_{wl} - diametrul cercului de rostogolire; β - unghiul de înclinare a dintelui.

Sarcina de calcul. Ca sarcină de calcul se adoptă valoarea maximă a sarcinii specifice distribuită pe linia de contact a dinților:

$$q = \frac{F_n}{l_\Sigma} k_\beta k_v = \frac{F_t}{b_w k_s \varepsilon_a \cos \alpha_w} k_\beta k_v, \quad (3.31)$$

unde l_Σ este lungimea sumară a liniilor de contact. Pentru transmisiile cu dantură dreaptă cu o singură pereche de dinți aflată în angrenaj $l_\Sigma = b_w$ sau $k_s \cdot \varepsilon = 1$; k_β - coeficientul neuniformității distribuirii sarcinii pe lungimea dintelui; k_v - coeficientul sarcinii dinamice.

Notăm $W_t = \frac{F_t}{b_w} k_\beta k_v$. Parametrul W_t se numește forță

tangențială specifică de calcul.

Coefficienții care consideră distribuirea sarcinii. Drept urmare a deformărilor elastice și a erorilor de execuție a roților dinate, arborilor, sprijinelor și a altor piese ale transmisiei sarcina se distribuie neuniform pe lungimea liniilor de contact. Gradul de neuniformitate este caracterizat de coeficientul k_β care, de asemenea, depinde de rigiditatea angrenajului, de amplasarea roților dinate pe arbori față de sprijine. Pentru aprecierea aproximativă a valorii k_β se recomandă graficele prezentate în fig. 3.21 ($k_{H\beta}$ în calculul la tensiunea de contact; $k_{F\beta}$ - în calculul la tensiunea de încovoiere).

Coefficientul sarcinii dinamice. Erorile de execuție a angrenajului, deformațiile dinților reprezintă cauza instabilității valorilor instantanee ale rapoartelor de transmitere. Aceasta înseamnă că pentru $\omega_1 = \text{const.}$ $\omega_2 \neq \text{const}$ și $d\omega_2/dt \neq 0$. Drept urmare, în angrenaj apare un moment dinamic suplimentar $T_d = I \frac{d\omega_2}{dt}$, unde I este momentul de inerție a maselor conduse în rotație.

Valoarea sarcinii dinamice în angrenaj, considerată în calcul cu coeficientul k_v , depinde de precizia de fabricare, viteza unghiulară

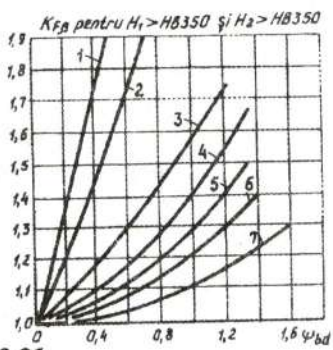
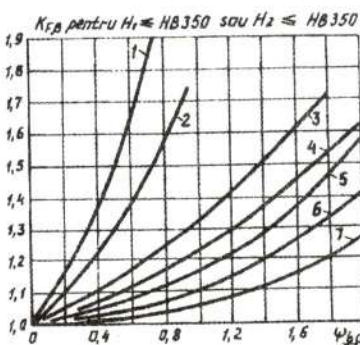
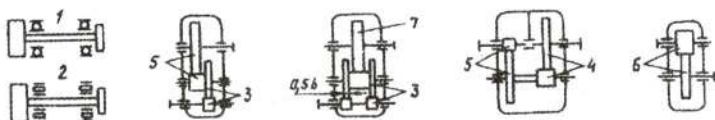
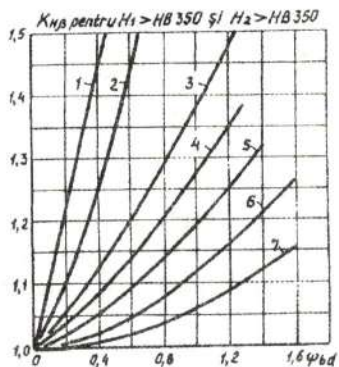
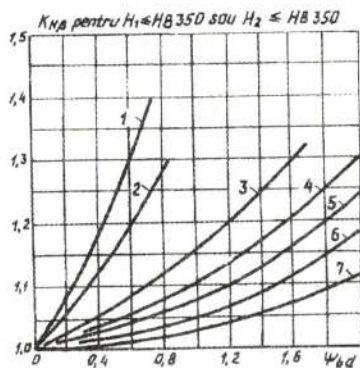
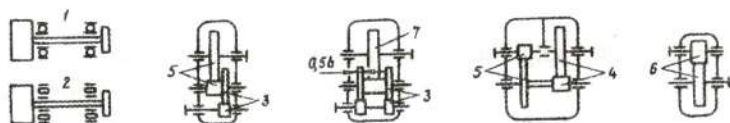


Fig. 3.21

ș.a. Valori orientative ale coeficientului k_v , pentru angrenaje cu dantură dreaptă sunt incluse în tabelul 3.2.

Coeficientul k_v , pentru angrenaje cu dinți înclinați se poate lua cu 15-20% mai mic decât la cele cu dinți drepecți (dar nu mai mic ca 1).

Tabelul 3.2

Valorile coeficientului k_v , al sarcinii dinamice pentru angrenaje cu dantură dreaptă

Gradul de precizie	Duritatea suprafeței dinților roții HB	Viteza periferică v , m/s		
		până la 3	3 - 8	8 - 12
6	≤350	1,00	1,20	1,30
	>350			
7	≤350	1,15	1,35	1,45
	>350	1,15	1,25	1,36
8	≤350	1,25	1,45	-
	>350	1,20	1,35	-
9	≤350	1,35	-	-
	>350	1,30	-	-

Calculul rezistenței la presiunea de contact. Dintre fenomenele deteriorării flancurilor care pot limita capacitatea portantă în prim plan apare fenomenul "pitting" (oboseala straturilor superficiale ale dinților în condiții dificile de lubrificație).

Prin cercetări s-a stabilit că zona în jurul polului suprafeței de lucru a dinților posedă cea mai mică rezistență de contact. Deoarece pittingul apare, mai întâi, în apropierea polului de angrenare, în calcul se iau razele de curbură a profilurilor ρ_1 și ρ_2 și condițiile de solicitare în polul de angrenare. După substituirea componentelor relației lui Hertz cu parametrii transmisiei, se obține relația pentru determinarea tensiunii de contact în polul de angrenare

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{W_{Ht}}{d_{w1}} \cdot \frac{i+1}{i}}, \quad (3.32)$$

unde $Z_H = \sqrt{2 \cos \beta / \sin \alpha_{tw}}$ este coeficientul, care consideră

forma suprafețelor conjugate ale dinților; $Z_M = \sqrt{\frac{E_{red}}{\pi(1 - \mu^2)}}$

coeficient care consideră proprietățile mecanice ale materialelor roților dințate: pentru roți dințate din oțel $Z_M = 275 \text{ MPa}^{1/2}$; Z_ϵ - coeficient care consideră lungimea sumară a liniilor de contact: pentru angrenaje cu dantură dreaptă $Z_\epsilon = 1$; pentru cele cu dantura înclinată $Z_\epsilon = \sqrt{1/\epsilon}$.

Din condiția de rezistență $\sigma_H \leq \sigma_{Hp}$ se efectuează calculul de verificare sau dimensionare. În ultimul caz dimensiunile transmisiei se determină cunoscând momentul de torsiune pe arborele pinion și raportul de transmitere i .

În relația (3.32) efectuăm substituția:

$$\frac{W_{Ht}}{d_{w1}} = \frac{F_t}{d_{w1} b_w} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{Hv} = \frac{2T_{1H}}{d_{w1}^3 \psi_{bd}} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{Hv}, \quad (3.33)$$

atunci obținem:

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\epsilon \sqrt{\frac{2T_{1H} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{Hv}}{d_{w1}^3}} \leq \sigma_{Hp}, \quad (3.34)$$

unde $\psi_d = b_w/d_{w1}$ este coeficientul de lățime a roții în raport cu diametrul ei, se ia aproximativ 0,3...1,2.

Din ultima condiție diametrul pinionului d_{w1} și distanța între axe a_w (luând în considerare că $d_{w1} = 2a_w/(i+1)$ și $\psi_d = b_w/a_w$) sunt respectiv egale cu:

$$d_{w1} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{1H} k_{H\alpha} k_{H\beta} k_{Hv}}{\psi_{bd} \sigma_{Hp}^2} \left(\frac{i+1}{i}\right)}, \quad (3.35)$$

$$a_w = K_a (i+1) \sqrt[3]{\frac{T_{2H} k_{H\beta} k_{Hv}}{\psi_{ba} \sigma_{Hp}^2 i^2}}. \quad (3.36)$$

Pentru roțile dințate cu dinți drepiți, executate din oțel, în calculele de predimensionare pot fi adoptate $K_d = 770$, $K_a = 495$, pentru cele cu dantură înclinată - $K_d = 675$, $K_a = 430$ (când T_H este luat în Nm).

Tensiunile admisibile în calculul la presiunea de contact se determină cu relația:

$$\sigma_{Hp} = \frac{\sigma_{H\text{lim}.b}}{S_H} \cdot K_{HL}, \quad (3.37)$$

unde $\sigma_{H\text{lim}.b}$ este tensiunea limită la solicitarea de contact (se alege din tabelul 3.3); S_H - coeficient minim de siguranță la solicitarea

Tabelul 3.3

Valorile aproximative ale tensiunii limită la solicitarea de contact

Metoda de tratament termic și chimico-termic	Duritatea	Grupa de oțeluri	$\sigma_{H\text{lim}.b}$ MPa
Recoacere, normalizare sau îmbunătățire.	HB<350	Oțeluri carbon de calitate și aliate	2HB+70
Călire integrală	HRC38...50		18HRC+150
Călire superficială	HRC40...56		17HRC+200
Cementare	HRC54...64	Oțeluri aliate	23HRC
Nitrurare	HV550...850		1,5HV

de contact (se recomandă $S_H = 1,1$ la normalizare, îmbunătățire sau călire integrală a dinților; $S_H = 1,2$ la călirea superficială, cementare, nitrurare); K_{HL} - coeficientul duratei de funcționare care ia în considerare durata de funcționare și regimul de solicitare a transmisiei

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{Ho}}{N_{HE}}} \quad (3.38)$$

Numărul de bază și echivalent al ciclurilor de variație a tensiunilor

$$N_{Ho} = 30HB^{2,4}, \quad N_{HE} = 60c\Sigma(T/T_{ln})^3 n t_i \quad (3.39)$$

unde c este numărul de angrenări al dintelui la o turație a roții; T_i - valoarea unuia din numărul momentelor de torsiune, care se iau în considerație la calculul de rezistență la oboseală; T_n - momentul maxim, luat în considerație la calculul de rezistență la oboseală; n_i , t_i - turația și timpul de lucru corespunzătoare acestor momente.

Din calcul de rezistență la presiunea de contact se determină dimensiunile de bază ale angrenajelor proiectate. După calcularea parametrilor d_w sau a_w este necesară verificarea rezistenței dinților la încovoiere.

Calculul de rezistență la încovoiere. În calculul de rezistență se adoptă următoarele admiteri:

1. Toată sarcina în angrenaj se transmite cu o pereche de dinți și este aplicată în vârful dintelui.

2. Dintele este analizat ca o bară consolă, pentru care este valabilă ipoteza secțiunilor plane.

Forța normală F_n (fig.3.22) este transferată pe axa de simetrie a dintelui și descompusă în componentele:

$$\begin{aligned} F'_t &= F_n \cos \alpha_o = F_t \frac{\cos \alpha_o}{\cos \alpha_w}; \\ F'_r &= F_n \sin \alpha_o = F_t \frac{\sin \alpha_o}{\cos \alpha_w}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Tensiunea de încovoiere în secțiunea periculoasă amplasată în zona de racordare, se exprimă cu relația:

$$\sigma_F = \sigma_t - \sigma_c = \left(\frac{F'_t 6h_f}{b_w s^2} - \frac{F'_r}{b_w s} \right) K_t, \quad (3.41)$$

unde: σ_t sunt tensiunile de încovoiere; σ_c - tensiunile de comprimare; h și s sunt prezentate pe desen (v.fig. 3.22); K_t - coeficientul teoretic de concentrație a tensiunilor.

Dacă în relația obținută mărimile care depind de forma dintelui sunt înlocuite cu un coeficient Y_F de formă a dintelui, valoarea căruia se determină din graficul fig. 3.23, dimensiunile

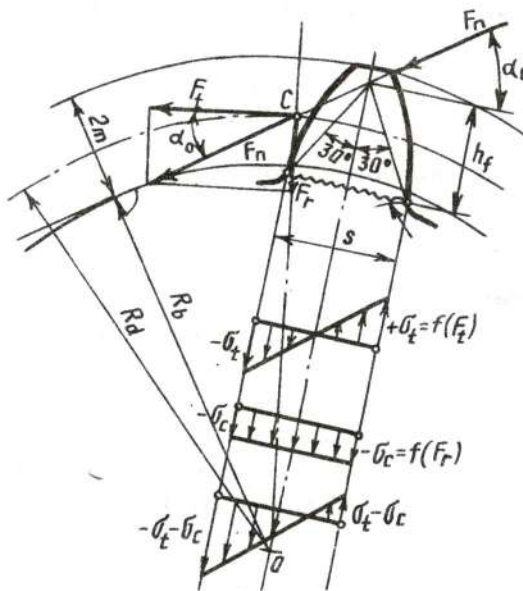


Fig. 3.22

dintelui h și s sunt exprimate prin modulul m , iar forța tangențială specifică este calculată cu relația (3.30), atunci din relația (3.41) se obține relația:

$$\sigma_F = Y_F Y_L Y_\beta \frac{W_{Fl}}{m} \leq \sigma_{Fp}, \quad (3.42)$$

unde: $Y_\epsilon = 1/K_\epsilon \epsilon_\alpha$ este coeficientul care consideră acoperirea dinților: pentru angrenajele cu dantură dreaptă este egal cu 1; $Y_\beta = \cos\beta$ - coeficientul care consideră înclinarea danturii.

Tensiunile admisi-

bile de încovoiere se determină cu relația

$$\sigma_{Fp} = \frac{\sigma_{Flim.b}}{S_F} \cdot K_{Fc} K_{FL}, \quad (3.43)$$

unde $\sigma_{Flim.b}$ este tensiunea limită la solicitarea de încovoiere (v.tabelul 3.4); $S_F = 1,7...2,2$ - coeficient minim de siguranță la solicitarea de încovoiere;

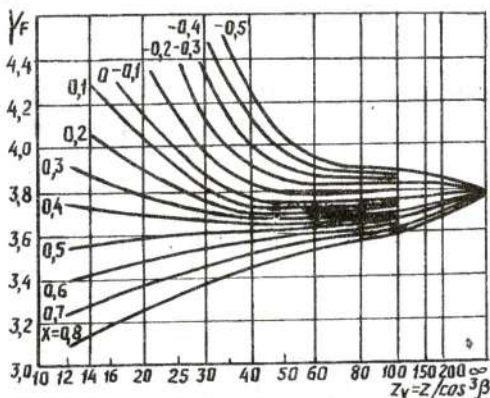


Fig. 3.23

K_{Fc} - factorul care consideră influența aplicării sarcinii din ambele părți: în cazul funcționării angrenajului într-o singură direcție $K_{Fc} = 1$; în cazul reversibilității sarcinii $K_{Fc} = 0,8...0,7$; K_{FL} - coeficientul duratei de funcționare.

Tabelul 3.4

Valori aproximative ale tensiunii limită la solicitarea de încovoiere

Tratament termic sau chimico-termic	Duritatea		Oțeluri	$\sigma_{Flim.br}$ MPa
	Suprafață	miez		
Normalizare sau îmbunătățire	HB180...300		Oțel carbon și aliat 40, 45, 40Cr (40H), 40CrNi (40XH)	260+HB
Călire integrală	HRC45...55		Oțel aliat 40Cr (40H), 40CrNi (40XH)	550-600
Nitrurare	HV 550..850	HRC 23...42	Oțel aliat 38, 40Cr (40X),	43+ 19HRC
Cementare	HRC 54...64	HRC 32...45	Oțel aliat 20Cr (20X), 13CrNi17 (12XH3A), 20Cr (20XIT)	750...850

Pentru numărul de cicluri echivalent de tensiuni N_{FE} mai mic decât cel de bază N_{Fo}

$$K_{FL} = \sqrt[m]{\frac{N_{Fo}}{N_{FE}}} \quad (3.44)$$

Pentru $HB \leq 350$, dar și pentru roțile dințate cu suprafața de trecere a dinților rectificată în relația (3.44) se ia $m = 6$; în alte cazuri $m = 9$. Pentru toate tipurile de oțel se recomandă $N_{Fo} = 4 \cdot 10^6$. Numărul echivalent de cicluri de tensiuni pentru regim constant de

solicitare se determină cu relația $N_{FE} = 60nct$, iar la regim variabil de solicitare, prin analogie - cu formula (3.39):

$$N_{FE} = 60c\Sigma(T_i/T_{ln})^m n_{\beta i} \quad (3.45)$$

Indicele curbei de oboseală de tip Wohler în relația (3.45) pentru oțelurile normalizate și îmbunătățite $m = 6$; pentru oțelurile călite $m = 9$.

Din relația (3.45), după unele transformări, se obține relația pentru determinarea modulului angrenării:

$$m = K_m \sqrt{\frac{T_{1F} K_{F\beta}}{z_1^2 \psi_{bd} \sigma_{Fp}}} \quad (3.46)$$

Pentru roțile cu dantură dreaptă $K_m \approx 1,4$, pentru cele cu dantură înclinată $K_m = 11,2$ Coeficientul de lățime a roții dințate se alege: pentru roțile dințate, amplasate simetric față de sprijine $\psi_{bd} = 0,4 \dots 1,4$; pentru roțile amplasate consol $\psi_{bd} = 0,2 \dots 0,4$. Valoarea calculată a modulului este acordată cu STAS 822-82 (GOST 9563-60).

3.4.4. Angrenaje cu roți dințate conice

3.4.4.1. Calculul geometric al angrenajelor conice

Elementele geometrice ale roților conice sunt analoage celor cilindrice. Noțiunea de con de rostogolire, respectiv de divizare OAP_1 , respectiv $OA'P_1$ (fig. 3.24), se întâlnește la roțile normale - cu profil nedepasat, analog cilindrului de rostogolire sau de divizare de la roțile cilindrice. Conurile suplimentare interioare (c.s.i), exterioare (c.s.e) sau medii pot fi urmărite direct pe figură. Axele roților formează cu generatoarea conului primitiv unghiurile δ_1 și δ_2 , astfel încât $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$.

Diametrul mediu d_m se determină cu relația:

$$\begin{aligned} d_{m1} &= 2(R_e - 0,5b_w) \sin \delta_1, \\ d_{m2} &= 2(R_e - 0,5b_w) \sin \delta_2. \end{aligned} \quad (3.47)$$

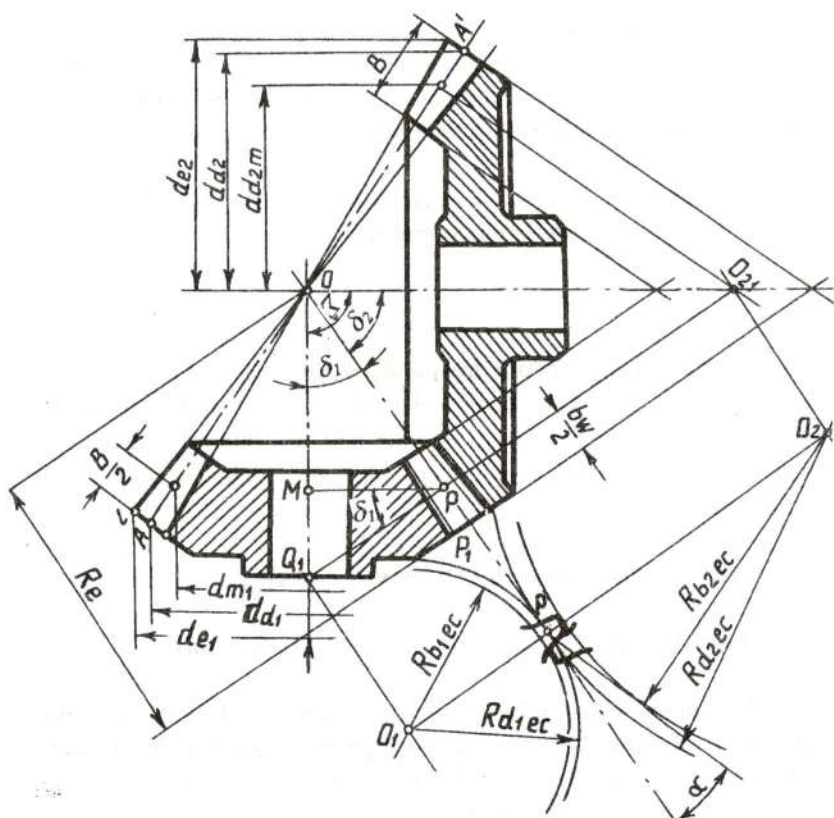


Fig.3.24

Diametrul echivalent al roții

$$d_{ec1} = d_{e1} / \cos \delta_1; \quad d_{ec2} = d_{e2} / \cos \delta_2. \quad (3.48)$$

Exprimând diametrele prin z și m vom nota:

$$z_{ec1} \cdot m = z_1 \cdot m / \cos \delta_1 \quad (3.49)$$

sau

$$z_{ec1} = z_1 / \cos \delta_1, \quad z_{ec2} = z_2 / \cos \delta_2 \quad (3.50)$$

Dimensiunile de fabricare și de execuție ale roții conice sunt dimensiunile în secțiunea normală a părții frontale mai mari. Notând modulul în această secțiune prin m_e obținem

$$m_e = m_m \frac{R_e}{R_e - 0,5b_w} \quad (3.51)$$

$$d_{e1} = m_e \cdot z_1 \quad (3.52)$$

Valoarea m_e , de obicei, se rotunjește până la valoarea standardizată (STAS 822-82, GOST 9563-60).

Raportul de transmitere poate fi determinat în funcție de unghiurile δ_1 și δ_2 .

Deoarece $R_{d1} = P_1 O \sin \delta_1$, respectiv $R_{d2} = P_1 O \sin \delta_2$, rezultă

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{R_{d2}}{R_{d1}} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1 \quad (3.53)$$

3.4.4.2. Forțele în angrenajul transmisiei conice cu dinți drepecți

Datorită orientării dinților după generatoarea conului de rostogolire, forța normală de apăsare F_n are componentele (fig. 3.25):

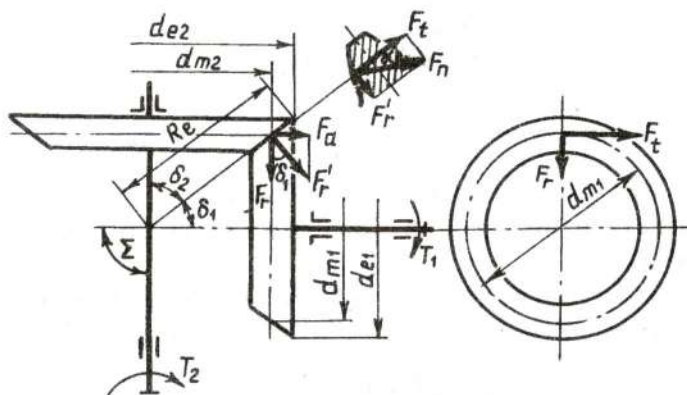


Fig.3.25

$$\text{tangențială} \quad F_t = F_n \cos \alpha = \frac{2T_1}{d_{m1}}; \quad (3.54)$$

radială (cu considerarea faptului că forța $F_r' = F_t \operatorname{tg} \alpha$)

$$F_r = F_r' \cos \delta = F_{tm} \operatorname{tg} \alpha \cos; \quad (3.55)$$

$$\text{axială} \quad F_a = F_r' \sin \delta = F_{tm} \operatorname{tg} \alpha \sin. \quad (3.56)$$

Pentru roata direcția forțelor este contrară. Aici F_a reprezintă forța radială, iar F_r axială.

3.4.4.3. Particularitățile calculului angrenajelor conice la rezistență

În baza relațiilor de calcul de rezistență a roților dințate conice se află aceleași premise care au fost luate în calculul roților dințate cilindrice. Totodată, se consideră particularitatea principală a lor: dimensiunile secțiunilor transversale ale dinților roților conice se schimbă proporțional în raport cu distanța acestor secțiuni de la vârful conului. Deoarece toate secțiunile dintelui rămân asemenea, se admite că sarcinile specifice variază aproximativ proporțional cu dimensiunile lor, iar tensiunile pe lungimea dintelui rămân constante. De obicei, în calitate de secțiune de calcul se ia secțiunea medie.

Calculul roților transmisiei conice cu dinți drepecți se bazează pe utilizarea relației transformate (3.31) pentru roțile cilindrice:

$$\sigma_H = Z_H Z_M \sqrt{\frac{W_{Ht}}{0,85 d_{m1}} \cdot \frac{\sqrt{i^2 + 1}}{i}} \leq \sigma_{Hp}, \quad (3.57)$$

unde $0,85$ este un coeficient experimental, care caracterizează reducerea capacității portante a transmisiilor conice în raport cu cele cilindrice.

Similar relației (3.35), pentru calculul de predimensionare a angrenajelor conice cu dinți drepecți cu roți executate din oțel avem

$$d_{w1} = 7803 \sqrt{\frac{T_{1H} k_{H\beta} \sqrt{i^2 + 1}}{0,85 \psi_{bd} \sigma_{Hp}^2 i}}, \quad (3.58)$$

unde $\psi_{bd} = b_w/d_{m1}$ este coeficientul de lățime a pinionului în raport cu diametrul mediu.

Calculul dinților angrenajului conic la încovoiere poate fi efectuat cu relația:

$$\sigma_F = Y_F \frac{W_{Ft}}{0,85m} \leq \sigma_{Fp}, \quad (3.59)$$

unde Y_F este coeficientul de formă a dintelui, determinat din graficul din fig. 3.23 pentru roți dințate cilindrice în funcție de numărul echivalent de dinți z_v ; m este modulul în secțiune normală a dintelui.

Modulul exterior m se determină din relația (3.51) și se rotunjește în direcția măririi din șirul de module conform STAS 822-82 (GOST 9563-60).

Exemplu. De calculat angrenajul cilindric închis cu dinți drepi ai mecanismului de acționare a transportorului cu bandă având parametrii: $P = 2,5 \text{ kW}$; $n_1 = 960 \text{ min}^{-1}$; raportul de transmitere $U = 2$; sarcina este aproape de cea constantă; transmisia este ireversibilă; funcționare într-un singur schimb în decurs de 10 ani (300 zile lucrătoare într-un an).

1. Pentru fabricarea roților dințate alegem oțel 40 Cr, tratare termică: pentru pinioni - îmbunătățire HB 260...280; $\sigma_r = 90 \text{ MPa}$; $\sigma_{02} = 70 \text{ MPa}$; pentru roți dințate - îmbunătățire HB 220...250; $\sigma_r = 80 \text{ MPa}$; $\sigma_{02} = 50 \text{ MPa}$.

2. Se determină tensiunile admisibile. Tensiunea limită la solicitarea de contact a materialelor pinionului și roții dințate se calculează conform tab. 3.3.

$$\sigma_{H \text{ lim. } b} = 2HB + 70 = 2 \left(\frac{260 + 280}{2} \right) + 70 = 610 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{H \text{ lim. } b} = 2HB + 70 = 2 \left(\frac{220 + 250}{2} \right) + 70 = 540 \text{ MPa}.$$

Numărul de bază al ciclurilor de variație a tensiunilor se calculează cu relația (3.38) pentru materialul roții:

$$N_{Ho} = 30HB^{2,4} = 30 \cdot 235^{2,4} = 1,4 \cdot 10^7.$$

Numărul echivalent de cicluri pentru perioada de exploatare a transmisiei - conform relației (3.39):

$$N_{HE} = 60c \cdot n_2 \cdot t = 60 \cdot 1 \cdot 480 \cdot 24000 = 7 \cdot 10^8,$$

unde $n_2 = 960/2 = 480 \text{ min}^{-1}$; $t = 8 \cdot 300 \cdot 10 = 24000 \text{ h}$.

Deoarece $N_{HE} > N_{Ho}$, atunci $K_{HL} = 1$ [v. relația (3.37)].

Tensiunile admisibile de contact pentru materialul roții, care este mai slab, se determină cu relația (3.36).

$$\sigma_{Hp} = \left(\frac{\sigma_{H \text{ lim. } b}}{S_H} \right) K_{HL} = \left(\frac{540}{1,1} \right) \cdot 1 = 492 \text{ MPa}$$

unde coeficientul de siguranță S_H la îmbunătățire a fost luat egal cu 1,1.

Tensiunile admisibile de încovoiere se determină pentru roată cu relația (3.43). Din tabelul 3.4 tensiunile limită la solicitarea de încovoiere pentru materialul pinionului $\sigma_{F \text{ lim. } b} = 1,8HB = 1,8 \cdot 270 = 486 \text{ MPa}$ și al roții $\sigma_{F \text{ lim. } b} = 1,8 \cdot 235 = 424 \text{ MPa}$.

Adoptând valoarea coeficientului de siguranță $S_F = 2$, $K_{Fc} = 1$ (transmisia este ireversibilă), $K_{FL} = 1$, deoarece $N_{FE} > N_{Fo}$, obținem:

pentru pinion

$$\sigma_{Fp} = \frac{\sigma_{F \text{ lim. } b}}{S_F} K_{Fc} K_{FL} = \frac{486}{2} \cdot 1,1 = 243 \text{ MPa};$$

pentru roata dințată

$$\sigma_{Fp} = \frac{424}{2} \cdot 1,1 = 212 \text{ MPa}.$$

3. Momentul de torsiune care acționează asupra pinionului

$$T_I = 9740 \frac{P_I}{n_I} = 9740 \frac{2,5}{960} = 25,4 \text{ Nm}.$$

4. Diametrul pinionului se determină cu relația (3.34). Pentru coeficientul de lățime a pinionului $\psi_{bd} = 0,75$ și coeficienții $K_{H\alpha} = 1$, $K_{H\beta} = 1,06$ (conform graficelor din fig. 3.21)

$$d_{wI} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_I H^k K_{H\alpha} K_{H\beta} (i+1)}{\psi_{bd} \sigma_{Hp}^2} \left(\frac{i}{i} \right)} = 770 \sqrt[3]{\frac{25,4 \cdot 1,06}{0,75 \cdot 492^2} \cdot \frac{2+1}{2}} \approx 46 \text{ mm}.$$

Deci, lățimea coroanelor danturate $b_w = d_{wI} \cdot \psi_{bd} = 46 \cdot 0,75 = 35 \text{ mm}$ și diametrul roții $d_2 = d_1 \cdot i = 46 \cdot 2 = 92 \text{ mm}$.

5. Cu relația (3.42) se efectuează calculul de verificare a angrenajului și apoi se determină dimensiunile geometrice necesare ale roților angrenajului.

3.5. Angrenaje cu axe concurente în spațiu

3.5.1. Angrenaje elicoidale și hipoid

Angrenajul elicoidal (fig. 3.26) se efectuează prin roți cilindrice cu dinți înclinați. La amplasarea încrucișată axele cilindrilor de bază contactează într-un punct, de aceea dinții au contact punctiform.

Avantajele principale ale angrenajului elicoidal, care asigură utilizarea lui în construcția de mașini și aparate sunt posibilitatea transmiterii mișcării între arbori, având axele concurente în spațiu, și angrenarea fără zgomot a roților.

Neajunsurile esențiale ale angrenajelor elicoidale sunt contactul punctiform și gradul înalt de alunecare pe lungimea dinților, în rezultatul cărora

are loc uzura intensivă și griparea suprafețelor dinților. Angrenajele elicoidale sunt utilizate pentru transmiterea unor momente de torsiune mici, în special, în lanțurile cinematice ale aparatelor.

Calculul geometric al roților angrenajelor elicoidale se efectuează similar calculului angrenajelor cilindrice cu dantură înclinată. În cazul când lipsesc condiții speciale privind alegerea unghiurilor de înclinare a dinților β_1 și β_2 , unghiurile de înclinare ale roților se iau aceleasi, iar pentru angrenajele care au funcționare unilaterală unghiurile de înclinare a dinților roților conduse sunt alese mai mici decât la cele conducătoare.

Alunecarea profilurilor pe lungimea dinților înrăutățește condițiile de lubrifiere și duce la uzura majorată sau apariția gripării. Pentru majorarea rezistenței la uzură a dinților roțile se execută din materiale antifricțiune: oțel-bronz, oțel-textolit, oțel-fontă ș.a.

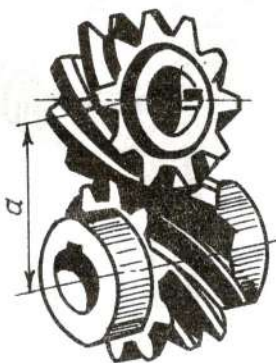


Fig. 3.26

Calculul aproximativ al dinților angrenajului elicoidal la încovoiere poate fi efectuat conform relațiilor de calcul al roților cu dantură înclinată.

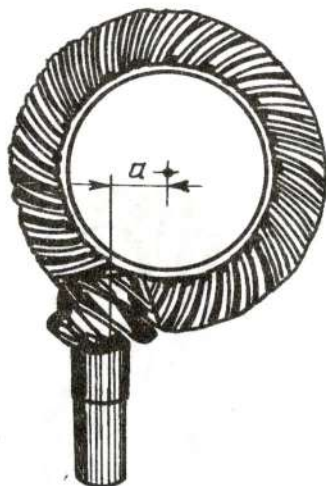


Fig. 3.27

Angrenajele hipoide (fig. 3.27) sunt angrenaje conice cu axe încrucișate și fac parte din categoria angrenajelor hiperboloidale. Suprafețele de rostogolire (axoidele) ale angrenajului hipoid sunt hiperboloizi de rotație. Unghiul de încrucișare a axelor în majoritatea cazurilor se execută egal cu 90° .

Spre deosebire de angrenajele elicoidale, cele hipoide pot fi executate cu contact liniar al dinților. Vitezele de alunecare în angrenajele hipoide sunt mai mici decât în cele elicoidale. De aceea ele posedă o capacitate portantă mai înaltă decât angrenajele elicoidale, chiar decât cele conice.

În practică pericolul gripării, legat de alunecare, se înlătură, folosind lubrifianți, antigripanți speciali și tratament termic al dinților care asigură duritate înaltă.

Dezavantajul angrenajelor hipoide este necesitatea executării și asamblării precise. Actualmente angrenajele hipoide sunt utilizate, în special, în industria constructoare de automobile și tractoare și mașini tehnice.

Rezistența dinților la solicitarea la încovoiere și de contact poate fi aproximativ apreciată cu relațiile respective pentru angrenajele conice.

3.5.2. Angrenaje melcate

3.5.2.1. Principii constructive de bază

Domenii de utilizare. Angrenajul melcat constituie cazul particular al angrenajului elicoidal, la care unghiul dintre axele celor două roți este de 90° , iar pinionul are un număr redus de dinți. Angrenajele melcate prezintă, față de celelalte angrenaje, următoarele avantaje: realizează rapoarte mari de angrenare, pe o singură treaptă $6 < i < 100$ la reductoare și $i < 1000$ - la transmisiile cinematice; funcționează lin, fără zgomet; pot asigura condiția de autofrânare.

Ca dezavantaje ale angrenajelor melcate se pot menționa: randamentul mai scăzut decât la celelalte tipuri de angrenaje; necesitatea folosirii unor materiale cu calități antifricțiune deosebite, mai scumpe decât materialele pentru roțile dințate obișnuite; tehnologia de execuție și montaj mai complicată.

Transmisiile melcate se utilizează în calitate de transmisiile cinematice în mecanisme de divizare, în realizarea deplasărilor de instalare.

Materiale. Contactul punctiform și vitezele mari de alunecare determină uzura superficială relativ intensă a elementelor în contact cinematic și chiar gripajul, ceea ce impune alegerea unor materiale adecvate cu caracteristici antifricțiune și de duritate sporite. În mod obișnuit, filetul (dinții) melcului, nefiind limitat în lungime, rezistă mai bine solicitărilor la încovoiere. Experiența a demonstrat că nu se obțin rezultate satisfăcătoare atunci când ambele elemente ale angrenajului se construiesc din materiale durificate. De aceea, pentru construcția roții dințate, în mod obișnuit, se folosesc materiale antifricțiune mai puțin dure, cum sunt bronzurile, alama etc. Materialul cel mai indicat pentru dantura roții este bronzul de staniu STAS 93-80 (GOST 5017-74) sau bronzul cu staniu și nichel.

Se mai folosește bronzul de aluminiu cu adaos de fier și nichel BrAl9FeNiT STAS 198-67 (БрАЖН 10-4-4, GOST 1628-72). Uneori pentru a economisi metalele neferoase și, în special, pentru

viteze de alunecare sub 2 m/s roțile - melc se fabrică din fontă cenușie FC18, FC21, STAS 568-72 ($C \times 18-36$, $C \times 15-32$, GOST 1412-70).

Lubrifiere. Din cauza vitezelor mari de alunecare a spirelor șurubului - melc față de dinții roții ungerii angrenajelor melcate urmează să i se acorde o atenție deosebită. Metoda de ungere și viscozitatea uleiului sunt alese în dependență de condițiile de funcționare și viteza de alunecare. De obicei, pentru condiții grele de lucru și viteze mici de alunecare (până la 5 m/s) se aleg uleiuri cu viscozitate mai mare și ungerea se face prin scufundare. La viteze mari de alunecare se aleg uleiuri cu viscozitate mai mică (mai puțin de 100 St), care se aduc în zona angrenării prin metoda cu get.

Funcționarea angrenajului melcat. În angrenajul roții melcate cu șurubul melc sarcina este transmisă la fel ca și în angrenajul roții dințate cu cremalieră. Această asemănare este vizibilă la examinarea angrenajului în secțiune medie frontală (planul de secționare trece prin axa melcului și este perpendicular la axa roții), în care secțiunile spirelor melcului corespund dinților cremalierii (fig. 3.28); la rotirea melcului se crează o mișcare asemănătoare mișcării de translație a

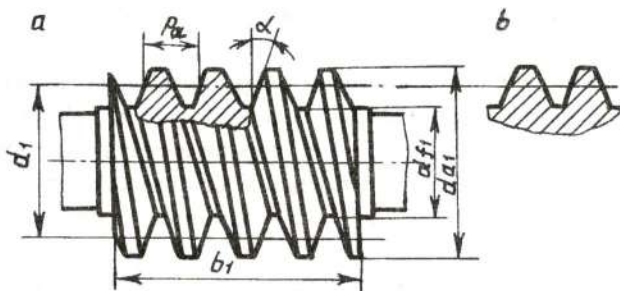


Fig. 3.28

cremalierii, care antrenează în mișcare de rotație roata dințată angrenată. Totalitatea liniilor de contact formează câmpul de angrenare.

Un factor foarte important care influențează funcționarea angrenajului este poziția instantanee a liniei de contact și direcția vectorului vitezei de alunecare a profilurilor.

3.5.2.2. Elemente geometrice și cinematice

Elementele de bază ale angrenajului melcat sunt melcul și roata melcată. Suprafața de referință a melcului este un cilindru, înzestrat cu spire (dinți înclinați), numărul cărora este egal cu z_1 . În principiu,

elementele geometrice nu diferă de cele ale roților cilindrice. Ele se determină pe baza elementelor geometrice ale melcului de referință STAS 6845-82 (GOST 2144-76), indicat în fig. 3.29.

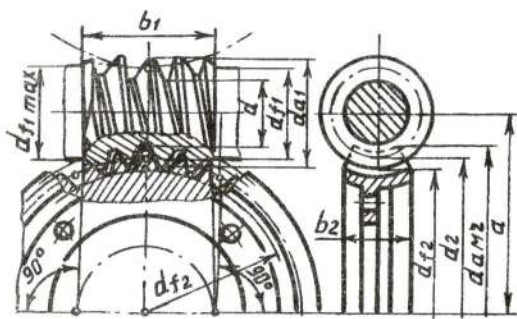


Fig. 3.29

Pasul melcului p se determină în funcție de pasul axial p_a (în direcție axială), deci în funcție de numărul începuturilor melcului z_1 , astfel:

$$p_s = p = z_1 p_a = \pi m. \quad (3.60)$$

Diametrul cilindrului de referință

$$d_1 = m q, \quad (3.61)$$

unde: q este coeficientul diametral al melcului; m - modulul axial al melcului.

Unghiul de înclinare a elicei de referință

$$\gamma = \arctg \frac{\pi z_1}{\pi d_1} = \arctg \frac{z_1}{q}. \quad (3.62)$$

De obicei $\gamma = 5 \dots 20^\circ$, rar - până la 30° .

Unghiul de înclinare de divizare a dinților roții melcate este egal cu unghiul de înclinare a elicei γ . Numărul dinților roții se determină din raportul de transmitere dat. De obicei $z_2 < 100$, însă pentru angrenajele cinematice numărul dinților poate fi mult mai

mare. Numărul minim de dinți $z_2 = 24$ a roții melcate se adoptă din condiția lipsei subtăierii și asigurării rezistenței suficiente.

Raportul de transmitere a angrenajului melcat se determină cu relația:

$$i = \frac{z_2}{z_1}, \quad (3.63)$$

unde z_1 și z_2 sunt numărul începuturilor melcului și, respectiv, numărul dinților roții melcate.

Pentru funcționare normală a angrenajului melcat este necesară egalitatea pașilor p ai melcului axial de referință și ai roții de referință. Raportul $p/\pi = m$ este numit modul de calcul al melcului (roții melcate), care este un parametru standardizat STAS 822-82 (GOST 2144-66).

3.5.2.3. Calculul angrenajelor melcate

Formele principale de deteriorare. Cauzele ieșirii din uz a angrenajelor melcate sunt: ruperea dinților și spirelor; deteriorarea suprafețelor funcționale (a flancurilor active ale dinților); uzarea dinților roții melcate.

Angrenajul melcat se calculează la evitarea ruperii dinților și

deteriorării flancurilor active ale dinților roții melcate.

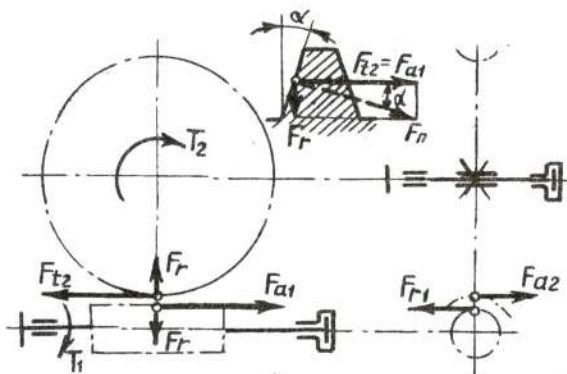


Fig. 3.30

Forțele, care acționează în angrenaj. În angrenajul melcat (fig.3.30) acționează:

forța periferică tangențială a melcului F_{t1}

egală cu forța axială a roții melcate F_{a2} .

$$F_{t1} = F_{a2} = 2T_1/d_1; \quad (3.64)$$

forța periferică tangențială a roții melcate F_{t2} egală cu forța axială a melcului F_{a1}

$$F_{t2} = F_{a1} = 2T_2/d_2; \quad (3.65)$$

forța radială a melcului și a roții melcate

$$F_r = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha, \quad (3.66)$$

unde T_1 , T_2 sunt momentele de torsiune care acționează asupra melcului și respectiv asupra roții melcate.

Relația (3.66) s-a obținut pe baza schemei prezentate în fig. 3.30, pe care este imaginată secțiunea axială a spirei melcului.

Forța normală în angrenaj (fig.3.30)

$$F_n = \frac{F_{t2}}{\cos \gamma \cos \alpha_n} \approx \frac{F_{t2}}{\cos \gamma \cos \alpha}, \quad (3.67)$$

unde γ este unghiul elicei de referință; α - unghiul de angrenare.

Sarcina de calcul. Sarcina de calcul în angrenajul melcat se determină cu considerarea ecuației (3.30), analogic angrenajului cilindric. Sarcina specifică medie se calculează ca raportul sarcinii normale F_n la lungimea sumară minimă a liniilor de contact:

$$W = \frac{F_n}{l_{\min}} \approx \frac{1,8T_2}{d_1 d_2}. \quad (3.68)$$

Astfel

$$W = W_m k_{H\beta} k_{H\nu} = \frac{1,8T_2}{d_1 d_2} k_{H\beta} k_{H\nu}, \quad (3.69)$$

unde: $k_{H\beta}$ este factorul neuniformității sarcinii; $k_{H\nu}$ - factorul dinamic care ia în considerare sarcinile dinamice suplimentare.

Calculul la contact. În calculul la contact se pornește de la relația stabilită de Hertz, bazându-se pe aceleași premise, ca și la calculul angrenajelor cilindrice. Luând în considerație, că raza de curbură a spirei în secțiune normală $\rho = \infty$ după o serie de substituiri și înlocuiri se obține expresia pentru tensiunile de contact:

$$\sigma_H = \frac{5400}{z_2/q} \sqrt{\frac{(z_2/q) + 1}{a_w} T_2 k_{H\beta} k_{Hv}} \leq \sigma_{Hp} \quad (3.70)$$

unde: a_w este distanța dintre axe, mm; σ_{Hp} - tensiunile admisibile de contact.

Pentru melcul executat din oțel și roata melcată executată din bronz la calculul de predimensionare din relația (3.70) poate fi determinată distanța dintre axe:

$$a_w = \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \sqrt[3]{\left(\frac{5400}{\sigma_{Hp} z_2/q} \right) T_2 k_{H\beta} k_{Hv}}, \quad (3.71)$$

unde T_2 este momentul de torsiune al roții melcate, Nm.

Calculul la încovoiere. Spirele melcului (după material și formă) sunt mult mai rezistenți decât dinții roții melcate, de aceea calculul privind evitarea ruperii dinților se efectuează doar pentru roata melcată. În calcul se utilizează aceleași relații, ca și la calculul roților cilindrice cu dantură înclinată, cu introducerea corecțiilor, care consideră aproximativ curbura piciorului dintelui, secțiunea variabilă a dintelui pe lungimea lui, poziția înclinată a liniei de contact.

Cu unele simplificări se obține relația de calcul la încovoiere în secțiunea periculoasă a dinților:

$$\sigma_F \approx \frac{2T_2 k_{F\beta} k_{Fv} \cos \gamma}{m d_1 d_2 Y} \leq \sigma_{Fp}, \quad (3.72)$$

unde: Y este coeficientul de formă a dinților, care se alege în funcție de numărul echivalent de dinți $z_v = z_2/\cos^3 \gamma$ (pentru $z_v = 24, 40, 65, 100$, respectiv $Y = 0,39; 0,44; 0,47; 0,48$).

Tensiunile admisibile de încovoiere se determină ca și pentru angrenajele cilindrice: pentru bronzuri $\sigma_{Fp} = 35...75 \text{ MPa}$, pentru fonte - $33...43 \text{ MPa}$. În cazul sarcinii reversibile aceste valori se reduc cu 35%.

Calculul geometric. Parametrii de bază ai angrenajelor melcate cu melc cilindric sunt stabiliți de STAS 6846-86 și GOST 19650-74.

Diametrele melcului și roții melcate se determină ca și la roțile

cu dantură înclinată:

diametrul cilindrului și al cercului de cap

$$\begin{aligned} d_{a1} &= mq + 2m = m(q + 2), \\ d_{a2} &= mz_2 + 2m = m(z_2 + 2); \end{aligned} \quad (3.73)$$

diametrul cilindrului și al cercului de picior

$$\begin{aligned} d_{f1} &= d_1 - 2,4m = m(q - 2,4), \\ d_{f2} &= d_2 - 2,4m = m(z_2 - 2,4). \end{aligned} \quad (3.74)$$

Valorile m , q , z_1 , z_2 se aleg din relații, stabilite de STAS 6846-86 sau GOST 19650-74.

Lungimea danturată a melcului b_1 , lățimea roții b_2 și diametrul exterior d_{am2} se determină din relațiile empirice:

$$\begin{aligned} b_1 &\geq (11 + 0,06z_2)m \text{ și } b_2 \leq 0,75d_{a1} \text{ pentru } z_1 = 1 \text{ și } 2; \\ b_1 &\geq (12,5 + 0,09z_2)m \text{ și } b_2 \leq 0,67d_{a1} \text{ pentru } z_1 = 4; \\ d_{am2} &< (d_{a2} + 2m; 1,5m; m) \text{ pentru } z_1 = 1, 2 \text{ și } 4 \text{ respectiv.} \end{aligned} \quad (3.75)$$

Exemplu. A se determina dimensiunile angrenajului melcat pentru următoarele date: momentul de torsiune al roții dințate $T_2 = 625 \text{ Nm}$, turația roții $n_2 = 60 \text{ min}^{-1}$, acționarea directă de la motor.

1. Raportul de transmitere pentru $n_1 = 1500 \text{ min}^{-1}$

$$i = \frac{1500}{60} = 25.$$

2. Se adoptă melc cu două începuturi $z_1 = 2$, coeficientul diametral al melcului $q = 10$. Numărul dinților roții $z_2 = z_1 \cdot i = 2 \cdot 25 = 50$. În calitate de materiale pentru cuplul melcat au fost adoptate: pentru dantura roții melcate - bronză de staniu CuSn 10 (ОФ10-1); pentru melc - OLC45 (cr45).

3. Tensiunea de contact admisibilă pentru bronzul ales la turnare în cochil $\sigma_{Hp} = 190 \text{ MPa}$.

4. Valoarea aproximativă a factorului neuniformității sarcinii $k_{H\beta} k_{Hv} = 1,2$.

5. Distanța dintre axe, calculată cu relația (3.71)

$$\begin{aligned} a_w &= \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right) \sqrt[3]{ \left(\frac{5400}{\sigma_{Hp} z_2 / q} \right) T_2 k_{H\beta} k_{Hv} } = \\ &= \left(\frac{50}{10} + 1 \right) \sqrt[3]{ \left(\frac{5400}{190 \cdot 50 / 10} \right) 625 \cdot 1,2 } = 173 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Conform STAS 6845-82 (GOST2144-76) adoptăm $a_w = 180 \text{ mm}$.

6. Modulul angrenajului

$$m = \frac{2a_w}{q + z_2} = \frac{2 \cdot 180}{10 + 50} = 6 \text{ mm}.$$

7. Se determină dimensiunile melcului (conform STAS 6845-82 sau GOST 19650-74):

diametrul cilindrului de referință

$$d_1 = mq = 6 \cdot 10 = 60 \text{ mm};$$

diametrul cilindrului de cap

$$d_{a1} = m(q + 2) = 6(10 + 2) = 72 \text{ mm};$$

diametrul cilindrului de picior

$$d_{f1} = m(q - 2,4) = 6(10 - 2,4) = 45,6 \text{ mm};$$

lungimea danturată a melcului

$$b_1 \geq (11 + 0,06 z_2)m = (11 + 0,06 \cdot 50) \cdot 6 = 84 \text{ mm};$$

adoptăm $b_1 = 100 \text{ mm}$.

8. Se determină dimensiunile roții melcate:

diametrul cercului de referință

$$d_2 = mz_2 = 6 \cdot 50 = 300 \text{ mm};$$

diametrul cercului de cap

$$d_{a2} = m(z_2 + 2) = 6(50 + 2) = 312 \text{ mm};$$

diametrul cercului de picior

$$d_{f2} = m(z_2 - 2,4) = 6(50 - 2,4) = 285,6 \text{ mm};$$

lățimea roții

$$b \leq 0,75d_{a1} = 0,75 \cdot 72 = 54 \text{ mm}.$$

9. Rezistența angrenajului la încovoiere se apreciază cu relația (3.72):

$$\begin{aligned} \sigma_F &= \frac{2T_2 k_{F\beta} k_{Fv} \cos \gamma}{md_1 d_2 Y} = \frac{2 \cdot 625 \cdot 1,2 \cdot 0,981}{0,006 \cdot 0,06 \cdot 0,3 \cdot 0,46} = \\ &= 30 \cdot 10^6 \text{ N} / \text{mm}^2 = 30 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Deoarece tensiunile admisibile de încovoiere pentru bronzuri $\sigma_{Fp} > 35 \text{ MPa}$, atunci condiția de rezistență la încovoiere este satisfăcută.

3.6. Transmisii planetare

3.6.1. Transmisii planetare cu roți dințate cilindrice

3.6.1.1. Noțiuni generale. Definiții și structura transmisiilor planetare

Transmisia, la care axa unei roți e mobilă în spațiu, este numită planetară. Transmisiile planetare pot include atât roți dințate, cât și roți de fricțiune. Cele mai răspândite sunt transmisiile planetare cu roți dințate sau cu angrenaj cu bolțuri.

Transmisiile planetare se execută cu roți dințate cilindrice sau conice, mai rar cu roți elicoidale sau melcate. Roțile dințate pot avea dinți drepți, înclinați sau în V . Transmisiile planetare cu fricțiune, de asemenea, se execută cu roți cilindrice sau conice. Schema transmisiei planetare și elementele ei de bază sunt prezentate în fig.1.16.

Avantajele de bază ale transmisiilor planetare sunt:

- capacitatea portantă ridicată;
- amplasarea coaxială a arborilor conducător și condus;
- posibilitățile cinematice largi;
- compactitate și masă redusă (în multe cazuri fiind redusă de 2-4 ori în comparație cu transmisiile simple).

3.6.1.2. Forțele în angrenaj

În fig.3.31 sunt prezentate forțele care acționează asupra elementelor din transmisia planetară.

În cazul roții b nemîșcate și roții solare motoare a raportul de transmitere este

$$i_{aH}^b = \frac{z_a + z_b}{z_a} > 0. \quad (3.76)$$

Portsatelitul H se rotește în aceeași direcție, cu roata a . Forțele tangențiale, care acționează în

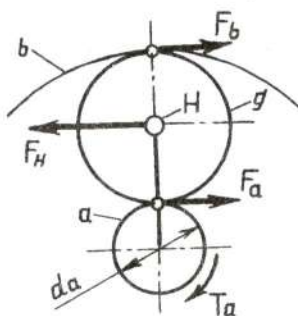


Fig. 3.31

în angrenaj sunt egale între ele:

$$F_a = F_b = F_H = \frac{2 F C}{2}, \quad (3.77)$$

unde $F_a = \frac{2 T_a K_n}{d_a C}$. Aici C este numărul sateliților; K_n - coeficientul

care consideră neuniformitatea distribuirii sarcinii între sateliți. Pentru transmisiile, în care lipsesc organele de compensare, valoarea $K_n \approx 1, 2 \dots 2$.

Momentele, care acționează asupra elementelor de bază ale transmisiei, sunt egale corespunzător cu:

$$\begin{aligned} T_a &= F_a \cdot r_a = F_H \cdot r_a; \\ T_d &= F_d \cdot r_d = F_H \cdot r_d; \\ T_H &= -2 F_H \cdot (r_a + r_b) = -F_H \cdot (r_a + r_d). \end{aligned} \quad (3.78)$$

3.6.1.3. Calculul de rezistență al angrenajelor planetare

Calculul de rezistență a roților dințate ale transmisiilor planetare este similar cu cel al transmisiilor ordinare, cu considerarea particularităților primelor. Calculul de rezistență se referă la calculul tensiunii de contact a flancurilor dinților și la calculul solicitării la piciorul dintelui (la oboseala de încovoiere).

Deoarece în transmisiile planetare dimensiunea de bază este diametrul roții exterioare, și nu distanța dintre axe, atunci relațiile de calcul ale transmisiilor planetare sunt modificate pentru determinarea diametrelor roților calculate. Pentru calculul tensiunilor de contact rămâne justă relația (3.32). Relația (3.35) pentru calculul de proiectare se modifică, luând în considerare numărul sateliților C și coeficientul K_n .

Pentru transmisiile planetare calculul se efectuează pentru fiecare pereche de roți dințate (cu excepția transmisiilor cu o treaptă) conform relației

$$d_{wI} = K_d \sqrt[3]{\frac{T_{IH} k_H \beta}{\psi_{bd} \sigma_{Hp}^2} \cdot \frac{K_n}{C} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}. \quad (3.79)$$

Pentru transmisiile planetare se recomandă: $\psi_{bd} = b_w/d_1 \leq 0,75$.

3.6.2. Transmisii planetare precesionale

3.6.2.1. Noțiuni generale

La sfârșitul anilor 80 la Universitatea Tehnică a Moldovei și-a făcut apariția o nouă clasă de transmisiile mecanice - transmisiile precesionale, inventate de acad. Ion Bostan [4,5], care posedă un șir de calități pozitive, și în primul rând, o capacitate portantă înaltă și tehnologie de execuție simplă.

Angrenajele obținute, tehnologiile moderne de execuție și metodele de control al calității, de asemenea, gama largă de scheme de transmisiile conțin elemente *know-how* și sunt protejate cu peste 120 brevete de invenție, fiind brevetate în Republica Moldova și Federația Rusă.

3.6.2.2. Structura, clasificarea și cinematica transmisiilor planetare precesionale

Conform cerințelor de exploatare necesarul de reductoare după criteriul raportului de transmitere se exprimă printr-o curbă logaritmică-normală cu densitatea maximă în zona rapoartelor de transmitere egală cu 40. Totodată, 75% din reductoare au raportul de transmitere între 10 și 80. Aceste necesități pot fi satisfăcute în modul cel mai rațional de transmisiile precesionale cu angrenaj multiplu.

Transmisiile precesionale, în funcție de schema structurală, se împart în două tipuri de bază - $K-H-V$ și $2K-H$, din care poate fi elaborată o gamă variată de soluții constructive care posedă posibilități cinematice și funcționale largi, capacitate de a funcționa în regim de reductor, multiplicator, diferențial, de autofrânare etc.

Schema cinematică a transmisiei precesionale $K-H-V$ (v. fig. 3.32, a) include patru elemente: portsatelitul H , roata-satelit g , roata centrală b și batiul. Roata-satelit g și cea centrală b se află în angrenare interioară, iar generatoarele dinților lor se intersectează într-un punct, numit centru de precesie. Roata-satelit g este amplasată pe portsatelitul H , elaborat în forma unei manivele înclinate, a cărei axă formează cu axa roții centrale un oarecare unghi θ . Manivela înclinată H , rotindu-se, transmite roții-satelit o mișcare spațial-sferică

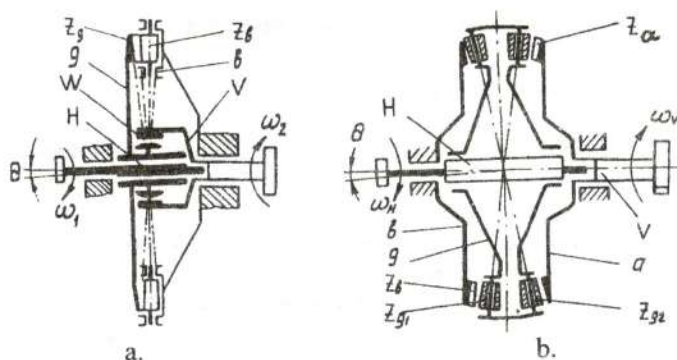


Fig. 3.32

în raport cu articulația sferică instalată în centrul de precesie. Aceste transmisii pot fi executate cu roată satelit mobil și fix. Pentru primul caz raportul de transmitere mediu va fi

$$i_{HV}^{g \text{ med}} = - \frac{z_g - z_b}{z_b}, \quad (3.80)$$

iar pentru cazul al doilea

$$i_{HV}^b = - \frac{z_g}{z_b - z_g}, \quad (3.81)$$

unde: z_g este numărul de dinți ai satelitului; z_b - numărul de dinți ai roții centrale.

Performanțe mai ridicate, inclusiv și în plan cinematic, posedă transmisiile precesionale $2K-H$, în diferite variante. Transmisia precesională $2K-H$ (fig.3.32,b) include roata-satelit g , cu două coroane dințate z_{g_1} și z_{g_2} , care se află în angrenaj cu roțile centrale imobilă b și mobilă a .

Raportul de transmitere al transmisiei precesionale $2K-H$ se determină din relația:

$$i = - \frac{z_{g_1} \cdot z_a}{z_b \cdot z_{g_2} - z_{g_1} \cdot z_a}, \quad (3.82)$$

Avantaje. În acest context se disting următoarele avantaje: capacitate portantă și precizie cinematică ridicate, asigurate de

multiplicitatea înaltă a angrenajului - până la 100% perechi de dinți aflați simultan în angrenaj); efect cinematic considerabil ($i = 8...3600$ într-o treaptă); randament mecanic relativ ridicat ($\eta = 0,92...0,8$ pentru $i = 13...200$); masă și gabarite reduse; construcție coaxială a arborilor conducători și condus; posibilitatea transmiterii mișcării în spații etanșe; tehnologie de execuție simplă.

De asemenea, e necesară precizarea unei serii de particularități ale transmisiilor precesionale $2K-H$, care le conferă performanțe net superioare în raport cu transmisiile planetare similare cu roți dințate cilindrice: transmisiile precesionale nu necesită respectarea condiției egalității distanței dintre axe, factor care lărgeste domeniul proiectării lor optime; cinematica transmisiilor precesionale nu limitează alegerea modulelor cuplului de roți dințate sau a pasului amplasării rolor, factor care lărgeste posibilitățile formării cuplului numerelor de dinți și intervalul raportelor de transmitere.

3.6.2.3. Calculul de rezistență

Calculul de rezistență a roților dințate ale transmisiilor planetare precesionale este similar cu cel al transmisiilor ordinare, cu considerarea particularităților primelor. Calculul de rezistență se referă la calculul tensiunii de contact a flancurilor dinților, tensiunile de încovoire fiind neglijate datorită formei dinților. La baza calculului tensiunii de contact se află aceeași relație a lui Hertz.

Structura relațiilor de calcul ale transmisiilor precesionale depinde de schema lor structurală și de varianta constructivă a angrenajului. În continuare se va prezenta calculul de bază al transmisiei precesionale $2K-H$ (calculul integral al diferitelor scheme de transmisii v. [4,5]).

Diametrul mediu al roții dințate d_{m4} (v.fig.3.33) se calculează pentru angrenajul cu număr mai mic de dinți (deoarece e mai solicitat din cauza numărului mai mic de dinți, din cei care transmit simultan sarcina). Să admitem că $z_4 < z_1$ atunci,

$$d_{m4} = 53\sqrt[3]{\frac{T_4(1 - \nu) \cos(\delta + \theta) K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{HV}}{\sigma_{HP}^2 \psi_{ba} z_e \operatorname{tg} \beta \cos \alpha_w}}, \quad (3.83)$$

unde: T_4 este momentul de torsiune care acționează asupra roții centrale; θ - unghiul de precesie (se ia în limitele $\theta = 1,5...3^\circ$);

δ , α_w și β sunt respectiv unghiul axoidei conice, unghiul de angrenare și unghiul de conicitate a roților (se aleg din nomograme, v.[4,5]); v - coeficient de proporționalitate, care consideră razele de curbură a dinților în punctul de contact; z_e - numărul de dinți care transmit simultan sarcina. Se determină cu relația:

$$z_e = \frac{z_A - 1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{100};$$

K_{Hp} - factorul care consideră neuniformitatea distribuției sarcinii între dinții simultan angrenați (se ia în limitele

$$K_{Hp} = 1,45 \dots 1,93);$$

$K_{H\beta}$ - factorul neuniformității distribuției sarcinii pe lungimea dintelui (se adoptă în limitele

$$K_{H\beta} = 1,2 \dots 1,45);$$

K_{Hv} - factorul care ia în considerare caracterul dinamic al

sarcinii (se adoptă în limitele $K_{Hv} = 1 \dots 1,05$); ψ_{bd} - coeficientul de lungime a dinților (se adoptă în limitele $\psi_{bd} = 0,07 \dots 0,15$).

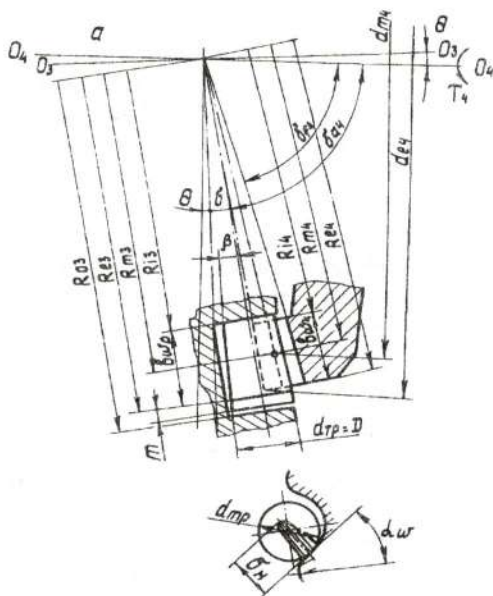


Fig. 3.33

3.6.3. Transmisii armonice

În deceniul 1960-1970 s-a consacrat o nouă clasă de transmisii mecanice: transmisiile armonice. Urmărind caracteristicile transmisiilor armonice, în contextul transmisiilor mecanice actuale, se desprind calitățile deosebite ale acestora - gabarite și mase extrem de mici, rapoarte de transmitere mari, randament ridicat etc. Principiul de funcționare al transmisiilor armonice a fost brevetat în 1959 (propunere din 1955) de inginerul american G.W.Musser.

3.6.3.1. Principiul de funcționare a transmisiilor armonice. Structura. Clasificarea

Transmisia armonică se bazează pe principiul transformării parametrilor de mișcare pe baza deformării ondulatorii a unui element al mecanismului. Se poate considera că transmisiile armonice (cu generator) simplu derivă din transmisia planetară cu o roată centrală. În fig.3.34 se pot urmări etapele transformării

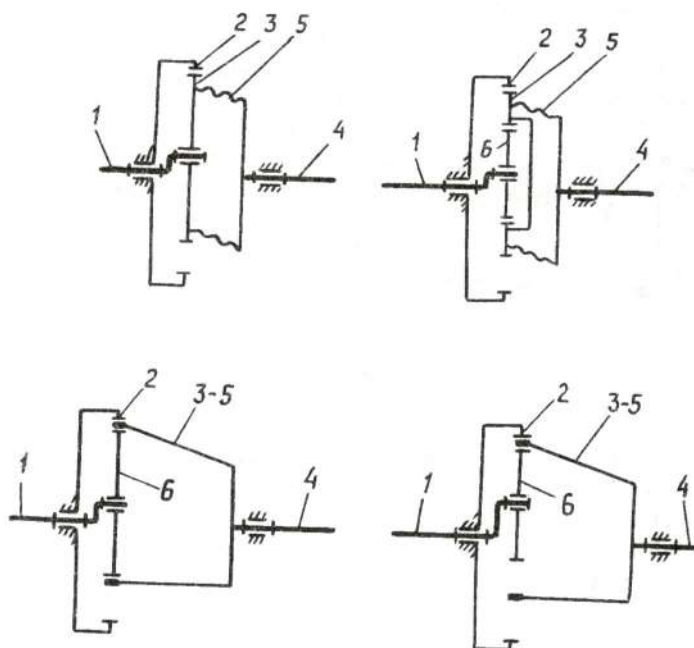


Fig. 3.34

constructive a transmisiei planetare menționate în transmisie armonică. La transmisia planetară s-au notat: 1 - portsatelit, 2 - roată centrală, 3 - satelit, 4 - arbore condus, 5 - cuplaj prin care arborele 4 preia rotația absolută nemodificată a satelitului 3. Deoarece

transmisia armonică este o transmisie cu element flexibil, cuplajul 5 folosit în transmisia planetară inițială (fig.3.34,a) este realizat sub forma unui tub flexibil. Rola 6 are rolul de a obliga elementul flexibil 3-5 să ruleze pe roata centrală 2. Evident, raportul de transmitere nu depinde de mărimea rolei 6, ci numai de lungimile cercurilor de rulare ale elementelor 2 și 3-5 (nedeformat). La rotirea elementului 1, elementul flexibil 3-5 capătă deformații sub formă de unde; de aici - atributul "armonică" ce apare în denumirea acestor transmisii. Din cele prezentate se observă că transmisia are următoarele elemente (fig.3.35): un element flexibil 1, un element rigid 2 și un generator de unde (numit obișnuit, mai simplu, generator) 3.

Roțile dințate, de obicei, au același pas, însă număr diferit de dinți. Generatorul deformează elastic roata flexibilă, astfel ca în zona axei mari a elipsei (forma roții flexibile deformate de către generator) dinții ei angrenează cu dinții roții rigide (fig.3.35,a)).

În zona axei mici a elipsei roțile 1 și 2 nu angrenează (fig.3.35,c), între vârfurile dinților lor existând un joc garantat. În poziții intermediare (între axele mare și mică a elipsei) dinții angrenează incomplet (fig.3.35,b,d). De remarcat faptul că la intrarea și ieșirea din angrenare dinții vin în contact pe flancuri diferite.

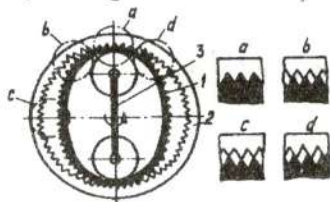


Fig.3.35

Analogia transmisia armonică - transmisia planetară este foarte utilă în studiul cinematic al primei. Rapoartele de transmitere ale transmisiilor armonice sunt aceleași cu rapoartele de transmitere ale mecanismelor planetare din care au derivat.

Astfel, raportul de transmitere al transmisiei armonice în mișcare de rotație va fi:

$$U_{HF}^C = \frac{I}{I - U_{FC}^H}; \quad U_{HC}^F = \frac{I}{I - U_{CF}^H}. \quad (3.84)$$

Indicii lui U semnifică: F - elementul flexibil (poz.1, fig.3.35); H - generatorul de unde (poz.3, fig.3.35); C - elementul rigid (poz.2,

fig.3.35). Indicele de sus simbolizează elementul imobil; primul indice de jos - elementul motor, al doilea indice de jos - elementul condus.

Pentru transmisia armonică dințată raportul de transmitere este:

$$i_{HF}^C = \frac{z_F}{z_F - z_c}; \quad i_{HC}^F = \frac{z_c}{z_c - z_F} \quad (3.85)$$

$$\text{și } i_{FC}^H = \frac{z_c}{z_F}; \quad i_{CF} = \frac{z_F}{z_c},$$

unde z_F și z_c sunt numerele dinților elementului flexibil și, respectiv, rigid.

În cazul transmisiei armonice cu fricțiune, fără considerarea alunecării elastice, raportul de transmitere se determină din relațiile:

$$i_{HF}^C = \frac{d_F}{d_F - d_c}, \quad i_{HC}^F = \frac{d_c}{d_c - d_F} \quad (3.86)$$

$$\text{și } i_{FC}^H = \frac{d_c}{d_F}; \quad i_{CF} = \frac{d_F}{d_c},$$

unde d_F și d_c sunt diametrele suprafețelor de rulare a elementelor flexibil și respectiv rigid.

În toate relațiile prezentate valoarea pozitivă a raportului de transmitere indică, că sensurile de rotire a elementelor conducător și condus coincid, valoarea negativă - sensurile de rotire diferă.

E posibilă utilizarea transmisiei armonice cu generator ordinar, însă datorită dezechilibrului sarcinii ea urmează să fie folosită numai în transmisiile de turație joasă. Practic, pentru o solicitare avantajoasă a elementelor transmisiei și, totodată, pentru a asigura gabarite reduse, se folosesc generatoare duble (a,b,c) sau triple (d,e) - fig.3.36. Generatoarele *a*, *b*, *d*, și *e* sunt realizate sub forma unor brațe cu două sau trei role echidistanțate (elemente pasive).

Marirea numărului undelor de deformare la mai mult de trei nu este rațională, deoarece se înrăutățesc brusc condițiile de lucru a elementului flexibil, și deci se reduce fiabilitatea lui (care determină fiabilitatea întregii transmisii).

Avantaje. În baza celor expuse se pot remarca următoarele calități pozitive de bază ale transmisiilor armonice: efect cinematic larg ($i = 350$ într-o singură treaptă); capacitate portantă și precizie

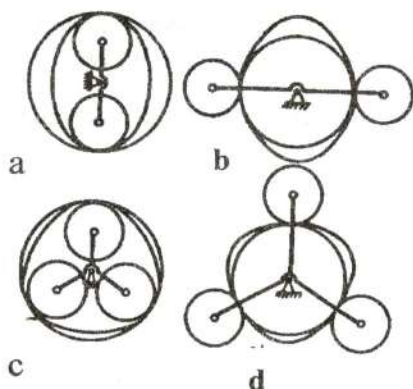


Fig.3.36

cinematică relativ înalte și gabarite mici rezultate de numărul mare de dinți aflați simultan în angrenaj; sarcini mici la arbori și reazeme drept urmare a simetriei construcției; posibilitatea transmiterii mișcării în spații etanșe.

3.6.3.2. Calculul transmisiilor dințate armonice

Calculul roții flexibile. Unul din indicii de solicitare a transmisiei armonice este valoarea tensiunilor de strivire convenționale pe suprafețele de lucru ale dinților. Conform acestui indice se calculează diametrul roții flexibile ca fiind dimensiunea de gabarit de bază a transmisiei. Schema de calcul este reprezentată în fig.3.37.

La calcul se admite că dinții contactează ca suprafețe plane pe toată adâncimea de intrare h_d , iar sarcina se distribuie între ei proporțional aceste adâncimi. Cu ajutorul fig. 3.37 se poate obține relația

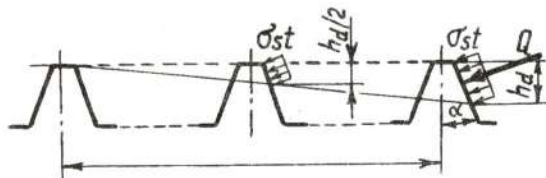


Fig.3.37.

$$\sigma_{st} = \frac{F_t}{z_p b_w h_d / 2}, \quad (3.87)$$

unde: $F_t = 2T_2/d$ este forța periferică; T_2 - momentul de torsiune la

arborele condus; d - diametrul circumferinței divizoare a roții conduse; $h_d = K_h m$ - adâncimea maximă de intrare a dinților; K_h - coeficientul adâncimii de intrare; $z_e = K_{z_e} z$ - numărul de dinți aflați în

angrenare $K_{z\varepsilon}$ - coeficientul numărului de dinți aflați în angrenare; b_w - lățimea de lucru a coroanei danturate.

După înlocuire, exprimând m prin d/z , se obține

$$\sigma_{st} = \frac{4T_2}{K_h K_{z\varepsilon} b_w d^2} \leq \sigma_{a.st}, \quad (3.88)$$

Pentru valori medii $K_h \approx 1,5$ și $K_{z\varepsilon} \approx 0,25$ se obține

$$d = \sqrt{\frac{10T_2}{\sigma_{a.st} \psi_{bd}}}, \quad (3.89)$$

unde: $\psi_{bd} = b_w/d$ este coeficientul de lățime a dinților ($\psi_{bd} = 0,06...0,2$ pentru transmisiile de forță; $\psi_{bd} = 0,03...0,08$).

Informații mai complete privind transmisiile armonice, inclusiv alegerea materialului și tensiunilor admisibile, calculul geometric și de verificare v.[4].

3.7. Mecanisme cu elemente flexibile

3.7.1. Noțiuni generale

Transmisiile cu elemente flexibile servesc pentru transmiterea energiei de la un arbore la celălalt, folosind frecarea dintre un element intermediar flexibil și roțile conducătoare și condusă (transmisiile prin curele), sau angrenarea elementului intermediar flexibil cu roțile conducătoare și condusă (transmisiile prin curele dințate sau cu lanț).

Transmisiile cu elemente flexibile se utilizează în calitate de transmisiile de putere în diverse domenii (pentru puteri de câteva sute de kilovați, rapoarte de transmitere până la 10, viteze periferice până la 30m/s), de asemenea, în aparate din mecanica fină.

Tipurile transmisiilor. După tipul legăturii elementului flexibil cu altele se deosebesc trei tipuri de transmisiile (fig. 3.38): cu aderență prin frecare, cu legatură nemijlocită și cu angrenare. În transmisiile cu aderență prin frecare (a) elementul flexibil 3 cuplează cu elementele conducător 1 și condus 2 prin intermediul forțelor de frecare, care apar între ele. În cazul legăturii nemijlocite (b) a

elementului flexibil 3 un capăt al lui este fixat pe elementul conducător, iar al doilea - pe cel condus. În transmisia cu angrenare (c) forța periferică (tangentială) este transmisă de la elementul conducător la cel condus prin intermediul lanțului 3 (în transmisia cu lanț) sau a curelii cu dinți (transmisia cu curea dințată).

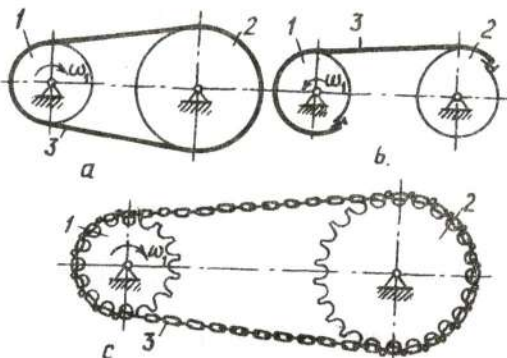


Fig. 3.38

După amplasarea reciprocă a arborilor și după direcția

rotirii transmisiei cu fricțiune (fig. 3.39) se disting transmisii cu axe paralele cu ramuri deschise (a), cu axe paralele cu ramuri încrucișate b) și axe încrucișate (c). Transmisiiile prin lanț și cu curea dințată se

execută numai cu ramuri deschise.

Transmisiiile cu elemente flexibile pot asigura raport de transmitere constant și variabil (reglare în trepte (fig.3.40,a) și continuu (fig. 3.40,b,c). Transmisiiile pot fi cu un singur arbore motor

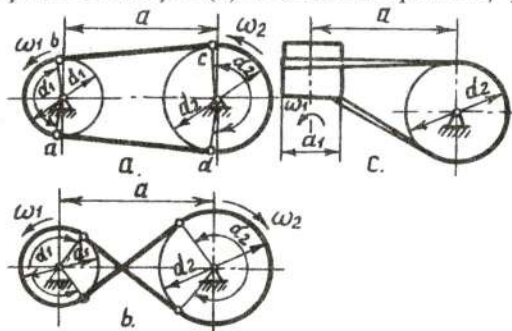


Fig. 3.39

și cu mai multe elemente conduse.

Pentru asigurarea întinderii constante a elementelor flexibile în mecanisme se utilizează dispozitive de întindere, folosind următoarele metode principale:

Cu distanța dintre axe variabilă:

- deplasarea motorului pe patine;

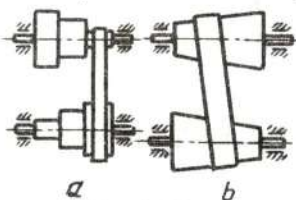


Fig. 3.40

- bascularea motorului fixat articulat.

Cu distanța dintre axe constantă:

- cu rolă de întindere acționată cu greutateți ;

- cu rolă de întindere acționată cu angrenaj melc-roată melcată;

- cu rolă de întindere acționată cu arcuri elicoidale.

Avantajele principale:

- posibilitatea transmiterii energiei la distanțe și poziții convenabile;

- funcționare liniștită;

- amortizarea șocurilor și a vibrațiilor;

- patinarea curelei pe roți la suprasarcini, protejează restul elementelor lanțului cinematic;

- preț de cost scăzut, ușor de montat, demontat și întreținut;

- precizie de execuție și montaj relativ scăzute.

Dezavantaje:

- gabarit mare comparativ cu roțile dințate;

- raport de transmitere instabil datorită alunecării elastice a curelei pe roată (pentru transmisiile prin curele);

- capacitate portantă relativ redusă;

- încărcarea suplimentară a arborilor și lagărelor;

- uzura excesivă a elementelor lanțului și dinților roților de lanț.

3.7.2. Construcția pieselor

Curele. În scopul unei aderențe mai bune cu roțile de curea curelele netede trebuie să poseze coeficient de frecare înalt în cuplu cu materialul roții de curea. Ele se execută din următoarele materiale:

curele din piele, curele țesute, curele "compound" și curele din bandă de oțel.

După felul secțiunii curelele se împart în:

- curele late (dreptunghiulare) (fig. 3.41,a);
- curele trapezoidale (fig. 3.41,b);
- curele rotunde (fig. 3.41,c).

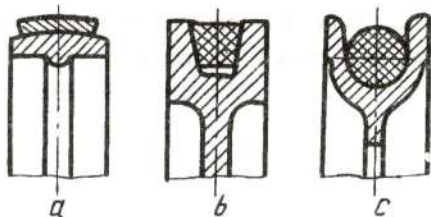


Fig. 3.41

cauciuc sau țesătură cauciucată 2, care lucrează la comprimare și învelișul de protecție 3, constituit din câteva straturi de țesătură înfășurată de înveliș de cauciuc. Lungimea

curelelor și dimensiunile secțiunii transversale sunt stabilite de STAS 1164/1-91 (GOST 12841-68).

Curelele trapezoidale, comparativ cu cele late, prezintă avantajele: gabarite mici ale transmisiei; admit unghiuri de înfășurare mici;

Curelele late se execută prin coasere, lipire și cu îmbinări metalice (fig. 3.42).

Cureaua trapezoidală de destinație generală (fig. 3.43) este formată din țesătură din cordul din fibre cauciucate 1, care lucrează la întindere, un strat de

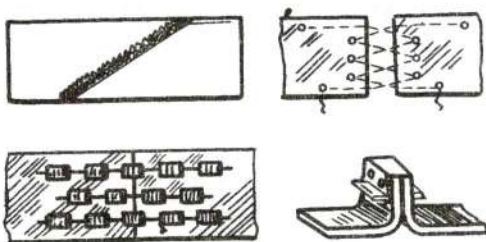


Fig. 3.42

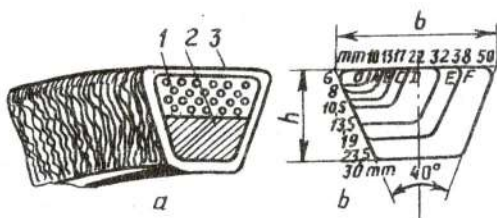


Fig. 3.43

încărcare mai mică a arborilor și a lagărelor datorită efectului de împănare.

Curelele late dințate fără sfârșit au apărut din preocuparea de a îmbina avantajele transmisiei prin curelele cu cele ale efectului de angrenare. Astfel, această transmisie are un raport de transmitere constant, randament mai ridicat, nu prezintă fenomenul de alunecare elastică, totodată, comparativ cu transmisia prin lanțuri, un mers

mai silențios și un preț de cost mai redus (fig. 3.44). Dimensiunile de bază ale curelelor se determină în funcție de modulul $m = p_o/\pi$ și sunt reglementate de OST 3805114-76.

În aparate deseori se folosesc

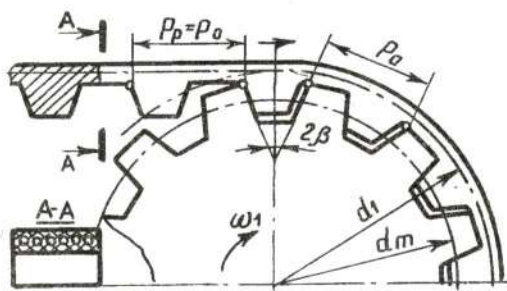


Fig. 3.44

benzi din oțeluri carbon pentru scule și arcuri.

Roți de curea. Forma obezilor pentru roți de curea, executate din fontă cenușie, aliaje ușoare și mase plastice, depinde de forma profilului curelelor (fig. 3.41). Profilurile roților de curea sunt standardizate și se execută conform STAS 1162-84 (GOST 20898-80). Se va acorda o atenție deosebită la verificarea dimensiunilor și calității suprafeței canalelor care decid buna funcționare a transmisiei. Roțile de curea pentru transmisiile cu curele dințate se execută cu dinți de formă trapezoidală cu unghiul $2\beta = 50^\circ$ (fig. 3.44). Numărul minim de dinți este de 16-20.

Roți de lanț și lanțuri. O răspândire largă au primit astfel de lanțuri cum sunt (fig. 3.45): *a* - lanțuri cu bucle; *b* - lanțuri cu eclise dințate; *c* - lanțuri cu elemente fasonate; *d* - lanțuri cu inele rotunde; *e* - lanțuri cu eclise articulate ș.a.

Construcția roților de lanț (fig. 3.46) pentru transmisiile prin

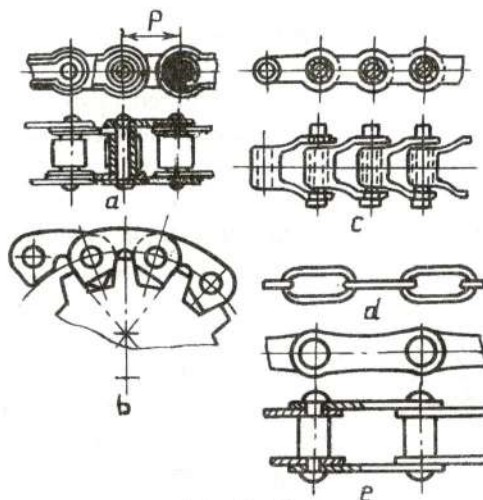


Fig. 3.45

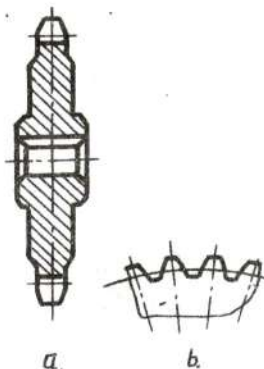


Fig. 3.46

lanț are asemănare directă roților dințate. Uneori roțile de lanț se execută în formă asamblată: acest fapt simplifică asamblarea și permite schimbarea coroanei danturate uzate. Profilul dinților roților de lanț (fig. 3.46, b) este cu construcția determinat de tipul lanțurilor utilizate. Roțile de lanț se execută din oțel sau fontă.

3.7.3. Cinematica și geometria transmisiilor

Raportul de transmitere. Vitezele periferice ale elementelor conducător și condus (fig. 3.38) sunt respectiv egale cu

$$v_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2} \text{ și } v_2 = \omega_2 \frac{d_2}{2}, \quad (3.90)$$

unde d_1 și d_2 sunt diametrele cercului de referință ale roților de curea respectiv mici și mari.

Dacă se adoptă că $v_1 = v_2$, atunci raportul de transmitere va fi

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}. \quad (3.91)$$

Însă condiția $v_1 = v_2$ și relația (3.91) sunt juste doar pentru transmisii cu conexare directă a elementului flexibil cu roata de curea. În transmisiile prin curele, datorită faptului că ramura conducătoare și cea condusă au întindere diferită, se observă o alunecare elastică a elementului flexibil pe roata de curea, ce duce la varierea raportului de transmitere. Gradul de alunecare se apreciază cu un coeficient de alunecare, care reprezintă raportul

$$\xi = \frac{v_1 - v_2}{v_1}, \quad (3.92)$$

deci $d_2\omega_2 = (1-\xi)d_1\omega_1$, de unde

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{(1-\xi)d_1}. \quad (3.93)$$

Pentru transmisiile prin lanț se determină raportul de transmitere mediu, care poate fi calculat cu relația (3.91), deoarece patinarea lipsește. Din analiza mecanismului înlocuitor (în limitele unui pas), care reprezintă un mecanism articulată cu 4 elemente (fig.3.47) se obține

$$i'_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R_2 \sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{R_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)}. \quad (3.94)$$

Parametrii geometrici. Pentru transmisia cu ramuri (fig. 3.44) la distanța între axe dată lungimea elementului flexibil va fi

$$L = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}. \quad (3.95)$$

Unghiul de înfășurare α pentru transmisia cu curele trapezoidale se recomandă a se lua nu mai mic de 80° , pentru transmisia cu curea lată - nu mai mic de 120° .

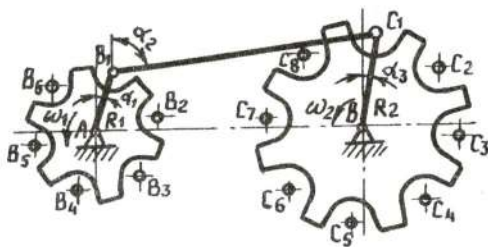


Fig. 3.47

Pentru transmisia prin lanț distanța între axe se exprimă prin pasul lanțului - parametrul principal al transmisiei. De obicei, ce ia $a = (30...50)t$: distanța între axe maximă admisibilă $a_{max} = 80t$; distanța minimă $a_{min} = (d_1 + d_2)/2 + (30...50)mm$.

3.7.4. Forțele și randamentul transmisiilor

Întinderea elementului flexibil. Pentru asigurarea funcționării normale a transmisiei cu transmiterea mișcării și a momentului prin fricțiune este necesar de a asigura o presiune suficientă între elementul flexibil și roata de curea, creată prin întinderea elementului flexibil. Diferența între forțele din ramurile pasivă și activă ale elementului flexibil conform relației *Euler* este egală cu forța sumară de frecare, care, la rândul ei, este egală cu forța tangențială utilă aplicată la roata de curea:

$$F = S_2 - S_1 = S_1(e^{f\alpha} - 1) = S_1(t - 1) = P. \quad (3.96)$$

Forța tangențială se determină cu relația

$$P = \frac{2T}{2}, \quad (3.97)$$

unde T este momentul de torsiune transmis.

În transmisiile cu lanț întinderea în elementul flexibil se determină cu aceeași relație.

Coefficientul de tracțiune. În stare de repaos ramurile transmisiei prin curea vor fi solicitate cu aceeași întindere inițială S_0 :

$$S_2 + S_1 = S_1(t + 1) = 2S_0. \quad (3.98)$$

Considerând ecuația (3.96), obținem

$$S_1 = S_0 - \frac{P}{2} \text{ și } S_2 = S_0 + \frac{P}{2}, \quad (3.99)$$

de asemenea

$$\frac{S_2 - S_1}{S_2 + S_1} = \frac{P}{2S_0} = \frac{t - 1}{t + 1}. \quad (3.100)$$

Corelația conform (3.100) între forțele din transmisia prin curea este apreciată de coeficientul de tracțiune φ , care depinde de

coeficientul $t = e^{f\alpha}$, care consideră varierea aderenței între elementul flexibil și roata de curea funcție de condițiile de funcționare (materiale, unghiul de înfășurare, viteză etc.).

Pentru transmisiile de putere esențială este, de asemenea, și întinderea elementului flexibil sub acțiunea forțelor centrifuge.

$$S_c = mv^2, \quad (3.101)$$

unde: m este masa unității de lungime a curelei; v - viteza periferică.

Randamentul. În transmisiile cu cuplare prin fricțiune pierderile sunt cauzate de patinarea elementului (1-2%), rezistența aerului (1%), rigiditatea curelei (1-1,5%) și frecarea în sprijinele arborilor. Randamentul sumar al transmisiei prin curele se găsește în limitele 0,94...0,97, al celor cu curele dințate - 0,92...0,98.

Randamentul transmisiei cu lanț depinde de puterea transmisă, metoda și calitatea ungerii și în condiții obișnuite de exploatare se găsește în limitele 0,92...0,96.

3.7.5. Calculul la rezistență

Transmisiile prin curea. La trecerea peste roți, cureaua este supusă oboselii - principala cauză de rupere a curelelor. Frecvența flexiunilor curelei pe roți este

$$f = 10^3 \frac{x \cdot v}{L} [1/s], \quad (3.102)$$

în care x este numărul de roți al transmisiei, v - viteza, iar L - lungimea curelei.]

Tensiunile de încovoiere în curea depind de raportul între diametrul roții de curea mici și grosimea curelei δ (se admit rapoarte $\delta = 25...45$).

Factorul cel mai important, care determină capacitatea de tracțiune a curelei, este întinderea ei. Tensiunea maximă apare în ramura activă la trecerea ei peste roata mică. (fig. 3.48):

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{K}{2} + \sigma_c + \sigma_f = \frac{S_0}{S} + \frac{P}{2S} + \frac{S_c}{S} + E \frac{\delta}{d_1} \quad (3.103)$$

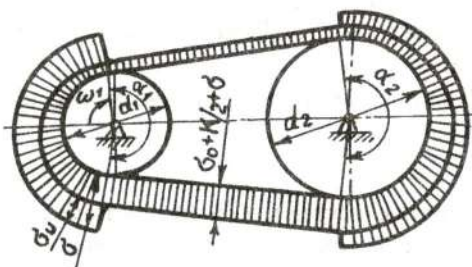


Fig.3.48

unde:

σ_0 este tensiunea inițială;

K - tensiunea generată de forța tangențială utilă;

σ_c - tensiunea generată de forța centrifugă;

σ_f - tensiunea de încovoiere;

S - aria secțiunii curelei.

Tensiunea inițială σ_0

se alege cu condiția asigurării fiabilității maxime a elementului flexibil. Pentru curelele late și trapezoidale $\sigma_0 = 1,2 \dots 1,8 \text{ MPa}$. Cunoscând valorile σ_0 și a coeficientului de tracțiune φ poate fi determinată tensiunea K generată de forța tangențială utilă

$$K = \frac{P}{S} = a - \frac{2\varphi \cdot S_0}{S} = 2\varphi\sigma_0. \quad (3.104)$$

Pentru transmisia cu $U = 1$, pentru roți de curea executate din fontă, pentru viteza $v = 10 \text{ m/s}$ și diverse tipuri de curele a fost stabilită experimental relația pentru determinarea tensiunilor admisibile:

$$[K] = a - W \frac{\delta}{d_1}, \quad (3.105)$$

unde $a = 2,0 \dots 3,0 \text{ MPa}$ și $W = 9,0 \dots 17,0 \text{ MPa}$ pentru curelele cauciucate și țesute din celofibră (pentru $\sigma_0 = 1,6 \dots 2,0 \text{ MPa}$); δ - grosimea curelei. Tensiunile admisibile ale transmisiei proiectate $[K]$, care diferă de transmisia model prin construcție și condiții de funcționare, se determină cu ajutorul coeficienților de corecție:

$$[K] = [K_0] C_v C_\alpha C_{rej} C_o = \left(a - W \frac{\delta}{d_1} \right) C_v C_\alpha C_{rej} C_o$$

unde C_v este coeficientul ce ține cont de efectul vitezei față de viteza de 10 m/s ; $C_v = 1,04 - 0,0004v^2$; C_α - coeficientul ce ține cont de influența unghiului de înfășurare asupra capacității de tracțiune,

$C_\alpha = 1 - 0,003 (180 - \alpha)$; C_{rej} - coeficientul care ține cont de rejimul de funcționare ($C_{rej} = 1,0$ la sarcină liniștită; $C_{reg} = 0,9 \dots 0,8$ la sarcini variabile; $C_{reg} = 0,7$ la sarcini de șoc); C_o - coeficientul ce ține cont de modul de întindere a curelei și poziția transmisiei ($C_o = 1,0$ în transmisiile cu întindere automată, $C_o = 1,0; 0,9; 0,8$ în transmisiile cu întindere periodică și unghiul de înclinare a liniei centrelor față de orizont respectiv $0 \dots 60^\circ, 60^\circ \dots 80^\circ, 80^\circ \dots 90^\circ$).

Fiind cunoscute forța tangențială utilă P și tensiunile $[K]$ lățimea curelei se determină cu relația:

$$b = \frac{P}{\delta[K]} \quad (3.106)$$

Pentru curelele trapezoidale după profilul ales se calculează $[K]$ și apoi numărul curelelor

$$Z = \frac{P}{[K]S}, \quad (3.107)$$

unde S este aria secțiunii transversale a curelei.

[*Transmisii prin lanț.* Capacitatea portantă și fiabilitatea transmisiei este determinată de tipul lanțului, de numărul dinților și de turația roții de lanț mici.] Uzura elementelor transmisiei prin lanț este influențată de viteza periferică medie a roții de lanț, care nu trebuie să depășească 12 m/s pentru lanțurile cu role și 16 m/s - pentru lanțurile cu eclise dințate.

[În calitate de relație de calcul la rezistența la uzură este luată condiția:

$$p = \frac{P}{F} \leq [p], \quad (3.108)$$

unde: p este presiunea în articulație; P - forța tangențială utilă; F - proiecția suprafeței de sprijin a articulației ($F = Bd$, d și B sunt diametrul rolei și, respectiv, lățimea lanțului), $[p]$ - presiunea admisibilă.]

Sarcina care acționează asupra ramurii active a lanțului depinde de mulți factori, de aceea forța care poate fi transmisă de lanț, este egală cu

$$[P] = \frac{[P]F}{C_e} = \frac{0,28[P]t^2 m_p}{C_e} \quad (3.109)$$

unde $F = 0,28 t^2$ - pentru lanțurile cu un rând de role tip *PR* și *PRU* conform GOST 13568 - 75 (t - pasul lanțului); m - coeficient ce ține cont de numărul rândurilor de role în lanț (numărului rândurilor 1;2;3 îi corespunde respectiv $m = 1; 1,7; 2,5$); C_e - coeficient de exploatare.

Coeficientul de exploatare C_e poate fi prezentat în forma:

$$C_e = C_v \cdot C_a \cdot C_f \cdot C_r \cdot C_e \cdot C_{reg}, \quad (3.110)$$

unde C_v este coeficientul ce ține cont de sarcinile dinamice (la funcționare liniștită, cu sarcină cu lovituri ușoare și șocuri $C_v = 1; 1,2...1,5; 1,8$ respectiv); C_a - ține cont de lungimea lanțului (pentru $a < 25t$ $C_a = 1,25$, $a = (30...50)t$, $C_a = 1$, pentru $a = (60...90)t$, $C_a = 0,9$); C_f - ține cont de unghiul de înclinare a transmisiei față de orizont (la înclinare de 60° $C_f = 1$; mai mult de 60° - până la $1,25$); C_r - ține cont de posibilitatea reglării osiilor roților (la reglarea osiei unei roți $C_r = 1$, în cazul transmisiei cu axe nereglabile ale roților de lanț $C_r = 1,25$); C_l - ține cont de caracterul lubrifierii (la ungere discontinuu, în baie $C_l = 0,8$; prin picătură $C_l = 1,0$, periodică - $C_l = 1,5$); C_{reg} ține cont de regimul de lucru (la funcționare într-un schimb $C_{reg} = 1$; în 2 schimburi - $C_{reg} = 1,25$; în 3 schimburi - $C_{reg} = 1,45$).

Luând în considerare că viteza periferică medie $v = \frac{z \cdot n \cdot t}{60 \cdot 1000}$

(z - numărul de dinți ai roții de lanț, n - turația, min^{-1} , t - pasul, mm) și puterea transmisă de lanț $N = P_v, kW$, poate fi determinată valoarea pasului, mm.

$$t \geq 280 \sqrt[3]{\frac{NC_e}{[P]z_1 n_1 m_r}} \quad (3.111)$$

Presiunea admisibilă $[p]$ este prezentată în îndrumarul [12]. Numărul de dinți ai roții de lanț z_1 se recomandă $z_1 \geq 29 - 2u$ pentru

transmisii cu lanț cu role și $z_1 = 35...17$ - cu eclise dințate. Numărul maxim de dinți a roții de lanț mare nu trebuie să depășească 120 pentru a evita ieșirea lanțului din angrenaj cu roata de lanț. Distanța dintre axe rațională poate fi determinată din relația:

$$a = (60...50)t. \quad (3.112)$$

Exemplul 1. A se calcula transmisia cu curea lată cu axe paralele cu ramuri deschise pentru următoarele date: puterea transmisă $N = 12 \text{ kW}$, turația $n = 1460 \text{ min}^{-1}$, transmisia este orizontală, întinderea curelei e periodică, sarcina e constantă, funcționează în 2 schimburi.

1. Se determină diametrele roților de lanț. Diametrul roții mici d_1 se determină cu relația:

$$d_1 = (1100...1350)^3 \sqrt{\frac{N_1}{n_1}} = 1100^3 \sqrt{\frac{12}{1460}} = 222 \text{ mm};$$

diametrul roții mari

$$d_2 = d_1 \frac{n_1}{n_2} = 222 \frac{1460}{580} = 558 \text{ mm}.$$

Adoptăm valorile cele mai apropiate conform GOST 17383-73 - $d_1 = 224 \text{ mm}$, $d_2 = 560 \text{ mm}$.

2. Viteza curelei

$$v = \frac{\pi d_1 n_1}{60} = \frac{3,14 \cdot 0,224 \cdot 1460}{60} = 17 \text{ m/s}.$$

3. Se determină distanța dintre axe a , luând în considerare recomandarea:

$$5(224+560) > a > 2(224+560)$$

$$3920 > a > 1568.$$

Adoptăm: $a = 3000 \text{ mm}$. Lungimea curelei se determină din relația (3.95):

$$L \approx 2 \cdot 3 + 11,57(0,56 + 0,224) + \frac{(0,56 - 0,224)^2}{4 \cdot 3} = 7,24 \text{ mm}.$$

4. Valoarea unghiului de înfășurare a roții de curea mici

$$\alpha = 180 - \frac{d_2 - d_1}{a} \cdot 57 = 180 - \frac{560 - 224}{3000} \cdot 57 \approx 173^\circ,$$

care satisface recomandărilor.

5. Se alege cureaua care satisface condițiilor date de lucru. Conform condițiilor de funcționare (viteza nu depășește 20 m/s) și diametrului roții

mici poate fi aleasă cureaua cauciucată în 4 straturi din belting $B = 820 \text{ mm}$, având $\delta = 6 \text{ mm}$, de tipul A .

6. Se determină forța tangențială utilă

$$P = \frac{N}{v} = \frac{12 \cdot 10^3}{17} \approx 710 \text{ N}.$$

7. Tensiunea admisibilă de calcul $[K]$ se determină din relația (3.105), luând în considerare faptul, că la tensiunea $\sigma_o = 1,8 \text{ MPa}$, generată de întinderea inițială $a = 2,5 \text{ MPa}$; $W = 10 \text{ MPa}$; $C_v = 1,04 - 0,0004v^2 = 1,04 - 0,0004 \cdot 17^2 = 0,92$; $C_\alpha = 1 - 0,003(180-173) = 0,98$; $C_o = 1,0$ (amplasare orizontală a transmisiei); $C_{rej} = 1,0$ (sarcina este liniștită):

$$\begin{aligned} [K] &= (a - \omega\delta / d_1) C_v C_\alpha C_o C_{rej} = \\ &= (2,5 - 10 \cdot 6 / 224) \cdot 0,92 \cdot 0,98 \cdot 1 \cdot 1 = 2,02 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

8. Se determină lățimea curei din relația (3.106)

$$b = \frac{P}{\delta[K]} = \frac{710}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 2,62 \cdot 10^6} \approx 0,058 \text{ m}.$$

Adoptăm $b = 60 \text{ mm}$. Lățimea roții de curea se determină din relația $B = 1,1b + (10 \dots 15) = 1,1 \cdot 60 + 12 = 78 \text{ mm}$.

Conform GOST 17383-73 se ia $B = 80 \text{ mm}$.

Exemplul 2. Să se calculeze transmisia cu lanț cu role pentru următoarele date: $N_1 = 7,5 \text{ kW}$, $n_1 = 960 \text{ min}^{-1}$, raportul de transmitere este egal cu 4, distanța dintre axe se reglează prin deplasarea osiei roții de lanț, linia centrelor roților de lanț este înclinată sub unghiul de 30° față de orizont, ungerea se efectuează periodic, funcționare în 2 schimburi.

1. Se determină numărul dinților roților de lanț:

$$z_1 = 29 - 2U = 29 - 2 \cdot 4 = 21,$$

$$z_2 = z_1 \cdot U = 21 \cdot 4 = 84.$$

2. Pentru determinarea pasului lanțului t se determină coeficientul de exploatare K_e din relația (3.110), adoptând $C_v = 1$ (funcționare liniștită), $C_a = 1$, $C_i = 1$ ($\alpha < 60^\circ$), $C_r = 1$, $C_l = 1,5$ (ungere periodică), $C_{rej} = 1,25$ (funcționare în 2 schimburi):

$$C_e = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,5 \cdot 1,25 = 1,88.$$

3. Din relația (3.111) pentru lanțul cu un rând de role ($m_r = 1$) pentru $[p] = 1,4$, pentru lanțul cu $t = 25,4 \text{ mm}$ pasul lanțului este

$$t = 280 \sqrt{\frac{N_1 \cdot C_e}{z_1 \cdot n_1 [p]}} = 280 \sqrt{\frac{7,5 \cdot 1,88}{21 \cdot 960 \cdot 1,4}} = 22,7 \text{ mm}.$$

4. ASAMBLĂRILE ORGANELOR DE MAȘINI

4.1. Caracteristica generală a asamblărilor

4.1.1. Noțiuni generale

Elementele componente ale unei mașini sau mecanism sunt unite între ele prin diferite metode. Aceste uniri pot fi *mobile* (articulații, rulmenți, angrenaje) sau *fixe* (prin filet, sudare, pene și caneluri). Unirile mobile sunt dictate de către cinematica mașinii: în procesul funcționării elementele efectuează mișcări relative, prevăzute de rolul lor funcțional. Unirile fixe sunt dictate de necesitatea demontării mașinii în unități asamblate apoi în elemente componente pentru asigurarea comodității asamblării, prelucrării mecanice și transportării.

Unirile fixe ale elementelor în cursul «Organe de mașini» se numesc asamblări.

Conform principiului montării asamblările pot fi *demontabile* sau *nedemontabile*.

Asamblările demontabile permit desfacerea lor fără distrugerea elementelor de asamblare. Astfel sunt asamblările filetate, prin știfturi, pene, caneluri etc.

Asamblările nedemontabile (îmbinări) nu permit desfacerea lor fără distrugerea elementelor de asamblare sau a unora din elementele asamblate. Necesitatea în ele este dictată de cerințe economice și tehnologice. Astfel sunt asamblările sudate, prin nituire, lipire și încleiere.

Asamblările pot fi: cu *destinație generală*; de tipul *arbore-butuc*; ale organelor de mașini *instalate consecutiv* (roți dințate, de lanț, de curea, arborii a două mașini).

4.1.2. Caracteristicile de bază ale asamblărilor

Proiectarea asamblărilor este un lucru de răspundere deoarece defectele în mașini apar în majoritatea cazurilor în locul asamblărilor. De aceea de rând cu problemele de ordin economic sunt înaintate cerințe față de rezistență, rigiditate, etanșeitate etc.

Criteriul de calcul de bază al asamblărilor este *rezistența* - statică și de oboseală.

În calculul asamblărilor trebuie asigurată echirezistența ansamblului și a elementelor componente. Prezența unui ansamblu, rezistența căruia constituie 0,8 din rezistența altor elemente ale construcției, vorbește despre faptul că 20% din capacitatea portantă a acestor elemente nu se utilizează.

Rezistența ansamblurilor se apreciază prin *factorul de rezistență* $\varphi_F = F_a / F_p$ - raportul dintre sarcina limită a ansamblului și sarcina minimă limită a unui element al lui. La fel poate fi determinată și rigiditatea ansamblului.

În multe cazuri *etanșeitatea* ansamblurilor (recipientelor și aparatelor care conțin lichide și gaze), părților componente ale mașinii (capacele și corpurile reductoarelor), tijelor și cilindrilor este caracteristica de bază a capacității lor de lucru. Pentru evitarea scurgerilor de lichide și gaze contactul pieselor se etanșează. Caracteristica etanșeității ansamblurilor se exprimă prin factorul de etanșeitate $\varphi_e = p_c / p_i$ - raportul dintre presiunea p_c , care se formează pe suprafețele de contact și presiunea interioară p_i în spațiul format de elementele ansamblului. Acest factor poate avea valori de la $\varphi_e=1,5$ (pentru garnituri moi cu șnururi din asbest) până la $\varphi_e=4,0$ (la contactul direct al pieselor prelucrate prin răzuire).

Asamblările de bază trebuie să corespundă cerințelor de: rezistență; echirezistență (capacitatea portantă a ansamblului nu trebuie să fie mai mică decât capacitatea portantă a elementelor componente); comoditate a montajului și demontajului; tehnologicitate; interschimbabilitate; simplitate constructivă.

4.2. Asamblări prin nituire

4.2.1. Noțiuni generale

Destinația și construcția. Până la apariția sudării, nituirea era aproape singurul procedeu de îmbinare în construcții metalice (poduri, nave, utilaj de transport rutier și feroviar, aviație, cazangerie).] Deși sudarea, cu mijloace moderne de control a calității, a restrâns considerabil utilizarea nituirii, totuși sunt încă domenii și situații în care nituirea este preferată.

[Nituirea este utilizată la realizarea construcțiilor compuse din table subțiri, a coloanelor, fermelor din profiluri, elementelor compuse din materiale neferoase și a celor supuse sarcinilor dinamice și vibratorii.] Din cele spuse rezultă domeniile de utilizare a asamblărilor prin nituire: construcții de nave aviatice și fluviale, construcția de poduri, piesele utilajelor de transport și de ridicat, construcții din materiale nesudabile sau în cazul când nu poate fi acceptată încălzirea pieselor la temperatura de sudare etc.

În fig. 4.1 este ilustrat procesul nituirii mecanice. Elementele ce se assemblează se strâng cu nitul 1, care are forma unei tije cilindrice cu capul inițial 5. Capul de închidere 4 se formează cu un ciocan mecanic 2. Prealabil, piesele se apasă cu un cap tubular 3. Ca rezultat tija va umple găurile pieselor, iar forțele care apar în rezultatul deformațiilor elastice vor strânge elementele asamblării. Deplasării elementelor se vor opune tija nitului și forțele de frecare dintre piese.

Găurile din piese se obțin prin burghiere sau perforare. Muchiile găurilor trebuie să fie curate, fără bavuri. Diametrul găurii

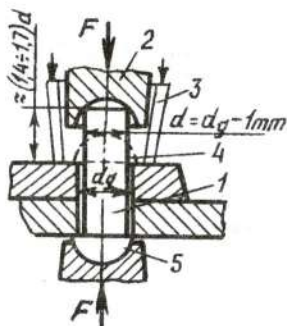


Fig. 4.1

d_g va fi mai mare decât diametrul nitului cu 0,2...1,0 mm. Nituirea se face la rece, pentru nituri din metale neferoase cu orice diametru și pentru niturile din oțel cu diametrul sub 12 mm. Pentru nituri din oțel cu diametrul peste 12 mm nituirea se face la cald.

[Tipurile principale de nituri sunt ilustrate în fig. 4.2:

a) cu cap semirotund; b) cu cap semiîncat; c) cu cap tronconic; d) cu cap înecat; e) tubular; f) semitubular.]

[Clasificarea. Conform destinației îmbinările prin nituire pot fi: de rezistență (în construcții metalice), de etanșare (în construcția recipientelor de depozitare), de rezistență-etanșare (în construcția de nave fluviale, marine, aeriene, recipientelor de presiune).]

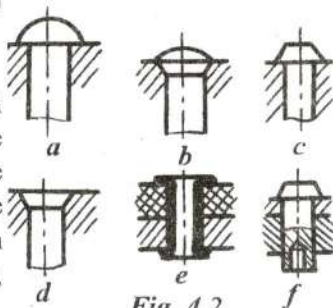


Fig. 4.2

Constructiv, asamblările prin nituire

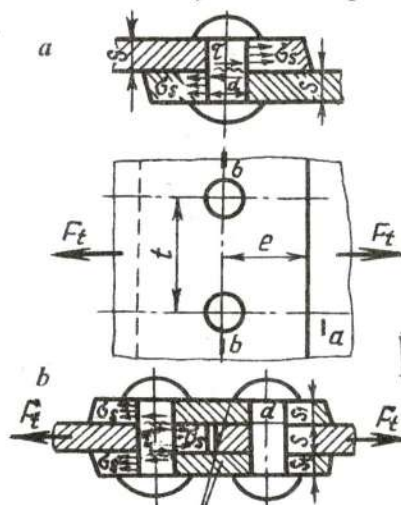


Fig. 4.3

pot fi realizate: prin suprapunere (fig. 4.3, a) sau cap la cap cu una sau două eclise (fig. 4.3, b); cu un rând sau mai multe rânduri de nituri paralele sau decalate.

În conformitate cu numărul secțiunilor de forfecare a niturilor: cu o secțiune (fig. 4.3, a), cu două (fig. 4.3, b) sau mai multe.

[Avantaje. Asamblările nituite funcționează bine în construcțiile supuse sarcinilor dinamice; au prioritate în construcțiile care nu admit încălzirea la sudură, sau nu pot fi sudate.

Dezavantaje. Trebuie menționat consumul de materiale și volumul de muncă mărite. Mărirea consumului de materiale este

dictată de grosimea tablelor, rezistența cărora este micșorată de găuri, și de masa niturilor care constituie 3,5...4% din masa construcției. Volumul de muncă mărit este condiționat de operațiunile suplimentare (trasare, găurire, nituire etc.). Procesul de nituire este mai puțin productiv ca sudura.

4.2.2. Calculul de rezistență al elementelor asamblării

Schemele de solicitare a îmbinărilor prin nituri sunt prezentate în fig. 4.3. Sarcinile de bază de calcul sunt forțele transversale, care deplasează plăcile. Forțele de frecare dintre elemente, sunt considerate la alegerea rezistențelor admisibile. Niturile sunt supuse încovoierii, strivirii și forfecării. La acțiunea unei forțe simetrice se presupune distribuția ei uniformă între nituri:

$$\tau = \frac{4F}{\pi d^2 i} \leq \tau_a, \quad (4.1)$$

unde d este diametrul tijeii nitului; τ_a - tensiunea admisibilă la forfecare; i - numărul secțiunilor de forfecare.

Sarcina admisibilă la strivire

$$F = \sigma_a s d, \quad (4.2)$$

unde s este grosimea tablelor îmbinării.

În calculul tablelor ca sarcină de calcul se acceptă forța F_t , care acționează pe un pas al instalării niturilor. Valoarea acestei forțe se determină din rezistența tablelor σ' în secțiunea a-a negăurită, cunoscută din calculele construcției

$$F_t = \sigma'_a t s. \quad (4.3)$$

Rezistența tablelor în secțiunea $b-b$

$$\sigma = \frac{F_t}{(t-d)s} \leq \sigma_a. \quad (4.4)$$

Raportul $\sigma'_a / \sigma_a = (t-d)/t = \varphi$ este factorul de rezistență al îmbinării. Valoarea lui arată cum se micșorează rezistența tablelor la nituire. Pentru îmbinarea cu un rând de nituri și o suprafață de

forfecare la dimensiunile adoptate din standard, $\varphi = 0,65$, adică rezistența tablelor se micșorează cu 35%, ceea ce a fost menționat ca unul din dezavantajele îmbinării. Pentru mărirea valorilor lui φ se utilizează îmbinări cu mai multe rânduri de nituri și suprafețe de forfecare.

Materialul niturilor trebuie să fie tenace, să nu fie călibil și să aibă un coeficient de dilatare termică apropiat de cel al materialelor elementelor îmbinării. Niturile obișnuite se execută din oțel OL34, OL37 (Ст2, Ст3, 10, 15). În cazuri de răspundere, la solicitări mari se utilizează nituri din oțel aliat. Se mai folosesc nituri din alamă, cupru, aluminiu și aliajele lui. Niturile se execută din bare pe mașini automate de refulat.

La montaj trebuie luate măsuri împotriva pericolului coroziunii de contact și a curenților galvanici, îndeosebi în construcția navală și industria chimică. Date privind tensiunile admisibile vezi în [12, 24, 25].

4.3. Îmbinări sudate

4.3.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Îmbinările sudate sunt asamblări nedemontabile, bazate pe forțele de coeziune intermoleculară dintre materialele plăcilor de îmbinat, și se obțin prin încălzirea locală a pieselor, până la topire sau numai până la plasticizare. Sunt utilizate pentru obținerea construcțiilor monobloc din mai multe elemente simple și a construcțiilor cu dimensiuni mari.

Îmbinările sudate apropie cel mai bine, comparativ cu celelalte tipuri de îmbinări, construcțiile executate din mai multe elemente de cele monobloc, rezistența îmbinării atingând valoarea rezistenței materialului de bază. În prezent se sudează practic toate oțelurile, inclusiv cele înalt aliate, fontele, majoritatea metalelor și aliajelor neferoase, precum și masele plastice.

Evoluția sudării în industria modernă se datorește atât perfecționării aduse tehnologiei de sudare, cât și mijloacelor moderne, nedestructive, de control al calității sudurii cum sunt: defectoscopia cu raze Röntgen, cu izotopi radioactivi, ultrasunet etc. Sudarea, ca procedeu de îmbinare nedemontabilă, se utilizează cu succes în diferite domenii ale industriei moderne. Prin sudare sunt obținute utilaje de transport, nave fluviale și marine, conducte, recipiente de presiune și depozitare. De asemenea, prin sudare, din semifabricate sunt executate organe de mașini cum sunt: roți dințate, roți de curea, carcase, arbori cu flanșe, arbori cotiți etc. (fig. 4.4).

Îmbinările sudate pot fi clasificate după mai multe criterii. STAS 8325-69 (GOST 19521-74) stabilește clasificarea procedeelor de sudură conform criteriilor fizice, tehnice și tehnologice.

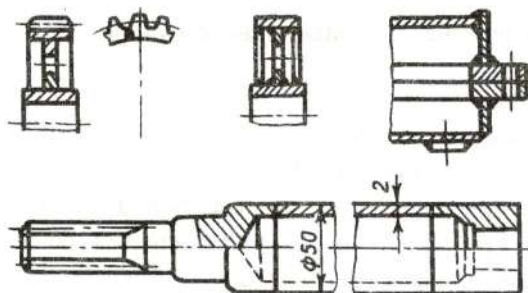


Fig. 4.4

Conform criteriilor fizice sunt stabilite trei clase ale procedeelor de sudură: *clasa termică*, care include sudura cu arc electric, în baie de zgură, cu raze electronice; *clasa termo-mecanică* include sudura prin contact și difuzie; *clasa mecanică* include sudura prin frecare, la rece, prin percuție, prin explozie.

Criteriile tehnice stabilesc metodele de protecție a sudurii (în aer, vid, gaze, sub flux) și gradul de mecanizare (manuală, semiautomată, automată).

Deosebim îmbinări cap la cap, prin suprapunere, în T și în colț, realizate cu cusături cap la cap sau de colț, situate paralel, sub un unghi, sau perpendicular pe linia de acțiune a forței.

Avantaje. Sudura este realizată în absența pieselor suplimentare (eclise, nituri) cu utilizarea completă a secțiunilor de lucru. Economia de metal constituie 10-20% față de construcțiile nituite și până la 40-50% față de cele turnate.

Dezavantaje. Apariția deformărilor ulterioare din cauza tensiunilor remanente, cât și modificarea proprietăților metalului în apropierea cordonului de sudură.

Majoritatea sudurilor prin încălzire folosesc și un material de protecție, care este depus pe electrod (sudura manuală), sau în forma unui strat de flux la sudura semiautomată și automată.

4.3.2. Construcția și calculul de rezistență

Sudura cap la cap. În multe cazuri această îmbinare (fig. 4.5) este una din cele mai simple și fiabile. În dependență de grosimea tablelor poate fi realizată cu sau fără pregătirea muchiilor. Calculul

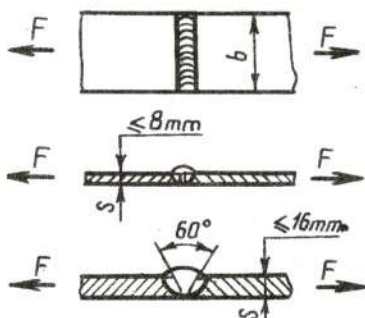


Fig. 4.5

de rezistență al sudurilor cap la cap se efectuează, de obicei, după secțiunea nominală a elementelor îmbinate, fără a se lua în considerație îngroșarea cusăturilor. Se admite o repartiție uniformă a tensiunilor pe secțiunea sudurii.

Condiția de rezistență se determină în raport cu tipul sarcinii. La acțiunea unei forțe F de tracțiune (compresiune)

$$\sigma_{ts} = \frac{F}{sl_c} \leq \sigma_{as}, \quad (4.5)$$

unde s este grosimea minimă a elementelor îmbinate; l_c - lungimea de calcul a cusăturii, determinată cu relația $l_c = b - 2s$.]

La acțiunea unui moment de încovoiere

$$\sigma_s = \frac{6M_f}{sl_c^2} \leq \sigma_{as}. \quad (4.6)$$

Sudura prin suprapunere. Ruperea cusăturilor de colț se produce după secțiunea minimă *m-m* (fig. 4.6), aria suprafeței de calcul fiind egală cu produsul *h·l*, unde *h* este înălțimea triunghiului de sudură, iar *l* este lungimea cusăturii. Din desen se vede că $h = k \sin 45^\circ = 0,7k$, unde *k* este cateta cusăturii de sudură. La sudurile de colț, la lungimea cusăturii, rezultată din calcul, se adaugă cantitatea *2h*, pentru a se ține seama de imperfecțiunile capetelor cordonului de sudură.

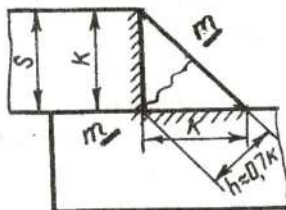


Fig. 4.6

Tensiunile principale ale cusăturilor de colț sunt tensiunile tangențiale τ în secțiunea minimă *m-m* (fig. 4.6, 4.7).

Sudura de colț bilaterală. La solicitare cu o forță axială centrică *F*, (fig. 4.7) condiția de rezistență la forfecare este

$$\tau_s = \frac{F}{2 \cdot 0,7kl_s} \leq \tau_{as}, \quad (4.7)$$

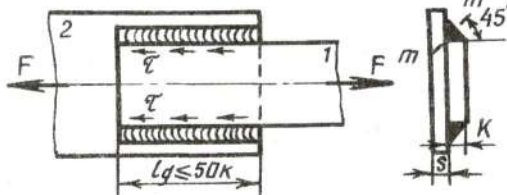


Fig. 4.7

unde τ_{as} este rezistența admisibilă la forfecare pentru cusătura de colț; $l_s = l_q + 2h$ - lungimea de calcul a cusăturii. La solicitare cu o forță axială *F* excentrică

(fig. 4.8) (caz caracteristic la sudarea elementelor cu profiluri asimetrice) se presupune că tensiunile de tracțiune se repartizează uniform pe secțiunea acestora, iar rezultanta lor trece prin centrul de greutate al cornierei. Ca urmare a solicitării asimetrice, în raport cu poziția cusăturilor, forța *F* se repartizează în cusăturile laterale, inegal (după legea pârghiilor):

$$F_1 = \frac{e_2}{e_1 + e_2} F;$$

$$F_2 = \frac{e_1}{e_1 + e_2} F, \quad (4.8)$$

unde F_1 și F_2 sunt forțele care revin cusăturilor laterale; e_1 și e_2 - brațele acestor forțe până la centrul de greutate.

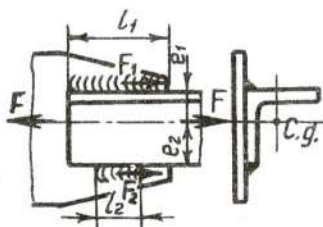


Fig. 4.8

La solicitare cu un moment încovoietor M_i , se consideră că acțiunea lui este echilibrată de momentul forțelor F dispuse la distanța $(b+k)$ (fig. 4.9):

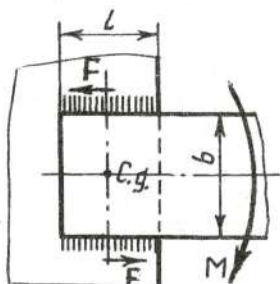


Fig. 4.9

$$M_i = F(b+k), \quad (4.9)$$

la care se verifică cordonul de sudură la forfecare cu relația:

$$\tau_s = \frac{F}{0,7kl} = \frac{M_i}{0,7kl_s(b+k)} \leq \tau_{as}, \quad (4.10)$$

sau din această relație poate fi determinată lungimea cordonului de sudură.

În cazul acțiunii comune a forței și momentului

$$\tau_s = \tau_F + \tau_M = \frac{F}{0,7kl_s} + \frac{M}{0,7kl_s(b+k)} \leq \tau_{as}. \quad (4.11)$$

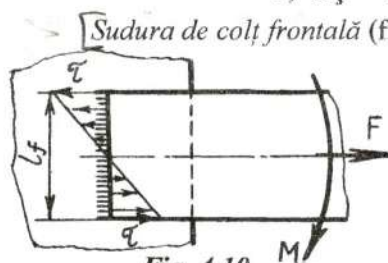


Fig. 4.10

În cazul acțiunii unei forțe axiale centrice îmbinarea se verifică la forfecare cu relația:

$$\tau_s = \frac{F}{0,7kl_f} \leq \tau_{as}. \quad (4.12)$$

Îmbinarea solicitată de un moment încovoietor se calculează la

forfecare:

$$\tau_f = \frac{M_f}{W_{zs}} = \frac{M_f}{\frac{1}{6} 0,7kl_f^2} \leq \tau_{as}. \quad (4.13)$$

Sudura de colț combinată (fig. 4.11). La acțiunea forței centrice F , îmbinarea se verifică la forfecare pe baza principiului repartizării sarcinii proporțional cu capacitatea portantă a cusăturilor aparte, cu relația

$$\tau_s = \frac{F}{0,7k \Sigma l} \leq \tau_{as} \quad (4.14)$$

unde $\Sigma l = 2l_s + l_f$ este lungimea sumară a cusăturilor de sudură laterale și frontale.

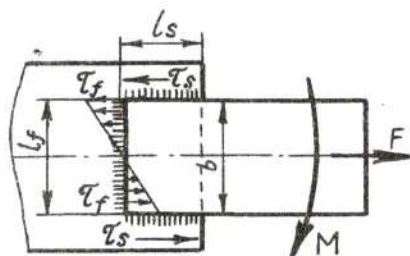


Fig. 4.11

La solicitare cu un moment M calculul este elaborat în baza următoarelor ipoteze simplificatoare: a) cusăturile lucrează independent; b) cusăturile laterale sunt scurte și transmit numai forțele îndreptate în lungul acestora; c) cateta k este mică în raport cu dimensiunea l_s . Acest calcul mai poartă denumirea de "calculul pe principiul independenței funcționării cusăturilor sudate" [12, 24]. Acest caz poate fi considerat ca o suprapunere a cazurilor analizate anterior. Momentul exterior este echilibrat de un cuplu de forțe care acționează în cusăturile laterale și de un moment încovoietor în cusătura frontală:

$$M_f = 0,7kl_s(b+k)\tau_{as} + \frac{0,7kl_f^2}{6}\tau_{as}, \quad (4.15)$$

de unde rezultă condiția de rezistență la forfecare

$$\tau_s = \frac{M_f}{0,7kl_s(b+k) + \frac{1}{6} 0,7kl_f^2} \leq \tau_{as}. \quad (4.16)$$

La dimensionare se adoptă constructiv lungimea cusăturii frontale l_f și din relația (4.14) se determină lungimea cusăturilor laterale l_s .

Sudura în T. Această îmbinare poate fi realizată cu teșirea muchiilor (îmbinare cap la cap) (fig. 4.12, a), sau fără teșire (îmbinare cu cusături de colț) (fig. 4.12, b). La solicitare conform schemei din fig. 4.12, c rezistența îmbinării se determină cu relațiile:

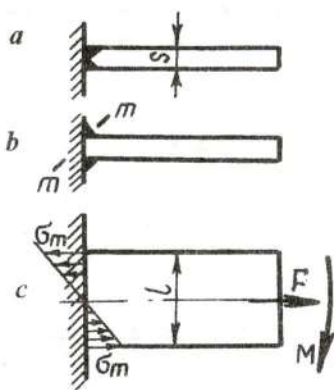


Fig. 4.12

În fig. 4.13 este prezentată îmbinarea în T solicitată la torsiune (arbori cu flanșe, roți dințate, de curea etc). Calculul este elaborat în baza următoarelor ipoteze simplificatoare: a) cateta cusăturii de sudură k este mică în raport cu dimensiunea d ; b) tensiunile τ sunt repartizate uniform pe o suprafață circulară egală cu $0,7k\pi d_{med}$ ($d_{med} = d + 0,7k \approx d$).

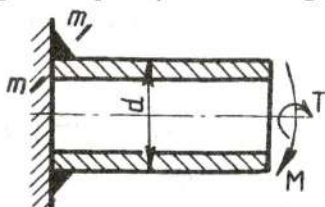


Fig. 4.13

îmbinarea cap la cap

$$\sigma_s = \frac{6M}{sl^2} + \frac{F}{sl} \leq \sigma_{as} \quad (4.17)$$

îmbinarea cu cusături de colț

$$\tau_s = \frac{M_J}{2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,7kl^2} + \frac{F}{2 \cdot 0,7kl} \leq \tau_{as} \quad (4.18)$$

În acest caz îmbinarea este verificată la torsiune cu relația

verificată la torsiune cu relația

verificată la torsiune cu relația

$$\tau_s = \frac{2T}{0,7k\pi d^2} \leq \tau_{as} \quad (4.19)$$

Date referitor la alegerea tensiunilor admisibile vezi [12, 24, 25]

4.4. Îmbinări prin lipire

4.4.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Prin lipire înțelegem procedeul tehnologic de îmbinare nedemontabilă a două sau a mai multor piese, prin intermediul unor materiale de adaos, metalice sau nemetalice, care au proprietatea de a adera pe suprafețele de lipit, asigurând astfel legătura necesară pentru satisfacerea rolului funcțional și a siguranței în exploatare. De regulă, este adus în stare lichidă numai materialul de adaos, păstrând temperatura normală a pieselor, sau încălzindu-le la temperaturi sub limita de transformare.

Îmbinările prin lipire cu materiale metalice sunt de două feluri:

- lipituri moi, realizate cu aliaje metalice ale căror temperaturi de topire sunt sub 450°C;
- lipituri tari, realizate cu aliaje metalice care se topesc la temperaturi mai ridicate, 450...950°C.

Lipiturile moi se folosesc în industria electrotehnică, mecanica fină, instalații, aparate și instrumente de laborator sau sanitărie etc.

Lipiturile tari sunt folosite la utilaje și instalații chimice și navale, în industria autovehiculelor, aviație, construcția sculelor așchietoare etc. Prin caracteristicile lor, aceste lipituri sunt mai apropiate îmbinărilor prin sudură.

Avantaje. Față de sudură, procedeul tehnologic de îmbinare prin lipire are unele avantaje și anume: permite îmbinarea unor piese din materiale diferite din punct de vedere al compoziției chimice și al proprietăților mecanice, precum și a unor materiale nesudabile; asigură o bună etanșare și nu provoacă tensiuni remanente mari; lipirea se realizează fără încălzirea pieselor la temperaturi care să provoace modificări ale structurii și proprietăților mecanice; procesul de lipire se supune ușor mecanizării și automatizării.

Dezavantaje. Controlul capacității portante este dificil, iar încercările prin distrugerea îmbinării nu sunt totdeauna concludente; rezistența și siguranța în exploatare sunt mai puțin certe decât în

cazul îmbinărilor sudate; îmbinarea necesită o prelucrare mecanică mai precisă și jocuri mai mici ca sudura. De aceea îmbinările prin lipire se utilizează la sarcini mici și mijlocii; aliajele metalice de lipire sunt deficitare.

4.4.2. Construcția și calculul de rezistență

Exemple de construcție sunt prezentate în fig. 4.14. Mărimea jocului în planul de îmbinare al elementelor determină în mare măsură rezistența îmbinării. Micșorarea jocului până la o anumită limită mărește rezistența îmbinării. Mărimea jocului optimal depinde de tipul aliajului de lipit și de materialul pieselor.

Pentru evitarea oxidării suprafețelor elementelor, protecția lor este asigurată prin folosirea unor fluxuri

pentru lipit în formă de lichide, paste, pulberi sau gaze protectoare (colofoniul, sacâzul, stearina, acidul clorhidric, clorura de amoniu - pentru lipituri moi și acidul boric, clorații de sodiu, borax topit - pentru lipiturile tari [10].

Pentru lipiturile metalice moi se utilizează aliaje de lipit cu staniu și plumb, STAS 96-73 (GOST 21930-76). Temperatura de topire a aliajului cu 20% staniu este de 219°C, iar a celui cu 90% staniu este de 266°C.

Lipiturile metalice tari se realizează cu ajutorul unor metale sau aliaje de lipit, care au temperatura de topire cuprinsă între 620 - 900°C. Au o rezistență mecanică relativ mare; se folosesc la îmbinări de rezistență și rezistență - etanșare. În acest caz se utilizează îndeosebi *alame de lipit*, care sunt aliaje pe bază de *Cu-Zn*,

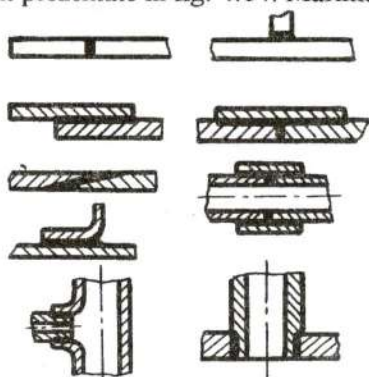


Fig. 4.14

STAS 204-77 (GOST 1534-72), putând avea și adaosuri de siliciu și de staniu. Se folosesc la lipirea oțelurilor, fontelor maleabile, a nichelului și aliajelor de nichel. Aliajele pe bază de *argint*, STAS 8971-80 (GOST 19738-74) se utilizează pentru lipituri mai importante, la oțeluri, nichel și aliaje de nichel, la lipirea metalelor dure (carburi) și a metalelor prețioase. Lipiturile metalice tari pot fi folosite, în anumite condiții, la lipirea aluminiului, oțelurilor inoxidabile, titanului și aliajelor de titan [10].

Calculul de rezistență al asamblărilor prin lipire este asemenea celor sudate.

Pentru îmbinarea cap la cap (fig. 4.15, a)

$$\sigma_f = \frac{F}{sb} \leq \sigma_{af}; \quad (4.20)$$

pentru îmbinarea prin suprapunere (fig. 4.15, b)

$$\tau_f = \frac{F}{bl} \leq \tau_{af}. \quad (4.21)$$

La îmbinarea elementelor din oțel rezistența lor depășește, de obicei, rezistența aliajului de lipit. În acest caz echirezistența poate fi asigurată numai la îmbinarea prin suprapunere. Valoarea suprapunerii din condiția de echirezistență (fig. 4.15, b) $l = \sigma_{af} s / \tau_{af}$ (σ_{af} în cazul dat este tensiunea admisibilă pentru materialul elementelor).

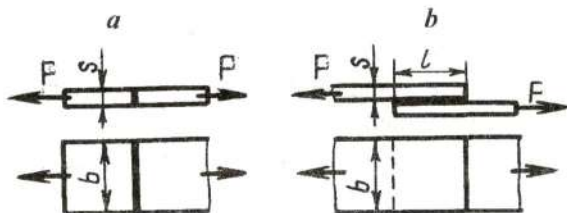


Fig. 4.15

În prezent nu sunt încă elaborate recomandări privind alegerea rezistențelor admisibile ale îmbinărilor lipite. Unele date ce caracterizează rezistența acestor îmbinări sunt expuse în [12, 24].

4.5. Îmbinări prin încheiere

4.5.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Încheierea sau lipirea cu adezivi este o metodă de îmbinare relativ nouă, fiind folosită atât la îmbinarea pieselor metalice cât și a celor nemetalice. Spre deosebire de lipirea metalică, la care aliajul de lipit se topește, adezivul (cleiul) se dizolvă cu ajutorul unor solvenți, întărirea acestuia realizându-se prin evaporarea solventului. Deseori, prin acțiunea presiunii și a temperaturii, au loc schimbări în structura moleculară a materialului de adaos (cleiului), care duc la creșterea rezistenței îmbinării.

Constructiv, îmbinările prin încheiere pot fi realizate cap la cap, cap la cap cu eclise, prin suprapunere.

Îmbinările prin încheiere se utilizează cu succes în aeronautică, în industria de automobile (la fixarea materialelor antifricțiune pe discurile de ambreiaj, pe plăcuțe și saboți de frână), pentru mărirea rezistenței asamblării butucilor cu arborii, pentru etanșarea și fixarea asamblărilor filetate, la îmbinarea plăcuțelor sculelor așchietoare.

În prezent, există o mare diversitate de cleiuri, cu proprietăți foarte variate, fiecare având un domeniu de utilizare și o tehnologie de încheiere bine determinate.

Adezivii (cleiurile) utilizați în construcția de mașini pot fi clasificați în: termoreactivi (epoxidici, poliesterici, fenolformaldehidici, poliuretanic); termoplastici pe baza polietilenei, clorurii de polivinil; elastomeri pe baza cauciucului. La temperatura normală de 18...20 °C rezistența la forfecare a majorității adezivilor este de 10...20 MPa (valorile limită fiind 30...50 MPa); la temperatura de 200...250 °C se micșorează cu 30...50%, [12].

Adezivii pe baza îmbinărilor silicoorganice și polimerilor neorganici rezistă la temperaturi de 700...1000 °C, însă sunt fragili și au rezistența mică.

Avantaje. Față de celelalte îmbinări nedemontabile sunt: tehnologia simplă; lipsa tensiunilor interne remanente în piese; greutatea redusă și aspectul estetic; proprietățile de amortizare a vibrațiilor.

Dezavantaje. Pot fi menționate: cleiul "îmbătrânește" în timp și îmbinarea își micșorează rezistența; adezivii industriali sunt toxici, deci se impun condiții severe de protecția muncii.

4.5.2. Tehnologia de execuție și calculul de rezistență

Materialul de adaos pentru realizarea îmbinărilor prin înclieiere este adezivul (cleiul), format din: materialul de bază (liantul), solvenți, materiale de umplură, catalizatori.

Pentru obținerea unei îmbinări de calitate se recomandă următoarea ordine a procesului tehnologic: pregătirea suprafețelor și a cleiurilor; aplicarea cleiurilor pe suprafețele de îmbinat; uscarea prealabilă a stratului de clei; înclieierea propriu - zisă; curățirea îmbinării; controlul calității.

Calculule de rezistență se efectuează cu aceleași relații ca și pentru îmbinările lipite. Calitatea îmbinării înclieiate se caracterizează nu numai prin rezistență, dar și prin rezistență la umezeală, rezistență termică etc [12].

4.6. Asamblări filetate

4.6.1. Caracteristica generală

Destinația, construcția și clasificarea. Asamblările filetate sunt asamblări demontabile, realizate prin intermediul a două elemente filetate, conjugate, una filetată la exterior, denumită *șurub*,

iar piesa conjugată, filetată la interior, poate fi o *piuliță* sau o altă piesă cu rol funcțional de piuliță.

Aceste asamblări sunt utilizate pe scară largă în construcția de mașini (peste 60% din piesele unei mașini au filete). Asamblările

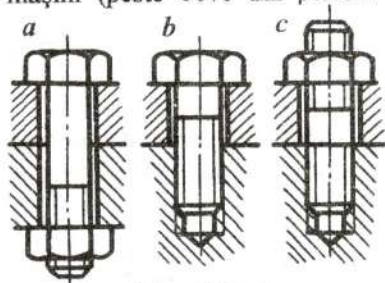


Fig. 4.16

filetate dintre două sau mai multe elemente pot fi realizate astfel: cu șurub și piuliță (fig. 4.16, a); cu șurub înșurubat în unul din elemente (fig. 4.16, b); cu prezon și piuliță (fig. 4.16, c).

Avantaje. Asamblările filetate realizează forțe de strângere mari; ușor se montează și se demontează; sunt sigure în

exploatare; sunt ieftine, deoarece se execută în întreprinderi specializate, în producție de masă; sunt interschimbabile fiind standardizate pe scară internațională; asigură condiția de autofixare.

Dezavantaje. Filetul, prin forma sa, este un puternic concentrator de tensiuni; nu se pot stabili cu precizie mărimile forțelor de strângere realizate; necesită o asigurare suplimentară împotriva autodesfacerii.

4.6.2. Filete. Parametrii geometrici, caracterizare

Modul de generare. Elementul principal al asamblării filetate este *filetul* - exterior sau interior. Dacă se înfășoară pe o suprafață directoare - cilindrică sau conică un plan înclinat cu unghiul β ,

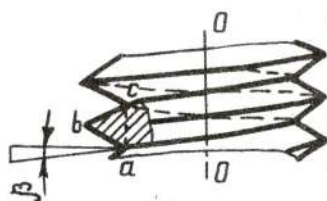


Fig. 4.17

obținem pe acea suprafață, o linie elicoidală, numită *elice directoare* (fig. 4.17). Dacă pe elicea directoare alunecă un profil oarecare (*abc*), numit *profil generator*, urma lăsată de acesta definește *spira filetului*.

Clasificarea filetelor. Clasificarea

filetelor se face după mai multe criterii, cea mai des întâlnită fiind următoarea: *în funcție de destinație deosebit* - filete de fixare, de mișcare, de măsurare, de reglare; *în funcție de numărul de începuturi* - cu un început, cu două sau mai multe începuturi; *în funcție de sensul de înșurubare al spirei filetelui* - de dreapta, de stânga; *în funcție de sistemul de măsurare* - filete metrice, filete în țoli; *în funcție de suprafața pe care se generează filetul* - cilindrice, conice, exterioare, interioare; *în funcție de mărimea pasului filetelui* - cu pas mare, normal și fin; *în funcție de forma profilului spirei filetelui* - filete triunghiular, pătrat, trapezoidal, rotund și ferăstrău.

Parametrii geometrici ai filetelor.

Parametrii geometrici ai filetelor sunt standardizați. Să examinăm acești parametri pe exemplul filetelui metric (fig. 4.18). Aici s-a notat: d - diametrul exterior al filetelui șurubului (interior al piuliței); d_1 - diametrul interior al filetelui șurubului (exterior al piuliței); d_2 - diametrul mediu al filetelui, adică diametrul cilindrului pe a cărui generatoare plinul și golul sunt egale; p - pasul filetelui, adică distanța dintre punctele omoloage a două spire vecine; h - înălțimea utilă, adică de contact dintre spirele filetelor șurubului și piuliței; α - unghiul profilului generator al filetelui; β (fig. 4.20) - unghiul de înclinare al spirei filetelui; este variabil fiind funcție de cilindrul pe care se consideră. În calcule se consideră unghiul de înclinare corespunzător diametrului mediu d_2 , determinat cu relația $\beta_2 = \arctg(p/\pi d_2)$.

Caracterizarea principalelor tipuri de filete. Filetele triunghiulare (fig. 4.18) sunt folosite ca filete de fixare. Profilul filetelui este un triunghi echilateral ($\alpha=60^\circ$) pentru filetele metrice și

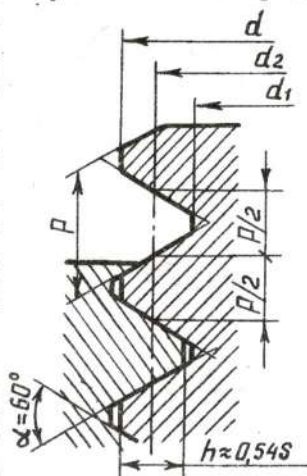


Fig. 4.18

un triunghi isoscel ($\alpha=55^\circ$) pentru filetul Whitworth, măsurat în țoli. Filetele metrice se pot executa cu pas normal (simbolizare Md) sau cu pas fin (simbolizare $Md \times p$) conform STAS 510-74 (GOST 8724-71). Forma fundului filetului poate fi dreaptă sau rotunjită (rotunjirea micșorează concentratorul de tensiuni).

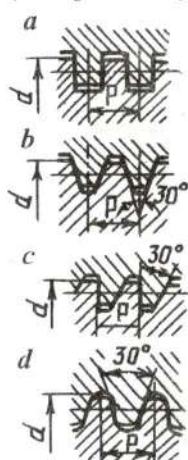


Fig. 4.19

Filetele pătrat, trapezoidal, ferăstrău și rotund se utilizează ca filete de mișcare. În fig. 4.19, a este prezentat filetul pătrat, iar în fig. 4.19, b - cel trapezoidal, obținut prin țesirea unui triunghi isoscel, cu unghiul $\alpha=30^\circ$. Are randamentul mai redus și se utilizează pentru transmiterea unor sarcini mari, spira filetului fiind mai rigidă și mai rezistentă decât a filetului pătrat. Este cel mai frecvent utilizat în transmisiile șurub-piuliță.

Filetul ferăstrău (fig. 4.19, c), fiind o combinație între filetul pătrat și cel trapezoidal, cumulează avantajele acestora, fiind utilizat la transmiterea sarcinii într-un singur sens.

Filetul rotund (fig. 4.19, d) este obținut din profilul trapezoidal ($\alpha=30^\circ$) prin rotunjirea vârfului și fundului filetului. Are o rezistență sporită la oboseală, fiind utilizat la transmiterea sarcinilor dinamice în condiții grele de exploatare

4.6.3. Forțe și momente în asamblările filetate

Momentul la cheie. La strângerea sau desfacerea cu cheia a unei asamblări filetate (fig. 4.20, a) acționăm cu un moment la cheie, numit moment motor, determinat cu relația $T_{ch} = F_m L$, unde F_m este forța aplicată la cheia cu lungimea L .

Ca urmare a strângerii piuliței, în asamblarea filetată apare forța F , care acționează atât asupra pieselor asamblate, cât și asupra șurubului și piuliței. Sub acțiunea forței F , în cuple apar următoarele

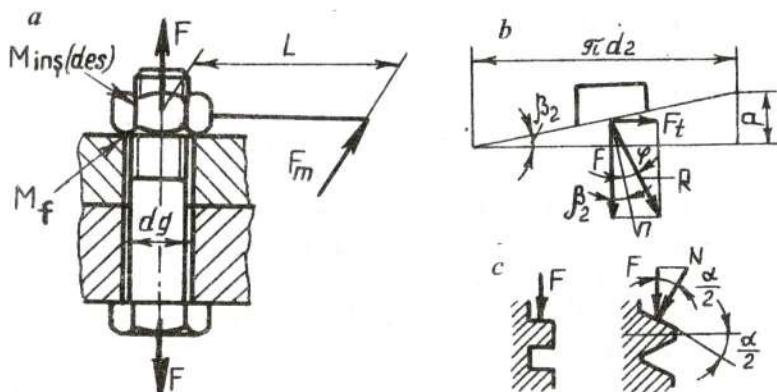


Fig. 4.20

momente rezistente: momentul de înșurubare $T_{inș}$ în cupla elicoidală (numit frecvent și moment de frecare în filet), și momentul de frecare între piuliță și elementul de sprijin, T_f .

Sub acțiunea momentului exterior și a momentelor rezistente, elementul motor - piulița se găsește în echilibru; ca atare, se poate scrie relația:

$$T_{ch} = T_{inș} + T_f. \quad (4.22)$$

Momentul de înșurubare. Din modul de generare al filetului, rezultă că fenomenele care au loc la înșurubare (deșurubare) sunt aceleași ca la urcarea (coborârea) unui corp pe un plan înclinat, unghiul căruia este egal cu unghiul mediu de înclinare al spirei filetului β_2 , iar greutatea corpului fiind egală cu forța axială F (fig 4.20, b). Din schema prezentată pentru filetul pătrat se vede, că forța R de interacțiune dintre planul înclinat și corp, la mișcarea relativă, este rezultanta forțelor normală și a celei de frecare. Deci ea va fi înclinată față de normala n cu unghiul de frecare φ ($\varphi = \arctg f$, unde f - coeficientul de frecare).

Forța $F_t = Ftg(\beta_2 + \varphi)$, fiind aplicată la brațul $d_2/2$, creează momentul de înșurubare

$$T_{inș} = F_t d_2/2 = F d_2/2 \operatorname{tg}(\beta_2 + \varphi). \quad (4.23)$$

În cazul filetelor cu unghiul dintre flancuri $\alpha \neq 0$, forța axială nu este normală la suprafața de contact, ca în cazul filetelui pătrat, iar forța circulară de frecare (fig. 4. 20, c)

$$F_f = Nf = \frac{Ff}{\cos \alpha/2} = Ff', \quad (4.24)$$

unde $f' = f/\cos \alpha/2$ este coeficientul de frecare aparent în filet.

În raport cu acest coeficient se determină și unghiul de frecare aparent $\varphi' = \arctg f'$, iar relația pentru momentul de înșurubare va fi

$$T_{inș} = F_1 d_2/2 = F d_2/2 \operatorname{tg}(\beta_2 + \varphi'). \quad (4.25)$$

Este evident, că la deșurubare forțele vor avea direcție inversă, iar unghiul β_2 trebuie scăzut din unghiul φ' . Deci relația pentru momentul de deșurubare va fi:

$$T_{deș} = F d_2/2 \operatorname{tg}(\varphi' - \beta_2). \quad (4.26)$$

Momentul de frecare dintre piuliță și elementul de sprijin se determină cu relația:

$$T_f = Ffd_m/2, \quad (4.27)$$

unde d_m este diametrul mediu al suprafeței de sprijin a piuliței, determinat cu relația: $d_m = (D_1 + d_g)/2$; D_1 - diametrul exterior al suprafeței de sprijin; d_g - diametrul găurii în elementul de sprijin.

Momentul la cheie. Ținând cont de relațiile (4.24), (4.25), ecuația (4.21) de echilibru a piuliței devine:

$$T_{ch} = T_{inș} + T_f = F[d_2/2 \operatorname{tg}(\beta_2 + \varphi') + fd_m/2]. \quad (4.28)$$

Pentru valori medii statistice ale parametrilor din relația (4.26) și utilizând chei standarde ($L \approx 15d$) obținem câștigul în forță $(F/F_{ch}) = 70 \dots 80$.

4.6.4. Condiția de autofrânare și randamentul filetelui

Din relația (4.26) reiese, că condiția de autofrânare este $T_{deș} \geq 0$; din această condiție pentru cazul când $T_f = 0$ $\operatorname{tg}(\varphi' - \beta_2) > 0$ deci

$$\beta_2 < \varphi'. \quad (4.29)$$

Pentru filete metrice normale cu unghiul de înfășurare aproximativ $2^\circ 30'$ autofrânarea, chiar și în cazul lipsei frecării pe

suprafața de sprijin, are loc pentru $\varphi' \geq 2^{\circ}30'$ adică pentru $f' \geq 0,045$.

În prezența frecării pe suprafața de sprijin și $d_m = 1,4d$ autofrânarea are loc pentru $f' \geq 0,02$.

Condiția (4.29) este valabilă doar în cazul unor solicitări statice; în cazul unor solicitări dinamice, chiar dacă este îndeplinită condiția de autofrânare, se produce, în timp autodesfacerea asamblării, ca urmare a șocurilor și vibrațiilor care reduc frecarea din asamblare. Pentru a evita acest fenomen, asamblările filetate se asigură suplimentar împotriva autodesfacerii [10, 12].

Randamentul filetului se determină ca fiind raportul între lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat la o rotație completă, numai la înșurubare, sau ca raport între lucrul mecanic fără frecare (util) și lucrul mecanic cu frecare (consumat), corespunzătoare unei rotații complete a elementului conducător

$$\eta = \frac{L_{\text{fara frecare}}}{L_{\text{cu frecare}}} = \frac{2\pi T_{\text{înș}}(\varphi' = 0)}{2\pi T_{\text{înș}}(\varphi' \neq 0)} = \frac{\text{tg}\beta_2}{\text{tg}(\beta_2 + \varphi')}$$

4.6.5. Calculul filetului la rezistență

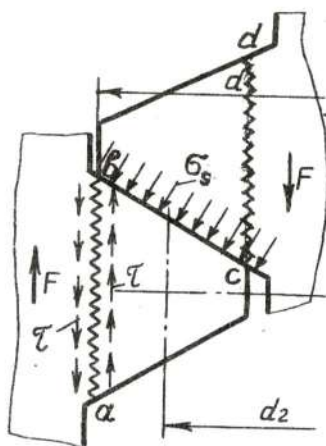


Fig. 4.21

Sub acțiunea factorilor de forțe exteriori tija șurubului se află într-o stare tensională compusă, filetul fiind supus deformațiilor de forfecare și strivire.

Sarcina exterioară se repartizează pe spirele filetului neuniform. Mai solicitate sunt primele spire din partea suprafeței de sprijin (până la 23...33% din sarcină). De aceea în practică calculul filetului se efectuează conform unor tensiuni convenționale, acceptând că toate spirele sunt solicitate egal. Schema de

calcul este prezentată în fig. 4.21. Condiția de rezistență la strivire:

$$\sigma_s = \frac{F}{\pi d_2 h z} \leq \sigma_{as}. \quad (4.31)$$

Condițiile de rezistență la forfecare:

$$\tau_f = \frac{F}{\pi d_1 K H} \leq \tau_{af} \text{ - pentru șurub,} \quad (4.32)$$

$$\tau_f = \frac{F}{\pi d K H} \leq \tau_{af} \text{ - pentru piuliță,} \quad (4.33)$$

unde $K=ab/p$ sau $K=cd/p$ este coeficient ce ține cont de tipul filetului.

4.6.6. Calculul asamblărilor filetate

Șurub solicitat de o forță axială centrică. Caz mai rar întâlnit în practică (de exemplu, la șurubul de la cârligul macaralei). Considerând că forța exterioară F acționează în axa șurubului, tija acestuia este solicitată la tracțiune sau compresiune, determinată cu relația:

$$\sigma_{t,c} = \frac{4F}{\pi d_1^2} \leq \sigma_{at,c}. \quad (4.34)$$

Pentru dimensionare, cu această relație se determină diametrul interior al filetului d_1 , în funcție de care, din STAS 510-74 (GOST 9150-59), se alege un filet standardizat și apoi un șurub standardizat.

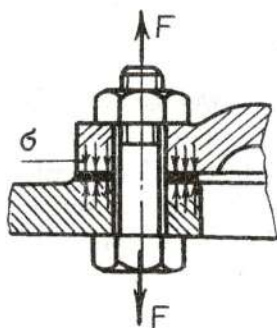


Fig. 4.22

Șurub solicitat de o forță axială centrică și un moment de torsiune. Această situație de solicitare este caracteristică pentru capacele reductoarelor și corpurilor mașinilor. Tija șurubului este solicitată la tracțiune de către forța de strângere F și la torsiune de momentul de înșurubare T_{ins} (fig. 4.22). Tensiunile corespunzătoare de tracțiune și torsiune se determină cu relațiile

$$\sigma_t = \frac{4F}{\pi d_1^2}; \quad \tau_t = \frac{T_{\text{înș}}}{W_p} = \frac{16T_{\text{înș}}}{\pi d_1^3}. \quad (4.35)$$

Rezistența șurubului în acest caz se determină cu tensiunea echivalentă, determinate conform teoriei a III-a de rezistență

$\sigma_e = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_a$. Calculele practice arată că pentru un filet metric standard $\sigma_e = 1,3\sigma_b$, ce permite efectuarea calculului cu o relație simplificată:

$$\sigma = \frac{4 \cdot 1,3F}{\pi d_1^2} \leq \sigma_a. \quad (4.36)$$

Asamblări filetate solicitate transversal. Sarcina exterioară acționează perpendicular pe axele șuruburilor. Mai frecvent sunt posibile două cazuri de montaj ale șuruburilor: șuruburi montate *cu joc*; șuruburi montate *fără joc* (șuruburi de păsuire).

Șuruburi montate *cu joc* (fig. 4.23, a). Ca să nu aibă loc deplasarea plăcilor, sarcina exterioară Q trebuie echilibrată de forța

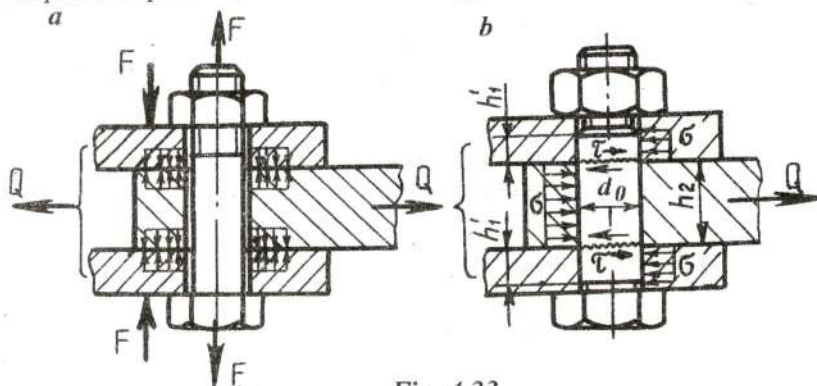


Fig. 4.23

de frecare F_f dintre elementele îmbinării. Matematic, acest principiu de funcționare se exprimă prin inegalitatea:

$$F_f \geq Q. \quad (4.37)$$

În cazul unei asamblări realizate cu z șuruburi, fiecare prestrâns cu forța F , rezultă pentru forța de frecare relația:

$$F_f = fFzi.$$

Ținând cont de relația (4.37), obținem forța necesară de prestrângere pentru un șurub

$$F = \frac{kQ}{fzi}, \quad (4.38)$$

unde k este un coeficient de siguranță la deplasarea tablelor.

Calculul șurubului în acest caz poate fi efectuat cu relația (4.36).

Șurub instalat fără joc (fig. 4.23, b). Aceste șuruburi se caracterizează prin faptul că tija nefiletată a șurubului este mai mare în diametru decât tija filetată. În acest caz sarcina exterioară Q este preluată complet de tija șurubului, care este solicitată la forfecare și strivire. La solicitarea de forfecare tensiunea va fi

$$\tau_f = \frac{4Q}{\pi d_0^2 zi} \leq \tau_{af}. \quad (4.39)$$

Rezistența la strivire se determină cu relația:

$$\sigma_s = \frac{F}{d_0 h} \leq \sigma_{as}, \quad (4.40)$$

unde h este înălțimea uneia din table.

Recomandări privind alegerea valorilor rezistențelor admisibile sunt expuse în [12, 24, 25].

4.7. Asamblări prin pene

4.7.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Aceste îmbinări sunt realizate cu o piesă specială numită pană, care se instalează în canalele arborelui și butucului. Ea asigură asamblarea fixă a elementelor și transmite momentul de torsiune.

pene disc).

Avantaje. Se caracterizează prin simplitatea și fiabilitatea construcției, comoditatea montajului și demontajului, costul redus.

Dezavantaje. Poate fi menționată scăderea rezistenței elementelor asamblate ca urmare a micșorării secțiunilor lor cu canale pentru pană și concentrarea tensiunilor, de asemenea și dificultatea asigurării coaxialității ajustajului elementelor asamblate.

4.7.2. Tipuri constructive și calculul de rezistență

Mai frecvent sunt utilizate *penele paralele* și *disc* (fig.4.24).

Pana paralelă (fig. 4.24, a) are secțiunea dreptunghiulară, momentul de torsiune transmițându-se prin contactul dintre arbore și pană, respectiv dintre pană și butuc; jocul radial este prevăzut între fața superioară a penei și fundul canalului din butuc. Este

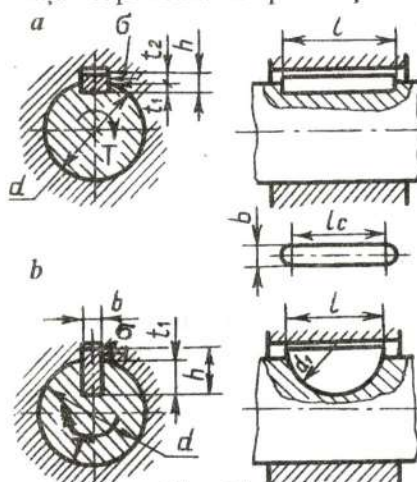


Fig. 4.24

standardizată. Conform diametrului arborelui d , din standard STAS 1004-81 (GOST 23360-78) sunt alese lățimea b și înălțimea h .

Calculul de rezistență se efectuează în ipoteza distribuirii uniforme a presiunilor pe suprafețele active ale penei (fig. 4.24,a). Pentru simplificarea calculului se acceptă că pana este introdusă la aceeași adâncime în canalul arborelui și al butucului, iar brațul forțelor este egal cu $d/2$.

Condiția de rezistență la strivire:

$$\sigma_s = \frac{2T}{d} \frac{1}{(h/2)l_c} = \frac{4T}{dhl_c} \leq \sigma_{as}. \quad (4.41)$$

În calculul de dimensionare cu relația (4.38) poate fi determinată lungimea de calcul a penei l_c .

Verificarea penei la solicitarea de forfecare se efectuează cu relația

$$\tau_f = \frac{2T}{dbl_c} \leq \tau_{af}. \quad (4.42)$$

Penele disc au forma unui segment de disc. Schema de asamblare și calcul este prezentată în fig. 4. 24, b. Ele necesită executarea unui canal mai adânc în arbore, din care cauză sunt utilizate la montarea elementelor rotative pe capătul arborelui, care este mai puțin solicitat la încovoiere. Schema de solicitare este asemenea penei paralele. Dimensiunile penei se aleg din STAS 1012-77 (GOST 24071-80) funcție de diametrul arborelui d .]

Condiția de rezistență la strivire

$$\sigma_s = \frac{2T}{dlk} \leq \sigma_{as}. \quad (4.43)$$

Recomandările privind alegerea valorilor rezistențelor admisibile sunt expuse în [12, 24, 25].

4.8. Asamblări prin caneluri

4.8.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Asamblările prin caneluri sunt de tip arbore-butuc și pot fi considerate ca asamblări prin pene paralele multiple, solide cu arborele și uniform distribuite pe periferia acestuia.

Conform destinației pot fi *fixe sau mobile*. Asamblările mobile permit deplasarea axială a butucului pe arbore și se folosesc în cutiile de viteze cu roți baladoare.

După forma proeminențelor, asamblările prin caneluri pot fi: cu profil *dreptunghiular*, în *evolventă*, sau *triunghiular*.

Conform modului de centrare asamblările prin caneluri cu

profil dreptunghiular se clasifică în: centrate pe flancuri (fig. 4.25, a); pe diametrul interior (fig. 4.25, b); pe diametrul exterior (fig. 4.25, c). Centrările pe diametrul exterior și interior se execută mai ușor, deci pot fi foarte precise; centrarea pe flancuri transmite însă un moment de torsiune mai mare.

Cele mai utilizate sunt asamblările prin caneluri dreptunghiulare. STAS 2670-66 (GOST 1139-80) prevede trei serii de îmbinări (ușoară, medie și grea). Se deosebesc prin dimensiunea și numărul canelurilor z ($z = 6-20$). Canelurile din seriile mijlocie și grea permit cuplarea butucului mobil sub sarcină.

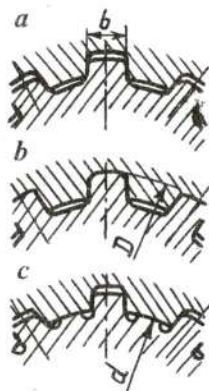


Fig. 4.25

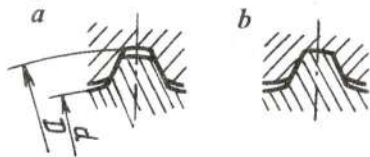


Fig. 4.26

Asamblările cu profil în evolventă (fig. 4.26), STAS 6858-63 (GOST 6033-80) sunt foarte rezistente, în special la solicitări variabile. La aceste asamblări centrarea se efectuează pe flancuri (fig. 4.26, a) sau pe diametrul exterior al arborelui (fig. 4.26, b).

Asamblările prin caneluri triunghiulare (fig. 4.27), STAS 7346-65 (GOST 100092-73), sunt recomandate pentru asamblări fixe la gabarite restrânse.



Fig. 4.27

Avantaje. Față de îmbinările cu pene au următoarele *avantaje*: pot transmite întreg momentul de torsiune de care este capabil arborele; sunt mai rezistente la oboseală, datorită reducerii concentratorilor de eforturi; au o centrare și ghidare mai precisă în funcționare.

Dezavantaje. Tehnologia de execuție este pretențioasă, mai ales pentru gaura canelată; prețul de cost este mai mare.

4.8.2. Calculul de rezistență

În principiu se adoptă din STAS (GOST) dimensiunile diametrale pentru arbore și butuc și se calculează lungimea necesară a canelurilor, pentru a transmite un moment de torsiune cunoscut, din condiția de rezistență la strivire, pe flancul canelurilor (fig. 4.28):

$$\sigma = \frac{T}{kzhlr_{med}} \leq \sigma_{as}, \quad (4.44)$$

unde $k = 0,7 - 0,8$ este coeficient de neuniformitate a distribuției sarcinii între caneluri; z - numărul de caneluri;

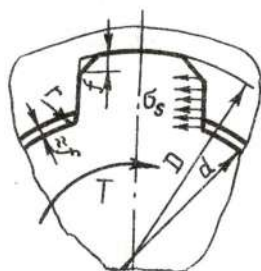


Fig. 4.28

$h = \frac{D-d}{2} - 2f$ - înălțimea activă a suprafeței

de contact; l - lungimea canelurilor; r_{med} - raza medie a suprafeței de contact

($r_{med} = \frac{D+d}{4}$ - pentru caneluri dreptunghiulare; $h \approx m$; $r_{med} = mz/2$ - pentru caneluri în evolventă).

Recomandări privind alegerea valorilor rezistențelor admisibile sunt expuse în [12, 24, 25].

4.9. Asamblări prin știfturi

4.9.1. Caracteristica generală

Destinația și clasificarea. Știfturile sunt organe de mașini demontabile, folosite în următoarele scopuri: asigurarea poziției precise relative a două piese (știfturile de centrare); transmiterea unor sarcini relativ mici (știfturile de fixare); protejarea elementelor unei transmisii mecanice de suprasarcini (știfturi de siguranță). Știfturile se mai pot folosi pentru fixarea arcurilor elicoidale de

tracțiune sau pentru asigurarea asamblărilor filetate împotriva autodesfacerii.

După formă știfturile pot fi cilindrice, conice sau combinate, suprafața exterioară a acestora fiind netedă sau crestată.

Știfturile cilindrice pline, STAS 1599-80 (GOST 3128-70), fig. 4.29, a se montează cu strângere, domeniul lor de utilizare fiind limitat, datorită micșorării strângerii în urma montărilor și demontărilor repetate.

Știfturile conice netede STAS 3436-80 (GOST 3129-70), fig.

4.29, b se execută cu conicitatea 1/50 și sunt utilizate, în special pentru centrare.

Știfturile crestate cilindrice și conice (fig. 4.29, c) realizează o fixare sigură și durabilă, putând prelua și sarcini dinamice, fără ca strângerea să se micșoreze; nu necesită mijloace suplimentare de asigurare și nici o execuție foarte precisă a găurilor.

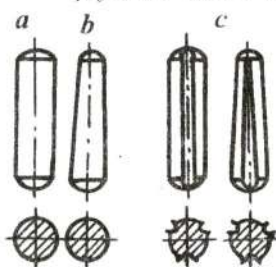


Fig. 4.29

4.9.2. Calculul de rezistență

Știfturile cu două suprafețe de forfecare sunt verificate la forfecare și strivire. La transmiterea momentului de torsiune T (fig. 4.30) relațiile de calcul sunt:

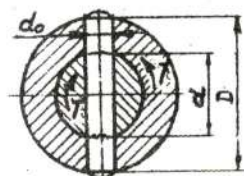


Fig. 4.30

$$\tau_f = \frac{4T}{\pi d d_0^2} \leq \tau_{af}; \quad (4.45)$$

$$\sigma_s = \frac{2T}{d d_0 (D - d)} \leq \sigma_{as}. \quad (4.46)$$

Știfturile se execută din OL50, OL60, OLC15, OLC35, OLC45 (15, 30, 35, 45, 50, Y10A)etc.

Rezistența admisibilă pentru materialul știftului, de obicei, se acceptă $\tau_{af} \leq 80 \text{ MPa}$.

4.10. Îmbinări cilindrice presate

4.10.1. Caracteristica generală

Destinația și utilizarea. Asamblările prin presare se realizează prin strângerea reciprocă a pieselor asamblate, care apare în urma deformațiilor elastice ale acestora, la montaj. Forțele care se opun desfacerii asamblării sunt forțele de frecare, care apar pe suprafețele de contact ale pieselor asamblate.

Asamblările presate își găsesc o largă întrebuințare în construcția de mașini: la asamblările părților componente a unui arbore cotit; la asamblarea coroanelor melcate pe butucii roților; la asamblarea rulmenților pe fusurile arborilor etc.

Asamblările prin presare au câteva avantaje importante: capacitatea de a transmite sarcini mari; comportare bună la sarcini variabile; centrare bună a pieselor; execuție simplă; fac posibilă execuția pieselor din mai multe părți, în scopul economisirii materialelor scumpe.

Indicații tehnologice. Piesa cuprinsă (arborele) și cea cuprinzătoare (butucul) formează un ajustaj presat, executat pe baza toleranțelor prevăzute de standarde.

În timpul procesului tehnologic de presare (fig. 4.31) la

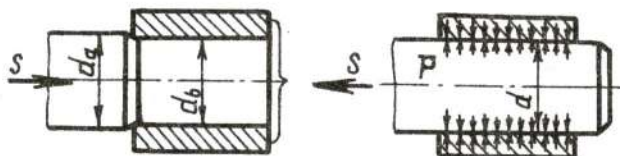


Fig. 4.31

asamblarea dintre un manșon cilindric (butuc) cu diametrul interior d_b și un arbore, cu diametrul exterior $d_a > d_b$ se produce o mărire a diametrului alezajului butucului și o micșorare a diametrului

arborelui. După montare se ajunge la un diametru final (comun) d ($d_b < d < d_a$).

Strângerea se calculează ca diferența dintre diametrele inițiale ale pieselor asamblate $\delta = d_a - d_b$.

În general, asamblările presate se obțin fără o încălzire prealabilă a pieselor, operația de presare executându-se cu ajutorul unor prese hidraulice - pentru piese mari și cu ajutorul unor prese manuale - în cazul pieselor de dimensiuni mici. Prin ungerea suprafețelor de contact se micșorează forța axială necesară presării.

Montarea se poate ușura prin încălzirea ușoară a piesei cuprinzătoare sau prin răcirea piesei cuprinse (presare mixtă), asamblările obținute în acest fel, sunt mai rezistente, deoarece suprafețele în contact nu se distrug la montaj, în aceeași măsură ca la montarea rece.

4.10.2. Calculul asamblărilor presate

În fig. 4.32 este prezentată schema de calcul a unei asamblări presate, solicitată simultan de o forță axială și un moment de torsiune.

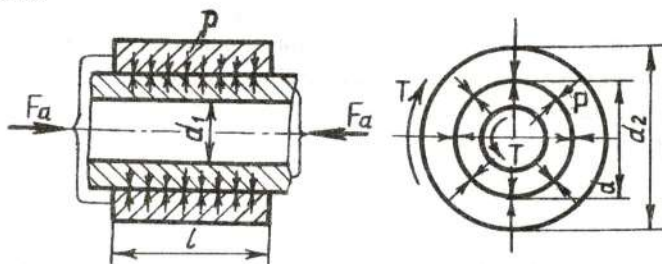


Fig. 4.32

La încărcare cu forță axială F_a :

$$F_a \leq f\pi p d l, \quad (4.47)$$

unde p este presiunea pe suprafața de contact; f - coeficientul de frecare.

Condiția de funcționare la sollicitare cu moment de torsiune:

$$T \leq f\pi p d^2 l / 2. \quad (4.48)$$

La acțiunea simultană a unei forțe axiale și a momentului de torsiune:

$$\sqrt{F_t^2 + F_a^2} \leq f\pi p d l, \quad (4.49)$$

unde $F_t = 2T/d$ reprezintă forța periferică.

Presiunea necesară se calculează cu relația lui Lamé, stabilită pentru suprafețe cilindrice netede:

$$p = \frac{\delta_c}{d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)}, \quad (4.50)$$

unde δ_c este strângerea teoretică necesară; C_1, C_2 - coeficienți dimensionali:

$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1; \quad C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2, \quad (4.51)$$

unde E_1 și E_2 , μ_1 și μ_2 sunt modulusii de elasticitate și coeficienții lui Poisson pentru materialele arborelui și buchei; d_1 - diametrul interior al piesei cuprinse; d_2 - diametrul exterior al piesei cuprinzătoare.

Strângerea teoretică necesară trebuie corectată, pentru a ține seama de retezirea și deformarea rugozităților suprafețelor de contact

$$\delta_c = \delta_{\min t} - 1,2(R_{z1} + R_{z2}), \quad (4.52)$$

unde R_{z1} și R_{z2} sunt înălțimile rugozităților suprafețelor pieselor; $\delta_{\min t}$ - strângerea minimă tabelară.

Exemplu de calcul. În cuplajul cu flanșe din oțel (fig.5.9), care leagă arborii reductorului și a transportorului cu lanț, strângerea semicuplajelor este asigurată de șase șuruburi instalate pe un cerc cu raza $D_0 = 150$ mm. Cuplajul transmite momentul de torsiune $T = 981$ Nm. Determinați diametrele șuruburilor instalate: a) cu joc; b) fără joc.

Calculul se efectuează conform momentului de torsiune de calcul $T_c = T \cdot k = 981 \cdot 1,4 = 1373,4 \text{ Nm}$ (coeficientul regimului de lucru $k=1,4$ conform tab.1.2 [10]). Conform GOST 20761-80 centrarea semicuplajelor este asigurată de șuruburile instalate fără joc peste unul (3 șuruburi) [10].

Sarcina care acționează asupra șuruburilor instalate fără joc

$$F_t = 2 \cdot 10^3 T_c / (D_0 z) = 2 \cdot 10^3 \cdot 1373,4 / (150 \cdot 3) = 6104 \text{ N}.$$

Tensiunile admisibile la forfecare pentru șuruburi din oțel 35 conform tab.1.2 [1] $\tau_a = 0,25 \cdot \sigma_c = 0,25 \cdot 300 = 75 \text{ MPa}$.

Diametrul șuruburilor instalate fără joc

$$d_0 = \sqrt{4 F_t / (\pi \tau_a)} = \sqrt{4 \cdot 6104 / (3,14 \cdot 75)} = 10,18 \text{ mm}.$$

Conform GOST 7817-72 alegem șuruburi cu diametrul tijei $d_0 = 11 \text{ mm}$, diametrul filetului $d = 10 \text{ mm}$.

Sarcina necesară de strângere pentru șuruburile instalate fără joc

$$F_0 = 2 \cdot 10^3 T_c / (z D_0 f) = 2 \cdot 10^3 \cdot 1373,4 / (3 \cdot 150 \cdot 0,2) = 30520 \text{ N}.$$

Tensiunile admisibile pentru șuruburi din oțel 45 instalate fără joc, conform tab.1.2 [1] $\sigma_a = \sigma_s / n_a = 360 / 1,3 = 277 \text{ MPa}$.

Diametrul șuruburilor instalate fără joc

$$d_1 = \sqrt{1,3 \cdot 4 F_0 / (\pi \sigma_a)} = \sqrt{4 \cdot 1,3 \cdot 30520 / (3,14 \cdot 277)} = 13,5 \text{ mm}.$$

Conform GOST 9150-59 alegem șurub cu diametrul exterior al filetului $d = 16 \text{ mm}$ pentru care $d_1 = 13,835 \text{ mm}$.

5. ORGANE PENTRU SUSȚINERE, REZEMARE ȘI LEGĂTURĂ

5.1. Arbori și osii

5.1.1. Caracteristica generală

Destinația, criteriul de clasificare. Arborii sunt organe de mașini cu mișcare de rotație, destinați transmiterii momentelor de torsiune de-a lungul axei lor și susținerii altor organe de mașini cu mișcare de rotație (roți dințate, roți de lanț, roți de curea, semicuple etc.)

Osiile sunt organe de mașini cu mișcare de rotație sau fixe, destinate susținerii altor organe de mașini cu mișcare de rotație.

Deosebirea funcțională dintre arbori și osii este aceea că arborii transmit moment de torsiune, în timp ce osiile nu transmit momente de torsiune utile.

Forma și dimensiunile osiilor și arborilor sunt determinate atât de modul de repartizare a sarcinilor pe lungime, cât și de condițiile funcționale, de fabricație și de montaj.

După *forma axei* deosebim arbori drepecți, cotiți și flexibili. Arborii cotiți sunt utilizați în mașinile cu pistoane, iar cei flexibili - formează o grupă specială de arbori, la care axa geometrică are o formă variabilă. În ceea ce urmează se vor discuta numai arborii și osiile cu axa dreaptă.

După *forma constructivă* deosebim arbori și osii: netezi (fără trepte), cu trepte, cu secțiunea plină sau tubulară, fig. 5.1. Formarea treptelor este necesară pentru fixarea pieselor sau a arborilor în direcție axială, de asemenea pentru montajul organelor în cazul ajustajelor cu strângere. Arborii tubulari sunt construiți pentru micșorarea greutății sau în acele cazuri când prin arbore trece

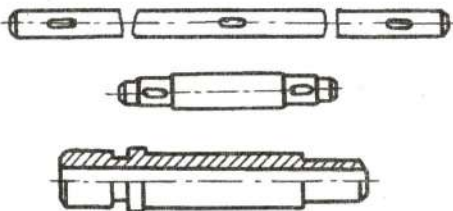


Fig. 5.1

un alt organ de mașină.

Material. Stabilirea materialului și a tratamentului termic trebuie să ia în considerație atât modul de solicitare a osiei sau arborelui, cât și condițiile de lucru ale fusurilor.

Pentru arborii drepecți și pentru osii se recomandă: *oțeluri carbon obișnuite* OL50, OL60 (C_T5, C_T10) pentru solicitări ușoare; *oțeluri carbon de calitate de îmbunătățire* OLC 45 (oțel 45 ș.a.) și *oțeluri aliate de îmbunătățire* 40Cr10, 41CrNi12 (40X, 40XH), pentru arbori cu solicitări importante sau când se impun restricții față de gabarit; *oțeluri carbon de cementare* OLC 20 (oțel 20, 20X), când sunt impuse condiții față de rezistența la uzură a fusurilor.

5.1.2. Criterii de calcul

Criteriile folosite în calculele de proiectare iau în considerație atât aspectele de rezistență a osiilor și arborilor, cât și cerințele impuse de funcționare corectă a organelor montate pe acestea.

Dintre criteriile de rezistență, pentru majoritatea cazurilor hotărâtoare este rezistența la solicitări variabile.

Proiectarea osiilor și arborilor se desfășoară obișnuit în următoarea succesiune:

- predimensionarea din condiția de rezistență la torsiune;
- verificarea la rupere prin oboseală;
- verificarea la rigiditate (deformații);
- verificarea la vibrații.

Calculul de predimensionare al arborilor și osiilor. În majoritatea cazurilor în prima etapă a proiectului unui arbore nu se cunosc distanțele dintre reazeme și ca urmare nu se pot determina momentele de încovoiere necesare dimensionării.

Predimensionarea arborelui se face cu o relație simplificată, folosind o tensiune admisibilă convențională:

$$d_p = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi\tau_{at}}} = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2\tau_{at}}}. \quad (5.1)$$

Deoarece se neglijează solicitarea la încovoiere, se alege

pentru tensiunea admisibilă la răsucire valori reduse, $\tau_{at} = 15 \dots 25$ MPa. Diametrul calculat se rotunjește până la o mărime standardizată. Diametrele celorlalte sectoare sunt acceptate constructiv ținând cont de comoditatea asamblării.

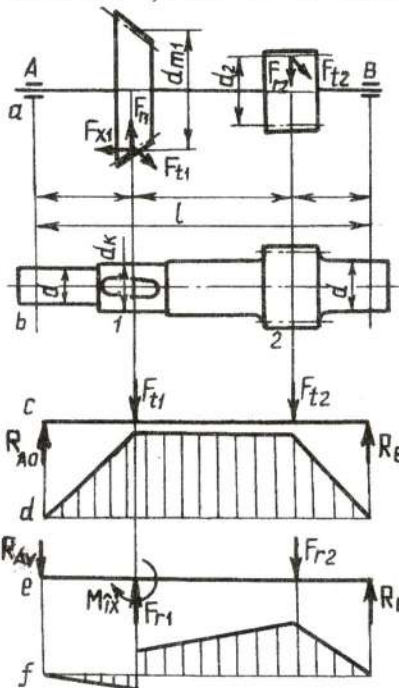


Fig. 5.2

Calculul la solicitări compuse. Predimensionarea arborelui cu luarea în considerație atât a solicitării de răsucire cât și a celei de încovoiere (fig. 5.2) se face parcurgând mai multe etape:

- stabilirea schemei de forțe care solicită arborele la încovoiere;

- determinarea momentelor de încovoiere M_{io} și M_{iv} date de componentele forțelor din fiecare din cele două plane perpendiculare, cu trasarea diagramelor de momente încovoietoare corespunzătoare;

- calcularea momentului încovoiitor rezultat M_{ir} , prin adunarea geometrică, punct cu punct, a componentelor M_{io} și M_{iv} din cele două plane

$$(M_{ir})_j = \sqrt{(M_{io})_j^2 + (M_{iv})_j^2}; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.2)$$

- trasarea diagramei de variație a momentelor de răsucire de-a lungul axei arborelui;

- determinarea punct cu punct a valorii momentului de încovoiere echivalent, M_{ie} . Acceptând ipoteza tensiunilor tangențiale maxime drept ipoteză de rupere. Momentul de încovoiere echivalent se determină cu relația:

$$(M_{ie})_j = \sqrt{(M_{ir})_j + (0,75T)^2} \quad (5.3)$$

-calculul diametrelor arborelui în secțiunile cu valori maxime ale momentului încovoietor echivalent:

$$d_j = \sqrt[3]{\frac{32M_{ie}}{\pi\sigma_{ai}}} = \sqrt[3]{\frac{M_{ie}}{0,1\sigma_{ai}}} \quad (5.4)$$

unde σ_{ai} poate fi acceptată conform tabelului 16.1 [24].

Calculul la solicitări variabile. Este un calcul de verificare pentru arborii supuși la solicitări compuse (torsiune și încovoiere), care constă în determinarea coeficientului de siguranță, în secțiunile în care există concentratori de tensiuni (canale de pană, caneluri, salturi de diametre, găuri transversale, filet etc.) și compararea acestuia cu valorile admisibile.

Pentru arborii supuși la solicitări compuse, coeficientul global de siguranță se determină cu relația:

$$s = \frac{s_\sigma s_\tau}{\sqrt{s_\sigma^2 + s_\tau^2}} \geq s_a, \quad (5.6)$$

unde s_σ , s_τ sunt coeficienții de siguranță la solicitarea de încovoiere, respectiv de torsiune; $s_a = 1,5 \dots 2,5$ - coeficient de siguranță admisibil.

Coeficienții de siguranță parțiali (s_σ , s_τ) se calculează după metoda Serensen [6, 19] cu relațiile:

$$s_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_s \varepsilon_d} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}; \quad s_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_s \varepsilon_d} \tau_a + \psi_\tau \tau_m}, \quad (5.7)$$

unde σ_{-1} , τ_{-1} sunt rezistența la oboseală pentru solicitarea de încovoiere, respectiv, de torsiune; k_σ , k_τ - coeficienții efectivi de concentrare a tensiunilor în secțiunea considerată, corespunzători solicitării de încovoiere, respectiv de torsiune; ε_s , ε_d - factorii de calitate a suprafeței și dimensional în calculele respective; σ_a , τ_a , σ_m , τ_m - amplitudinile și valorile medii ale ciclurilor de solicitare; ψ_σ , ψ_τ - factori de sensibilitate a materialului la asimetria ciclului de tensiuni de încovoiere, respectiv torsiune [9, 12, 24, 26].

5.2. Lagăre cu alunecare

5.2.1. Caracteristica generală

Destinația, utilizarea. Lagărele sunt organe de mașini pe care se sprijină fusurile arborilor și osiilor în mișcare de rotație, preluând sarcini radiale, axiale sau combinate prin intermediul suprafețelor de alunecare.

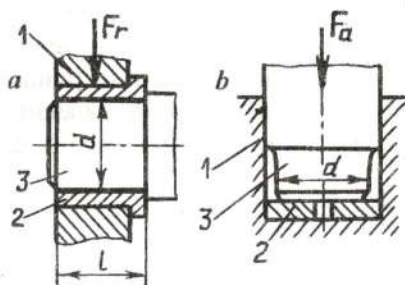


Fig. 5.3

Lagărul radial (fig. 5.3, a) este construit din corpul 1, cuzinetul 2, în care se rotește fusul arborelui 3.

Lagărul axial (fig. 5.3, b) este construit din corpul 1, cuzinetul - crapodină 2 pe care apasă pivotul arborelui 3.

Deși în construcția modernă de mașini lagărele cu alunecare se utilizează pe scară mult mai mică decât lagărele cu rostogolire, ele s-au menținut într-o serie de domenii importante în care se folosesc preponderent, sau în mod egal cu rulmenții. Aceste domenii sunt: lagăre cu funcționare la viteze ridicate, care depășesc vitezele limită ale rulmenților și la care aceștea ar realiza durabilități foarte reduse; lagăre de dimensiuni mari, nestandardizate; lagăre destinate să lucreze la încărcături înalte, cu șocuri și vibrații; lagărele pentru ghidarea de mare precizie a arborilor; lagărele cu plan de separare (care conform cerințelor de montaj trebuie să fie demontate în plan diametral); lagăre pentru gabarite diametrale reduse; lagăre care lucrează în condiții specifice de mediu (apă, medii agresive chimice, temperaturi ridicate etc);

Criterii de clasificare. Lagărele se deosebesc după regimurile de frecare, după tipul sarcinilor preluate și după posibilitățile de montaj.

Conform primului criteriu deosebim: lagăre cu contactul direct

al suprafețelor de frecare (cu frecare uscată), cu separarea contactului printr-un corp intermediar (lubrifiant), cu separarea contactului prin forțe magnetice.

După tipul sarcinilor preluate deosebim: lagăre radiale, lagăre axiale și combinate.

După posibilitatea montajului pot fi: nedemontabile (executate direct în carcase) și demontabile, fixe (rigide) și oscilante.

Avantaje, dezavantaje. Lagărele hidrodinamice simple pot fi executate în orice condiții de producție. Cuzineții cu plan de separare sunt comozi la asamblare, îndeosebi în construcțiile mașinilor cu arbori cotiți. În lagărele radiale reglabile, la uzura cuzineților, poate fi schimbat jocul asigurând capacitatea de funcționare pe parcursul duratei de exploatare. Lagărele cu câteva pene portante asigură funcționarea fără vibrații.

Lagărele cu alunecare funcționează cu pierderi mari la frecare în perioada de demarare; este posibilă uzura lor în perioada de regim, dacă nu este asigurat regimul de ungere fluid. În acest context lagărele hidrostactice au prioritate față de cele hidrodinamice, însă sunt mai costisitoare și mai compuse.

5.2.2. Particularitățile de lucru ale lagărelor

Condițiile de lucru ale lagărului cu alunecare depind de parametrii regimului (sarcina specifică p și viteza unghiulară ω ale fusului arborelui), tipul lubrifianului (lichid, solid sau gazos), caracteristicile fizico-mecanice ale contactului și destul de exact pot fi caracterizate prin pierderile la frecare. Acești parametri determină emiterea de căldură și rezistența la uzură a lagărului.

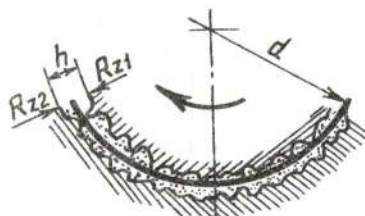


Fig. 5.4

La funcționare în regim de frecare fluidă suprafețele de contact ale lagărului sunt separate de o peliculă de ulei, grosimea h a căreia este mai mare ca suma înălțimilor rugozităților suprafețelor R_z (în fig. 5.4 pelicula de ulei este indicată

printr-o linie neagră îngroșată) $h > R_{z1} + R_{z2}$. În aceste condiții pelicula de ulei va prelua solicitarea exterioară, evitând atingerea suprafețelor de contact, adică uzarea lor.

Să analizăm variația coeficientului de frecare în lagărul cu alunecare (fig. 5.5, a) funcție de un parametru adimensional al regimului de lucru $\lambda = \mu\omega/p$, (μ - viscozitatea dinamică a uleiului; p - sarcina specifică în lagăr).

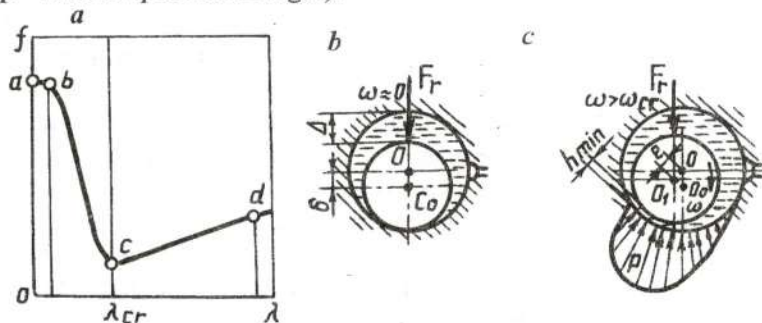


Fig. 5.5

Să presupunem că lagărul funcționează cu creșterea lentă a vitezei unghiulare. În acest caz, la viteze unghiulare mici, corespunzătoare vitezei de alunecare $v < 0,1 \text{ m/s}$, unsoarea se va extrude din zona contactului, iar vârful rugozităților vor contacta prin intermediul peliculei limită de ulei adsorbite pe suprafață (*frecare limită*), sau direct (*frecare uscată*). La acest regim deplasarea centrului fusului O_o față de centrul lagărului O va fi mică (fig. 5.5, b).

Grosimea peliculei limită este doar $0,1 - 0,3 \mu\text{m}$. Coeficientul de frecare limită (sectorul *ab*, fig. 5.5, a) pentru lagărele din materiale de antifricțiune răspândite poate căpăta valoarea $0,3$.

La creșterea vitezei unghiulare a fusului (fig. 5.5, b) coeficientul de frecare se micșorează brusc (fig. 5.5, a sectorul *bc*) în legătură cu aducerea lubrifianului sub fus și formarea regimului de *frecare mixtă*, care se caracterizează prin prezența frecării limită și celei fluide. Deși în acest caz excentricitatea fusului se schimbă

ușor, sarcina normală în contact se va echilibra de forțele de interacțiune pe suprafețele de contact.

Începând cu o viteză unghiulară oarecare, $\omega = \omega_{cr}$ fusul se desprinde de cuzinet cu tendința de a se deplasa în direcția mișcării pe o traiectorie aproximativ semicirculară, ocupând o poziție nouă cu o excentricitate mai mică a fusului. Mărirea continuă a vitezei unghiulare, micșorând excentricitatea, contribuie la mărirea coeficientului de frecare (sectorul cd , fig.5.5, a), în legătură cu mărirea grosimii peliculei de ulei și creșterea pierderilor hidraulice. Totodată, presiunea hidrodinamică în creștere va menține arborele pe pana portantă de lubrifiant, care se formează în interstițiul ce se îngustează dintre fus și cuzinet. Pe sectorul cd lagărul funcționează în regim de *ungere fluidă*.

Teoretic, condițiile optime de funcționare ale lagărului, sunt asigurate în punctul c , unde coeficientul de frecare are valoare minimă.

5.2.3. Calculul lagărelor cu alunecare

Vom examina lagărele cu regim de ungere mixt. Astfel de lagăre sunt folosite în mecanisme cu viteză mică, cu demarări și opriri multiple, sau cu condiții nesatisfăcătoare de ungere.

Aceste lagăre sunt calculate:

- a) după valoarea admisibilă a presiunii în lagăr

$$p = F_r / ld \leq [p]; \quad (5.8)$$

- b) după produsul admisibil presiune-viteză

$$pv \leq [pv], \quad (5.9)$$

unde F_r este sarcina radială care acționează asupra lagărului; l - lungimea lui; d - diametrul fusului; v - viteza circulară a fusului.

Pentru fusurile axiale (pivoți) diametrul este determinat de cel al arborelui, calculat din condițiile de rezistență la solicitări compuse.

Presiunea specifică de contact:

$$p = F_a / A \leq [p],$$

unde F_a este sarcina axială care soliciță lagărul; A - proiecția suprafeței de contact pe un plan perpendicular pe direcția forței (pentru fusul cilindric plan $A = \pi d^2 / 4$; pentru fusul inelar cu diametrul exterior d_e și diametrul interior d_i $A = \pi(d_e^2 - d_i^2) / 4$).

Calculul după criteriul $[pv]$ prevede într-o formă apropiată prevenirea uzării intensive a lagărului, supraîncălzirea și griparea.

Valorile admisibile $[p]$ și $[pv]$ sunt determinate din practica de exploatare a unor construcții asemănătoare [7, 12]. Pentru majoritatea mașinilor staționare $[p] = 1 \dots 4 \text{ MPa}$, iar $[pv] = 2 \dots 10 \text{ MPa} \cdot \text{m/s}$. În cuzineții arborilor cotiți ai motoarelor cu ardere internă $[p] = 4 \dots 20 \text{ MPa}$, iar $[pv] = 25 \dots 35 \text{ MPa} \cdot \text{m/s}$.

5.2.4. Date succinte privind construcția și materialele lagărelor cu alunecare

Materialul cuzinetului trebuie să aibă următoarele proprietăți:

- coeficient de frecare cât mai redus și rezistență înaltă la gripare în perioada lipsei regimului de ungere fluidă (demarări, frânări etc);
- duritatea suficientă pentru asigurarea unei rezistențe la uzură și strivire corespunzător solicitărilor;
- rezistență la solicitări dinamice atât în stratul superficial cât și în adâncime;
- rezistență la coroziune și greutate specifică redusă pentru realizarea unor construcții ușoare.

Fontele (fonte cenușii periferice, maleabile perlitice) se utilizează pentru construcția integrală a cuzineților, care funcționează în condiții ușoare de încărcare și viteză ($p \leq 1 \text{ MPa}$, $v \leq 3 \text{ m/s}$).

Bronzurile aliate cu staniu, plumb și zinc sunt utilizate pentru fabricarea cuzineților cu funcționare la sarcini permanente; din bronzurile aliate cu aluminiu se fabrică lagărele reductoarelor și mașinilor - unelte. Alamele sunt folosite la presiuni înalte - până la 12 MPa și viteze mici de alunecare - 2 m/s .

Babbitul (compozit pe bază de staniu) este cunoscut ca având cele mai bune proprietăți antifricțiune: frecare redusă, rezistență la uzură chiar în cazul ungerii insuficiente, anticorosiv, dar nu suportă sarcini aplicate prin șoc. Este folosit la presiuni $p \leq 15 \text{ MPa}$. De obicei se aplică în formă de straturi subțiri, aplicate pe bușe din oțel sau bronz.

Materiale metalice poroase (1-3% grafit, restul Fe sau 10% cositor, 1-4% grafit, restul Cu), fiind obținute prin sinterizare din pulberi metalici sunt folosite în lagărele cu ungere săracă. Se caracterizează prin porozități însemnate (15-35% din volum), care sunt îmbibate cu ulei, astfel devenind autolubrifiante. Cuzinetații din Fe-grafit pot fi folosiți la viteze $v=0,1-4 \text{ m/s}$, și presiuni $p=0,8-15 \text{ MPa}$.

Materiale nemetalice (mase plastice, lemn presat, lemn tare, cauciucul, grafitul) la rând cu proprietăți antifricțiune înalte posedă și o rezistență înaltă la uzură, însă au o conductibilitate termică scăzută. De aceea, cel mai bun lubrifiant pentru ei este apa, care asigură și răcirea lor, iar domeniile de folosire sunt ansamblurile cu sarcini și viteze mici de alunecare.

Lagărele din *poliamide* (capron) sunt tehnologice, se comportă bine la pătrunderea în ei a produselor din industria chimică, alimentară, apa de mare, la sarcini vibratorii și de șoc. Coeficientul de frecare în ei este destul de înalt (0,12-0,35), însă uzura fusului este mică. Pentru mărirea rezistenței la uzură a bușelor în poliamide sunt introduse 5-15% adaosuri de ameliorare (grafit, MoS_2), iar pentru compensarea dilatărilor termice sunt utilizate bușe cu tăietură longitudinală.

Bușele din *grafit* asigură un coeficient de frecare scăzut în condiții de frecare uscată (0,04-0,08), au rezistență termică înaltă. Pentru mărirea rezistenței, de obicei, sunt îmbibate cu babbitt, cositor sau plumb.

Construcția lagărelor cu alunecare este expusă pe larg în [7, 12, 24, 25].

5.3. Lagăre cu rostogolire

5.3.1. Caracteristica generală și clasificarea

Utilizarea, avantaje, dezavantaje. Lagărele cu rostogolire (cu rulmenți) sunt lagăre cu frecare de rostogolire, elementul principal și distinctiv al acestora fiind rulmentul.

Rulmenții sunt organe de mașini complexe și se compun în mod obișnuit din inelul interior, inelul exterior (ambele având căi de rulare), corpurile de rulare și colivie, care servește la menținerea corpurilor de rulare la distanțe egale între ele.

Construcția rulmenților permite fabricarea lor în masă ca produs standardizat. Fabricarea rulmenților de către țările industrial-dezvoltate numără sute de milioane de bucăți în an.

Avantajele rulmenților constau în [12, 20, 25]: pierderi prin frecare foarte mici; capacitate de încărcare mare pe unitate de lungime, deci gabarit axial redus; consum mic de lubrifiant; întreținere ușoară; standardizare pe scară internațională, prin care se asigură interschimbabilitatea acestora.

Dezavantajele lagărelor cu rulmenți constau în: dimensiuni de gabarit mari în direcție radială; durată de funcționare redusă, în cazul vitezelor mari; comportare nesatisfăcătoare, în cazul șocurilor și a vibrațiilor; necesitatea unei precizii de execuție ridicate și a unor condiții severe de montaj.

Principii de clasificare. Rulmenții, ca și alte tipuri de organe de mașini se clasifică, având în vedere o serie de criterii:

după forma corpurilor de rostogolire pot fi - cu bile sau role (cilindrice, conice, ace, butoi); după numărul rândurilor de dispunere a corpurilor de rostogolire pot fi - cu corpuri de rostogolire dispuse pe un rând, pe două sau mai multe rânduri; după direcția sarcinii principale care poate fi preluată de rulmenți, aceștea pot fi - radiali, axiali, radial-axiali, axial-radiali.

După dimensiunile de gabarit rulmenții se împart în serii de diametre (gabarit radial - 7 serii) și serii de lățimi (gabarit axial - 4 serii).

Datorită mării diversități de tipodimensiuni ale rulmenților s-a realizat pe plan mondial simbolizarea acestora.

În general, simbolul rulmenților se compune dintr-un simbol de bază și un simbol suplimentar. Simbolul de bază (ultimele 4 cifre) se compune din două grupe de cifre: prima grupă reprezintă forma constructivă și seria de diametre și lățimi; a doua grupă (ultimele 2 cifre) prin multiplicarea cu 5 reprezintă alezajul rulmentului în mm , pentru rulmenții cu diametrul alezajului $\geq 20 mm$. Simbolul suplimentar se folosește când rulmentul are o construcție modificată.

5.3.2. Caracteristica principalelor tipuri de rulmenți

Rulmenți radiali cu bile pe un rând (fig. 5.6, a) sunt cei mai mult folosiți, fiind capabili să preia sarcini radiale medii și sarcini axiale mai mici. Permit dezaxarea arborelui (până la $8'$).

Rulmenți radiali cu role cilindrice pe un rând (fig. 5.6, b), datorită contactului liniar dintre corpurile și căile de rulare, pot prelua sarcini radiale mai mari decât rulmenții radiali cu bile, cu aceleași dimensiuni de gabarit. Totodată, ei nu pot prelua sarcini axiale și sunt foarte sensibili la dezaxarea arborelui.

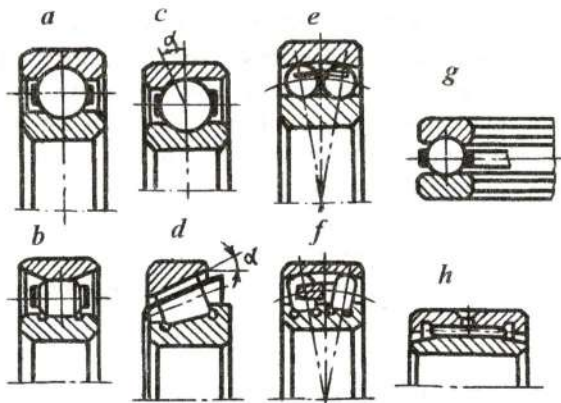


Fig. 5.6

O comparație asemănătoare poate fi făcută între *rulmenții radiali-axiali cu bile și role conice* (fig. 5.6, c,d).

[*Rulmenții oscilanți cu bile sau role pe două rânduri* (fig. 5.6, e, f) au calea de rulare a inelului exterior sferică, ce permite ca inelul interior (împreună cu bilele și colivia) să oscileze în jurul centrului rulmentului. Ei funcționează normal la înclinările între axele celor două inele - de până la $2,5 \dots 3^\circ$.

[*Rulmenți axiali cu bile* (fig. 5.6, g) pot prelua numai sarcini axiale, împiedicând deplasarea axială a arborelui. Nu preiau sarcina radială, de aceea se montează, de obicei, în combinație cu rulmenți radiali; sunt sensibili la deformațiile de încovoiere ale arborelui și la viteze ridicate.

[*Rulmenții cu ace* (fig. 5.6, h) au dimensiuni radiale reduse, de multe ori renunțându-se la unul din inele, ce permite micșorarea gabaritelor radiale ale ansamblurilor. De obicei, se execută fără colivie și pot prelua sarcini radiale mari, dar nu pot prelua sarcini axiale.

5.3.3. Cauzele ieșirii din funcțiune și criteriile de calcul ale rulmenților

Principalele forme de deteriorare ale rulmenților care duc la scoaterea din funcțiune a acestora, sunt [12, 20]: apariția de ciupituri pe suprafețele funcționale; uzura abrazivă a inelelor și corpurilor de rulare; distrugerea coliviei, a inelelor sau a corpurilor de rostogolire; formarea de adâncituri pe căile de rulare ale inelelor (deformații locale plastice remanente).

Având în vedere formele și cauzele de deteriorare ale rulmenților, se concluzionează că ciupirea se poate evita printr-un calcul la durabilitate (la capacitatea de încărcare dinamică, pentru rulmenții cu $n > 10 \text{ min}^{-1}$), iar deformarea plastică locală - printr-un calcul la capacitatea de încărcare statică (pentru rulmenții cu $n \leq 1 \text{ min}^{-1}$). Celelalte forme de deteriorare pot fi evitate sau limitate printr-un montaj și o exploatare corespunzătoare.

5.3.4. Calculul rulmenților conform capacității dinamice de încărcare

Calculul este elaborat pentru rulmenții cu $n > 10 \text{ min}^{-1}$. Condiția pentru calcul $C_{(\text{din calcul})} \leq C_{(\text{catalog})}$.

Capacitatea de încărcare dinamică de bază reprezintă sarcina pur radială, în cazul rulmenților radiali, sau pur axială, în cazul rulmenților axiali, de valoare și direcție constante, care acționând asupra unui lot de rulmenți aparent identici, având inelul interior rotitor, iar cel exterior fix, asigură acestora durabilitatea de bază de 1 milion de rotații.

Între capacitatea de încărcare dinamică C , durabilitatea de bază $L_b = 1 \text{ mln}$ de rotații și sarcina F_e care încarcă rulmentul s-a stabilit următoarea dependență experimentală

$$L_b = (C/F_e)^p \quad (5.10)$$

unde exponentul puterii $p = 3$ – pentru rulmenți cu bile; $p = 10/3$ – pentru rulmenți cu role.

Dacă se cunoaște sarcina F , care încarcă rulmentul, turația n a inelului rotitor atunci durata de funcționare impusă L_h în ore

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{F_e} \right)^p \quad (5.11)$$

În calculul rulmentului încărcat cu forțe combinate (radiale F_r și axiale F_a) acestea se înlocuiesc cu o sarcină dinamică echivalentă F_e .

Sarcina dinamică echivalentă este sarcina pur radială, pentru rulmenții radiali și radiali-axiali, sau pur axială, pentru rulmenți axiali, de valoare și direcție constante, sub acțiunea căreia un rulment – cu inelul interior rotitor și cel rotitor fix – atinge aceeași durabilitate ca și în condițiile reale de încărcare.

Sarcina dinamică echivalentă se calculează cu relația:

$$F_e = \left(XVF_r + YF_a' \right) k_s k_t \quad (5.12)$$

unde F_a' este sarcina axială care soliciță rulmentul; X , Y – coeficienții sarcinilor radială și axială respectiv; V – coeficient

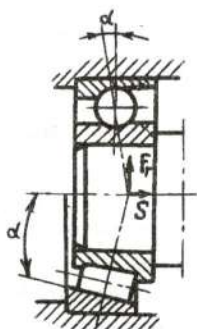


Fig. 5.7

cinematic ($V = 1$ - la rotirea inelului interior; $V = 1,2$ - la rotirea inelului exterior; k_s - coeficientul regimului de sarcină (permanent $k_s = 1,0$; variabil $k_s = 1,3 - 1,8$; de șoc $k_s = 2 - 3$); k_t - coeficientul regimului termic (pentru oțel IIX 15 la temperatura sub 125°C $k_t = 1,0$; pentru $t = 125-250^\circ\text{C}$ $k_t = 1,05 \dots 1,4$). La determinarea forței F_a^r se ține cont pe lângă forța F_a din angrenaj și de forțele axiale suplimentare S [9, 12], apărute ca rezultat al acțiunii forței radiale F_r la unghiul de contact α (fig. 5.7). Forțele axiale suplimentare se determină cu relațiile $S = eF_r$ - rulmenți radiali-axiali cu bile; $S = 0,83eF_r$ - rulmenți radiali-axiali cu role, unde e este parametrul solicitării axiale.

Exemple pentru determinarea sarcinii F_a^r vezi [9].

Exemplu de calcul. Efectuați calculul rulmenților și verificați rezistența arborelui intermediar al reductorului conic-cilindric (fig. 5.2). Diametrele roților: conică $d_{m1} = 93 \text{ mm}$, cilindrică $d_2 = 57 \text{ mm}$. Forțele: în angrenajul conic $F_{t1} = 3040 \text{ N}$; $F_{r1} = 378 \text{ N}$; $F_{a1} = 1135 \text{ N}$; în angrenajul cilindric $F_{t2} = 4960 \text{ N}$; $F_{r2} = 1805 \text{ N}$. Momentul de torsiune $T = 141 \text{ Nm}$. Turația arborelui $n = 100 \text{ min}^{-1}$. Materialul arborelui - oțel 45.

Rezolvare: 1. Acceptând pentru oțel 45 ($\sigma_{-1} \geq 340 \text{ MPa}$, $\tau_{-1} = 255 \text{ MPa}$) $\tau_a = 20 \text{ MPa}$, determinăm diametrul arborelui din calculul la torsiune

$$d \geq \sqrt[3]{T / (0,2\tau_a)} = \sqrt[3]{141 \cdot 10^3 / (0,2 \cdot 20)} = 32,8 \text{ mm}.$$

Acceptăm diametrul arborelui sub rulmenți $d_r = 35 \text{ mm}$, iar sub roata conică $d_c = 40 \text{ mm}$.

2. Determinăm reacțiunile în plan orizontal:

$$R_{A0} = [F_{t1}(e+c) + F_{t2}c]/l = [3040(119+48) + 4960 \cdot 48]/244 = 3056 \text{ N};$$

$$R_{B0} = F_{t1} + F_{t2} - R_{A0} = 3040 + 4960 - 3056 = 4944 \text{ N}.$$

3. Momentele de încovoiere în plan orizontal:

$$M_{i10} = R_{A0} \cdot a = 3056 \cdot 77 \cdot 10^{-3} = 235 \text{ Nm};$$

$$M_{i20} = R_{B0} \cdot c = 4944 \cdot 48 \cdot 10^{-3} = 237 \text{ Nm}.$$

4. Determinăm reacțiunile în plan vertical:

$$R_{Av} = [M_{ix} + F_{r1}(e+c) - F_{r2} \cdot c] / l = [53000 + 378(119+48) - 1805 \cdot 48] / 244 = 122 \text{ N};$$

$$R_{Bv} = [M_{ix} - F_{r1} \cdot a + F_{r2}(a+e)] / l = [53000 - 378 \cdot 77 + 1805(77 + 119)] / 244 = 1540 \text{ N},$$

$$\text{unde } M_{ix} = 0,5F_{a1} \cdot d_1 = 0,5 \cdot 1135 \cdot 93 \cdot 10^{-3} = 53 \text{ Nm}.$$

5. Momentele de încovoiere în plan vertical:

$$M_{ilv} = -R_{Av} \cdot a = -122 \cdot 177 \cdot 10^{-3} = -9,4 \text{ Nm};$$

$$M_{ilv} = M_{ilv} + M_{ix} = -9,4 + 53 = 43,6 \text{ Nm};$$

$$M_{izv} = R_{Bv} \cdot c = 1540 \cdot 48 \cdot 10^{-3} = 74 \text{ Nm}.$$

6. Determinăm reacțiunile radiale sumare:

$$F_{rA} = \sqrt{R_{Ao}^2 + R_{Av}^2} = \sqrt{3056^2 + 122^2} = 3058 \text{ N};$$

$$F_{rB} = \sqrt{R_{Bo}^2 + R_{Bv}^2} = \sqrt{4944^2 + 1540^2} = 5178 \text{ N}.$$

7. Conform diametrului arborelui sub rulment $d=35$ mm alegem rulmenți radiali axiali cu role conice nr. 7207 cu $C_r=38500$ N; $e=0,37$; $Y=1,62$ conform tab.19.24 [7].

8. Determinăm durata de funcționare a rulmenților, ținând cont că rulmentul din reazemul A va fi solicitat cu sarcină axială. Determinăm componentele axiale ale sarcinilor radiale: $R_{sA}=0,83eF_{rA}=0,83 \cdot 0,37 \cdot 3058 = 939$ N. $R_{sB} = 0,83eF_{rB} = 0,83 \cdot 0,37 \cdot 5178 = 1590$ N. Conform tab. 6.2 [7]

$$F_{aA}^r = F_{a1} + R_{sB} = 1135 + 1590 = 2725 \text{ N}; \quad F_{aB}^r = R_{sB} = 1590 \text{ N}.$$

Sarcinile echivalente: $P_{eA} = (XVF_{rA} + YF_{aA}^r)k_s k_t = (0,4 \cdot 3058 + 1,62 \cdot 2725)1,4 = 7893$ N;

$$P_{eB} = (XVF_{rB} + YF_{aB}^r)k_s k_t = (0,4 \cdot 5178 + 1,62 \cdot 1590)1,4 = 6505 \text{ N}.$$

Determinăm durata de funcționare a rulmentului instalat în reazemul A fiind mai solicitat:

$$L_{hA} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P_{eA}} \right)^{3,33} = \frac{10^6}{60 \cdot 100} \left(\frac{38500}{7893} \right)^{3,33} = 32630 \text{ ore}.$$

8. Verificăm rezistența arborelui sub roata conică unde acționează momentul sumar de încovoiere $M_{i\Sigma}=240$ Nm, iar secțiunea este slăbită de canalul pentru pană.

Momentul echivalent în această secțiune

$$M_e = \sqrt{M_{i\Sigma}^2 + (0,75T)^2} = \sqrt{240^2 + (0,75 \cdot 141)^2} = 254 \text{ Nm}.$$

Diametrul arborelui

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_e}{0,1\sigma_a}} = \sqrt[3]{\frac{254 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 70}} = 33 \text{ mm.}$$

Prealabil a fost acceptat diametrul acestei secțiuni $d=40$ mm. Deci rezistența este asigurată.

5.4. Cuplaje mecanice

5.4.1. Caracteristica generală

Cuplele în tehnică sunt numite dispozitivele care asigură legătura între arbori, țevi, fire electrice etc.

În capitolul dat vom studia numai cuplajele care asigură legătura între arbori în scopul transmiterii mișcării de rotație și a momentului de torsiune, fără a modifica, de regulă, legea de mișcare. Marea diversitate a domeniilor de folosire a cuplajelor a impus atașarea acestora și a altor funcții, care împreună cu funcția principală, definesc rolul cuplajului. Aceste funcții suplimentare sunt [10, 12, 23]: compensarea abaterilor de poziție a elementelor legate prin cuplaj (axiale, radiale, unghiulare sau combinate), datorate erorilor de execuție și/sau montaj; legarea elementelor cu axe paralele sau concurente; limitarea sarcinii transmise; limitarea turației; protecția contra șocurilor și vibrațiilor; transmiterea unisens a mișcării; întreruperea legăturii dintre cele două elemente, prin comenzi atașate cuplajului.

Expunem în fig. 5.8 una din cele mai uzitate clasificări ale cuplajelor prezentate și în [12].

Principalul rol funcțional al cuplajelor este de a transmite momentul de torsiune deci, ca dată de proiectare (de calcul), este necesar să se indice momentul de torsiune sau puterea și turația corespunzătoare acestuia. Este evidentă imposibilitatea cunoașterii cu exactitate a variației momentului de torsiune, pe întreaga durată de funcționare, fapt pentru care calculul cuplajelor se efectuează la un moment de torsiune de calcul, dat de relația $T_c = K_s T$ (unde T este momentul de torsiune transmis; K_s – coeficient de siguranță (de regim), determinat experimental).

5.4.2. Cuplaje permanente fixe

Aceste cuplaje realizează legătura permanentă rigidă a arborilor coaxiali cu abateri mici de la coaxialitate (0,002...0,05 mm). Din această grupă fac parte cuplajele cu manșon (monobloc sau secționat) și cu flanșe.

Cuplajul cu flanșe. Este format din două semicuplaje montate

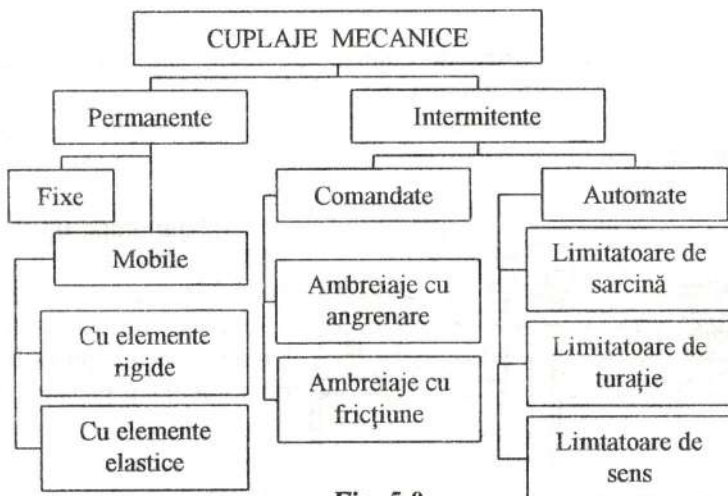


Fig. 5.8

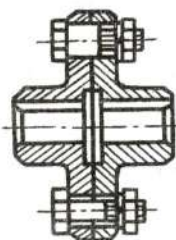


Fig. 5.9

pe capetele arborilor de asamblat, de regulă, prin pene paralele – solidarizate prin șuruburi montate cu joc sau fără joc (fig. 5.9). Cuplajele cu flanșe la care șuruburile sunt montate fără joc sunt standardizate conform STAS 769-73 (GOST 20761-80), acestea transmițând momentul de torsiune prin tija șurubului.

Calculul acestor cuplaje constă în dimensionarea sau verificarea asamblării prin șuruburi instalate

cu sau fără joc, sarcina ce revine unui șurub determinându-se corespunzător modului de transmitere a momentului de torsiune.

5.4.3. Cuplaje permanente mobile cu elemente rigide

Aceste cuplaje permit legarea arborilor, a căror coaxialitate nu poate fi riguros respectată la montaj, cât și a celor a căror poziție relativă se modifică în timpul funcționării. Ele se clasifică în cuplaje pentru compensarea abaterilor axiale, radiale, unghiulare și combinate.

Din această grupă de cuplaje fac parte cuplajele cu disc intermediar, cu gheare și dințat (fig. 5.10).

Cuplajul dințat. Este folosit pentru compensarea abaterilor combinate, la transmiterea momentelor de torsiune înalte având gabarite reduse.

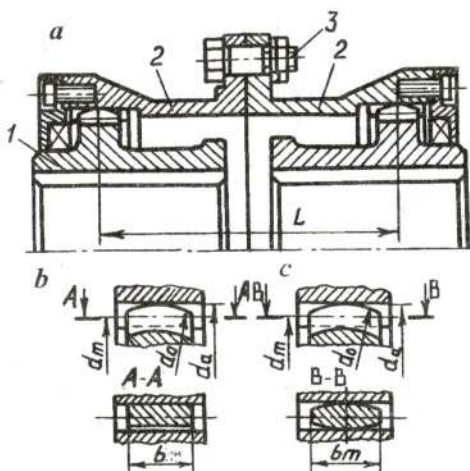


Fig. 5.10

Cuplajul dințat tip CD-STAS 6589/2-81 (GOST 5006-83), prezentat în fig. 5.10, a este format din doi butuci 1, cu dantură exterioară, montați pe capetele celor doi arbori, și din două manșoane 2, cu dantură interioară, solidarizate prin șuruburile 3. Profilul dinților se execută în evolventă, având, de regulă, unghiul profilului de referință $\alpha=20^\circ$. Dinții butucilor, de regulă, au linia flancului dintelui bombată (fig. 5.10, c). În acest caz ei admit dezaxări unghiulare până la $1^\circ 30'$. La dezaxări unghiulare până la $15'$ flancurile pot avea linia dreaptă (fig. 5.10, b).

Pentru funcționarea corespunzătoare a cuplajelor dințate, este necesară o ungere bună, cunoscut fiind faptul că cea mai frecventă cauză a ieșirii din funcțiune a cuplajelor dințate o constituie uzura suprafețelor active ale dinților.

Un calcul exact al danturii acestor cuplaje nu se poate face, datorită imposibilității luării în considerație a condițiilor reale de funcționare, fenomenele care intervin fiind multiple și complexe. Printre altele capacitatea portantă a danturii este influențată sensibil de înclinarea arborilor.

Cele expuse permit propunerea doar a unei metode convenționale de calcul, imprecizia căreia poate fi compensată prin alegerea corespunzătoare a rezistențelor admisibile. În calculul convențional se admite că sarcina este repartizată uniform, iar dinții contactează pe toată suprafața activă.

De regulă, cuplajul dințat este ales conform STAS (GOST), ținând cont de condițiile de funcționare și se verifică la strivirea suprafețelor active ale dinților cu relația:

$$\sigma_s = \frac{T_c}{0,9d^2b} \leq \sigma_{as}, \quad (5.13)$$

unde d este diametrul de divizare; b – lățimea dinților; $\sigma_{as} = 12 \dots 15$ MPa – tensiunile admisibile la strivire.

5.4.4. Cuplaje permanente mobile cu elemente elastice

Aceste cuplaje se caracterizează prin prezența elementelor intermediare elastice (metalice sau nemetalice), care participând la transmiterea momentului de torsiune determină proprietățile cuplajului: amortizarea șocurilor și vibrațiilor torsionale; limitarea vibrațiilor de rezonanță; compensarea elastică a abaterilor de poziție a arborilor, datorate impreciziilor de execuție și montaj.

Cuplele elastice sunt caracterizate prin rigiditate și prin capacitatea de amortizare.

Cuplele elastice cu elemente nemetalice. Elementul intermediar elastic se execută, de regulă, din cauciuc. Din această grupă fac parte cuplajele: cu bolțuri și bușe elastice; cu rozetă; cu

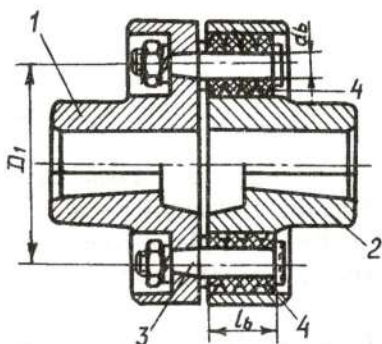


Fig. 5.11

manșon de cauciuc etc. *Cuplajul cu bolțuri și bușe elastice* (fig. 5.11). Este construit din două semicuplaje 1 și 2, legate elastic prin intermediul bolțurilor 3, pe care sunt montate manșoanele 4 (sau inele) din cauciuc. Sunt standardizate conform STAS 5982-81 (GOST 21424-75).

Elementul elastic este solicitat la strivire, tensiunea maximă luând naștere pe suprafața de contact cu bolțul și se calculează cu relația:

$$\sigma_s = \frac{2T_c}{zD_1 d_b l_b} \leq \sigma_{as}, \quad (5.14)$$

unde $\sigma_{as} = 3 \dots 5$ MPa este tensiunea admisibilă la strivire pentru cauciuc; z – numărul de bolțuri.

Cuplaje elastice cu elemente metalice. Elementul intermediar elastic se execută din oțel de arc, în diverse forme constructive, ca: arcuri bară, arcuri în foi (lamelare), arcuri elicoidale, arcuri manșon. Sunt folosite pentru transmiterea momentelor de torsiune mari la gabarite reduse, de regulă în medii și condiții de funcționare incompatibile cu elementele nemetalice (de cauciuc). Au o durabilitate mai mare decât cuplajele cu elemente din cauciuc, însă elementul elastic are un grad mai redus de amortizare.

Cuplaj cu arc șerpuit. Este format din două semicuplaje identice 1 și 2, cu dantură exterioară 3, de profil special, montate pe capetele celor doi arbori (fig. 5.12). Arcul șerpuit 4 este plasat în golurile dintre dinții semicuplajelor. Carcasa 5 are rol de protecție, totodată servind drept baie pentru ulei sau unsoare consistentă.

Cuplajul asigură compensarea abaterilor combinate: axiale $\Delta_l = 4 \dots 20$ mm; radiale $\Delta_r = 0,5 \dots 3$ mm, unghiulare $\Delta_\alpha = 1, 15^\circ$.

5.4.5. Cuplaje intermitente comandate (ambreiaje)

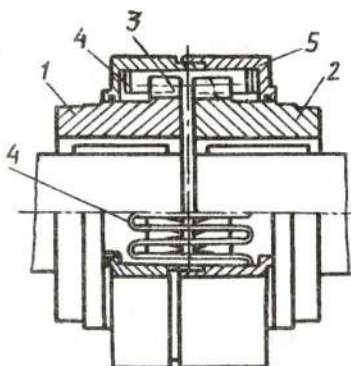


Fig. 5.12

Pe suprafețele frontale ale semicuplajelor 1 și 2 (fig. 5.13, a) sunt amplasați craboții 3, care pot avea profil dreptunghiular (fig. 5.13, b), trapezoidal simetric (fig. 5.13, c) sau asimetric (fig. 5.13, d). Pentru cuplare și decuplare unul din semicuplaje este instalat mobil pe arbore în direcție axială.

Cuplarea semicuplajelor în timpul rotirii asincrone este însoțită totdeauna de ciocniri, care pot provoca distrugerea craboților (sau a dinților). De aceea, ele necesită instalarea unor elemente de sincronizare. Afară de aceasta cuplajul necesită o centrare destul de precisă pe arbori (în construcția prezentată se asigură cu inelul 5).

Aceste cuplaje se folosesc mult în sistemele de acționare care necesită cuplări și decuplări repetate, modificarea regimurilor de funcționare, schimbarea sensului de mișcare etc. Pot fi de două feluri: cu angrenare sau prin fricțiune.

Principalele tipuri constructive din categoria cuplajelor cu angrenare le constituie cuplajele cu gheare frontale (cu craboți), fig. 5.13 și cuplajele cu dinți (cu dantură radială sau frontală).

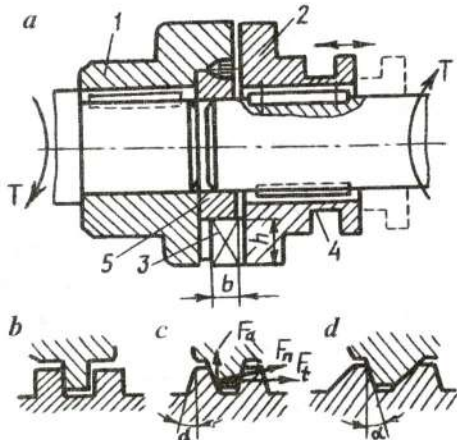
Cuplajul cu craboți.

Fig. 5.13

Alegerea și calculul acestor cuplaje sunt expuse în [12, 23, 24].

Cuplaje intermitente cu fricțiune. Pot fi cu forma suprafețelor de frecare plană, cilindrică, conică sau combinată. Ele permit cuplarea arborilor încărcăți și cu o diferență mare a vitezelor unghiulare, asigură cuplarea lentă, fără zgomot.

Schema celui mai simplu ambreiaj cu o pereche de discuri este ilustrată în fig. 5.14. Aici semicuplajul 2 este mobil în direcție axială. Pentru cuplare la semicuplajul mobil este aplicată forța Q .

Pentru micșorarea dimensiunilor de gabarit și a forței Q sunt utilizate construcții de ambreiaje cu discuri plane multilamelare (fig. 5.15). Ambreiajul include două grupuri de discuri: interioare 2 și

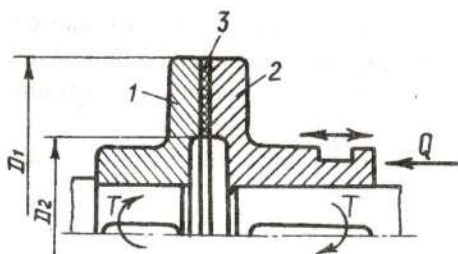


Fig. 5.14

exterioare 3. Discurile exterioare sunt unite cu semicuplajul 1 iar cele interioare - cu semicuplajul 7 cu ajutorul îmbinărilor mobile prin caneluri. Discurile sunt cuplate și decuplate cu mecanismul de comandă 6. Forța Q este transmisă tuturor suprafețelor de frecare, iar momentul de calcul se determină cu relația:

$$T_c = QfR_m z, \quad (5.15)$$

unde z este numărul suprafețelor de frecare ($z = n-1$, n - numărul discurilor); R_m - raza medie a suprafețelor de frecare.

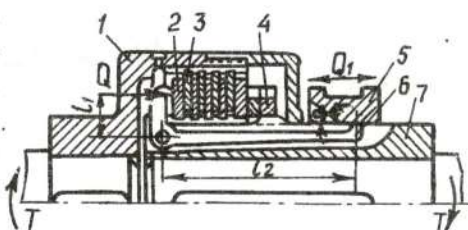


Fig. 5.15

5.4.6. Cuplaje intermitente automate

Sunt folosite pentru decuplarea automată a arborilor în acele cazuri, când parametrii de funcționare ai mașinii sunt inadmisibili după unele sau alte criterii.

Cuplaje limitatoare de sarcină (de siguranță). Aceste cuplaje la rând cu transmiterea momentului de torsiune au și funcția de limitare a acestuia, evitând, astfel, suprasolicitarea elementelor lanțului cinematic. Orice cuplaj intermitent cu fricțiune calculat pentru transmiterea unui moment limită are rolul elementului de siguranță.

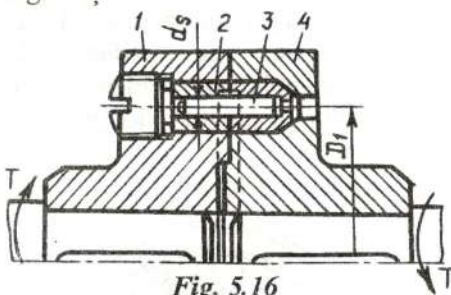


Fig. 5.16

În fig. 5.16 este prezentată construcția unui cuplaj de siguranță cu știft de forfecare. Aici momentul de torsiune de la semicuplajul 1 la semicuplajul 4 se transmite prin știftul 3, montat în bușeala 2, călitate la 50...60 HRC, evitându-se astfel solici-

rea de încovoiere.

În calculul acestor cuplaje se pune condiția ca la atingerea valorii momentului de torsiune limită T_{lim} știfturile să se rupă prin forfecare, adică

$$T_{lim} = \frac{zD_1\pi d_s^2}{K_z 4 \cdot 2} \tau_{af}, \quad (5.16)$$

unde z este numărul de știfturi; K_z – coeficientul neuniformității distribuției sarcinii; τ_{af} – tensiunile admisibile la forfecare pentru materialul știftului.

Cuplaje limitatoare de turație (centrifugale). Aceste cuplaje realizează legătura între două elemente ale lanțului cinematic în momentul când turația elementului conducător atinge o anumită valoare.

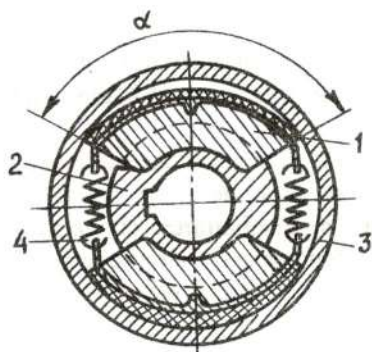


Fig. 5.17

mişcare de rotație. Readucerea saboților în poziția “decuplat” se realizează cu ajutorul arcurilor elicoidale 4.

Alegerea și calculul acestor cuplaje este expus în [12, 23, 24].

Cuplaje limitatoare de sens (cu sens unic). Ele transmit mișcarea într-un singur sens, acționând automat prin intermediul corpurilor de blocare. Ele sunt utilizate pe larg în construcția de mașini-unelte, automobile, motociclete, biciclete.

În fig. 5.18 este prezentată construcția unui asemenea cuplaj cu corpuri de blocare în formă de role. La rotirea semicuplajului 4 în direcția ω_1 rolele 3 se vor bloca în spațiul până dintre semicuplaje, antrenând semicuplajul 2. Rolul elementului conducător îl poate îndeplini oricare din semicuplajele 2 și 4. Unghiul de blocare $\alpha = 6 \dots 10^\circ$.

Alegerea și calculul acestor cuplaje este expus în [12, 23, 24].

Soluțiile constructive sunt multiple, elementul care, centrifugat, creează legătura între cele două semicuplaje putând fi: element material de umplere sub formă de pulberi sau bile; saboți în diverse forme constructive.

Construcția unui *cuplaj centrifugal cu saboți* este prezentată în fig. 5.17. La o viteză anumită, saboții 1, rotindu-se împreună cu semicuplajul 2 sub acțiunea forței centrifugale, se strâng de semicuplajul 3, antrenându-l în mișcare de rotație.

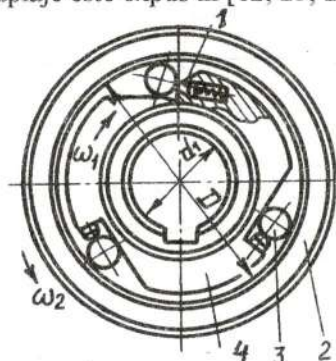


Fig. 5.18

BIBLIOGRAFIE

1. Anuriev V. I. Spravocinik konstruktora-maşinostroitelea. T.1. Ed. "Maşinostroenie", Moskva, 1979.
2. Artobolevski I. I. Teoria mecanismelor şi a maşinilor. Chişinău, Ed."Ştiinţa",1992 (traducere din limba rusă).
3. Birgher I. A., Mavliutov P.P. Soprotivlenie materialov. Ed. "Nauka", Moskva, 1986.
4. Bostan I., Dulgheru V., Grigoraş Ş. Transmisii planetare, precesionale şi armonice. Ed. Tehnică, Bucureşti - Ed. "Tehnică" Chişinău, 1997.
5. Bostan I. Precessionnye peredaci s mnogoparnym zacepleniem. Ed. "Ştiinţa", Chişinău, 1992.
6. Buzdugan Gh. Rezistenţa materialelor. Ed. "Lumina", Bucureşti, 1980.
7. Cernavskii S. A. Podşipniki skolijenia..: Ed. "Maşgiz", Moskva, 1963.
8. Darkov A.V., Şpiro G. S. Soprotivlenie materialov. Ed. "Vyşşaiia şkola", Moskva, 1989.
9. Dunaev P.F. i dr. Detalii maşin. Kursovoe proektirovanie. Ed. "Vyşşaiia şkola", Moskva,1990.
10. Gafiţanu M. ş. a. Organe de maşini. Vol.1 şi 2. Ed. Tehnică, Bucureşti, 1980.
11. Handra-Luca V., Stoica Ion A. Introducere în teoria mecanismelor. Vol. 1, 2. Ed. "Dacia". Cluj-Napoca,1982.
12. Ivanov M. N. Organe de maşini. Ed. "Tehnică", Chişinău, 1997 (traducere din limba rusă).
13. Jula A ş. a. Proiectarea angrenajelor evolventice. Ed. "Scrisul românesc", Craiova, 1989.
14. Kojevnikov S. N. Teoria mehanizmov i maşin. Ed. "Maşinostroenie", Moskva, 1977.
15. Margolin Ş. F. Teoria mehanizmov i maşin. „Vyşeişaiia şkola” , Minsk,1969.

16. Maşkov A. A. Teoria mehanismov i maşin. Ed. "Vyşeişiaia şkola", Minsk, 1971.
17. Mitescu C. Rezistenţa materialelor. Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1967.
18. Paizi Gh. ş. a. Organe de maşini şi mecanisme. Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1977.
19. Pisarenko Gh. Rezistenţa materialelor. Ed. "Lumina", Chişinău, 1993.
20. Podşipniki kacenia: Spravocinik-katalog/ Pod red. Naryşkina V.N. i Korastaşevskogo P.V. Ed. "Maşinostroenie", Moskva, 1984.
21. Prikladnaia mehanika. Ucebnoe posobie dlea vuzov. Pod red. Oseţkogo V. M. Ed. „Maşinostroenie”, 1977.
22. Puteata T. V. i dr. Prikladnaia mehanika. Ed. "Vişcea şkola", Kiev, 1977.
23. Reahovskii O. i dr. Spravocinik po muftam. Ed. "Politehnika", Leningrad, 1991.
24. Reşetov D. N. Detali maşin. Ed. "Maşinostroenie", Moskva, 1989.
25. Zablonskii K. I. Prikladnaia mehanika. Ed. "Vişcea şkola", Kiev, 1984.
26. Zablonskii K. I. Detali masin Ed. "Vişcea şkola", Kiev, 1985.